VERIFICA

Verifica di fine parte · L’induzione elettromagnetica

Tempo indicativo: 3 ore · Punteggio in ventesimi

Fisica 5 · Parte I · L'induzione elettromagnetica · versione 1.0
Verifica: Verifica di fine parte · L'induzione elettromagnetica · pagine 119–126 del volume completo · estratto per lo studio

La verifica riguarda i capitoli 1–3 ed è costruita come la seconda prova dell'esame di Stato. **Risolvi uno dei due problemi e rispondi a quattro quesiti a scelta fra gli otto proposti.** Il problema vale 40 punti e ogni quesito 10 punti: il punteggio grezzo massimo è 80, e si converte in ventesimi (e in decimi) con la tabella alla fine della verifica. Accanto a ogni domanda trovi i punti che vale.

È ammessa la calcolatrice scientifica e puoi consultare le tabelle dell'appendice. Scrivi le formule che usi e i passaggi, e dai ogni risultato con la sua unità di misura e con un numero di cifre significative coerente con i dati: un risultato senza unità è incompleto. Quando ti si chiede di argomentare, rispondi con frasi complete. Dove non è indicato diversamente usa $g = 9{,}8\ \text{m/s}^2$, $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}\ \text{T·m/A}$ e $\varepsilon_0 = 8{,}85 \times 10^{-12}\ \text{F/m}$. Come nei capitoli, la lunghezza di un lato o di una sbarretta si indica con l minuscola, mentre L è l'induttanza.

Problemi · Risolvi uno dei due (40 punti)

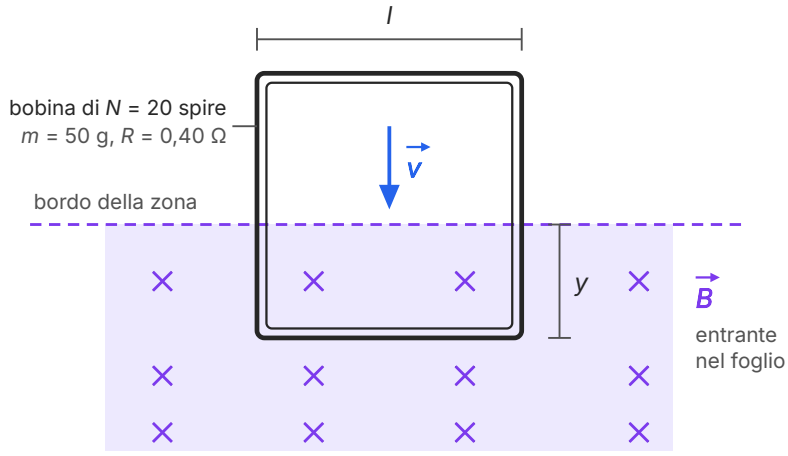

Figura V1.1 Problema 1: la bobina quadrata di lato l, nel piano del foglio, entra dall'alto nella zona di campo magnetico uniforme, entrante nel foglio; y è la lunghezza della parte già immersa (schema, non in scala).

1. ●●● **Un freno magnetico per una torre di caduta.** Per studiare il freno di un'attrazione in cui una navicella cade lungo una torre si costruisce un modello in scala (Figura V1.1). Una bobina quadrata rigida di $N = 20$ spire, di lato $l = 10{,}0$ cm, massa $m = 50$ g e resistenza $R = 0{,}40\ \Omega$, tenuta in un piano verticale, viene lasciata cadere da ferma. Sotto di essa c'è una zona di campo magnetico uniforme $\boldsymbol{B}$, orizzontale e perpendicolare al piano della bobina (entrante nel foglio), di intensità 0,40 T; il bordo superiore della zona è orizzontale e la zona è più alta della bobina. Il lato inferiore della bobina raggiunge il bordo dopo una caduta libera di $h = 5{,}0$ cm; da quell'istante un sensore di moto registra la velocità della bobina (Tabella V1.1). Trascura la resistenza dell'aria e considera la bobina sempre verticale.
   a) Spiega con la legge di Lenz in quale verso circola la corrente indotta mentre la bobina entra nel campo (orario o antiorario nella figura) e quale verso ha la forza magnetica sulla bobina. Mostra che la f.e.m. indotta vale $NBlv$, poi calcola la f.e.m., la corrente e la forza magnetica nell'istante in cui il lato inferiore raggiunge il bordo, e confronta la forza con il peso (10 punti).
   b) Spiega perché la bobina tende a una velocità limite, ricavane l'espressione e calcolala; confrontala con i dati. Verifica che, alla velocità limite, la potenza del peso è uguale alla potenza dissipata per effetto Joule (10 punti).
   c) (Con il capitolo 2.) Scrivi la seconda legge della dinamica per la bobina nella forma $m\Delta v/\Delta t = mg - kv$ e ricava k. Mostra che la differenza $v - v_L$ fra la velocità e la velocità limite obbedisce alla stessa legge della corrente in un circuito RL che si apre; ricava la «costante di tempo» del moto e controlla con i dati che, dopo una e dopo due costanti di tempo, la differenza si è ridotta come previsto. La bobina ha un'induttanza di circa 0,15 mH: spiega perché qui l'autoinduzione si può trascurare (10 punti).
   d) Stima dai dati lo spazio percorso dalla bobina nei primi 0,20 s e verifica che in quell'istante non è ancora entrata del tutto nel campo; calcola l'energia dissipata nella bobina in quell'intervallo. Descrivi infine, argomentando, il moto della bobina dopo che è entrata completamente nel campo (10 punti).

