VERIFICA

Verifica di fine parte · Il nucleo, le particelle e l'universo

Tempo indicativo: 3 ore · Punteggio in ventesimi

Fisica 5 · Parte V · Il nucleo, le particelle e l'universo · versione 1.0
Verifica: Verifica di fine parte · Il nucleo, le particelle e l'universo · pagine 555–564 del volume completo · estratto per lo studio

La verifica riguarda i capitoli 14–16 ed è costruita come la seconda prova dell'esame di Stato; alcune domande, segnalate, riprendono la dinamica relativistica e l'equivalenza fra massa ed energia del capitolo 9, da cui parte l'energetica nucleare. **Risolvi uno dei due problemi e rispondi a quattro quesiti a scelta fra gli otto proposti.** Il problema vale 40 punti e ogni quesito 10 punti: il punteggio grezzo massimo è 80, e si converte in ventesimi (e in decimi) con la tabella alla fine della verifica. Accanto a ogni domanda trovi i punti che vale.

È ammessa la calcolatrice scientifica e puoi consultare le tabelle dell'appendice. Scrivi le formule che usi e i passaggi, e dai ogni risultato con la sua unità di misura e con un numero di cifre significative coerente con i dati: un risultato senza unità è incompleto. Quando ti si chiede di argomentare, rispondi con frasi complete. In ogni equazione nucleare controlla la conservazione della carica e del numero di nucleoni. Come nei capitoli, A è il numero di massa, λ la costante di decadimento e R l'attività, e le masse atomiche sono quelle degli atomi neutri, elettroni compresi. Dove non è indicato diversamente usa $c = 3{,}00 \times 10^{8}$ m/s, $e = 1{,}60 \times 10^{-19}$ C, 1 u = $1{,}66 \times 10^{-27}$ kg, 1 u · c^2 = 931,5 MeV, m_e = 0,000 549 u ($m_e c^2$ = 0,511 MeV), $k_0 = 8{,}99 \times 10^{9}$ N·m^2/C^2, hc = 1240 eV·nm e 1 anno = $3{,}16 \times 10^{7}$ s.

Problemi · Risolvi uno dei due (40 punti)

1. ●●● **Un tracciante per la PET.** In un ospedale un piccolo ciclotrone accelera protoni fino all'energia cinetica di 11,0 MeV, in un campo magnetico uniforme di 1,20 T, e li invia su un bersaglio di acqua arricchita in ossigeno-18. La reazione $^{18}\mathrm{O}(\mathrm{p},\mathrm{n})^{18}\mathrm{F}$ produce fluoro-18, che decade β^+ con un tempo di dimezzamento di 110 min; il fluoro viene legato a una molecola simile al glucosio, che si inietta al paziente. Masse atomiche: $m(^{18}\mathrm{O}) = 17{,}999\,160$ u e $m(^{18}\mathrm{F}) = 18{,}000\,937$ u; le altre sono nella Tabella A.3. Alle 07:30 il flacone con il tracciante lascia il laboratorio, e da quel momento un calibratore ne misura l'attività (Tabella V5.1).
   a) Scrivi la reazione con la notazione completa dei nuclidi e verifica la conservazione della carica e del numero di nucleoni. Calcola il valore Q e spiega che cosa indica il suo segno. Perché il protone deve avere un'energia cinetica un po' maggiore di $|Q|$? Stima infine l'altezza della barriera coulombiana fra il protone e il nucleo di ossigeno, con raggi $r_0 A^{1/3}$ e $r_0 = 1{,}2$ fm, e verifica che 11,0 MeV bastano (10 punti).
   b) (Con il capitolo 9.) Calcola il fattore γ e la velocità dei protoni da 11,0 MeV, la loro quantità di moto e il raggio dell'ultima orbita nel ciclotrone. Di quanto, in percentuale, sbaglierebbe la formula classica della quantità di moto? Argomenta perché lo stesso ciclotrone non potrebbe portare elettroni a 11,0 MeV (10 punti).
   c) Mostra con un grafico opportuno che i dati della Tabella V5.1 seguono la legge del decadimento, ricava il tempo di dimezzamento e confrontalo con quello del fluoro-18. Calcola quanti nuclei di fluoro-18 contiene una dose di 300 MBq e quale massa hanno; stabilisci fino a che ora si può ancora prelevare dal flacone una dose di 300 MBq (10 punti).
   d) Scrivi l'equazione del decadimento β^+ del fluoro-18 e calcolane il valore Q, spiegando il termine che vi compare per le masse degli elettroni. Il positrone, ormai quasi fermo, si annichila con un elettrone: calcola l'energia e la lunghezza d'onda dei fotoni prodotti e spiega perché sono due e partono in versi opposti. Due rivelatori opposti dell'anello che circonda il paziente registrano i due fotoni con una differenza di tempo di 0,40 ns: dove è avvenuta l'annichilazione? Argomenta perché la PET non può localizzare il tracciante con una precisione molto migliore di un millimetro (10 punti).

Tabella V5.1 Problema 1: attività del flacone di tracciante misurata dal calibratore; t è il tempo trascorso dalle 07:30 (dati tipici).

t (min)	0	30	60	90	120	150	180	240
R (MBq)	2400	1990	1635	1368	1120	935	765	530

2. ●●● **Il calore che resta.** Il reattore ad acqua in pressione di una centrale nucleare produce la potenza termica $P_0 = 2{,}40$ GW, e la centrale ha un rendimento del 35%. Ogni fissione di ^{235}U libera in media 200 MeV. Dopo più di un anno di funzionamento a potenza costante il reattore viene spento inserendo le barre di controllo. La reazione a catena si arresta, ma il nocciolo continua a produrre calore: la Tabella V5.2 riporta la potenza residua P, in percentuale di P_0, a diversi istanti dopo lo spegnimento.
   a) Calcola la potenza elettrica della centrale e la potenza termica ceduta all'ambiente. Calcola quante fissioni avvengono ogni secondo durante il funzionamento, quale massa di ^{235}U fissiona in un giorno e di quanto diminuisce in un giorno la massa del combustibile per effetto delle reazioni. Commenta il rapporto fra le due masse (10 punti).
   b) Spiega perché dopo lo spegnimento la potenza non si annulla, e calcola la potenza residua un'ora e un giorno dopo. Mostra con i dati che la potenza residua non diminuisce secondo un'unica legge esponenziale, e spiegane il motivo (10 punti).
   c) (Con Fisica 2.) Un giorno dopo lo spegnimento le pompe del raffreddamento si fermano, come accadde a Fukushima nel 2011 dopo lo tsunami (lì meno di un'ora dopo lo spegnimento), e il calore residuo fa evaporare l'acqua che circonda il nocciolo, già a 100 °C (calore latente di vaporizzazione $2{,}26 \times 10^6$ J/kg). Quanta acqua evapora ogni secondo e ogni ora? Se sopra il nocciolo ci sono 200 t di acqua, dopo quanto tempo, all'incirca, il nocciolo resta scoperto? Argomenta perché un reattore spento va raffreddato ancora per mesi, e perché la perdita del raffreddamento non può provocare un'esplosione nucleare (10 punti).
   d) In circa il 6,2% delle fissioni, alla fine dei decadimenti dei frammenti, si forma cesio-137, che decade β^- con $T_{1/2} = 30{,}1$ anni. Calcola il numero di nuclei e la massa del cesio-137 prodotto in un anno di funzionamento e la sua attività alla fine dell'anno, trascurando i decadimenti avvenuti durante l'anno (giustifica questa scelta). Dopo quanto tempo l'attività del cesio si riduce a un millesimo? Quali nuclidi determinano la potenza residua nei primi minuti dopo lo spegnimento, e quali dopo molti anni? (10 punti)

