SIMULAZIONE

Simulazione della seconda prova · Fisica

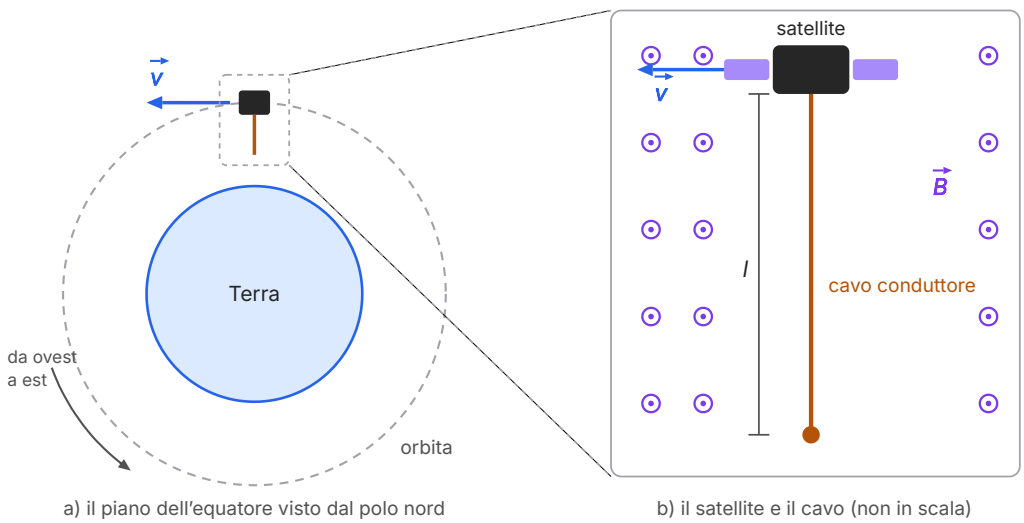
Durata: 6 ore · Punteggio in ventesimi

Fisica 5 · Parte V · Il nucleo, le particelle e l'universo · versione 1.0
Verifica: Simulazione della seconda prova · Fisica · pagine 565–574 del volume completo · estratto per lo studio

La simulazione riguarda l'intero percorso dei cinque anni, con il peso maggiore sul programma del quinto, ed è costruita come la seconda prova dell'esame di Stato: le domande toccano tutti i nuclei tematici dei quadri di riferimento (misura e rappresentazione delle grandezze; spazio, tempo e moto; energia e materia; onde e particelle; forze e campi). **Risolvi uno dei due problemi e rispondi a quattro quesiti a scelta fra gli otto proposti.** Il problema vale 40 punti e ogni quesito 10 punti: il punteggio grezzo massimo è 80, e si converte in ventesimi (e in decimi) con la tabella alla fine della simulazione. Accanto a ogni domanda trovi i punti che vale.

È ammessa la calcolatrice scientifica e puoi consultare le tabelle dell'appendice. Scrivi le formule che usi e i passaggi, e dai ogni risultato con la sua unità di misura e con un numero di cifre significative coerente con i dati: un risultato senza unità è incompleto. Quando ti si chiede di argomentare, rispondi con frasi complete. Dove non è indicato diversamente usa $c = 3{,}00 \times 10^{8}$ m/s, $h = 6{,}63 \times 10^{-34}$ J·s ($hc = 1240$ eV·nm), $e = 1{,}60 \times 10^{-19}$ C, $m_e = 9{,}11 \times 10^{-31}$ kg (0,511 MeV/c^2), 1 u = 931,5 MeV/c^2, $\varepsilon_0 = 8{,}85 \times 10^{-12}$ F/m, $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ T·m/A, $G = 6{,}67 \times 10^{-11}$ N·m^2/kg^2, $\sigma = 5{,}67 \times 10^{-8}$ W/(m^2·K^4), $b = 2{,}90 \times 10^{-3}$ m·K e $k_B = 1{,}38 \times 10^{-23}$ J/K. Come nei capitoli, la lunghezza di un filo o di un cavo si indica con l minuscola.

Problemi · Risolvi uno dei due (40 punti)



a) il piano dell'equatore visto dal polo nord

b) il satellite e il cavo (non in scala)

Figura V6.1 Problema 1: a) il satellite sulla sua orbita, nel piano dell'equatore visto dal polo nord, da cui il campo magnetico terrestre, diretto verso nord, esce dal foglio; b) il satellite con il cavo, diretto verso il centro della Terra, e il verso della velocità (schema, non in scala).

1. ●●● **Un cavo che frena un satellite.** Un satellite di massa complessiva $m = 1{,}20 \times 10^3$ kg percorre un'orbita circolare nel piano dell'equatore, a quota $h = 400$ km, da ovest verso est. Dal satellite viene srotolato verso il basso un cavo conduttore rettilineo che, completamente esteso, è lungo $l = 2{,}00$ km e resta sempre verticale, cioè diretto verso il centro della Terra (Figura V6.1). Lungo l'orbita considera il campo magnetico terrestre uniforme, orizzontale e diretto verso nord; trascura la rotazione della Terra e l'attrito dell'atmosfera residua. La Terra ha raggio $R_T = 6{,}37 \times 10^6$ m e massa $M_T = 5{,}97 \times 10^{24}$ kg. Mentre il cavo viene srotolato, uno strumento di bordo misura la f.e.m. indotta fra i suoi estremi in funzione della lunghezza già srotolata (Tabella V6.1).
   a) Calcola la velocità del satellite e il periodo dell'orbita. Spiega, con la forza di Lorentz sulle cariche del cavo, perché fra i suoi estremi compare una f.e.m. e quale estremo si trova a potenziale più alto. Mostra che i dati sono compatibili con la relazione $\varepsilon = vBl$ e ricava dai dati l'intensità del campo magnetico (10 punti).
   b) Con il cavo tutto srotolato il circuito si chiude attraverso il plasma ionosferico: gli estremi del cavo scambiano elettroni con il gas ionizzato che circonda il satellite. Schematizza il circuito con una resistenza totale $R = 300\ \Omega$. Calcola la corrente, la forza magnetica sul cavo (intensità, direzione e verso) e la potenza dissipata nel circuito; verifica che questa è uguale alla potenza della forza magnetica e spiega perché il risultato è un esempio della legge di Lenz (10 punti).
   c) (Con la gravitazione.) Mostra che l'energia meccanica del satellite in orbita circolare è $E = -GM_Tm/(2r)$. Supponendo che la forza magnetica resti la stessa, calcola di quanto si abbassa l'orbita in un giorno e di quanto cambia la velocità. Argomenta: come può una forza frenante far *aumentare* la velocità del satellite? Confronta il lavoro della forza magnetica con quello della forza di gravità (10 punti).
   d) Un generatore alimentato dai pannelli solari, inserito in serie nel circuito, fa ora circolare nel cavo una corrente della stessa intensità di b) ma di verso opposto. Spiega che cosa cambia per la forza magnetica e per l'orbita. Calcola la f.e.m. che il generatore deve fornire e la potenza che eroga, e mostra come questa potenza si divide. Argomenta infine se il cavo, senza il generatore, frenerebbe il satellite anche se l'orbita fosse percorsa da est verso ovest (10 punti).