Tabella V1.1 Problema 1: velocità della bobina dall'istante in cui il lato inferiore raggiunge il bordo della zona di campo (dati tipici).

t (ms)	0	10	20	30	40	60	80	100	150	200
v (m/s)	0,99	0,80	0,67	0,57	0,50	0,41	0,36	0,33	0,31	0,31

2. ●●● **Una base di ricarica senza fili.** Nella base di ricarica di uno smartphone una bobina trasmittente è collegata in serie a un condensatore di capacità $C = 0{,}10\ \mu F$ e alimentata da un generatore di tensione alternata sinusoidale, di tensione efficace 5,0 V e frequenza regolabile. In un modello semplificato il circuito è un RLC serie: L è l'induttanza della bobina trasmittente e R la resistenza complessiva, che tiene conto anche dell'energia trasferita al telefono. Per caratterizzare la base si misura la corrente efficace al variare della frequenza (Tabella V1.2).
a) Ricava dai dati la frequenza di risonanza, l'induttanza L e la resistenza R, dicendo quale proprietà della risonanza usi in ciascun caso. Con questi valori calcola la corrente prevista a 90 kHz e confrontala con la misura (10 punti).
b) Alla frequenza di risonanza calcola le reattanze, la tensione efficace ai capi del condensatore e la potenza media erogata dal generatore. Calcola poi la corrente che, alla stessa frequenza, il generatore farebbe circolare nella sola bobina, senza condensatore, e spiega a che cosa serve il condensatore (10 punti).
c) (Con il capitolo 2.) Lo smartphone contiene una bobina ricevente, e il coefficiente di mutua induzione fra le due bobine è $M = 6{,}0\ \mu H$. Alla risonanza calcola il valore massimo e il valore efficace della f.e.m. indotta nella bobina ricevente, considerata a circuito aperto, giustificando la relazione che usi. Come cambia la f.e.m. se il telefono viene spostato e M si dimezza? (10 punti)
d) Argomenta: perché la base non potrebbe ricaricare il telefono con una corrente continua, anche intensa? Perché conviene una frequenza di centinaia di kilohertz invece dei 50 Hz della rete? Perché una moneta dimenticata sulla base si scalda? (10 punti)

Tabella V1.2 Problema 2: corrente efficace nel circuito della bobina trasmittente in funzione della frequenza, con tensione efficace 5,0 V (dati tipici).

f (kHz)	80	85	90	95	98	100	102	105	110	115	120
I_{eff} (A)	0,65	0,88	1,22	1,86	2,31	2,48	2,44	2,10	1,44	1,08	0,85

Quesiti · Rispondi a quattro degli otto (10 punti ciascuno)

1. ●● **L'anello di Faraday.** Il 29 agosto 1831 Michael Faraday avvolse due bobine, A e B, su un anello di ferro dolce. Collegò la bobina A a una pila, in modo da poter chiudere e aprire il circuito, e chiuse la bobina B su un filo che passava sopra un ago magnetico. Annotò che l'ago deviava quando chiudeva il circuito di A, tornava poi nella posizione iniziale, e deviava di nuovo quando apriva il circuito. a) Perché l'ago non resta deviato mentre nella bobina A circola una corrente costante? (3 punti) b) Le deviazioni alla chiusura e all'apertura hanno lo stesso verso o versi opposti? Argomenta con la legge di Lenz (3 punti). c) In una versione moderna dell'esperimento l'anello ha una sezione di 2,5 cm^2, la bobina B ha 120 spire e il suo circuito ha una resistenza totale di 6,0 Ω; con la corrente a regime nella bobina A il campo nel ferro vale 0,40 T, e tutte le linee del campo restano nel ferro. Calcola la carica che attraversa il circuito di B alla chiusura e la f.e.m. media indotta in B se il campo raggiunge il valore finale in 2,0 ms oppure in 20 ms. Quale delle due grandezze dipende dalla rapidità della chiusura? (4 punti)

2. ●● **Un flussimetro elettromagnetico.** Per misurare la velocità del sangue in un'arteria senza inserire nulla al suo interno, un tratto del vaso si trova in un campo magnetico uniforme di 0,050 T, perpendicolare al vaso, e si misura la differenza di potenziale fra due elettrodi appoggiati alla parete, alle estremità di un diametro perpendicolare sia al vaso sia al campo. Il diametro interno del vaso è $d = 4{,}0$ mm. a) Il sangue contiene ioni positivi e negativi. Spiega con la forza di Lorentz perché fra gli elettrodi compare una differenza di potenziale e mostra che, all'equilibrio, vale $\Delta V = Bdv$, come la f.e.m. di una sbarretta di lunghezza d (4 punti). b) Gli elettrodi misurano 60 μV. Calcola la velocità media del sangue e il volume di sangue che attraversa una sezione del vaso in un minuto (3 punti). c) Che cosa misurerebbero gli elettrodi se il vaso fosse parallelo al campo? E se nel sangue ci fossero il doppio di ioni? Argomenta (3 punti).

3. ●● **Misurare un campo con una sbarretta.** In laboratorio una sbarretta conduttrice lunga $l = 20$ cm viene trascinata da un motore a velocità costante, perpendicolarmente a sé stessa, su due binari orizzontali chiusi da un resistore; la resistenza totale del circuito è $R = 0{,}50\ \Omega$. Il circuito si trova in un campo magnetico uniforme verticale di intensità incognita. Un dinamometro misura la forza orizzontale con cui il motore tira la sbarretta, per diverse velocità (Tabella V1.3). a) Rappresenta i dati in un grafico F–v, mostra che i punti sono allineati e ricava la pendenza e l'intercetta della retta (4 punti). b) Interpreta i due parametri: ricava l'intensità del campo dalla pendenza e spiega da che cosa nasce l'intercetta (3 punti). c) Alla velocità di 2,00 m/s calcola la potenza fornita dal motore e verifica che è uguale alla somma della potenza dissipata nel circuito per effetto Joule e di quella spesa contro l'attrito (3 punti).