Tabella V5.2 Problema 2: potenza residua del nocciolo dopo lo spegnimento, in percentuale della potenza di funzionamento, per un reattore rimasto in funzione per un anno (valori tipici, stimati con una formula empirica).

tempo dopo lo spegnimento	10 s	1 min	10 min	1 h	10 h	1 giorno	10 giorni	100 giorni
P/P_0 (%)	3,7	2,5	1,5	1,0	0,57	0,44	0,21	0,068

Quesiti · Rispondi a quattro degli otto (10 punti ciascuno)

1. ●● **La scoperta del neutrone.** Nel 1932 James Chadwick studiò la radiazione neutra emessa dal berillio colpito da particelle α, osservando i nuclei di idrogeno e di azoto che essa metteva in moto. Le velocità massime dei nuclei di rinculo erano circa $3{,}3 \times 10^7$ m/s per l'idrogeno e $4{,}7 \times 10^6$ m/s per l'azoto. Chadwick interpretò la radiazione come un fascio di particelle neutre di massa m e velocità v, che negli urti più favorevoli colpiscono frontalmente, in modo elastico, nuclei fermi. a) Mostra che in un urto elastico frontale un nucleo fermo di massa M acquista la velocità $u = 2mv/(m + M)$ (3 punti). b) Prendendo uguali a 1 u e a 14 u le masse dei nuclei di idrogeno e di azoto, ricava dai dati la massa m della particella in unità di massa atomica, poi la sua velocità e la sua energia cinetica in MeV (4 punti). c) Perché la nuova particella, pur avendo energie di qualche MeV, attraversa spessori di piombo che fermano le particelle α e β? Perché i materiali più efficaci per rallentarla sono quelli ricchi di idrogeno? (3 punti)

2. ●● **Il radon in cantina.** In una cantina poco ventilata un rivelatore misura una concentrazione di radon-222 di 500 Bq/m^3. Il radon-222 decade α in polonio-218 con $T_{1/2} = 3{,}82$ giorni; le masse atomiche sono $m(^{222}\text{Rn}) = 222{,}017\,578$ u e $m(^{218}\text{Po}) = 218{,}008\,973$ u. a) Scrivi l'equazione del decadimento, verifica le conservazioni e calcola il valore Q e l'energia cinetica della particella α emessa da un nucleo di radon fermo (4 punti). b) Calcola la costante di decadimento in s^{-1}, il numero di atomi di radon contenuti in 1 m^3 d'aria della cantina e la loro massa (3 punti). c) Un campione d'aria della cantina viene chiuso in un contenitore sigillato: dopo quanti giorni l'attività del radon si è ridotta al 10%? Le particelle α sono fermate da un foglio di carta: argomenta perché il radon è comunque la principale fonte di esposizione alle radiazioni nelle abitazioni, e perché arieggiare i locali è un rimedio efficace (3 punti).

3. ●● **Quanto piombo serve?** Per progettare il contenitore di una sorgente di cobalto-60, che emette fotoni γ di 1,17 MeV e 1,33 MeV, si contano con un contatore Geiger i fotoni che attraversano lastre di piombo di spessore x crescente, interposte fra la sorgente e il rivelatore (Tabella V5.3). Senza sorgente il contatore registra 40 conteggi in 100 s. a) Sottrai il fondo e mostra con un grafico semilogaritmico che i conteggi netti diminuiscono in modo esponenziale con lo spessore, $N = N_0 e^{-\mu x}$; ricava il coefficiente μ e lo spessore che dimezza i conteggi (4 punti). b) Calcola l'incertezza statistica dei conteggi netti per $x = 0$ e per $x = 5{,}0$ cm, e spiega quali punti pesano di più nella scelta della retta (3 punti). c) Quale spessore di piombo riduce i conteggi all'1%, e quale allo 0,1%? Argomenta perché per la radiazione γ, a differenza delle radiazioni α e β, non esiste uno spessore che la fermi del tutto (3 punti).

Tabella V5.3 Quesito 3: conteggi in 100 s attraverso lastre di piombo di spessore x, fondo compreso (dati tipici).

x (cm)	0	0,5	1,0	1,5	2,0	3,0	4,0	5,0
conteggi	12 105	8710	6480	4651	3470	1822	1031	548

4. ●● **Il combustibile di ITER.** Il tokamak ITER è progettato per produrre 500 MW di potenza di fusione con la reazione $^{2}_{1}\mathrm{H} + {}^{3}_{1}\mathrm{H} \to {}^{4}_{2}\mathrm{He} + \mathrm{n}$, che libera 17,6 MeV, a partire da 50 MW di riscaldamento esterno del plasma. a) Calcola il numero di reazioni al secondo e le masse di deuterio e di trizio che si consumerebbero in un giorno di funzionamento continuo (masse nella Tabella A.3) (4 punti). b) Il neutrone porta via 14,1 MeV e la particella α 3,5 MeV. Calcola la potenza trasportata dai neutroni e quella trasportata dalle particelle α; spiega perché solo la seconda può mantenere caldo il plasma e confrontala con la potenza del riscaldamento esterno (3 punti). c) Il trizio non esiste in natura in quantità utili: in una centrale a fusione andrebbe prodotto dai neutroni stessi, con la reazione $^{6}_{3}\mathrm{Li} + \mathrm{n} \to {}^{4}_{2}\mathrm{He} + {}^{3}_{1}\mathrm{H}$. Verifica le conservazioni, calcola la massa di litio-6 (6,015 123 u) consumata in un giorno e argomenta perché ogni neutrone di fusione dovrebbe produrre, in media, almeno un nucleo di trizio (3 punti).

