Matematica 2 · Parte VI · Probabilità · versione 1.0
Verifica: Verifica di fine parte VI · pagine 367–368 del volume completo · estratto per lo studio

Verifica di fine parte VI · Probabilità

Tempo: 60 minuti. Punteggio totale: 10 punti (punteggio indicato per ogni esercizio). È ammessa la calcolatrice scientifica. Scrivi tutti i passaggi e controlla le soluzioni: un risultato senza procedimento vale metà punteggio.

Test (0,5 punti ciascuno)

1. ● *(0,5 punti · cap. 14)* Da un mazzo di 40 carte italiane si estrae una carta. La probabilità che sia un asso o un re è:

   A. $\frac{1}{40}$

   B. $\frac{1}{20}$

   C. $\frac{1}{5}$

   D. $\frac{2}{5}$

2. ● *(0,5 punti · cap. 14)* Se $p(E) = \frac{3}{8}$, la probabilità dell'evento contrario $\overline{E}$ è:

   A. $\frac{5}{8}$

   B. $\frac{3}{8}$

   C. $\frac{8}{3}$

   D. $-\frac{3}{8}$

3. ●● *(0,5 punti · cap. 14)* Si lanciano due dadi. La probabilità che la somma sia 10 è:

   A. $\frac{1}{11}$

   B. $\frac{1}{6}$

   C. $\frac{1}{36}$

   D. $\frac{1}{12}$

4. ●● *(0,5 punti · cap. 14)* A e B sono eventi indipendenti con $p(A) = 0{,}5$ e $p(B) = 0{,}4$. Allora $p(A \cup B)$ vale:

   A. 0,9
   B. 0,7
   C. 0,2
   D. 0,1

Calcolare

5. ● *(1 punto · cap. 14)* Un'urna contiene 5 palline rosse, 3 verdi e 2 gialle. Si estrae una pallina. Calcola la probabilità che sia a) verde; b) non rossa; c) rossa o gialla.

6. ●● *(1 punto · cap. 14)* Due eventi hanno $p(A) = 0{,}6$, $p(B) = 0{,}3$ e $p(A \cup B) = 0{,}7$. Calcola $p(A \cap B)$ e $p(B|A)$, e stabilisci se A e B sono indipendenti.

7. ●● *(1 punto · cap. 14)* Da un mazzo di 52 carte francesi si estraggono due carte. Calcola la probabilità che siano due assi a) senza reimmissione; b) con reimmissione.

8. ●● *(1 punto · cap. 14)* Si lancia una moneta 4 volte. Calcola la probabilità di ottenere a) almeno una croce; b) esattamente una testa.

9. ●● *(1 punto · cap. 14)* Due macchine producono gli stessi pezzi: la macchina M produce il 60% dei pezzi, con il 3% di difettosi; la macchina N il restante 40%, con il 5% di difettosi. Con un diagramma ad albero calcola la probabilità che un pezzo scelto a caso sia difettoso.

Problemi

10. ●● *(1 punto · cap. 14)* In una scuola si chiede a 60 studenti di prima e 60 di seconda se leggono almeno un libro al mese: rispondono sì 18 studenti di prima e 24 di seconda (dati inventati). Si sceglie a caso uno dei 120 studenti. a) Costruisci la tabella a doppia entrata. b) Calcola la probabilità che legga almeno un libro al mese. c) Calcola la probabilità che legga, sapendo che è di seconda, e la probabilità che sia di seconda, sapendo che legge. d) Gli eventi «legge» e «è di seconda» sono indipendenti?

11. ●● *(1 punto · cap. 14)* Si paga 1 € per estrarre una carta da un mazzo di 40 carte italiane; se esce una figura (fante, cavallo o re) si ricevono 3 €. a) Calcola il valore atteso del guadagno netto. b) Il gioco è equo? c) Quanto dovrebbe costare la partecipazione, lasciando invariato il premio di 3 €, perché lo sia?