Tabella V6.1 Problema 1: f.e.m. misurata fra gli estremi del cavo in funzione della lunghezza srotolata (dati tipici; incertezza ±2 V).

l (m)	200	500	800	1100	1400	1700	2000
ε (V)	38	97	152	212	267	327	382

2. ●●● **Il tubo di un diffrattometro.** In un laboratorio di cristallografia i raggi X sono prodotti da un tubo in cui gli elettroni, emessi quasi da fermi da un filamento caldo, sono accelerati da una differenza di potenziale $\Delta V = 30{,}0$ kV e colpiscono un anodo metallico; la corrente del fascio è 1,0 mA. La Figura V6.2 mostra lo spettro dei raggi X che escono dal tubo.
a) Calcola l'energia cinetica di un elettrone che arriva sull'anodo, in elettronvolt e in joule, e la sua velocità, prima con la formula relativistica e poi con quella classica. Di quanto differiscono le due velocità? Quale formula si deve usare, e perché? Calcola infine quanti elettroni colpiscono l'anodo ogni secondo e la potenza che il fascio gli trasferisce (10 punti).
b) Lo spettro ha due componenti: uno spettro continuo e alcune righe. Spiega perché gli elettroni frenati nell'anodo emettono radiazione. Leggi sul grafico la lunghezza d'onda minima dello spettro continuo e spiega, con il modello dei fotoni, perché esiste un limite così netto; usa la tua lettura per ricavare la costante di Planck. Perché la teoria classica della radiazione non prevede alcun limite? (10 punti)
c) Le righe sono caratteristiche del metallo dell'anodo. Leggi la lunghezza d'onda della riga K_α e calcola l'energia dei suoi fotoni. Nel modello di Bohr la riga K_α corrisponde al salto di un elettrone dal livello $n = 2$ al livello $n = 1$ di un atomo a un solo elettrone con carica nucleare efficace $(Z - 1)e$: usa questo modello per stimare Z e stabilisci di quale metallo è fatto l'anodo, fra rame ($Z = 29$), molibdeno ($Z = 42$), argento ($Z = 47$) e tungsteno ($Z = 74$). Come cambierebbero lo spettro continuo e le righe se il tubo funzionasse a 15,0 kV? Argomenta con una stima di Bohr dell'energia necessaria per liberare un elettrone dal livello $n = 1$ (10 punti).
d) (Con l'interferenza.) Un fascio di raggi X K_α incide su un cristallo di cloruro di sodio i cui piani di atomi distano $d = 0{,}282$ nm. Calcola gli angoli fra il fascio e i piani per cui si osservano i massimi di primo e di secondo ordine, e il numero di ordini osservabili. Anche gli elettroni del tubo hanno una lunghezza d'onda: calcola quella di de Broglie (con la quantità di moto relativistica) e l'angolo del massimo di primo ordine che darebbero sullo stesso cristallo. Argomenta, con i risultati di tutto il problema, in che senso la radiazione e gli elettroni mostrano sia un comportamento da onda sia uno da particella (10 punti).

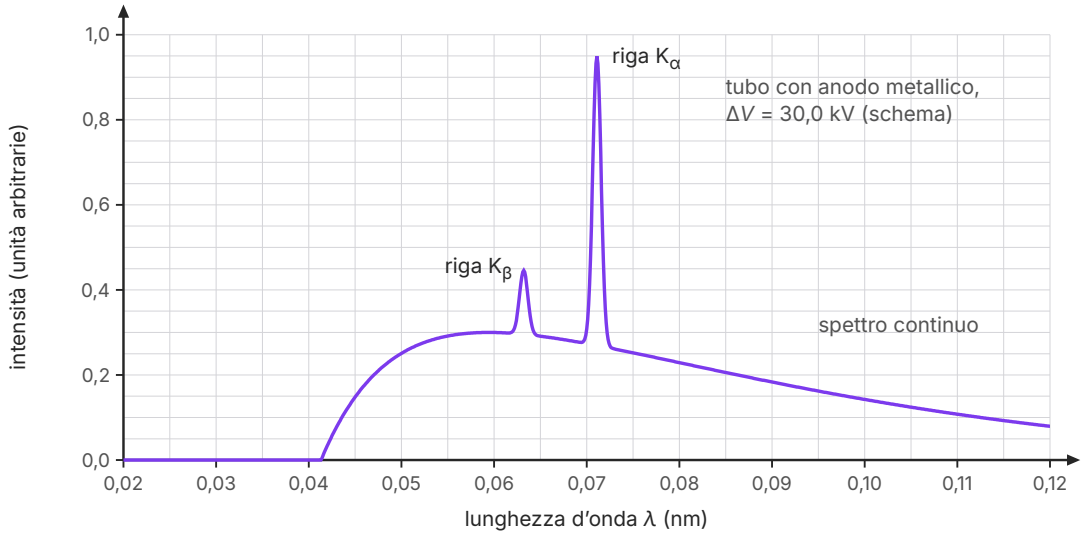


Figura V6.2 Problema 2: spettro dei raggi X emessi da un tubo con ΔV = 30,0 kV, in funzione della lunghezza d'onda (andamento schematico, calcolato; le altezze delle righe non sono in scala con lo spettro continuo). Le due righe K_α e K_β si sovrappongono allo spettro continuo.