5. ●●● **Due frammenti che si respingono.** Una delle fissioni possibili dell'uranio-235 colpito da un neutrone lento produce bario-144 e kripton-89: $\mathrm{n} + {}^{235}_{92}\mathrm{U} \to {}^{144}_{56}\mathrm{Ba} + {}^{89}_{36}\mathrm{Kr} + x\,\mathrm{n}$. Masse atomiche: $m(^{144}\mathrm{Ba}) = 143{,}922\,955$ u e $m(^{89}\mathrm{Kr}) = 88{,}917\,835$ u; le altre sono nella Tabella A.3. a) Trova x, verifica la conservazione della carica e calcola il valore Q della reazione (4 punti). b) Nell'interpretazione che Lise Meitner e Otto Frisch diedero della fissione, nel 1939, i due frammenti appena formati sono spinti lontano l'uno dall'altro dalla repulsione elettrica. Calcola l'energia potenziale elettrica dei due nuclei, considerati sferici e a contatto (raggi $r_0 A^{1/3}$, $r_0 = 1{,}2$ fm), confrontala con Q e di' in quale forma di energia si trasforma (3 punti). c) Trascurando la quantità di moto del neutrone incidente e l'energia dei neutroni emessi, calcola l'energia cinetica di ciascun frammento e la velocità del frammento più leggero. È giustificato usare le formule classiche? (3 punti)

6. ●●● **Una V nel rivelatore.** (Con il capitolo 9.) In un rivelatore immerso in un campo magnetico uniforme di 1,50 T, entrante nel foglio, due tracce di particelle cariche partono dallo stesso punto, al quale non arriva alcuna traccia (Figura V5.1). Altri strumenti identificano le due particelle come pioni, π^+ e π^- (139,6 MeV/c^2). Le due traiettorie, nel piano del foglio, perpendicolare al campo, hanno lo stesso raggio di curvatura, 0,889 m, e nel punto di partenza le loro direzioni formano un angolo di 62,0°, diviso a metà dal prolungamento della linea tratteggiata. a) Quale traccia è del π^+? Calcola la quantità di moto dei due pioni in MeV/c (3 punti). b) Le tracce sono prodotte dal decadimento di una particella neutra che si muoveva lungo la linea tratteggiata. Calcola l'energia di ciascun pione, la quantità di moto totale e la massa della particella che è decaduta, e riconoscila fra π^0 (135,0 MeV/c^2), K^0 (497,6 MeV/c^2) e Λ^0 (1115,7 MeV/c^2) (5 punti). c) Perché la particella neutra non lascia traccia? Mostra che le due tracce non possono essere una coppia elettrone–positrone prodotta da un fotone (2 punti).

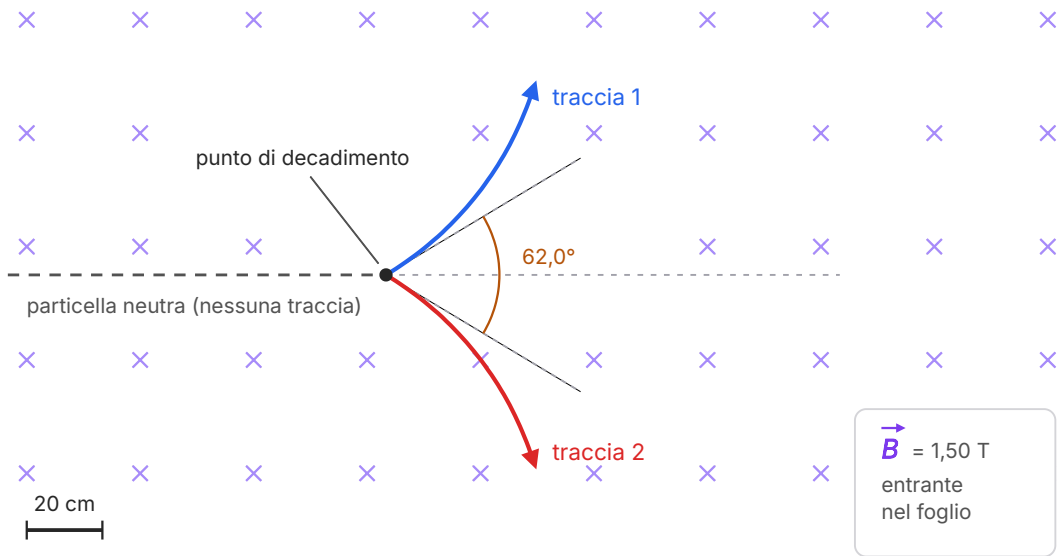

Figura V5.1 Quesito 6: due tracce di particelle cariche partono dal punto di decadimento di una particella neutra, giunta lungo la linea tratteggiata senza lasciare traccia. Il campo magnetico è uniforme ed entrante nel foglio; le due traiettorie hanno raggio 0,889 m e all'origine formano un angolo di 62,0° (le curve sono calcolate, in scala).

7. ●● **Una galassia che ruota troppo in fretta.** Con l'effetto Doppler si misura la velocità delle nubi di gas che ruotano intorno al centro di una galassia a spirale, a diverse distanze r dal centro (Tabella V5.4). Quasi tutta la luce della galassia viene da una regione di raggio 8 kpc, e dalla luminosità si stima che la massa delle stelle e del gas visibili sia circa 8×10^{10} masse solari. Usa 1 kpc = $3{,}086 \times 10^{19}$ m, $G = 6{,}67 \times 10^{-11}$ N·m^2/kg^2 e, per la massa del Sole, $1{,}99 \times 10^{30}$ kg. a) Per un'orbita circolare ricava la massa $M(r)$ contenuta entro il raggio r in funzione della velocità, e calcolala, in masse solari, per $r = 8$ kpc e per $r = 28$ kpc (4 punti). b) Se la massa della galassia fosse solo quella visibile, quale velocità avrebbero le nubi a 28 kpc dal centro? Confrontala con la misura (3 punti). c) Che cosa si conclude? Argomenta, distinguendo ciò che è misurato da ciò che è ipotizzato, e spiega perché la massa mancante non può essere fatta di protoni e neutroni (3 punti).

Tabella V5.4 Quesito 7: velocità di rotazione delle nubi di gas di una galassia a spirale in funzione della distanza dal centro (dati tipici).

r (kpc)	4	8	12	16	20	24	28
v (km/s)	180	205	212	210	214	209	211

8. ●● **Un neutrone catturato.** (Con il capitolo 9.) Nell'acqua di un reattore un neutrone lento può essere catturato da un nucleo di idrogeno: $n + {}^{1}_{1}H \rightarrow {}^{2}_{1}H + \gamma$. a) Verifica le conservazioni e calcola, con le masse della Tabella A.3, il valore Q della reazione; spiega perché con le masse atomiche le masse degli elettroni non contano (3 punti). b) Il neutrone e il protone sono praticamente fermi. Con la conservazione della quantità di moto calcola l'energia cinetica di rinculo del deutone ($mc^2 \approx 1876$ MeV), mostra che il fotone porta via quasi tutta l'energia Q e calcolane la lunghezza d'onda (4 punti). c) Uno studente scrive: «Nella cattura una parte della massa dei nucleoni si trasforma in energia». Correggi l'affermazione. Quale energia minima deve avere un fotone γ per spezzare un deutone fermo in un protone e un neutrone? (3 punti)

Griglia di valutazione Gli indicatori della seconda prova di fisica e i loro punteggi massimi, in ventesimi.