Tabella V1.3 Quesito 3: forza con cui il motore tira la sbarretta in funzione della velocità (dati tipici).

v (m/s)	0,50	1,00	1,50	2,00	2,50	3,00
F (N)	0,068	0,090	0,118	0,140	0,169	0,194

4. ●● **Quanta energia in un solenoide.** Un solenoide in aria, lungo 50 cm, ha 1500 spire di raggio 2,0 cm ed è percorso da una corrente di 4,0 A. a) Calcola l'induttanza del solenoide e l'energia immagazzinata (3 punti). b) Calcola il campo magnetico all'interno e la densità di energia magnetica, e verifica che il prodotto della densità di energia per il volume interno dà l'energia del punto a) (3 punti). c) Quale campo elettrico avrebbe la stessa densità di energia? Confrontalo con la rigidità dielettrica dell'aria, circa 3×10^6 V/m, e commenta il risultato (4 punti).

5. ●●● **Spegnere un elettromagnete.** Un elettromagnete ha induttanza $L = 0{,}80$ H e resistenza $R_b = 4{,}0\ \Omega$ ed è alimentato da un generatore ideale di f.e.m. 24 V. Per proteggere l'interruttore, ai capi della bobina è collegato in parallelo un resistore R_p: quando l'interruttore si apre, la corrente della bobina si chiude attraverso R_p. a) Calcola la corrente nella bobina a regime e l'energia magnetica immagazzinata (2 punti). b) Nell'istante dell'apertura la corrente nella bobina non cambia: spiega perché, e calcola il valore massimo di R_p per cui la tensione ai capi della bobina non supera 120 V (3 punti). c) Con questo valore di R_p calcola la costante di tempo dello spegnimento e il tempo dopo il quale la corrente si è ridotta all'1% del valore iniziale (3 punti). d) Quanta energia si trasforma in calore in R_p e quanta nella bobina? Argomenta perché un R_p più grande spegnerebbe prima l'elettromagnete, ma non conviene (2 punti).

6. ● **Un asciugacapelli a due velocità.** La resistenza riscaldante di un asciugacapelli, alimentato dalla rete (230 V, 50 Hz), dissipa una potenza media di 2000 W; considera la resistenza costante. a) Calcola la resistenza, la corrente efficace e i valori massimi della tensione e della corrente (3 punti). b) Calcola la potenza istantanea massima e spiega perché la potenza media ne è la metà (3 punti). c) Nella posizione «bassa» un dispositivo elettronico lascia passare la corrente soltanto nella metà di ogni periodo in cui la tensione è positiva. Calcola la potenza media e il valore efficace della tensione applicata alla resistenza, e spiega perché non è $V_0/\sqrt{2}$ (4 punti).

7. ●● **Che cosa c'è in una bobina.** Per caratterizzare una bobina, uno studente la collega prima a un generatore di tensione continua: con 6,00 V misura, a regime, una corrente di 0,500 A. Poi la alimenta con un generatore di tensione alternata sinusoidale di tensione efficace 6,00 V e misura la corrente efficace a diverse frequenze (Tabella V1.4). a) Calcola la resistenza della bobina e la sua impedenza a ciascuna frequenza (3 punti). b) Mostra che la reattanza è proporzionale alla frequenza e ricava l'induttanza. Quale misura dà la stima più affidabile, e perché? (4 punti) c) A 50 Hz calcola lo sfasamento fra tensione e corrente e la potenza media assorbita dalla bobina (3 punti).

Tabella V1.4 Quesito 7: corrente efficace nella bobina alimentata con tensione efficace 6,00 V a diverse frequenze (dati tipici).

f (Hz)	50	100	200	400	800
I_{eff} (mA)	346	214	116	59,5	29,8

8. ●● **Una saldatrice a punti.** Una saldatrice a punti unisce due lamiere facendo passare per un breve tempo una corrente molto intensa nel punto in cui si toccano. Il suo trasformatore, che consideri ideale, ha un primario di 460 spire collegato alla rete (230 V, 50 Hz) e un secondario di 4 spire; il circuito del secondario, elettrodi e lamiere compresi, ha una resistenza di 1,0 mΩ. a) Calcola la tensione efficace ai capi del secondario e le correnti efficaci nel secondario e nel primario (4 punti). b) Calcola la potenza e l'energia trasformata in calore in un impulso di 0,25 s (2 punti). c) Argomenta: perché il secondario è fatto di barre di rame molto spesse, mentre il primario è avvolto con un filo sottile? Perché il nucleo è fatto di lamierini isolati? Perché la saldatrice non funzionerebbe se il primario fosse collegato a una batteria? (4 punti)

Griglia di valutazione Gli indicatori della seconda prova di fisica e i loro punteggi massimi, in ventesimi.

Indicatore	Che cosa si valuta	Punti
Analizzare	Esaminare la situazione proposta, riconoscere i fenomeni e le leggi in gioco, formulare le ipotesi e scegliere un modello adatto.	5
Sviluppare il processo risolutivo	Impostare e svolgere i calcoli con le leggi pertinenti, in modo corretto e completo, con unità di misura e cifre significative.	6
Interpretare, rappresentare, elaborare i dati	Leggere ed elaborare dati, tabelle e grafici, rappresentarli, valutare la coerenza dei risultati e il loro accordo con le misure.	5
Argomentare	Spiegare le scelte e il procedimento, motivare le risposte qualitative con il linguaggio specifico, discutere i limiti del modello.	4
Totale		**20**

Gli indicatori e i punteggi massimi della griglia sono quelli dei quadri di riferimento ministeriali per la seconda prova (D.M. 769/2018), mentre le descrizioni della seconda colonna ne sono una sintesi: all'esame la commissione assegna a ogni indicatore un punteggio, fino al massimo, guardando la prova nel suo insieme. Nelle soluzioni, alla fine di ogni problema e di ogni quesito, trovi l'indicatore che ciascuna domanda verifica di più. Per correggere da solo il tuo lavoro somma i punti grezzi delle domande, al massimo 40 per il problema e 40 per i quattro quesiti, e convertili con la tabella.

Dal punteggio al voto Corrispondenza fra punteggio grezzo (0–80), voto in ventesimi e voto in decimi: ogni ventesimo vale 4 punti grezzi.

