Matematica 2 · Parte VII · Elementi di informatica · versione 1.0
Verifica: Verifica di fine parte VII · pagine 397–398 del volume completo · estratto per lo studio

Verifica di fine parte VII · Elementi di informatica

Tempo: 60 minuti. Punteggio totale: 10 punti (punteggio indicato per ogni esercizio). Non è ammessa la calcolatrice. Scrivi tutti i passaggi: un risultato senza procedimento vale metà punteggio.

Test (0,5 punti ciascuno)

1. ● *(0,5 punti · cap. 15)* In un elenco ordinato di 500 elementi, la ricerca binaria richiede al massimo:
   A. 9 confronti
   B. 250 confronti
   C. 500 confronti
   D. 8 confronti

2. ● *(0,5 punti · cap. 15)* L'ordinamento per selezione di 10 elementi esegue:
   A. 100 confronti
   B. 10 confronti
   C. 45 confronti
   D. 90 confronti

3. ●● *(0,5 punti · cap. 15)* Quale di questi numeri è rappresentato esattamente in doppia precisione?
   A. 0,2
   B. 0,7
   C. $\frac{1}{3}$
   D. 0,875

4. ● *(0,5 punti · cap. 15)* Una macchina di Turing si ferma quando:
   A. legge una casella vuota
   B. entra nello stato di arresto
   C. ha percorso tutto il nastro
   D. scrive un simbolo diverso da quello letto

Calcolare

5. ● *(1 punto · cap. 15)* Applica il metodo di Erone per calcolare $\sqrt{6}$, partendo da $x = 2$ con tolleranza $\varepsilon = 10^{-3}$. Lavora con le frazioni, compila la tabella di traccia (x, $6 : x$, differenza) e indica il valore che l'algoritmo scrive.

6. ● *(1 punto · cap. 15)* Nell'elenco ordinato 2, 5, 8, 11, 14, 17, 20, 23, 26, 29, 32, 35, 38, 41, 44 esegui la ricerca binaria di 35 e poi di 4. Per ciascuna scrivi gli elementi confrontati, il numero di confronti e il risultato.

7. ●● *(1 punto · cap. 15)* Scrivi in base 2, con l'algoritmo delle moltiplicazioni per 2: a) 0,8125; b) 0,3. Quale dei due è un numero macchina? Perché?

8. ●● *(1 punto · cap. 15)* Scrivi il numero 10,5 nella forma $1{,}m_2 \cdot 2^e$ e indica i tre campi della sua rappresentazione in doppia precisione: segno, esponente memorizzato (in base 2) e prime cifre della mantissa.

9. ●● *(1 punto · cap. 15)* Esegui passo per passo la macchina di Turing seguente sulla stringa 111, partendo da q_0 con la testina sul primo 1. Quanti passi fa? Che cosa resta sul nastro e dove si trova la testina?
$(q_0, 1) \to (1, \to, q_0)$; $(q_0, \square) \to (0, \leftarrow, q_1)$; $(q_1, 1) \to (1, \leftarrow, q_1)$; $(q_1, \square) \to (\square, \to, q_F)$.

Problemi

10. ●● *(1 punto · cap. 15)* Un archivio contiene 1 000 000 di record in disordine e un computer esegue un miliardo di confronti al secondo. a) Quanto tempo richiede, nel caso peggiore, una ricerca sequenziale? b) Ordinare l'archivio per selezione richiede circa $5 \cdot 10^{11}$ confronti: quanto tempo? Dopo l'ordinamento, quanti confronti richiede al massimo una ricerca binaria? c) Conviene ordinare l'archivio se si devono fare 1000 ricerche? E se se ne devono fare un milione?

11. ●● *(1 punto · cap. 15)* a) Un documento scansionato in bianco e nero è un'immagine di 1000 × 800 pixel, a 1 bit per pixel. Quanti byte occupa? Codificato con RLE produce 12 000 sequenze, ciascuna scritta con 2 byte: quanti byte occupa la codifica, e in che percentuale rispetto all'originale? b) Una foto a colori delle stesse dimensioni (3 byte per pixel) quanto occupa? Compressa in JPEG occupa un dodicesimo: quanti byte? c) Spiega perché per il documento si preferisce una compressione senza perdita e per la foto si accetta una compressione con perdita.

Sfida

12. ●●● *(1 punto · cap. 15)* Progetta una macchina di Turing che, partendo dal primo simbolo di una stringa di 0 e 1, scriva subito dopo la stringa P se il numero di cifre 1 è pari, D se è dispari. Scrivi la tabella delle transizioni ed eseguila sulla stringa 10110.

Soluzioni

1. A. La parte intera di $\log_2 500$ è 8 ($2^8 = 256 \le 500 < 512 = 2^9$); più uno: 9.

2. C. $10 \cdot 9 : 2 = 45$.

3. D. $0{,}875 = 7/8 = 0{,}111_2$: il denominatore è una potenza di 2. Gli altri sono periodici in base 2.

4. B. La macchina si ferma solo quando entra nello stato di arresto; leggere una casella vuota può far scattare una regola qualsiasi.