Quesiti · Rispondi a quattro degli otto (10 punti ciascuno)

1. ●● **La velocità del suono in un tubo.** Un tubo di vetro aperto in alto è immerso in un recipiente d'acqua, così che la lunghezza della colonna d'aria si può variare. Sopra l'imboccatura vibra un diapason da 512 Hz. Alzando lentamente il tubo, cinque studenti misurano la lunghezza L della colonna d'aria, dall'imboccatura alla superficie dell'acqua, in corrispondenza della prima e della seconda risonanza (Tabella V6.2); la temperatura dell'aria è 22 °C. a) Calcola per ciascuna risonanza il valore medio e l'incertezza, come semidispersione massima (2 punti). b) Spiega perché la differenza fra le due lunghezze di risonanza è mezza lunghezza d'onda; ricava la lunghezza d'onda e la velocità del suono, con le loro incertezze (4 punti). c) La velocità del suono nell'aria dipende dalla temperatura assoluta secondo $v = 331{,}3\ \text{m/s} \cdot \sqrt{(T/273{,}15\ \text{K})}$. La tua misura è compatibile con il valore previsto? (2 punti) d) Uno studente calcola invece la lunghezza d'onda come $4L_1$. Mostra che il suo risultato non è compatibile con il valore previsto, proponi una spiegazione dell'errore sistematico e spiega perché il metodo della differenza non ne risente (2 punti).

Tabella V6.2 Quesito 1: lunghezze della colonna d'aria alla prima (L_1) e alla seconda risonanza (L_2), misurate da cinque studenti (dati tipici).

Studente	1	2	3	4	5
L_1 (cm)	16,2	16,6	16,4	16,1	16,5
L_2 (cm)	50,2	49,8	50,3	50,0	50,1

2. ●● **Un comando e un impatto.** Nel sistema di riferimento S del Sistema solare la Terra e una stazione scientifica sono ferme, sull'asse x, a una distanza di $9{,}00 \times 10^{10}$ m (dell'ordine della distanza fra la Terra e Marte). L'evento A è l'invio di un comando radio dalla Terra ($x = 0$, $t = 0$); l'evento B è l'impatto di un meteorite sulla stazione, all'istante $t = 240$ s di S. Un'astronave, sistema S′, si muove lungo $+x$ e passa davanti alla Terra nell'istante A, in cui gli orologi di S e di S′ segnano entrambi zero. a) Per un'astronave con velocità $0{,}60c$, calcola con le trasformazioni di Lorentz l'istante e la posizione dell'evento B misurati in S′ (3 punti). b) Calcola l'intervallo invariante fra A e B in S e in S′, e di' di che tipo è (2 punti). c) Con quale velocità dovrebbe muoversi l'astronave perché A e B siano simultanei per i suoi orologi? Che cosa misura un'astronave con velocità $0{,}90c$? (3 punti) d) Il comando inviato in A potrebbe aver provocato l'impatto B, per esempio deviando il meteorite? Argomenta, e spiega perché l'inversione dell'ordine temporale trovata in c) non contraddice il principio di causalità (2 punti).

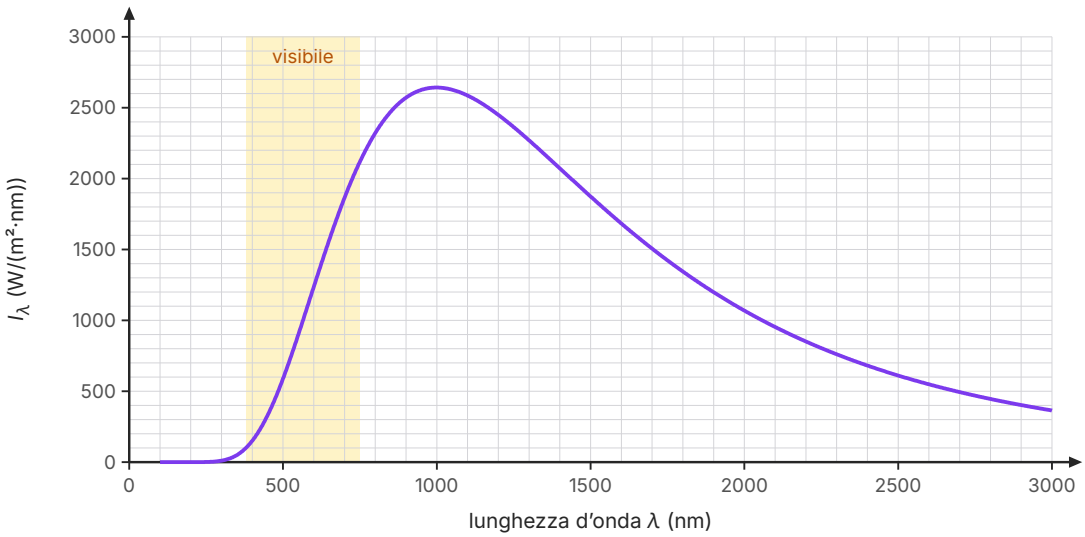


Figura V6.3 Quesito 3: intensità spettrale del filamento di una lampada a incandescenza, calcolata con la legge di Planck per un corpo nero; la banda colorata è il visibile (380–750 nm).

3. ●● **Lo spettro di un filamento.** La Figura V6.3 mostra l'intensità spettrale della radiazione emessa dal filamento di una lampada a incandescenza, considerato un corpo nero. a) Leggi sul grafico la lunghezza d'onda del massimo e ricava la temperatura del filamento. In quale banda dello spettro cade il massimo? (3 punti) b) Stima l'area sotto la curva fra 0 e 3000 nm, per esempio con trapezi larghi 500 nm, e confrontala con la potenza emessa per unità di superficie prevista dalla legge di Stefan-Boltzmann; spiega la differenza (3 punti). c) Leggi l'intensità spettrale a 500 nm e confrontala con la previsione classica di Rayleigh-Jeans, $I_\lambda = 2\pi c k_B T/\lambda^4$. Spiega la differenza con l'ipotesi di Planck, confrontando l'energia di un quanto a 500 nm con $k_B T$ (2 punti). d) Un calcolo numerico mostra che fra 380 nm e 750 nm cade circa il 10% della potenza emessa. Argomenta perché, per avere più luce visibile, servirebbe un filamento più caldo, e perché le lampade a incandescenza sono state sostituite da sorgenti di altro tipo (2 punti).