Punti grezzi	Ventesimi	Decimi	Punti grezzi	Ventesimi	Decimi
0–5	1	0,5	42–45	11	5,5
6–9	2	1	46–49	12	6
10–13	3	1,5	50–53	13	6,5
14–17	4	2	54–57	14	7
18–21	5	2,5	58–61	15	7,5
22–25	6	3	62–65	16	8
26–29	7	3,5	66–69	17	8,5
30–33	8	4	70–73	18	9
34–37	9	4,5	74–77	19	9,5
38–41	10	5	78–80	20	10

Soluzioni

Problema 1. a) Mentre la bobina entra, la parte immersa nel campo cresce e con essa il flusso del campo entrante attraverso ciascuna spira, $\Phi = Bly$. Per la legge di Lenz la corrente indotta si oppone all'aumento: dentro la bobina produce un campo uscente dal foglio, quindi circola in verso antiorario (2 punti). Nel lato inferiore la corrente va da sinistra a destra e, con il campo entrante, la forza $i\boldsymbol{l} \times \boldsymbol{B}$ è verso l'alto, opposta alla velocità; sulle parti immerse dei due lati verticali le forze sono uguali e opposte, e il lato superiore è fuori dal campo (2 punti). In un intervallo Δt la parte immersa cresce di $\Delta y = v\Delta t$, quindi $|\varepsilon| = NBl\Delta y/\Delta t = NBlv$ (2 punti). All'ingresso $v_0 = \sqrt{(2gh)} = \sqrt{(2 \times 9{,}8\ \text{m/s}^2 \times 0{,}050\ \text{m})} = 0{,}99$ m/s; $\varepsilon = 20 \times 0{,}40\ \text{T} \times 0{,}100\ \text{m} \times 0{,}99\ \text{m/s} = 0{,}79$ V; $i = \varepsilon/R = 0{,}79\ \text{V}/0{,}40\ \Omega = 2{,}0$ A; $F = NilB = 20 \times 2{,}0\ \text{A} \times 0{,}100\ \text{m} \times 0{,}40\ \text{T} = 1{,}6$ N (3 punti). Il peso è $mg = 0{,}050\ \text{kg} \times 9{,}8\ \text{m/s}^2 = 0{,}49$ N: la forza magnetica è più del triplo del peso, e la bobina rallenta (1 punto). **b)** La forza magnetica, $F = NilB = N^2B^2l^2v/R$, cresce con la velocità. Finché $F > mg$ la bobina rallenta e F diminuisce; se fosse $F < mg$ la bobina accelererebbe e F crescerebbe: in entrambi i casi la velocità tende al valore per cui le due forze si equilibrano (3 punti). Da $N^2B^2l^2v_\text{L}/R = mg$: $v_\text{L} = mgR/(N^2B^2l^2) = 0{,}050\ \text{kg} \times 9{,}8\ \text{m/s}^2 \times 0{,}40\ \Omega/(400 \times 0{,}16\ \text{T}^2 \times 0{,}0100\ \text{m}^2) = 0{,}31$ m/s (3 punti). Nella tabella la velocità si stabilizza proprio a 0,31 m/s, dopo circa 0,15 s (2 punti). Alla velocità limite la potenza del peso è $mgv_\text{L} = 0{,}49\ \text{N} \times 0{,}306\ \text{m/s} = 0{,}15$ W; la f.e.m. è $NBlv_\text{L} = 0{,}245$ V e la potenza dissipata $\varepsilon^2/R = (0{,}245\ \text{V})^2/0{,}40\ \Omega = 0{,}15$ W: l'energia potenziale persa diventa tutta calore, mentre l'energia cinetica non cambia (2 punti). **c)** Sulla bobina agiscono il peso e la forza magnetica kv, opposta alla velocità, con $k = N^2B^2l^2/R = 0{,}64\ \text{T}^2\cdot\text{m}^2/0{,}40\ \Omega = 1{,}6$ kg/s ($\text{T}^2\cdot\text{m}^2/\Omega = \text{N}\cdot\text{s/m} = \text{kg/s}$) (2 punti). Con il verso positivo verso il basso, $m\Delta v/\Delta t = mg - kv = -k(v - v_\text{L})$, perché $mg = kv_\text{L}$. Poiché v_L è costante, $\Delta v = \Delta(v - v_\text{L})$: la differenza $u = v - v_\text{L}$ soddisfa $m\Delta u/\Delta t = -ku$, che ha la stessa forma di $L\Delta i/\Delta t = -Ri$ all'apertura di un circuito RL, con m al posto di L e k al posto di R. Come $i = Ie^{-t/\tau}$, allora $v - v_\text{L} = (v_0 - v_\text{L})e^{-t/\tau}$, con $\tau = m/k = 0{,}050\ \text{kg}/(1{,}6\ \text{kg/s}) = 0{,}031\ \text{s} = 31$ ms (3 punti). Controllo: all'inizio $v_0 - v_\text{L} = 0{,}99\ \text{m/s} - 0{,}31\ \text{m/s} = 0{,}68$ m/s; a 30 ms (circa τ) la differenza misurata è $0{,}57\ \text{m/s} - 0{,}31\ \text{m/s} = 0{,}26$ m/s, il 38% del valore iniziale, contro il 38% previsto ($e^{-30/31} \approx 0{,}38$); a 60 ms (circa 2τ) è 0,10 m/s, il 15%, contro $e^{-60/31} \approx 0{,}15$ (3 punti). L'induttanza dà alla corrente nella bobina una costante di tempo $L/R = 0{,}15 \times 10^{-3}\ \text{H}/0{,}40\ \Omega \approx 0{,}4$ ms, circa ottanta volte più breve dei 31 ms in cui cambia la velocità: la corrente segue istante per istante il valore ε/R, e la f.e.m. autoindotta è trascurabile (2 punti). **d)** Lo spazio percorso è l'area sotto il grafico v–t. Sommando le aree dei trapezi fra una misura e la successiva (fra 0 e 10 ms, per esempio, $\frac{1}{2} \times (0{,}99 + 0{,}80)\ \text{m/s} \times 0{,}010\ \text{s} = 9{,}0$ mm) si ottengono circa 8,3 cm in 0,20 s (3 punti). È meno del lato $l = 10{,}0$ cm: il lato superiore non ha ancora raggiunto il bordo, e la bobina sta ancora entrando, come supposto nei punti precedenti (1 punto). L'energia dissipata è la diminuzione dell'energia meccanica: $Q = mg\Delta y + \frac{1}{2}m(v_0^2 - v^2) = 0{,}050\ \text{kg} \times 9{,}8\ \text{m/s}^2 \times 0{,}083\ \text{m} + \frac{1}{2} \times 0{,}050\ \text{kg} \times [(0{,}99\ \text{m/s})^2 - (0{,}31\ \text{m/s})^2] = 0{,}041\ \text{J} + 0{,}022\ \text{J} = 0{,}063\ \text{J}$ (3 punti). Quando la bobina è tutta nel campo, che è uniforme, il flusso attraverso di essa non cambia più: non c'è f.e.m., non c'è corrente e non c'è forza magnetica. La bobina cade allora con accelerazione g, come in caduta libera, a partire da circa 0,31 m/s; sarà di nuovo frenata solo quando, uscendo dalla zona, il flusso comincerà a diminuire (3 punti). *Indicatori:* a) Analizzare e Sviluppare il processo risolutivo; b) Sviluppare il processo risolutivo e Interpretare/elaborare i dati; c) Analizzare e Interpretare/elaborare i dati; d) Interpretare/elaborare i dati e Argomentare.