Indicatore	Che cosa si valuta	Punti
Analizzare	Esaminare la situazione proposta, riconoscere i fenomeni e le leggi in gioco, formulare le ipotesi e scegliere un modello adatto.	5
Sviluppare il processo risolutivo	Impostare e svolgere i calcoli con le leggi pertinenti, in modo corretto e completo, con unità di misura e cifre significative.	6
Interpretare, rappresentare, elaborare i dati	Leggere ed elaborare dati, tabelle e grafici, rappresentarli, valutare la coerenza dei risultati e il loro accordo con le misure.	5
Argomentare	Spiegare le scelte e il procedimento, motivare le risposte qualitative con il linguaggio specifico, discutere i limiti del modello.	4
Totale		**20**

Gli indicatori e i punteggi massimi della griglia sono quelli dei quadri di riferimento ministeriali per la seconda prova (D.M. 769/2018), mentre le descrizioni della seconda colonna ne sono una sintesi: all'esame la commissione assegna a ogni indicatore un punteggio, fino al massimo, guardando la prova nel suo insieme. Nelle soluzioni, alla fine di ogni problema e di ogni quesito, trovi l'indicatore che ciascuna domanda verifica di più. Per correggere da solo il tuo lavoro somma i punti grezzi delle domande, al massimo 40 per il problema e 40 per i quattro quesiti, e convertili con la tabella.

Dal punteggio al voto Corrispondenza fra punteggio grezzo (0–80), voto in ventesimi e voto in decimi: ogni ventesimo vale 4 punti grezzi.

Punti grezzi	Ventesimi	Decimi	Punti grezzi	Ventesimi	Decimi
0–5	1	0,5	42–45	11	5,5
6–9	2	1	46–49	12	6
10–13	3	1,5	50–53	13	6,5
14–17	4	2	54–57	14	7
18–21	5	2,5	58–61	15	7,5
22–25	6	3	62–65	16	8
26–29	7	3,5	66–69	17	8,5
30–33	8	4	70–73	18	9
34–37	9	4,5	74–77	19	9,5
38–41	10	5	78–80	20	10

Soluzioni

Problema 1. a) ${}^{18}_{8}\mathrm{O} + {}^{1}_{1}\mathrm{H} \to {}^{18}_{9}\mathrm{F} + {}^{1}_{0}\mathrm{n}$. Carica: 8 + 1 = 9 + 0; nucleoni: 18 + 1 = 18 + 1 (2 punti). Con le masse atomiche gli elettroni si compensano (9 a sinistra, 9 a destra): $Q = [m({}^{18}\mathrm{O}) + m({}^{1}\mathrm{H}) - m({}^{18}\mathrm{F}) - m_\mathrm{n}]c^2$ = (17,999 160 + 1,007 825 − 18,000 937 − 1,008 665) u · c^2 = −0,002 617 u · c^2 = −0,002 617 × 931,5 MeV = −2,44 MeV (3 punti). Il segno negativo indica una reazione endoenergetica: i prodotti hanno più energia a riposo dei reagenti, e la differenza deve venire dall'energia cinetica del protone (1 punto). Il protone porta con sé una quantità di moto, che si conserva: i prodotti non possono restare fermi e conservano una parte dell'energia cinetica, quindi non basta fornire esattamente $|Q|$ (2 punti). La distanza di contatto è R = 1,2 fm × (1 + $18^{1/3}$) = 1,2 fm × 3,62 = 4,34 fm; con k_0e^2 = 8,99 × 10^9 N·$\mathrm{m}^2/\mathrm{C}^2$ × (1,60 × 10^{-19} C)^2 = 2,30 × 10^{-28} J·m = 1,44 MeV·fm, la barriera è $U = k_0 \cdot 1 \cdot 8 \cdot e^2/R$ = 8 × 1,44 MeV·fm/4,34 fm = 2,65 MeV (1 punto). I protoni da 11,0 MeV superano largamente sia la barriera sia la soglia della reazione, di poco superiore a 2,44 MeV (1 punto). **b)** $\gamma = 1 + K/(mc^2)$ = 1 + 11,0 MeV/938,3 MeV = 1,0117; $\beta = \sqrt{(1 - 1/\gamma^2)}$ = 0,152, quindi v = 0,152 × 3,00 × 10^8 m/s = 4,55 × 10^7 m/s (3 punti). Dalla relazione $(pc)^2 = K^2 + 2Kmc^2$: $pc = \sqrt{(11{,}0^2}$ + 2 × 11,0 × 938,3) MeV = 144,1 MeV, cioè p = 144,1 × 10^6 × 1,60 × 10^{-19} J/(3,00 × 10^8 m/s) = 7,69 × 10^{-20} kg·m/s. La formula classica $p = \sqrt{(2mK)}$ dà $pc = \sqrt{(2}$ × 938,3 × 11,0) MeV = 143,7 MeV, lo 0,3% in meno (3 punti). Il raggio dell'ultima orbita è $r = p/(eB)$ = 7,69 × 10^{-20} kg·m/s/(1,60 × 10^{-19} C × 1,20 T) = 0,400 m (2 punti). Il ciclotrone funziona perché la tensione acceleratrice ha una frequenza fissa, sincronizzata con il periodo di rivoluzione, che classicamente non dipende dalla velocità; in relatività il periodo $T = 2\pi\gamma m/(eB)$ cresce con γ. Per i protoni da 11,0 MeV cresce solo dell'1,2%, mentre un elettrone da 11,0 MeV ha γ = 1 + 11,0/0,511 = 22,5: il suo periodo diventerebbe più di venti volte più lungo, e già dopo pochi giri l'elettrone arriverebbe fra le cavità quando il campo lo frena (2 punti).

c) Se il decadimento è esponenziale, ln R è una funzione lineare di t. I valori di ln(R/MBq) sono 7,78; 7,60; 7,40; 7,22; 7,02; 6,84; 6,64; 6,27: nel grafico in funzione di t stanno su una retta (2 punti). La pendenza, con il primo e l'ultimo punto, è (6,27 − 7,78)/240 min = −6,29 × 10^{-3} min^{-1} (la retta dei minimi quadrati dà −6,31 × 10^{-3} min^{-1}): λ = 6,3 × 10^{-3} min^{-1} e $T_{1/2} = \ln 2/\lambda$ = 110 min, il valore del fluoro-18. Controllo sui dati grezzi: in 120 min l'attività passa da 2400 a 1120 MBq, poco meno della metà (3 punti). In unità SI λ = 0,693/(110 × 60 s) = 1,05 × 10^{-4} s^{-1}; da $R = \lambda N$: N = 3,00 × 10^8 Bq/(1,05 × 10^{-4} s^{-1}) = 2,86 × 10^{12} nuclei, con massa 2,86 × 10^{12} × 18 × 1,66 × 10^{-27} kg = 8,5 × 10^{-14} kg, meno di un decimo di miliardesimo di grammo (3 punti). L'attività del flacone scende a 300 MBq quando $(\frac{1}{2})^{t/T_{1/2}}$ = 300/2400 = 1/8, cioè dopo tre tempi di dimezzamento, 330 min = 5 h 30 min: fino alle 13:00, quando tutto il flacone basta appena per una dose (2 punti). **d)** ${}^{18}_{9}\mathrm{F} \to {}^{18}_{8}\mathrm{O} + {}^{0}_{+1}\mathrm{e} + \nu$ (1 punto). L'atomo figlio ha 8 elettroni, uno in meno dell'atomo genitore, e in più viene emesso un positrone: con le masse atomiche bisogna sottrarre due masse elettroniche. $Q = [m({}^{18}\mathrm{F}) - m({}^{18}\mathrm{O}) - 2m_\mathrm{e}]c^2$ = (18,000 937 − 17,999 160 − 2 × 0,000 549) u · c^2 = 0,000 679 u · c^2 = 0,632 MeV (2 punti). Trascurando il rinculo del nucleo, il positrone ha energia cinetica massima circa 0,63 MeV, quando il neutrino ne porta via pochissima; di solito ne ha meno, perché l'energia si divide fra i due (1 punto). La coppia elettrone–positrone ferma ha quantità di moto nulla ed energia 2 × 0,511 MeV. Un solo fotone avrebbe quantità di moto E/c diversa da zero, quindi non può conservare la quantità di moto; due fotoni con quantità di moto uguali e opposte sì, e per la conservazione dell'energia hanno 0,511 MeV ciascuno e partono in versi opposti (2 punti). $\lambda = hc/E$ = 1240 eV·nm/(5,11 × 10^5 eV) = 2,43 × 10^{-3} nm = 2,43 pm (1 punto). Se l'annichilazione avviene a distanza x dal punto medio fra i rivelatori, verso il rivelatore A, i due fotoni percorrono $L/2 - x$ e $L/2 + x$, e arrivano a una differenza