Sfida

12. ●●● *(1 punto · cap. 14)* Il cavaliere de Méré scommetteva di ottenere almeno un doppio 6 lanciando due dadi 24 volte. Qual è il numero minimo di lanci di due dadi per cui la probabilità di ottenere almeno un doppio 6 supera $\frac{1}{2}$? Giustifica la risposta con i calcoli.

Soluzioni

1. C. Assi e re sono 8 carte, eventi incompatibili: $\frac{4}{40} + \frac{4}{40} = \frac{8}{40} = \frac{1}{5}$.

2. A. $p(\overline{E}) = 1 - \frac{3}{8} = \frac{5}{8}$.

3. D. Coppie (4; 6), (5; 5), (6; 4): $\frac{3}{36} = \frac{1}{12}$. ($\frac{1}{11}$ supporrebbe, sbagliando, che le 11 somme siano equiprobabili.)

4. B. $p(A \cap B) = 0{,}5 \cdot 0{,}4 = 0{,}2$, quindi $p(A \cup B) = 0{,}5 + 0{,}4 - 0{,}2 = 0{,}7$.

5. Casi possibili 10. a) $\frac{3}{10}$. b) $1 - \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$. c) $\frac{5}{10} + \frac{2}{10} = \frac{7}{10}$.

6. $p(A \cap B) = 0{,}6 + 0{,}3 - 0{,}7 = 0{,}2$. $p(B|A) = \frac{0{,}2}{0{,}6} = \frac{1}{3}$. Non sono indipendenti: $p(A) \cdot p(B) = 0{,}18 \neq 0{,}2$ (oppure $p(B|A) = \frac{1}{3} \neq 0{,}3$).

7. a) $\frac{4}{52} \cdot \frac{3}{51} = \frac{12}{2652} = \frac{1}{221}$. b) $(\frac{4}{52})^2 = (\frac{1}{13})^2 = \frac{1}{169}$.

8. 16 esiti equiprobabili (2^4). a) Contrario di «quattro teste»: $1 - \frac{1}{16} = \frac{15}{16}$. b) TCCC, CTCC, CCTC, CCCT: $\frac{4}{16} = \frac{1}{4}$.

9. Percorsi: M e difettoso $0{,}6 \cdot 0{,}03 = 0{,}018$; N e difettoso $0{,}4 \cdot 0{,}05 = 0{,}020$. Somma: 0,038, cioè il 3,8%.

10. a) Prima: 18 sì, 42 no; seconda: 24 sì, 36 no; totali 42 sì, 78 no, 120. b) $\frac{42}{120} = \frac{7}{20} = 0{,}35$. c) $p(\text{legge} \mid \text{seconda}) = \frac{24}{60} = 0{,}4$; $p(\text{seconda} \mid \text{legge}) = \frac{24}{42} = \frac{4}{7}$. d) No: $0{,}4 \neq 0{,}35$ (oppure $p(\text{legge} \cap \text{seconda}) = \frac{24}{120} = 0{,}2$, mentre $0{,}35 \cdot 0{,}5 = 0{,}175$).

11. $p(\text{figura}) = \frac{12}{40} = \frac{3}{10}$. a) Guadagno netto +2 € con probabilità $\frac{3}{10}$, −1 € con probabilità $\frac{7}{10}$: $0{,}6 - 0{,}7 = -0{,}1$ €. b) No, è sfavorevole al giocatore (in media perde 10 centesimi a partita). c) Con costo c: $\frac{3}{10} \cdot 3 - c = 0$, $c = 0{,}90$ €.

12. In un lancio $p(\text{nessun doppio 6}) = \frac{35}{36}$; i lanci sono indipendenti, quindi in n lanci $p(\text{almeno un doppio 6}) = 1 - (\frac{35}{36})^n$. Serve $(\frac{35}{36})^n < \frac{1}{2}$. Con la calcolatrice: $(\frac{35}{36})^{24} \approx 0{,}509$, $(\frac{35}{36})^{25} \approx 0{,}494$. Il minimo è 25 lanci (con 24 la probabilità è circa 0,491).