Problema 2. a) La corrente è massima alla risonanza, dove l'impedenza è minima e uguale a R. Il massimo dei dati, 2,48 A, è a 100 kHz, e i valori a 98 kHz e a 102 kHz indicano che il picco cade fra 100 e 102

kHz, più vicino a 100: $f_0 \approx 100$ kHz, con un'incertezza di circa 1 kHz (3 punti). Da $f_0 = 1/(2\pi\sqrt{(LC)})$: $L = 1/(4\pi^2 f_0^2 C) = 1/[4\pi^2 \times (1{,}00 \times 10^5\ \text{Hz})^2 \times 1{,}0 \times 10^{-7}\ \text{F}] = 2{,}5 \times 10^{-5}$ H = 25 μH (2 punti). Alla risonanza $Z = R$: $R = V_{\text{eff}}/I_{\text{eff,max}} = 5{,}0$ V/2,48 A = 2,0 Ω (2 punti). A 90 kHz: $\omega = 2\pi \times 9{,}0 \times 10^4$ Hz = $5{,}65 \times 10^5$ rad/s, $X_L = \omega L = 14{,}1$ Ω, $X_C = 1/(\omega C) = 17{,}7$ Ω, $Z = \sqrt{(2{,}0^2 + (14{,}1 - 17{,}7)^2)}$ Ω = 4,1 Ω e $I_{\text{eff}} = 5{,}0$ V/4,1 Ω = 1,2 A, in accordo con 1,22 A misurati (3 punti). Attenzione: lontano dalla risonanza la corrente è molto sensibile a L. Chi non arrotonda e usa $L = 25{,}3$ μH trova $X_L = 14{,}3$ Ω, $Z = 3{,}9$ Ω e $I_{\text{eff}} = 1{,}28$ A, il 5% più della misura; con $f_0 = 101$ kHz, ancora dentro l'incertezza, si ottiene invece 1,20 A. La misura a 90 kHz è quindi compatibile con il modello, ma un errore di 1 kHz su f_0 (il 2% su L) sposta la previsione di circa il 6%: tutte queste risposte, se motivate, sono corrette. **b)** Alla risonanza $X_L = X_C = 2\pi f_0 L = 2\pi \times 1{,}0 \times 10^5$ Hz $\times\ 25 \times 10^{-6}$ H ≈ 16 Ω (2 punti). Con $I_{\text{eff}} = 5{,}0$ V/2,0 Ω = 2,5 A, la tensione efficace sul condensatore è $X_C I_{\text{eff}} \approx 16\ \Omega \times 2{,}5$ A ≈ 40 V, otto volte quella del generatore; ai capi della bobina c'è una tensione efficace uguale, che istante per istante è opposta a quella del condensatore, e le due si compensano (3 punti). La potenza media, con cos $\varphi = 1$, è $V_{\text{eff}} I_{\text{eff}} = 5{,}0\ \text{V} \times 2{,}48\ \text{A} \approx 12$ W, tutta nella resistenza (2 punti). Senza condensatore $Z = \sqrt{(R^2 + X_L^2)} = \sqrt{(2{,}0^2 + 16^2)}\ \Omega \approx 16\ \Omega$ e $I_{\text{eff}} = 5{,}0\ \text{V}/16\ \Omega \approx 0{,}31$ A, circa un ottavo. Il condensatore compensa la reattanza della bobina: alla risonanza la corrente è limitata solo da R, e con una tensione bassa si ottiene una corrente grande, cioè un campo magnetico intenso (3 punti). **c)** La corrente nella bobina trasmittente è $i_1 = I_0 \operatorname{sen} \omega t$, con $I_0 = \sqrt{2} \times 2{,}5$ A = 3,5 A. Per la mutua induzione $\mathcal{E}_2 = -M\Delta i_1/\Delta t$: la f.e.m. è proporzionale alla pendenza del grafico di i_1, che è massima quando la corrente passa per zero e vale ωI_0, come per la tensione ai capi di un induttore ($V_0 = \omega L I_0$, con M al posto di L) (4 punti). Quindi $\mathcal{E}_{2\text{max}} = \omega M I_0 = 2\pi \times 1{,}0 \times 10^5$ Hz $\times\ 6{,}0 \times 10^{-6}$ H $\times$ 3,5 A ≈ 13 V, e il valore efficace è $\omega M I_{\text{eff}} = \mathcal{E}_{2\text{max}}/\sqrt{2} \approx 9{,}4$ V (4 punti). La f.e.m. è proporzionale a M: se M si dimezza anche la f.e.m. si dimezza, a circa 6,6 V di valore massimo (4,7 V efficaci) (2 punti). **d)** Con una corrente continua i_1 è costante, il flusso concatenato con la bobina del telefono non cambia e, per la legge di Faraday-Neumann, non c'è f.e.m. indotta, per quanto intensa sia la corrente (3 punti). La f.e.m. indotta, $\omega M I_0$, è proporzionale alla frequenza: a 100 kHz, a parità di corrente, è 2000 volte quella a 50 Hz. Con bobine piatte e piccole, e quindi con M di pochi microhenry, solo a frequenze elevate si ottengono tensioni utili (3 punti). Il campo variabile della base attraversa anche la moneta: nel metallo si inducono correnti di Foucault, che lo scaldano per effetto Joule, come la pentola su un piano a induzione; quell'energia è sottratta al generatore (4 punti). *Indicatori:* a) Interpretare/elaborare i dati; b) Sviluppare il processo risolutivo e Argomentare; c) Analizzare e Sviluppare il processo risolutivo; d) Argomentare.