di tempo $\Delta t = 2x/c$: $x = c\Delta t/2 = 3{,}00 \times 10^8$ m/s × 0,40 × 10^{-9} s/2 = 0,060 m = 6,0 cm dal punto medio, dalla parte del rivelatore che ha registrato il fotone per primo (2 punti). L'apparecchio localizza il punto in cui il positrone si annichila, non il nucleo da cui è partito: prima di annichilarsi il positrone percorre nei tessuti circa un millimetro, e questo limite resta qualunque sia la precisione dei rivelatori (1 punto). *Indicatori:* a) Analizzare e Sviluppare il processo risolutivo; b) Sviluppare il processo risolutivo e Argomentare; c) Interpretare/elaborare i dati; d) Analizzare e Argomentare.

Problema 2. a) P_{el} = 0,35 × 2,40 GW = 0,840 GW = 840 MW; all'ambiente si cedono 2,40 GW − 0,84 GW = 1,56 GW (2 punti). Una fissione libera $200 \times 10^6 \times 1{,}60 \times 10^{-19}$ J = $3{,}20 \times 10^{-11}$ J, quindi le fissioni al secondo sono $2{,}40 \times 10^9$ W/($3{,}20 \times 10^{-11}$ J) = $7{,}50 \times 10^{19}$ s^{-1} (2 punti). In un giorno: $7{,}50 \times 10^{19}$ s^{-1} × 86 400 s = $6{,}48 \times 10^{24}$ fissioni, cioè una massa di ^{235}U di $6{,}48 \times 10^{24} \times 235 \times 1{,}66 \times 10^{-27}$ kg = 2,53 kg (2 punti). Per l'equivalenza fra massa ed energia, la massa diminuisce di $\Delta m = P_0 t/c^2 = 2{,}40 \times 10^9$ W × 86 400 s/(3,00 × 10^8 m/s)^2 = $2{,}30 \times 10^{-3}$ kg = 2,3 g (2 punti). Il rapporto 2,3 g/2,53 kg = $9{,}1 \times 10^{-4}$: meno di un millesimo della massa dei nuclei che fissionano diventa energia. Nessun nucleone scompare: i frammenti contengono gli stessi protoni e neutroni, ma più legati, e il sistema ha una massa leggermente minore (2 punti). **b)** Le barre di controllo assorbono neutroni: il fattore di moltiplicazione scende sotto 1 e le fissioni si spengono. I frammenti di fissione già prodotti, però, sono nuclei con troppi neutroni e continuano a decadere β^-, spesso con emissione di fotoni γ; l'energia di questi decadimenti si deposita nel combustibile e diventa calore (3 punti). Dopo un'ora P = 1,0% × 2400 MW = 24 MW; dopo un giorno P = 0,44% × 2400 MW = 11 MW (10,6 MW) (2 punti). In una legge esponenziale, in intervalli di tempo uguali la grandezza si riduce sempre dello stesso fattore. Da 1 a 10 giorni la potenza si riduce di 0,44/0,21 = 2,1 volte, come se avesse un tempo di dimezzamento di circa 8 giorni; con quella legge, nei 90 giorni successivi (circa 11 tempi di dimezzamento) dovrebbe ridursi di circa $2^{11} \approx 2000$ volte, mentre i dati mostrano una riduzione di sole 3 volte (da 0,21% a 0,068%). Allo stesso modo, fra 10 s e 10 min la potenza cala di 2,5 volte, mentre nelle 14 ore fra 10 h e 1 giorno scende solo di un quarto, da 0,57% a 0,44% (3 punti). La potenza residua è la somma dei decadimenti di centinaia di nuclidi diversi, ciascuno con la propria legge esponenziale e un tempo di dimezzamento che va da frazioni di secondo a molti anni: quelli a vita breve si esauriscono per primi, e con il passare del tempo restano quelli sempre più longevi, quindi la diminuzione rallenta (2 punti). **c)** Con P = 10,6 MW la massa che evapora al secondo è P/L = $1{,}06 \times 10^7$ W/($2{,}26 \times 10^6$ J/kg) = 4,7 kg/s, cioè 4,7 kg/s × 3600 s = $1{,}7 \times 10^4$ kg ≈ 17 t ogni ora (3 punti). Le 200 t evaporano in circa $2{,}00 \times 10^5$ kg/(4,7 kg/s) = $4{,}3 \times 10^4$ s ≈ 12 h; poiché nel frattempo la potenza residua diminuisce ancora un poco, il tempo vero è un po' più lungo, ma dell'ordine di mezza giornata (2 punti). Anche dopo 100 giorni la potenza residua è lo 0,068% di 2,4 GW, cioè 1,6 MW: senza raffreddamento il combustibile si scalda fino a danneggiarsi e a fondere, e libera i prodotti di fissione radioattivi. Per questo le pompe e i generatori di emergenza servono anche a reattore spento, e il combustibile esaurito resta per anni nelle piscine (3 punti). Un'esplosione nucleare richiede una reazione a catena rapidissima con $k > 1$ in un materiale molto arricchito: nel reattore spento le barre di controllo tengono $k < 1$, e il combustibile, arricchito al 3–5%, non può esplodere come una bomba. Le esplosioni di Fukushima furono di idrogeno, cioè chimiche (2 punti). **d)** In un anno le fissioni sono $7{,}50 \times 10^{19}$ s^{-1} × $3{,}16 \times 10^7$ s = $2{,}37 \times 10^{27}$; i nuclei di cesio-137 sono N = $0{,}062 \times 2{,}37 \times 10^{27} = 1{,}47 \times 10^{26}$, con una massa di $1{,}47 \times 10^{26} \times 137 \times 1{,}66 \times 10^{-27}$ kg = 33 kg (3 punti). λ = ln 2/$T_{1/2}$ = 0,693/(30,1 × 3,16 × 10^7 s) = $7{,}29 \times 10^{-10}$ s^{-1}, e l'attività è $R = \lambda N = 7{,}29 \times 10^{-10}$ s^{-1} × $1{,}47 \times 10^{26}$ = $1{,}07 \times 10^{17}$ Bq (2 punti). Un nucleo formato all'inizio dell'anno ha probabilità $1 - (½)^{1/30,1}$ = 2,3% di decadere entro la fine dell'anno, e quelli formati più tardi ancora meno: si trascura circa l'1% (1 punto). Un millesimo è circa $(½)^{10}$ = 1/1024: servono circa 10 tempi di dimezzamento, 10 × 30,1 anni ≈ 300 anni (2 punti). Nei primi minuti dominano i frammenti a vita breve (tempi di dimezzamento di secondi o minuti), molto attivi ma presto esauriti; dopo molti