4. ●● **Una pila al plutonio.** Le sonde spaziali dirette lontano dal Sole ricavano energia elettrica dal calore prodotto dal decadimento α del plutonio-238, con tempo di dimezzamento 87,7 anni. Le masse atomiche sono: $m(^{238}\text{Pu}) = 238{,}049\,560$ u, $m(^{234}\text{U}) = 234{,}040\,952$ u, $m(^{4}\text{He}) = 4{,}002\,603$ u; il plutonio ha $Z = 94$. Usa 1 anno $= 3{,}16 \times 10^7$ s e $N_A = 6{,}02 \times 10^{23}\ \text{mol}^{-1}$. a) Scrivi l'equazione del decadimento, controllando la conservazione della carica e del numero di nucleoni, e calcola l'energia liberata Q (3 punti). b) Il nucleo di plutonio è fermo. Con la conservazione della quantità di moto calcola come si divide Q fra la particella α e il nucleo figlio, e giustifica l'uso delle formule non relativistiche (2 punti). c) Calcola l'attività e la potenza termica di 1,00 kg di plutonio-238, e la potenza dopo 20 anni di viaggio (3 punti). d) Di quanto diminuisce in un anno la massa del combustibile per effetto della sola energia emessa? Argomenta perché per questo uso si sceglie un emettitore α con un tempo di dimezzamento di qualche decina di anni (2 punti).

5. ●● **Due antenne in fase.** Una stazione radio trasmette alla frequenza di 1,00 MHz con due antenne verticali uguali, distanti $d = 150$ m e alimentate in fase. Considera solo punti del piano orizzontale molto lontani dalle antenne, e indica con φ l'angolo fra la direzione del punto e la retta che unisce le antenne. a) Calcola la lunghezza d'onda e trova le direzioni in cui l'intensità è massima e quelle in cui è nulla; calcola l'intensità a $\varphi = 60°$, in rapporto al massimo (3 punti). b) In un punto lontano, una sola antenna produrrebbe un campo elettrico di ampiezza 5,0 mV/m. Calcola l'intensità dell'onda di una sola antenna e quella delle due antenne insieme in una direzione di massimo. Argomenta: l'intensità quadruplicata con una potenza solo raddoppiata viola la conservazione dell'energia? (3 punti) c) Si avvicinano le antenne a $d = 75$ m e si alimenta l'antenna B con un ritardo di un quarto di periodo rispetto all'antenna A. Mostra che nella direzione che va da A verso B le due onde arrivano in fase, mentre nella direzione opposta arrivano in opposizione di fase, e spiega a che cosa può servire questa disposizione (4 punti).

6. ●● **Dentro un cavo coassiale.** Un cavo coassiale è formato da un filo di rame di raggio $a = 0{,}50$ mm e da una guaina conduttrice cilindrica sottile, coassiale, di raggio $b = 2{,}0$ mm. Nel filo scorre una corrente $I = 2{,}0$ A, distribuita uniformemente nella sezione, che torna indietro nella guaina. a) Usa la simmetria del cavo e il teorema di Ampère per ricavare il campo magnetico a distanza r dall'asse nelle tre regioni (dentro il filo, fra filo e guaina, fuori dal cavo), e calcolalo a 0,25 mm, a 1,0 mm e a 3,0 mm dall'asse (4 punti). b) Il filo e la guaina hanno cariche opposte, +5,0 nC e −5,0 nC per metro di cavo. Con il teorema di Gauss calcola il campo elettrico a 1,0 mm dall'asse e mostra che fuori dal cavo è nullo (3 punti). c) Si dimostra che l'induttanza (trascurando il campo magnetico dentro il filo) e la capacità di un metro di cavo sono $L' = (\mu_0/2\pi)\ln(b/a)$ e $C' = 2\pi\varepsilon_0/\ln(b/a)$, e che i segnali viaggiano lungo il cavo alla velocità $1/\sqrt{(L'C')}$. Calcola L', C' e la velocità, e commenta il risultato. Quanto vale la velocità se lo spazio fra filo e guaina è riempito di polietilene ($\varepsilon_r = 2{,}25$)? (3 punti)

7. ●● **Concentrare la luce del Sole.** In una centrale solare un campo di specchi concentra la luce del Sole, che al suolo ha intensità 900 W/m^2, su un ricevitore: su ogni metro quadrato del ricevitore arriva una potenza 600 volte maggiore. Il ricevitore assorbe tutta la radiazione ed emette come un corpo nero, solo dalla faccia illuminata; trascura le altre perdite. a) Calcola la temperatura che il ricevitore raggiunge se non gli si sottrae calore (3 punti). b) Il ricevitore è mantenuto a 1000 K e il calore che non riemette alimenta un motore termico ideale che cede calore all'ambiente a 300 K. Calcola la frazione della potenza solare concentrata che il ricevitore trasmette al motore, il rendimento del motore e il rendimento complessivo (3 punti). c) Ripeti il calcolo del rendimento complessivo per un ricevitore a 600 K e a 1500 K, e argomenta perché esiste una temperatura di lavoro ottimale (2 punti). d) Argomenta, con il secondo principio della termodinamica, perché nessun sistema di specchi o di lenti, per quanto grande, può portare il ricevitore a una temperatura superiore a quella della superficie del Sole (2 punti).