Quesito 1. a) Per la legge di Faraday-Neumann la f.e.m. indotta nella bobina B dipende dalla variazione del flusso concatenato, non dal flusso. Con una corrente costante in A il campo nel ferro, e quindi il flusso attraverso B, è costante: non c'è f.e.m. e l'ago torna a riposo. Il flusso cambia solo mentre la corrente in A cresce, alla chiusura, o si annulla, all'apertura (3 punti). **b)** Versi opposti. Alla chiusura il flusso attraverso B cresce, e la corrente indotta produce un campo che si oppone alla crescita, cioè opposto a quello del ferro; all'apertura il flusso diminuisce, e la corrente indotta produce un campo con lo stesso verso di quello che sta scomparendo. Le due correnti hanno versi opposti, e così le deviazioni dell'ago (3 punti). **c)** Il flusso attraverso una spira passa da zero a $BS = 0{,}40\ \text{T} \times 2{,}5 \times 10^{-4}\ \text{m}^2 = 1{,}0 \times 10^{-4}$ Wb. La carica è $|Q| = N\Delta\Phi/R = 120 \times 1{,}0 \times 10^{-4}$ Wb/6,0 Ω = $2{,}0 \times 10^{-3}$ C, la stessa nei due casi (2 punti). La f.e.m. media è $N\Delta\Phi/\Delta t = 1{,}2 \times 10^{-2}$ Wb/2,0 $\times\ 10^{-3}$ s = 6,0 V con la chiusura rapida e 0,60 V con quella lenta (1 punto). Dalla rapidità dipendono la f.e.m. e la corrente, non la carica: una f.e.m. dieci volte minore agisce per un tempo dieci volte più lungo (1 punto). *Indicatori:* a) e b) Argomentare; c) Sviluppare il processo risolutivo.

Quesito 2. a) Gli ioni si muovono con il sangue alla velocità $\boldsymbol{v}$, perpendicolare a $\boldsymbol{B}$; su ciascuno agisce la forza di Lorentz $q\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B}$, perpendicolare al vaso e al campo, cioè lungo il diametro che congiunge gli elettrodi: ioni positivi e negativi sono spinti verso

pareti opposte (1 punto). Le cariche che si accumulano creano fra le pareti un campo elettrico che si oppone a un'ulteriore separazione; all'equilibrio la forza elettrica bilancia quella magnetica, $qE = qvB$, cioè $E = vB$, come nell'effetto Hall (Fisica 4) (2 punti). La differenza di potenziale fra gli elettrodi, a distanza d, è $\Delta V = Ed = Bdv$: la stessa f.e.m. vBl di una sbarretta di lunghezza d, perché il sangue fra gli elettrodi è un conduttore che si muove nel campo (1 punto). **b)** $v = \Delta V/(Bd) = 60 \times 10^{-6}$ V/(0,050 T × 4,0 × 10^{-3} m) = 0,30 m/s (1 punto). La sezione è $\pi(d/2)^2 = \pi \times (2{,}0 \times 10^{-3}\ \text{m})^2 = 1{,}26 \times 10^{-5}\ \text{m}^2$; in un secondo la attraversano $1{,}26 \times 10^{-5}\ \text{m}^2 \times 0{,}30\ \text{m/s} = 3{,}8 \times 10^{-6}\ \text{m}^3$, in un minuto $2{,}3 \times 10^{-4}\ \text{m}^3 \approx 0{,}23$ L (2 punti). **c)** Con il vaso parallelo al campo la velocità degli ioni è parallela a $\boldsymbol{B}$, la forza di Lorentz è nulla e gli elettrodi non misurano alcuna tensione (1 punto). Con il doppio di ioni la tensione non cambia: la condizione di equilibrio $qE = qvB$ non dipende né dalla carica né dal numero degli ioni, che cambia solo la rapidità con cui l'equilibrio si raggiunge; per lo stesso motivo non conta il segno degli ioni. Serve soltanto che il liquido contenga cariche libere (2 punti). *Indicatori:* a) Analizzare e Argomentare; b) Sviluppare il processo risolutivo; c) Argomentare.

