Matematica 2 · Parte I · I numeri reali · versione 1.0
Verifica: Verifica di fine parte I · pagine 63–64 del volume completo · estratto per lo studio

Verifica di fine parte I · I numeri reali

Tempo: 60 minuti. Punteggio totale: 10 punti (punteggio indicato per ogni esercizio). Non è ammessa la calcolatrice. Scrivi tutti i passaggi: un risultato senza procedimento vale metà punteggio.

Test (0,5 punti ciascuno)

1. ● *(0,5 punti · cap. 1)* Quale dei seguenti numeri è irrazionale?
   A. $\sqrt{49}$
   B. $\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{8}}$
   C. $0{,}\overline{12}$
   D. $\sqrt{3}+1$

2. ● *(0,5 punti · cap. 1)* Sulla retta reale, la distanza tra i punti di ascissa -6 e 3 è:
   A. 3
   B. 9
   C. -9
   D. 18

3. ● *(0,5 punti · cap. 2)* Il prodotto $(\sqrt{5}-2)(\sqrt{5}+2)$ vale:
   A. 1
   B. 3
   C. 21
   D. $\sqrt{5}-4$

4. ●● *(0,5 punti · cap. 2)* Il numero $\sqrt{(1-\sqrt{2})^2}$ è uguale a:
   A. $1-\sqrt{2}$
   B. $1+\sqrt{2}$
   C. $\sqrt{2}-1$
   D. $\pm(1-\sqrt{2})$

Calcolare

5. ● *(1 punto · cap. 1)* Senza calcolatrice, trova le approssimazioni per difetto e per eccesso di $\sqrt{5}$ a meno di 1, di 0,1 e di 0,01, giustificando ciascuna con i quadrati dei due estremi.

6. ●● *(1 punto · cap. 2)* Calcola e semplifica: a) $3\sqrt{12}-\sqrt{75}+\dfrac{\sqrt{48}}{2}$; b) $\sqrt[3]{16}\cdot\sqrt[3]{4}$.

7. ●● *(1 punto · cap. 2)* Razionalizza: a) $\dfrac{10}{\sqrt{5}}$; b) $\dfrac{3}{\sqrt{7}-2}$.

8. ●● *(1 punto · cap. 2)* Calcola $32^{3/5} \cdot 4^{-1/2}$.

9. ●● *(1 punto · cap. 2)* Risolvi la disequazione $(\sqrt{3}-1)x < 2$ e scrivi le soluzioni con un radicale, senza denominatori irrazionali.

Problemi

10. ●● *(1 punto · cap. 1–2)* Un rettangolo ha i lati di $2\sqrt{3}$ cm e $\sqrt{6}$ cm. a) Calcola in forma esatta l'area e la diagonale. b) Usando $\sqrt{3} \approx 1{,}73$ e $\sqrt{6} \approx 2{,}45$, calcola il perimetro approssimato.

11. ● *(1 punto · cap. 1)* Una lunghezza è misurata come 12,5 cm ± 0,1 cm. Calcola l'errore relativo, anche in percentuale, e scrivi l'intervallo in cui è compreso il valore vero.

Sfida

12. ●●● *(1 punto · cap. 2)* Verifica che $(2+\sqrt{3})^2 = 7 + 4\sqrt{3}$ e usa il risultato per calcolare $\dfrac{1}{2+\sqrt{3}} + \sqrt{7+4\sqrt{3}}$. Il risultato è razionale o irrazionale?

Soluzioni

1. D. $\sqrt{49} = 7$; $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{8}} = \sqrt{\frac{2}{8}} = \frac{1}{2}$; un decimale periodico è razionale. $\sqrt{3} + 1$ è la somma di un irrazionale e di un razionale, quindi è irrazionale.

2. B. $|3 - (-6)| = |9| = 9$: una distanza non è mai negativa.

3. A. Somma per differenza: $(\sqrt{5})^2 - 2^2 = 5 - 4 = 1$.

4. C. $\sqrt{a^2} = |a|$ e $1 - \sqrt{2} < 0$, quindi il risultato è $|1 - \sqrt{2}| = \sqrt{2} - 1$.

5. $2^2 = 4 < 5 < 9 = 3^2$, quindi $2 < \sqrt{5} < 3$.
$2{,}2^2 = 4{,}84 < 5 < 5{,}29 = 2{,}3^2$, quindi $2{,}2 < \sqrt{5} < 2{,}3$.
$2{,}23^2 = 4{,}9729 < 5 < 5{,}0176 = 2{,}24^2$, quindi $2{,}23 < \sqrt{5} < 2{,}24$.

6. a) $3 \cdot 2\sqrt{3} - 5\sqrt{3} + \frac{4\sqrt{3}}{2} = 6\sqrt{3} - 5\sqrt{3} + 2\sqrt{3} = 3\sqrt{3}$. b) $\sqrt[3]{64} = 4$.

7. a) $\frac{10\sqrt{5}}{5} = 2\sqrt{5}$. b) $\frac{3(\sqrt{7} + 2)}{7 - 4} = \sqrt{7} + 2$.

8. $32^{3/5} = (2^5)^{3/5} = 2^3 = 8$; $4^{-1/2} = \frac{1}{\sqrt{4}} = \frac{1}{2}$; prodotto 4.

9. $\sqrt{3} > 1$, quindi $\sqrt{3} - 1 > 0$ e il verso non cambia: $x < \frac{2}{\sqrt{3} - 1} = \frac{2(\sqrt{3} + 1)}{3 - 1} = \sqrt{3} + 1$. Soluzioni: $x < \sqrt{3} + 1$.

10. a) Area $2\sqrt{3} \cdot \sqrt{6} = 2\sqrt{18} = 6\sqrt{2}$ cm^2; diagonale $\sqrt{(2\sqrt{3})^2 + (\sqrt{6})^2} = \sqrt{12 + 6} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$ cm. b) Perimetro $2(2\sqrt{3} + \sqrt{6}) = 4\sqrt{3} + 2\sqrt{6} \approx 4 \cdot 1{,}73 + 2 \cdot 2{,}45 = 11{,}82$ cm, cioè circa 11,8 cm.

11. Errore relativo $\frac{0{,}1}{12{,}5} = 0{,}008 = 0{,}8\%$. Il valore vero è compreso tra 12,4 cm e 12,6 cm.

12. $(2 + \sqrt{3})^2 = 4 + 4\sqrt{3} + 3 = 7 + 4\sqrt{3}$; poiché $2 + \sqrt{3} > 0$, $\sqrt{7 + 4\sqrt{3}} = 2 + \sqrt{3}$. Inoltre $\frac{1}{2 + \sqrt{3}} = \frac{2 - \sqrt{3}}{4 - 3} = 2 - \sqrt{3}$. Somma: $2 - \sqrt{3} + 2 + \sqrt{3} = 4$: il risultato è razionale, anche se i due addendi sono irrazionali.