8. ●●● **Un atomo con un muone.** Un muone negativo, particella con la carica dell'elettrone e massa 105,7 MeV/c^2, può essere catturato da un protone al posto dell'elettrone: si forma un atomo di idrogeno muonico. Trascura il moto del protone. a) Mostra che, se l'orbita di Bohr contiene un numero intero di lunghezze d'onda di de Broglie, il momento angolare è quantizzato: $mvr = n\hbar$ (3 punti). b) Il raggio e l'energia di Bohr dell'idrogeno sono $r_1 = \varepsilon_0 h^2/(\pi m_e e^2) = 5{,}29 \times 10^{-11}$ m ed $E_1 = -13{,}6$ eV. Spiega come dipendono dalla massa della particella orbitante e calcola r_1 ed E_1 per l'idrogeno muonico; calcola la lunghezza d'onda del fotone emesso nel salto da $n = 2$ a $n = 1$ e di' a quale banda appartiene (3 punti). c) Il muone vive in media 2,2 μs. Calcola il periodo dell'orbita $n = 1$ e il numero di giri che il muone compie in una vita media: l'atomo muonico ha il tempo di formarsi e di emettere luce? Serve tener conto della dilatazione dei tempi? (2 punti) d) In un atomo di piombo ($Z = 82$, $A = 208$) con un muone, il modello di Bohr darebbe un raggio r_1/Z. Confrontalo con il raggio del nucleo e argomenta che cosa non funziona più nel modello (2 punti).

Griglia di valutazione Gli indicatori della seconda prova di fisica e i loro punteggi massimi, in ventesimi.

Indicatore	Che cosa si valuta	Punti
Analizzare	Esaminare la situazione proposta, riconoscere i fenomeni e le leggi in gioco, formulare le ipotesi e scegliere un modello adatto.	5
Sviluppare il processo risolutivo	Impostare e svolgere i calcoli con le leggi pertinenti, in modo corretto e completo, con unità di misura e cifre significative.	6
Interpretare, rappresentare, elaborare i dati	Leggere ed elaborare dati, tabelle e grafici, rappresentarli, valutare la coerenza dei risultati e il loro accordo con le misure.	5
Argomentare	Spiegare le scelte e il procedimento, motivare le risposte qualitative con il linguaggio specifico, discutere i limiti del modello.	4
Totale		**20**

Gli indicatori e i punteggi massimi della griglia sono quelli dei quadri di riferimento ministeriali per la seconda prova (D.M. 769/2018), mentre le descrizioni della seconda colonna ne sono una sintesi: all'esame la commissione assegna a ogni indicatore un punteggio, fino al massimo, guardando la prova nel suo insieme. Nelle soluzioni, alla fine di ogni problema e di ogni quesito, trovi l'indicatore che ciascuna domanda verifica di più. Per correggere da solo il tuo lavoro somma i punti grezzi delle domande, al massimo 40 per il problema e 40 per i quattro quesiti, e convertili con la tabella.

Dal punteggio al voto Corrispondenza fra punteggio grezzo (0–80), voto in ventesimi e voto in decimi: ogni ventesimo vale 4 punti grezzi.

Punti grezzi	Ventesimi	Decimi	Punti grezzi	Ventesimi	Decimi
0–5	1	0,5	42–45	11	5,5
6–9	2	1	46–49	12	6
10–13	3	1,5	50–53	13	6,5
14–17	4	2	54–57	14	7
18–21	5	2,5	58–61	15	7,5
22–25	6	3	62–65	16	8
26–29	7	3,5	66–69	17	8,5
30–33	8	4	70–73	18	9
34–37	9	4,5	74–77	19	9,5
38–41	10	5	78–80	20	10