5. Passo 0: $x = 2$, $6 : x = 3$, differenza $1 \ge 10^{-3}$. Passo 1: $x = (2 + 3) : 2 = 5/2$, $6 : x = 12/5$, differenza $5/2 - 12/5 = 1/10 \ge 10^{-3}$. Passo 2: $x = (5/2 + 12/5) : 2 = 49/20$, $6 : x = 120/49$, differenza $\frac{49^2 - 120 \cdot 20}{20 \cdot 49} = \frac{2401 - 2400}{980} = \frac{1}{980} \approx 0{,}00102$: ancora $\ge 10^{-3}$, di pochissimo, quindi si continua. Passo 3: $x = (49/20 + 120/49) : 2 = 4801/1960$, $6 : x = 11\,760/4801$, differenza $\frac{4801^2 - 11\,760 \cdot 1960}{1960 \cdot 4801} = \frac{1}{9\,409\,960} \approx 1{,}1 \cdot 10^{-7} < 10^{-3}$: l'algoritmo si ferma e scrive $4801/1960 \approx 2{,}44949$ ($\sqrt{6} = 2{,}449489\ldots$).

6. 35: posto 8 ($23 < 35$, si tengono i posti 9–15), posto 12 (35): trovato al posto 12 con 2 confronti. 4: posto 8 ($23 > 4$, posti 1–7), posto 4 ($11 > 4$, posti 1–3), posto 2 ($5 > 4$, posto 1), posto 1 ($2 < 4$); non restano posti: «non presente», 4 confronti.

7. a) $0{,}8125 \cdot 2 = 1{,}625 \to 1$; $0{,}625 \cdot 2 = 1{,}25 \to 1$; $0{,}25 \cdot 2 = 0{,}5 \to 0$; $0{,}5 \cdot 2 = 1 \to 1$: $0{,}1101_2$. b) $0{,}3 \to 0{,}6\ (0) \to 1{,}2\ (1) \to 0{,}4\ (0) \to 0{,}8\ (0) \to 1{,}6\ (1) \to 1{,}2\ (1) \ldots$: la parte decimale 0,2 si ripete, quindi $0{,}3 = 0{,}\overline{01001}_2$. È numero macchina $0{,}8125 = \frac{13}{16}$, che ha uno sviluppo finito; $0{,}3 = \frac{3}{10}$, il cui denominatore non è una potenza di 2, ha infinite cifre binarie e viene arrotondato.

8. $10{,}5 = 1010{,}1_2 = 1{,}0101_2 \cdot 2^3$. Segno 0; esponente $3 + 1023 = 1026 = 10000000010_2$; mantissa 0101 seguito da 48 zeri.

9. (q_0, 1): a destra, tre volte; (q_0, ▫): scrive 0, a sinistra, q_1; (q_1, 1): a sinistra, tre volte; (q_1, ▫): a destra, q_F. In tutto $3 + 1 + 3 + 1 = 8$ passi; sul nastro resta 1110 e la testina è sul primo 1. (La macchina aggiunge uno 0 in fondo alla stringa e torna all'inizio.)

10. a) 10^6 confronti: $10^6 : 10^9 = 10^{-3}$ s, un millesimo di secondo. b) $5 \cdot 10^{11} : 10^9 = 500$ s, poco più di 8 minuti; poi ogni ricerca binaria richiede al più 20 confronti ($2^{19} < 10^6 < 2^{20}$). c) 1000 ricerche sequenziali: 10^9 confronti, 1 s: non conviene ordinare (500 s). Un milione di ricerche sequenziali: 10^{12} confronti, 1000 s; ordinando: 500 s più $2 \cdot 10^7$ confronti (0,02 s), circa 500 s: conviene ordinare.

11. a) $1000 \cdot 800 = 800\,000$ bit = 100 000 byte; RLE: $12\,000 \cdot 2 = 24\,000$ byte, il 24% dell'originale. b) $800\,000 \cdot 3 = 2\,400\,000$ byte = 2,4 MB; in JPEG $2\,400\,000 : 12 = 200\,000$ byte. c) Nel documento ogni pixel può contare (una lettera, una cifra) e le ampie zone bianche rendono già efficace la compressione senza perdita; in una foto piccole variazioni di colore non si notano, e scartarle riduce molto di più il file.

12. Stati q_P (iniziale: finora un numero pari di 1) e q_D: (q_P, 0) → (0, →, q_P); (q_P, 1) → (1, →, q_D); (q_D, 0) → (0, →, q_D); (q_D, 1) → (1, →, q_P); (q_P, ▫) → (P, –, q_F); (q_D, ▫) → (D, –, q_F). Su 10110: q_P legge 1 → q_D; legge 0 → q_D; legge 1 → q_P; legge 1 → q_D; legge 0 → q_D; legge ▫ e scrive D (6 passi): 10110D, perché gli 1 sono 3.