anni restano soprattutto prodotti di fissione come il cesio-137 e lo stronzio-90, con tempi di dimezzamento di circa trent'anni, e il plutonio-239 formato per cattura di neutroni. È per questo che le scorie ad alta attività vanno isolate per secoli e oltre (2 punti). *Indicatori:* a) Sviluppare il processo risolutivo; b) Interpretare/elaborare i dati e Argomentare; c) Analizzare e Argomentare; d) Sviluppare il processo risolutivo e Argomentare.

Quesito 1. a) Conservazione della quantità di moto e dell'energia cinetica, con v' velocità finale della particella: $mv = mv' + Mu$ e $\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}mv'^2 + \frac{1}{2}Mu^2$, cioè $m(v - v') = Mu$ e $m(v - v')(v + v') = Mu^2$. Dividendo membro a membro, $v + v' = u$, quindi $v' = u - v$; sostituendo nella prima, $m(2v - u) = Mu$, da cui $u = 2mv/(m + M)$ (3 punti). **b)** Facendo il rapporto, $u_H/u_N = (m + 14\text{ u})/(m + 1\text{ u}) = 3{,}3 \times 10^7/4{,}7 \times 10^6 = 7{,}02$; quindi $m + 14\text{ u} = 7{,}02m + 7{,}02\text{ u}$ e $m = 6{,}98\text{ u}/6{,}02 = 1{,}16\text{ u}$, circa la massa del protone, entro l'incertezza di misure di questo tipo (2 punti). $v = u_H(m + M_H)/(2m) = 3{,}3 \times 10^7\text{ m/s} \times 2{,}16/2{,}32 = 3{,}1 \times 10^7\text{ m/s}$ (1 punto). $K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2} \times 1{,}16 \times 1{,}66 \times 10^{-27}\text{ kg} \times (3{,}07 \times 10^7\text{ m/s})^2 = 9{,}1 \times 10^{-13}\text{ J} = 9{,}1 \times 10^{-13}\text{ J}/(1{,}60 \times 10^{-13}\text{ J/MeV}) = 5{,}7\text{ MeV}$; con $v \approx 0{,}1c$ le formule classiche vanno bene (1 punto). **c)** La particella è neutra: non strappa elettroni agli atomi e non risente della repulsione elettrica dei nuclei. Perde energia solo nei rari urti diretti con un nucleo, come un fotone γ che interagisce in singoli eventi, e i nuclei pesanti del piombo, urtati, ne assorbono pochissima (2 punti). Per la formula di a), la velocità ceduta al bersaglio è massima quando $M = m$: in un urto frontale con un protone il neutrone può cedere tutta la sua energia, con un nucleo pesante quasi nulla. I materiali ricchi di idrogeno, come la paraffina e l'acqua, sono quindi i moderatori più efficaci (1 punto). *Indicatori:* a) Sviluppare il processo risolutivo; b) Interpretare/elaborare i dati; c) Argomentare.

Quesito 2. a) ${}^{222}_{86}\text{Rn} \rightarrow {}^{218}_{84}\text{Po} + {}^{4}_{2}\text{He}$; carica: 86 = 84 + 2; nucleoni: 222 = 218 + 4 (1 punto). $Q = [m(^{222}\text{Rn}) - m(^{218}\text{Po}) - m(^{4}\text{He})]c^2 = (222{,}017\,578 - 218{,}008\,973 - 4{,}002\,603)\text{ u} \cdot c^2 = 0{,}006\,002\text{ u} \cdot c^2 = 5{,}59\text{ MeV}$; gli elettroni si compensano, 86 = 84 + 2 (2 punti). Il radon è fermo: la particella α e il nucleo di polonio partono con quantità di moto opposte e uguali in modulo, e le energie cinetiche, classiche, sono inversamente proporzionali alle masse: $K_\alpha = Q \times 218/222 = 5{,}49$ MeV (1 punto). **b)** $\lambda = \ln 2/T_{1/2} = 0{,}693/(3{,}82 \times 86\,400\text{ s}) = 2{,}10 \times 10^{-6}\text{ s}^{-1}$ (1 punto). In 1 m^3: $N = R/\lambda = 500\text{ Bq}/(2{,}10 \times 10^{-6}\text{ s}^{-1}) = 2{,}38 \times 10^8$ atomi (1 punto), con massa $2{,}38 \times 10^8 \times 222 \times 1{,}66 \times 10^{-27}\text{ kg} = 8{,}8 \times 10^{-17}$ kg: una quantità che nessuna analisi chimica rivelerebbe, ma che il rivelatore misura facilmente attraverso i decadimenti (1 punto). **c)** $(\frac{1}{2})^{t/T_{1/2}} = 0{,}10 \Rightarrow t = T_{1/2} \times \ln 10/\ln 2 = 3{,}82\text{ giorni} \times 3{,}32 = 12{,}7\text{ giorni}$ (1 punto). Il radon è un gas e si respira; i suoi figli a vita breve, come il polonio-218 e il polonio-214, sono solidi, si depositano nei polmoni ed emettono particelle α direttamente sul tessuto vivo, dove depositano tutta la loro energia in pochi centesimi di millimetro; per le particelle α il fattore di peso della dose equivalente è 20 (1 punto). Il radon entra di continuo dal suolo e decade lentamente rispetto ai tempi di ricambio dell'aria: arieggiando lo si porta fuori prima che decada in casa, e la sua concentrazione diminuisce (1 punto). *Indicatori:* a) e b) Sviluppare il processo risolutivo; c) Argomentare.