Soluzioni

Problema 1. a) Il raggio dell'orbita è $r = R_T + h = 6{,}77 \times 10^6$ m. La forza di gravità fa da forza centripeta, $GM_Tm/r^2 = mv^2/r$, quindi $v = \sqrt{(GM_T/r)} = \sqrt{(6{,}67 \times 10^{-11}\ \mathrm{N{\cdot}m^2/kg^2} \times 5{,}97 \times 10^{24}\ \mathrm{kg}/6{,}77 \times 10^6\ \mathrm{m})} = 7{,}67 \times 10^3$ m/s (2 punti); il periodo è $T = 2\pi r/v = 5{,}55 \times 10^3$ s, circa 92 minuti (1 punto). Le cariche libere del cavo si muovono con il satellite verso est, e il campo è diretto verso nord: su una carica positiva la forza di Lorentz $q\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B}$ è diretta verso l'alto, cioè lontano dalla Terra, lungo il cavo. Gli elettroni sono spinti verso l'estremo inferiore, che si carica negativamente, mentre l'estremo superiore, attaccato al satellite, resta positivo ed è a potenziale più alto. La separazione si arresta quando il campo elettrico delle cariche accumulate equilibra la forza magnetica, $qE = qvB$: la f.e.m. è $El = vBl$, come per una sbarretta che scorre su due binari (3 punti). Nella tabella il rapporto ε/l vale fra 0,190 V/m e 0,194 V/m, costante entro le incertezze (±2 V sono il 5% della prima misura e lo 0,5% dell'ultima): nel grafico ε–l i punti stanno su una retta per l'origine. La pendenza, con i punti estremi, è $(382 - 38)\ \mathrm{V}/(2000 - 200)\ \mathrm{m} = 0{,}191$ V/m, e la retta di regressione dà lo stesso valore (2 punti). Poiché la pendenza è vB: $B = 0{,}191\ \mathrm{V/m}/(7{,}67 \times 10^3\ \mathrm{m/s}) = 2{,}49 \times 10^{-5}\ \mathrm{T} \approx 2{,}5 \times 10^{-5}$ T, un valore tipico del campo terrestre (2 punti). **b)** Con il cavo tutto srotolato $\varepsilon = vBl = 7{,}67 \times 10^3\ \mathrm{m/s} \times 2{,}49 \times 10^{-5}\ \mathrm{T} \times 2{,}00 \times 10^3\ \mathrm{m} = 382$ V, come nella tabella, e $i = \varepsilon/R = 382\ \mathrm{V}/300\ \Omega = 1{,}27$ A (2 punti). Nel cavo la corrente va dall'estremo inferiore a quello superiore, cioè verso l'alto, e si richiude attraverso il plasma. La forza è $F = ilB = 1{,}27\ \mathrm{A} \times 2{,}00 \times 10^3\ \mathrm{m} \times 2{,}49 \times 10^{-5}\ \mathrm{T} = 6{,}3 \times 10^{-2}$ N (2 punti); per $i\boldsymbol{l} \times \boldsymbol{B}$, con $\boldsymbol{l}$ verso l'alto e $\boldsymbol{B}$ verso nord, è orizzontale e diretta verso ovest, cioè opposta alla velocità del satellite (2 punti). La potenza dissipata è $\varepsilon i = 382\ \mathrm{V} \times 1{,}27\ \mathrm{A} = 486$ W, e la potenza della forza magnetica è $Fv = 6{,}34 \times 10^{-2}\ \mathrm{N} \times 7{,}67 \times 10^3$ m/s = 486 W: l'energia dissipata nel circuito è tolta al moto del satellite (2 punti). È la legge di Lenz: la corrente indotta produce una forza che si oppone al moto che la genera; se la forza fosse concorde con la velocità, il satellite accelererebbe e produrrebbe sempre più energia elettrica dal nulla (2 punti). **c)** Da $v^2 = GM_T/r$: $K = \frac{1}{2}mv^2 = GM_Tm/(2r)$; con $U = -GM_Tm/r$ si ottiene $E = K + U = -GM_Tm/(2r) = -3{,}53 \times 10^{10}$ J, e $K = -E$ (2 punti). In un giorno la forza magnetica sottrae l'energia $P\Delta t = 486\ \mathrm{W} \times 86\,400\ \mathrm{s} = 4{,}2 \times 10^7$ J (2 punti). La nuova energia è $E' = -3{,}533 \times 10^{10}$ J, e da $r' = -GM_Tm/(2E') = 6{,}762 \times 10^6$ m l'orbita si abbassa di circa 8 km (con $\Delta r \approx 2r^2|\Delta E|/(GM_Tm)$ si ottiene lo stesso risultato) (2 punti). La velocità diventa $\sqrt{(GM_T/r')} = 7673{,}9$ m/s: è aumentata di circa 4,6 m/s (1 punto). Non c'è contraddizione. Mentre la forza magnetica frena, il satellite scende lungo una spirale molto stretta, e la forza di gravità ha una piccola componente lungo la velocità: compie un lavoro positivo, uguale alla diminuzione dell'energia potenziale, $-\Delta U = 8{,}4 \times 10^7$ J, doppio del lavoro negativo della forza magnetica, $-4{,}2 \times 10^7$ J. Il lavoro totale è positivo e, per il teorema dell'energia cinetica, K cresce di $4{,}2 \times 10^7$ J (3 punti). **d)** Con la corrente invertita si inverte anche $i\boldsymbol{l} \times \boldsymbol{B}$: la forza è diretta verso est, concorde con la velocità, compie lavoro positivo e l'energia meccanica cresce; l'orbita si alza, senza consumare propellente (2 punti). Il generatore deve vincere la f.e.m. indotta, che ora si oppone alla corrente: $\varepsilon_g - \varepsilon = Ri$, quindi $\varepsilon_g = 382\ \mathrm{V} + 300\ \Omega \times 1{,}27\ \mathrm{A} = 764$ V (3 punti). Il generatore eroga $\varepsilon_g i = 764\ \mathrm{V} \times 1{,}27\ \mathrm{A} = 9{,}7 \times 10^2$ W: metà, $Ri^2 = 486$ W, si dissipa per effetto Joule, l'altra metà, $\varepsilon i = Fv = 486$ W, diventa energia meccanica dell'orbita, come in un motore elettrico (3 punti). Se il satellite andasse da est verso ovest, si invertirebbero $\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B}$, la f.e.m., la corrente e la forza, che sarebbe di nuovo opposta alla velocità: per la legge di Lenz il cavo frena sempre il moto che produce la corrente (2 punti). *Indicatori:* a) Analizzare e Interpretare/elaborare i dati; b) Sviluppare il processo risolutivo e Argomentare; c) Sviluppare il

processo risolutivo e Argomentare; d) Analizzare e Argomentare.