Quesito 3. a) Nel grafico F–v i punti stanno su una retta entro l'incertezza dell'ultima cifra: ogni 0,50 m/s la forza aumenta di circa 0,025 N (1 punto). Con i due punti estremi la pendenza è (0,194 − 0,068) N/(3,00 − 0,50) m/s = 0,050 N·s/m, con la retta di regressione 0,051 N·s/m; l'intercetta è 0,068 N − 0,051 N·s/m × 0,50 m/s ≈ 0,04 N (la regressione dà 0,041 N) (3 punti). **b)** La forza magnetica sulla sbarretta è B^2l^2v/R, proporzionale a v: la pendenza è B^2l^2/R, da cui $B = \sqrt{(0{,}051\ \text{N·s/m} \times 0{,}50\ \Omega)}/0{,}20\ \text{m} = 0{,}80$ T (2 punti). L'intercetta è la forza che serve anche a velocità quasi nulla, quando la corrente indotta è trascurabile: è l'attrito fra sbarretta e binari, circa 0,04 N, indipendente dalla velocità (1 punto). **c)** Dalla tabella $F = 0{,}140$ N, quindi $P = Fv = 0{,}140\ \text{N} \times 2{,}00\ \text{m/s} = 0{,}280$ W (1 punto). La f.e.m. è $vBl = 2{,}00\ \text{m/s} \times 0{,}80\ \text{T} \times 0{,}20\ \text{m} = 0{,}32$ V e la potenza dissipata $\mathcal{E}^2/R = (0{,}32\ \text{V})^2/0{,}50\ \Omega = 0{,}205$ W; contro l'attrito si spendono $0{,}041\ \text{N} \times 2{,}00\ \text{m/s} = 0{,}082$ W. La somma, 0,287 W, coincide con 0,280 W entro il 3%, cioè entro l'incertezza dei dati (2 punti). *Indicatori:* a) Interpretare/elaborare i dati; b) Analizzare; c) Sviluppare il processo risolutivo e Interpretare/elaborare i dati.

Quesito 4. a) $S = \pi r^2 = \pi \times (0{,}020\ \text{m})^2 = 1{,}26 \times 10^{-3}\ \text{m}^2$; $L = \mu_0 N^2 S/l = 4\pi \times 10^{-7}\ \text{T·m/A} \times 1500^2 \times 1{,}26 \times 10^{-3}\ \text{m}^2/0{,}50\ \text{m} = 7{,}1 \times 10^{-3}$ H = 7,1 mH (2 punti). $U = \frac{1}{2}LI^2 = \frac{1}{2} \times 7{,}1 \times 10^{-3}\ \text{H} \times (4{,}0\ \text{A})^2 = 5{,}7 \times 10^{-2}$ J (1 punto). **b)** $B = \mu_0 NI/l = 4\pi \times 10^{-7}\ \text{T·m/A} \times 1500 \times 4{,}0\ \text{A}/0{,}50\ \text{m} = 1{,}5 \times 10^{-2}$ T; $u_B = B^2/(2\mu_0) = (1{,}51 \times 10^{-2}\ \text{T})^2/(2 \times 4\pi \times 10^{-7}\ \text{T·m/A}) = 90\ \text{J/m}^3$ (2 punti). Il volume interno è $Sl = 1{,}26 \times 10^{-3}\ \text{m}^2 \times 0{,}50\ \text{m} = 6{,}3 \times 10^{-4}\ \text{m}^3$, e $u_B Sl = 90\ \text{J/m}^3 \times 6{,}3 \times 10^{-4}\ \text{m}^3 = 5{,}7 \times 10^{-2}$ J, come in a): l'energia del solenoide è l'energia del suo campo (1 punto). **c)** $\frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2 = u_B \Rightarrow E = \sqrt{(2u_B/\varepsilon_0)} = \sqrt{(2 \times 90\ \text{J/m}^3/8{,}85 \times 10^{-12}\ \text{F/m})} = 4{,}5 \times 10^6$ V/m (2 punti). È più della rigidità dielettrica dell'aria: un campo elettrico così intenso, in aria, non si può mantenere, perché l'aria diventa conduttrice e si scarica. Un campo magnetico modesto, prodotto da 4 A in un solenoide da laboratorio, contiene per unità di volume più energia del campo elettrico più intenso che l'aria sopporta: in pratica, a parità di volume, un campo magnetico può immagazzinare molta più energia di un campo elettrico in aria (2 punti). (Il rapporto $E/B = 1/\sqrt{(\varepsilon_0\mu_0)} \approx 3{,}0 \times 10^8$ m/s è una velocità: la ritroverai nel capitolo 5.) *Indicatori:* a) e b) Sviluppare il processo risolutivo; c) Interpretare/elaborare i dati e Argomentare.

Quesito 5. a) A regime la corrente è costante, la f.e.m. autoindotta è nulla e la bobina si comporta come la sua resistenza: $I = 24\ \text{V}/4{,}0\ \Omega = 6{,}0$ A (R_p, collegato direttamente al generatore ideale, non cambia la corrente nella bobina). $U = \frac{1}{2}LI^2 = \frac{1}{2} \times 0{,}80\ \text{H} \times (6{,}0\ \text{A})^2 = 14$ J (14,4 J) (2 punti). **b)** Per cambiare di colpo la corrente servirebbe una f.e.m. autoindotta $-L\Delta i/\Delta t$ infinita, e l'energia $\frac{1}{2}Li^2$ dovrebbe sparire in un istante: subito dopo l'apertura la corrente nella bobina vale ancora 6,0 A, nello stesso verso, e passa per R_p (per la legge di Lenz la f.e.m. autoindotta si oppone alla diminuzione della corrente) (1 punto). La tensione ai capi della bobina è quella ai capi di R_p, $R_p I \le 120\ \text{V} \Rightarrow R_p \le 120\ \text{V}/6{,}0\ \text{A} = 20\ \Omega$ (2 punti). **c)** Durante lo spegnimento la bobina e R_p sono in serie, e nella costante di tempo entra la resistenza totale: $\tau = L/(R_b + R_p) = 0{,}80\ \text{H}/24\ \Omega = 3{,}3 \times 10^{-2}\ \text{s} = 33$

ms (2 punti). Da $Ie^{-t/\tau} = 0{,}01I$: $t = \tau \ln 100 = 33$ ms × 4,6 = 0,15 s (1 punto). **d)** Tutta l'energia magnetica, 14,4 J, diventa calore. Nei due resistori in serie la corrente è la stessa, quindi l'energia si divide in proporzione alle resistenze: 20/24 × 14,4 J = 12 J in R_p e 2,4 J nella bobina (1 punto). Un R_p più grande riduce τ, ma fa crescere la tensione iniziale R_pI ai capi della bobina e dei contatti dell'interruttore: al limite, senza R_p, la tensione diventa tanto alta da far scoccare una scintilla. Si sceglie un compromesso fra rapidità e tensione massima (1 punto). *Indicatori:* a) e c) Sviluppare il processo risolutivo; b) Analizzare; d) Argomentare.