Quesito 3. a) I conteggi netti sono 12 065; 8670; 6440; 4611; 3430; 1782; 991; 508, e i loro logaritmi naturali 9,40; 9,07; 8,77; 8,44; 8,14; 7,49; 6,90; 6,23: in funzione di x stanno su una retta, perché $\ln N = \ln N_0 - \mu x$ (2 punti). Con i punti estremi la pendenza è $(6{,}23 - 9{,}40)/5{,}0\text{ cm} = -0{,}63\text{ cm}^{-1}$, come la retta dei minimi quadrati: $\mu = 0{,}63\text{ cm}^{-1}$ (1 punto). Lo spessore che dimezza i conteggi è $x_{1/2} = \ln 2/\mu = 0{,}693/0{,}63\text{ cm}^{-1} = 1{,}1\text{ cm}$; in accordo, da 1,0 cm a 2,0 cm i conteggi netti passano da 6440 a 3430, circa la metà (1 punto). **b)** Un conteggio N ha incertezza $\sqrt{N}$, e il conteggio netto è la differenza di due conteggi: le varianze si sommano. Per $x = 0$: $\sqrt{(12\,105 + 40)} = 110$, quindi 12 065 ± 110 (0,9%); per $x = 5{,}0$ cm: $\sqrt{(548 + 40)} = 24$, quindi 508 ± 24 (4,8%) (2 punti). I primi punti hanno un'incertezza relativa molto più piccola, e in scala logaritmica barre d'incertezza più corte: sono loro a fissare la retta, mentre gli ultimi punti fluttuano di più e vanno pesati meno (1 punto). **c)** $e^{-\mu x} = 0{,}01 \Rightarrow x = \ln 100/\mu = 4{,}61/0{,}63\text{ cm}^{-1} = 7{,}3\text{ cm}$; per lo 0,1%: $x = \ln 1000/\mu = 6{,}91/0{,}63\text{ cm}^{-1} = 11\text{ cm}$ (2 punti). Un fotone non perde energia a poco a poco: in ogni strato ha la stessa probabilità di es-

sere assorbito o diffuso in un singolo evento, qualunque sia lo spessore già attraversato. Ogni strato toglie quindi la stessa frazione dei fotoni, e il numero diminuisce esponenzialmente senza mai annullarsi. Le particelle α e β, cariche, perdono energia in moltissime ionizzazioni successive e si fermano dopo un percorso finito (1 punto). *Indicatori:* a) Interpretare/elaborare i dati; b) Interpretare/elaborare i dati e Argomentare; c) Sviluppare il processo risolutivo e Argomentare.

Quesito 4. a) Ogni reazione libera $17{,}6 \times 1{,}60 \times 10^{-13}$ J $= 2{,}82 \times 10^{-12}$ J: le reazioni al secondo sono $5{,}00 \times 10^8$ W/$(2{,}82 \times 10^{-12}$ J$) = 1{,}78 \times 10^{20}$ s^{-1} (2 punti). In un giorno $1{,}78 \times 10^{20}$ s$^{-1} \times 86\,400$ s $= 1{,}53 \times 10^{25}$ reazioni, ciascuna con un nucleo di trizio e uno di deuterio: trizio $1{,}53 \times 10^{25} \times 3{,}016 \times 1{,}66 \times 10^{-27}$ kg $= 0{,}077$ kg $= 77$ g; deuterio $1{,}53 \times 10^{25} \times 2{,}014 \times 1{,}66 \times 10^{-27}$ kg $= 0{,}051$ kg $= 51$ g (le masse atomiche includono un elettrone, che pesa meno dell'uno per mille) (2 punti). **b)** I neutroni portano 14,1/17,6 della potenza: 500 MW × 14,1/17,6 = $4{,}0 \times 10^2$ MW; le particelle α 500 MW × 3,5/17,6 = 99 MW ≈ $1{,}0 \times 10^2$ MW (1 punto). Il neutrone è neutro: il campo magnetico non lo trattiene, esce dal plasma e cede la sua energia alle pareti e al mantello che le circonda. La particella α, carica, si avvolge intorno alle linee di campo, resta nel plasma e lo riscalda con gli urti (1 punto). Le particelle α forniscono circa 100 MW, il doppio dei 50 MW del riscaldamento esterno: a regime il plasma sarebbe scaldato soprattutto dalle sue stesse reazioni (1 punto). **c)** Carica: 3 + 0 = 2 + 1; nucleoni: 6 + 1 = 4 + 3 (1 punto). Ogni nucleo di trizio prodotto consuma un nucleo di litio-6: $1{,}53 \times 10^{25} \times 6{,}015 \times 1{,}66 \times 10^{-27}$ kg $= 0{,}153$ kg ≈ 150 g al giorno (1 punto). Ogni fusione consuma un nucleo di trizio e libera un solo neutrone. Se in media ogni neutrone producesse meno di un nucleo di trizio, perché alcuni neutroni sfuggono o sono assorbiti da altri nuclei, la scorta di trizio diminuirebbe a ogni ciclo e la centrale si spegnerebbe (1 punto). *Indicatori:* a) Sviluppare il processo risolutivo; b) Analizzare e Argomentare; c) Argomentare.

Quesito 5. a) Nucleoni: $1 + 235 = 144 + 89 + x \Rightarrow x = 3$; carica: 0 + 92 = 56 + 36 + 0 (2 punti). Il neutrone incidente si semplifica con uno dei tre emessi, e gli elettroni si compensano (92 = 56 + 36): $Q = [m(^{235}\text{U}) - m(^{144}\text{Ba}) - m(^{89}\text{Kr}) - 2m_\text{n}]c^2 = (235{,}043\,930 - 143{,}922\,955 - 88{,}917\,835 - 2{,}017\,330)$ u $\cdot\, c^2 = 0{,}185\,81$ u $\cdot\, c^2 =$ 173 MeV (2 punti). **b)** $R = 1{,}2$ fm $\times (144^{1/3} + 89^{1/3}) = 1{,}2$ fm $\times (5{,}24 + 4{,}46) = 11{,}6$ fm; $U = k_0 Z_1 Z_2 e^2/R = 56 \times 36 \times 1{,}44$ MeV·fm/11,6 fm $= 2{,}5 \times 10^2$ MeV (2 punti). È dello stesso ordine di grandezza di Q, un po' maggiore perché i frammenti, al momento della separazione, sono deformati e i loro centri sono più lontani che in due sfere a contatto. Allontanandosi, i frammenti trasformano l'energia potenziale elettrica in energia cinetica, che è la parte maggiore dell'energia di fissione e diventa poi calore nel combustibile (1 punto). **c)** La quantità di moto iniziale è trascurabile: i frammenti hanno quantità di moto opposte e uguali in modulo, e le energie cinetiche sono inversamente proporzionali alle masse. $K_\text{Kr} = Q \times 144/(144 + 89) = 173$ MeV × 144/233 = 107 MeV; $K_\text{Ba} = 173$ MeV − 107 MeV = 66 MeV (2 punti). $v_\text{Kr} = c\sqrt{(2K/(mc^2))} = c\sqrt{(2 \times 107\text{ MeV}/(89 \times 931{,}5\text{ MeV}))} = 0{,}051c = 1{,}5 \times 10^7$ m/s. L'energia cinetica è poco più di un millesimo dell'energia a riposo ($\gamma - 1 \approx 0{,}0013$): le formule classiche sono adeguate (1 punto). *Indicatori:* a) Sviluppare il processo risolutivo; b) Analizzare e Argomentare; c) Sviluppare il processo risolutivo.