Problema 2. a) $K = e\Delta V = 30{,}0$ keV $= 1{,}60 \times 10^{-19}$ C $\times$ $3{,}00 \times 10^4$ V $= 4{,}80 \times 10^{-15}$ J (1 punto). Con $K = (\gamma - 1)mc^2$: $\gamma = 1 + 30{,}0$ keV/511 keV $= 1{,}0587$ e $\beta = \sqrt{(1 - 1/\gamma^2)} = 0{,}328$, cioè $v = 9{,}85 \times 10^7$ m/s, nel sistema del laboratorio (3 punti). Con la formula classica $v = \sqrt{(2K/m)} = \sqrt{(2 \times 4{,}80 \times 10^{-15}\text{ J}/9{,}11 \times 10^{-31}\text{ kg})} = 1{,}03 \times 10^8$ m/s, il 4% in più (2 punti). È corretta la formula relativistica: l'energia cinetica è il 6% dell'energia a riposo, e a questo livello la formula classica sbaglia di qualche per cento; diventa accettabile solo se $K \ll mc^2$ (2 punti). Ogni secondo arrivano $I/e = 1{,}0 \times 10^{-3}$ A/$1{,}60 \times 10^{-19}$ C $= 6{,}3 \times 10^{15}$ elettroni, che trasferiscono all'anodo la potenza $\Delta V \cdot I = 3{,}00 \times 10^4$ V $\times$ $1{,}0 \times 10^{-3}$ A $= 30$ W, quasi tutta come calore (per questo l'anodo va raffreddato) (2 punti). **b)** Un elettrone frenato bruscamente dai nuclei dell'anodo subisce una forte accelerazione, e una carica accelerata irraggia onde elettromagnetiche: è lo spettro continuo (2 punti). Lo spettro parte da zero a $\lambda_{min} \approx 0{,}041$ nm (fra le linee di 0,040 nm e 0,045 nm, poco dopo la prima) (2 punti). Ogni fotone è emesso da un solo elettrone e può avere al massimo tutta la sua energia cinetica: $hc/\lambda \le e\Delta V$, quindi $\lambda \ge hc/(e\Delta V)$; il limite corrisponde agli elettroni che cedono tutta la loro energia in un solo fotone (2 punti). Da qui $h = e\Delta V\lambda_{min}/c = 1{,}60 \times 10^{-19}$ C $\times$ $3{,}00 \times 10^4$ V $\times$ $4{,}13 \times 10^{-11}$ m/($3{,}00 \times 10^8$ m/s) $= 6{,}6 \times 10^{-34}$ J·s, in accordo con il valore noto entro la precisione della lettura (con 0,041 nm si trova $6{,}56 \times 10^{-34}$ J·s, l'1% in meno) (2 punti). Per la teoria classica la radiazione di una carica frenata è un'onda la cui energia è distribuita con continuità su tutte le frequenze, senza un limite legato all'energia del singolo elettrone: il taglio netto si spiega solo se la radiazione è emessa in quanti hf (2 punti). **c)** La riga K_α è a $\lambda \approx 0{,}071$ nm: $E = hc/\lambda = 1240$ eV·nm/0,0711 nm $= 1{,}74 \times 10^4$ eV $= 17{,}4$ keV (2 punti). Per un atomo con un solo elettrone e carica nucleare $(Z - 1)e$, i livelli sono $-13{,}6\text{ eV} \cdot (Z - 1)^2/n^2$, e il salto da $n = 2$ a $n = 1$ vale $13{,}6\text{ eV} \cdot (Z - 1)^2(1 - \frac{1}{4}) = 10{,}2\text{ eV} \cdot (Z - 1)^2$. Quindi $Z - 1 = \sqrt{(17\,400\text{ eV}/10{,}2\text{ eV})} = 41{,}3$ e $Z \approx 42$: l'anodo è di molibdeno (3 punti). (Lo stesso modello dà per la riga K_β, da $n = 3$ a $n = 1$, $12{,}1\text{ eV} \times 41^2 = 20{,}3$ keV, cioè 0,061 nm, contro 0,063 nm del grafico: il modello è una buona stima, non una teoria esatta.) A 15,0 kV la lunghezza d'onda minima raddoppia, $\lambda_{min} = 1240$ eV·nm/15 000 eV $= 0{,}083$ nm, e lo spettro continuo diventa meno intenso e si sposta verso le lunghezze d'onda maggiori (2 punti). Le righe, invece, dipendono solo dal metallo: la loro posizione non cambia con ΔV. Ma per emettere la K_α un elettrone deve prima essere strappato dal livello $n = 1$, e la stima di Bohr di questa energia è $13{,}6\text{ eV} \times 41^2 \approx 23$ keV (il valore misurato è di circa 20 keV): elettroni da 15 keV non bastano, e le righe K scompaiono (3 punti). **d)** Dalla condizione di Bragg $2d \text{ sen } \theta = m\lambda$: sen $\theta_1 = 0{,}0711$ nm/(2 × 0,282 nm) = 0,126, $\theta_1 = 7{,}2°$; sen $\theta_2 = 0{,}252$, $\theta_2 = 14{,}6°$ (3 punti). Poiché sen $\theta \le 1$, $m \le 2d/\lambda = 7{,}9$: si osservano 7 ordini (1 punto). Per gli elettroni $pc = \sqrt{(K^2 + 2Kmc^2)} = \sqrt{(30{,}0^2 + 2 \times 30{,}0 \times 511)}$ keV $= 178$ keV e $\lambda = h/p = hc/(pc) = 1240$ eV·nm/$1{,}78 \times 10^5$ eV $= 6{,}98 \times 10^{-3}$ nm (la formula classica darebbe $7{,}08 \times 10^{-3}$ nm) (3 punti). Sul cristallo darebbero il primo massimo a sen $\theta = 0{,}00698/0{,}564 = 0{,}0124$, $\theta = 0{,}71°$ (1 punto). Il comportamento da particella si vede nel limite λ_{min} (un elettrone, al più un fotone) e nelle righe, fotoni di energia uguale a una differenza fra livelli; quello da onda nella diffrazione di Bragg, che vale per i raggi X e, con $\lambda = h/p$, per gli elettroni. Nessuno dei due modelli da solo descrive tutti i fatti (2 punti). *Indicatori:* a) Sviluppare il processo risolutivo e Argomentare; b) Interpretare/elaborare i dati e Argomentare; c) Analizzare e Interpretare/elaborare i dati; d) Sviluppare il processo risolutivo e Argomentare.

Quesito 1. a) L_1: media 16,36 cm, semidispersione (16,6 − 16,1)/2 cm = 0,25 cm, quindi $L_1 = (16{,}4 \pm 0{,}3)$ cm; L_2: media 50,08 cm, semidispersione (50,3 − 49,8)/2 cm = 0,25 cm, quindi $L_2 = (50{,}1 \pm 0{,}3)$ cm (2 punti). **b)** Alla superficie dell'acqua l'aria non può spostarsi (nodo), all'imboccatura aperta oscilla al massimo (ventre): c'è risonanza quando la colonna contiene un numero dispari di quarti di lunghezza d'onda, $L = \lambda/4, 3\lambda/4, \ldots$, e due risonanze successive differiscono di $\lambda/2$ (2 punti). $\lambda = 2(L_2 - L_1) = 2 \times 33{,}7$ cm $= 67{,}4$ cm; nella differenza si sommano le incertezze assolute, 0,6 cm, che il fattore esatto 2 porta a 1,2 cm: $\lambda = (67{,}4 \pm 1{,}2)$ cm (1 punto). $v = f\lambda = 512$ Hz $\times$

0,674 m = 345 m/s, con la stessa incertezza relativa di λ, 1,8% (la frequenza del diapason si considera esatta): $v = (345 \pm 6)$ m/s (1 punto). **c)** A 22 °C, $T = 295{,}15$ K e $v = 331{,}3$ m/s × $\sqrt{(295{,}15/273{,}15)} = 344$ m/s. La differenza, 1 m/s, è minore dell'incertezza, 6 m/s: la misura è compatibile (2 punti). **d)** $4L_1 = (65{,}6 \pm 1{,}2)$ cm dà $v = (336 \pm 6)$ m/s; la differenza dal valore previsto, 8 m/s, supera l'incertezza: non compatibile (1 punto). Il ventre di spostamento non è esattamente sull'imboccatura, ma un poco fuori dal tubo (qui di circa $\lambda/4 - L_1 \approx 0{,}5$ cm): la colonna d'aria che vibra è più lunga di quella misurata. Lo scarto è lo stesso per tutte le risonanze, e nella differenza $L_2 - L_1$ si cancella (1 punto). *Indicatori:* a) Interpretare/elaborare i dati; b) Analizzare e Sviluppare il processo risolutivo; c) Interpretare/elaborare i dati; d) Argomentare.