Quesito 6. a) $R = V_{eff}^2/P = (230\text{ V})^2/2000\text{ W} = 26{,}5\ \Omega$; $I_{eff} = P/V_{eff} = 2000\text{ W}/230\text{ V} = 8{,}70$ A; $V_0 = \sqrt{2} \times 230\text{ V} = 325$ V; $I_0 = \sqrt{2} \times 8{,}70\text{ A} = 12{,}3$ A (3 punti). **b)** La potenza istantanea è $p = Ri^2 = RI_0^2 \operatorname{sen}^2 \omega t$, con massimo $RI_0^2 = V_0I_0 = 325\text{ V} \times 12{,}3\text{ A} = 4{,}0 \times 10^3$ W (1 punto). Oscilla fra 0 e 4000 W due volte per periodo, e il valore medio di $\operatorname{sen}^2 \omega t$ è ½, perché il suo grafico oscilla simmetricamente intorno a ½: la potenza media è $\frac{1}{2}RI_0^2 = 2000$ W (2 punti). **c)** Nella metà di periodo in cui la corrente passa, la potenza istantanea è la stessa di prima; nell'altra metà è nulla: la media si dimezza, $P = 1000$ W (2 punti). Il valore efficace è, per definizione, la tensione continua che dissipa nella stessa resistenza la stessa potenza media: $V_{eff} = \sqrt{(PR)} = \sqrt{(1000\text{ W} \times 26{,}45\ \Omega)} = 163$ V, cioè $V_0/2$ (1 punto). La relazione $V_{eff} = V_0/\sqrt{2}$ vale solo per una tensione sinusoidale completa, perché viene dalla media di sen^2 uguale a ½; qui la tensione ha un'altra forma, e la media del suo quadrato è $V_0^2/4$ (1 punto). *Indicatori:* a) Sviluppare il processo risolutivo; b) Interpretare/elaborare i dati; c) Analizzare e Argomentare.

Quesito 7. a) In continua, a regime, conta solo la resistenza: $R = 6{,}00\text{ V}/0{,}500\text{ A} = 12{,}0\ \Omega$ (1 punto). $Z = V_{eff}/I_{eff}$: 17,3 Ω; 28,0 Ω; 51,7 Ω; 101 Ω; 201 Ω (2 punti). **b)** La bobina è un circuito RL serie, $Z^2 = R^2 + X_L^2$, quindi $X_L = \sqrt{(Z^2 - R^2)}$: 12,5 Ω; 25,3 Ω; 50,3 Ω; 100 Ω; 201 Ω. Il rapporto X_L/f è costante, fra 0,250 e 0,253 Ω/Hz: la reattanza è proporzionale alla frequenza, come $X_L = 2\pi fL$ (2 punti). $L = (0{,}251\ \Omega/\text{Hz})/(2\pi) = 0{,}040$ H = 40 mH (1 punto). La stima più affidabile è quella a frequenza alta: quando Z è molto maggiore di R, X_L è quasi uguale a Z e risente poco dell'incertezza su R; a 50 Hz Z e R sono simili, e un piccolo errore su Z diventa un errore grande sulla differenza $Z^2 - R^2$ (1 punto). **c)** A 50 Hz $\cos\varphi = R/Z = 12{,}0\ \Omega/17{,}3\ \Omega = 0{,}69$, $\varphi = 46°$, con la corrente in ritardo sulla tensione (2 punti). $P = V_{eff}I_{eff} \cos\varphi = 6{,}00\text{ V} \times 0{,}346\text{ A} \times 0{,}692 = 1{,}44$ W, uguale a $RI_{eff}^2 = 12{,}0\ \Omega \times (0{,}346\text{ A})^2 = 1{,}44$ W: la potenza è dissipata solo nella resistenza (1 punto). *Indicatori:* a) Sviluppare il processo risolutivo; b) Interpretare/elaborare i dati e Argomentare; c) Sviluppare il processo risolutivo.

Quesito 8. a) $V_2 = V_1N_2/N_1 = 230\text{ V} \times 4/460 = 2{,}0$ V (1 punto); $I_2 = V_2/R = 2{,}0\text{ V}/1{,}0 \times 10^{-3}\ \Omega = 2{,}0 \times 10^3$ A (1 punto); nel trasformatore ideale la potenza si conserva, e $I_1 = I_2N_2/N_1 = 2000\text{ A} \times 4/460 = 17$ A (2 punti). **b)** $P = V_2I_2 = 2{,}0\text{ V} \times 2000\text{ A} = 4{,}0$ kW (la stessa che il primario preleva dalla rete, 230 V × 17,4 A); in 0,25 s si producono $Pt = 1{,}0 \times 10^3$ J di calore (2 punti). **c)** Il calore prodotto in un conduttore è RI^2t. Nel secondario la corrente è 115 volte quella del primario: a parità di resistenza scalderebbe circa 13 000 volte di più. Il secondario deve quindi avere una resistenza piccolissima, con conduttori corti e di grande sezione, perché il calore si concentri nel punto di contatto fra le lamiere; il primario, percorso da 17 A, può avere un filo sottile (2 punti). Il flusso variabile induce nel ferro del nucleo correnti di Foucault, che lo scaldano; con lamierini isolati le correnti trovano solo percorsi stretti e le perdite si riducono molto (1 punto). Con una batteria, finito il transitorio, la corrente nel primario sarebbe costante, il flusso nel nucleo non cambierebbe e per la legge di Faraday-Neumann sul secondario non ci sarebbe f.e.m.: il trasformatore funziona solo con correnti variabili (1 punto). *Indicatori:* a) e b) Sviluppare il processo risolutivo; c) Argomentare.