Quesito 6. a) Per la forza di Lorentz $q\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B}$, con il campo entrante nel foglio una carica positiva curva verso sinistra rispetto al proprio moto, cioè in verso antiorario: la traccia 1, che curva verso l'alto, è del π^+, la traccia 2 del π^- (1 punto). $p = eBr = 1{,}60 \times 10^{-19}$ C × 1,50 T × 0,889 m $= 2{,}13 \times 10^{-19}$ kg·m/s; in unità pratiche $p = 0{,}3 \times 1{,}50 \times 0{,}889$ GeV/$c = 0{,}400$ GeV/$c =$ 400 MeV/c per entrambi (2 punti). **b)** $E = \sqrt{((pc)^2 + (mc^2)^2)} = \sqrt{(400^2 + 139{,}6^2)}$ MeV = 423,7 MeV per ciascun pione; $E_\text{tot} = 847{,}4$ MeV (1 punto). Le due quantità di moto hanno lo stesso modulo e formano angoli di 31,0° con la linea di volo: le componenti perpendicolari si annullano e quelle parallele si sommano, $p_\text{tot} = 2p \cos 31{,}0° = 2 \times 400$ MeV/$c \times 0{,}857 =$ 685,8 MeV/c, diretta lungo la linea tratteggiata, come la quantità di moto della particella neutra (1 punto). La massa del sistema dei due pioni, cioè della particella che è decaduta, è $Mc^2 = \sqrt{(E_\text{tot}{}^2 - (p_\text{tot}c)^2)} = \sqrt{(847{,}4^2 - 685{,}8^2)}$ MeV = 498 MeV (2 punti).

Il risultato coincide, entro l'incertezza dei dati, con la massa del K^0, 497,6 MeV/c^2; il π^0 è troppo leggero perfino per creare due pioni carichi, e il Λ^0 è più di due volte più pesante (1 punto). **c)** Una particella neutra non esercita forze elettriche sugli elettroni degli atomi, non li ionizza e quindi non lascia la scia di ioni su cui si forma la traccia (1 punto). Un fotone ha massa nulla, quindi una coppia prodotta da un fotone ha massa del sistema nulla, a parte le due masse dell'elettrone, trascurabili: le due tracce dovrebbero partire quasi parallele. Trattando le tracce come elettroni ($E \approx pc$ = 400 MeV ciascuno) si trova invece $Mc^2 = \sqrt{(800^2 - 685{,}8^2)}$ MeV = $2pc$ sen 31,0° = 412 MeV, molto diverso da zero (1 punto). *Indicatori:* a) Analizzare; b) Sviluppare il processo risolutivo; c) Argomentare.

Quesito 7. a) La forza di gravità esercitata dalla massa interna all'orbita fornisce la forza centripeta: $GM(r)m/r^2 = mv^2/r$, quindi $M(r) = v^2r/G$ (1 punto). Per r = 8 kpc = $2{,}47 \times 10^{20}$ m: $M = (2{,}05 \times 10^5 \text{ m/s})^2 \times 2{,}47 \times 10^{20} \text{ m}/(6{,}67 \times 10^{-11} \text{ N}\cdot\text{m}^2/\text{kg}^2) = 1{,}56 \times 10^{41}$ kg = $7{,}8 \times 10^{10}$ masse solari, in accordo con la massa visibile (1 punto). Per r = 28 kpc = $8{,}64 \times 10^{20}$ m: $M = (2{,}11 \times 10^5 \text{ m/s})^2 \times 8{,}64 \times 10^{20} \text{ m}/(6{,}67 \times 10^{-11} \text{ N}\cdot\text{m}^2/\text{kg}^2) = 5{,}77 \times 10^{41}$ kg = $2{,}9 \times 10^{11}$ masse solari (1 punto). Oltre 8 kpc la velocità resta quasi costante, quindi $M(r)$ cresce in proporzione a r: fra 8 e 28 kpc diventa circa 3,7 volte più grande, mentre la luce, e quindi la massa visibile, quasi non aumenta (1 punto). **b)** Se la massa fosse tutta entro 8 kpc, oltre quel raggio varrebbe $v = \sqrt{(GM/r)}$, proporzionale a $1/\sqrt{r}$: v(28 kpc) = 205 km/s × $\sqrt{(8/28)}$ = 110 km/s (2 punti). La velocità misurata, 211 km/s, è quasi doppia (1 punto). **c)** Sono misurate le velocità, con l'effetto Doppler, le distanze e la luce emessa; la massa si ricava dalla legge della gravitazione: per tenere le nubi esterne su orbite così veloci serve, entro 28 kpc, una massa circa 3,6 volte quella visibile, distribuita in un alone che si estende oltre le stelle. Questa massa invisibile è la materia oscura (1 punto). Che sia fatta di particelle non previste dal modello standard è un'ipotesi: finora nessun esperimento le ha rivelate (1 punto). Non può essere materia ordinaria non luminosa, perché la nucleosintesi primordiale fissa la quantità totale di protoni e neutroni dell'universo, e quella quantità non basta (1 punto). *Indicatori:* a) Sviluppare il processo risolutivo e Interpretare/elaborare i dati; b) Analizzare; c) Argomentare.

Quesito 8. a) Carica: 0 + 1 = 1 + 0; nucleoni: 1 + 1 = 2 + 0 (1 punto). $Q = [m_n + m(^1\text{H}) - m(^2\text{H})]c^2$ = (1,008 665 + 1,007 825 − 2,014 102) u · c^2 = 0,002 388 u · c^2 = 2,224 MeV, l'energia di legame del deutone (1 punto). L'atomo di ^{1}H e quello di ^{2}H contengono un elettrone ciascuno: le due masse elettroniche si sottraggono e il risultato è lo stesso che si avrebbe con le masse dei nuclei (1 punto). **b)** La quantità di moto iniziale è nulla: deutone e fotone partono in versi opposti con quantità di moto di uguale modulo p, e per il fotone $p = E_\gamma/c \approx Q/c$ (1 punto). $K_d = p^2/(2m) = (pc)^2/(2mc^2)$ = (2,224 MeV)^2/(2 × 1876 MeV) = 1,32 × 10^{-3} MeV = 1,3 keV (1 punto). Il fotone ha quindi $E_\gamma = Q - K_d$ = 2,223 MeV, il 99,94% dell'energia liberata: il rinculo è trascurabile perché il deutone ha un'energia a riposo quasi mille volte maggiore (1 punto). $\lambda = hc/E_\gamma$ = 1240 eV·nm/(2,223 × 10^6 eV) = 5,58 × 10^{-4} nm = 0,558 pm (1 punto). **c)** Nessun nucleone si trasforma: prima e dopo ci sono un protone e un neutrone. Diminuisce la massa del sistema, perché il deutone è un sistema legato e ha un'energia minore delle sue parti separate e ferme; la differenza, l'energia di legame, è portata via dal fotone. La massa di un sistema comprende l'energia di interazione delle sue parti, e non è la somma delle masse dei componenti (2 punti). Per spezzare il deutone, il fotone deve fornire almeno l'energia di legame, 2,224 MeV, e un poco di più, perché protone e neutrone ricevono la sua quantità di moto e non possono restare fermi: circa 2,226 MeV, cioè Q più circa 1,3 keV (1 punto). *Indicatori:* a) Sviluppare il processo risolutivo; b) Sviluppare il processo risolutivo e Analizzare; c) Argomentare.