Quesito 2. a) $\gamma = 1/\sqrt{(1 - 0{,}60^2)} = 1{,}25$. Con $v = 1{,}80 \times 10^8$ m/s: $vx/c^2 = 1{,}80 \times 10^8$ m/s × $9{,}00 \times 10^{10}$ m/$(9{,}00 \times 10^{16}$ m^2/s$^2) = 180$ s, quindi $t'_B = \gamma(t - vx/c^2) = 1{,}25 \times (240 - 180)$ s = 75 s; $x'_B = \gamma(x - vt) = 1{,}25 \times (9{,}00 \times 10^{10}$ m $- 4{,}32 \times 10^{10}$ m$) = 5{,}85 \times 10^{10}$ m. Sono l'istante e la posizione misurati nel sistema dell'astronave; A è l'origine di entrambi i sistemi (3 punti). **b)** In S: $(\Delta s)^2 = (c\Delta t)^2 - (\Delta x)^2 = (7{,}20 \times 10^{10}$ m$)^2 - (9{,}00 \times 10^{10}$ m$)^2 = -2{,}92 \times 10^{21}$ m^2; in S′: $(2{,}25 \times 10^{10}$ m$)^2 - (5{,}85 \times 10^{10}$ m$)^2 = -2{,}92 \times 10^{21}$ m^2, lo stesso valore, come deve essere. L'intervallo è negativo: di tipo spazio (2 punti). **c)** $t'_B = 0$ se $t = vx/c^2$, cioè $v = c^2t/x = c \times (ct/x) = c \times 7{,}20/9{,}00 = 0{,}80c$ (2 punti). A $0{,}90c$, $\gamma = 2{,}29$ e $t'_B = 2{,}29 \times (240$ s $- 0{,}90 \times 300$ s$) = -69$ s: per questa astronave l'impatto avviene 69 s *prima* dell'invio del comando (1 punto). **d)** No. Un segnale partito dalla Terra in A, anche alla velocità della luce, arriverebbe alla stazione a $t = 9{,}00 \times 10^{10}$ m/$c = 300$ s, dopo l'impatto; poiché nessun segnale supera c, A non può influire su B: è ciò che dice un intervallo di tipo spazio (1 punto). L'ordine temporale si può invertire solo per eventi di questo tipo. Per due eventi che possono essere legati da causa ed effetto l'intervallo è di tipo tempo o luce, $|\Delta x| \le c|\Delta t|$, e poiché $v < c$ il termine $v\Delta x/c^2$ non supera mai Δt: $\Delta t'$ ha lo stesso segno in ogni sistema, e la causa precede l'effetto per tutti (1 punto). *Indicatori:* a) Sviluppare il processo risolutivo; b) Sviluppare il processo risolutivo; c) Analizzare; d) Argomentare.

Quesito 3. a) Il massimo è a $\lambda_{max} \approx 1000$ nm; per la legge di Wien $T = b/\lambda_{max} = 2{,}90 \times 10^{-3}$ m·K/$1{,}00 \times 10^{-6}$ m $= 2{,}9 \times 10^3$ K. Il massimo cade nell'infrarosso vicino, oltre il limite del visibile di 750 nm (3 punti). **b)** Dal grafico, a 0, 500, 1000, 1500, 2000, 2500 e 3000 nm: circa 0, 590, 2640, 1870, 1070, 610 e 360 W/(m^2·nm). Con trapezi larghi 500 nm: 500 nm × (0/2 + 590 + 2640 + 1870 + 1070 + 610 + 360/2) W/(m^2·nm) ≈ $3{,}5 \times 10^6$ W/m^2 (2 punti). La legge di Stefan-Boltzmann dà $\sigma T^4 = 5{,}67 \times 10^{-8}$ W/(m^2·K^4) × (2900 K)$^4 = 4{,}0 \times 10^6$ W/m^2. La stima è l'88% circa: la curva a 3000 nm non è ancora a zero, e la coda oltre 3000 nm, che il grafico non mostra, porta il resto della potenza (1 punto). **c)** A 500 nm $I_\lambda \approx 590$ W/(m^2·nm). La formula classica dà $2\pi \times 3{,}00 \times 10^8$ m/s × $1{,}38 \times 10^{-23}$ J/K × 2900 K/$(5{,}00 \times 10^{-7}$ m$)^4 = 1{,}2 \times 10^{15}$ W/m$^3 = 1{,}2 \times 10^6$ W/(m^2·nm), circa 2000 volte di più (1 punto). Un quanto a 500 nm vale 1240 eV·nm/500 nm = 2,48 eV, mentre $k_BT = 1{,}38 \times 10^{-23}$ J/K × 2900 K/$(1{,}60 \times 10^{-19}$ J/eV) = 0,250 eV: il quanto è circa 10 volte l'energia termica tipica, e gli oscillatori a quella frequenza sono quasi sempre nello stato più basso. La fisica classica assegna invece a ogni modo l'energia media k_BT, e sovrastima tanto più quanto più corta è la lunghezza d'onda (1 punto). **d)** Per la legge di Wien il massimo si sposta verso lunghezze d'onda più corte quando T cresce: a temperatura più alta una frazione maggiore della potenza cade nel visibile (un calcolo analogo dà circa il 17% a 3400 K, e quasi metà alla temperatura della superficie del Sole). Ma il tungsteno fonde a circa 3700 K e già prima evapora rapidamente, e il filamento non può essere molto più caldo (1 punto). Circa il 90% della potenza esce come infrarosso, cioè come calore: per questo le lampade a incandescenza sono state sostituite da sorgenti come i LED, che non sono corpi neri ed emettono fotoni con energia vicina a quella del salto fra livelli, scelta nel visibile (1 punto). *Indicatori:* a) Interpretare/elaborare i dati; b) Interpretare/elaborare i dati; c) Sviluppare il processo risolutivo e Argomentare; d) Argomentare.

Quesito 4. a) $^{238}_{94}\text{Pu} \rightarrow {}^{234}_{92}\text{U} + {}^{4}_{2}\text{He}$: numero di nucleoni 238 = 234 + 4, carica 94 = 92 + 2 (1 punto). Con le

masse atomiche gli elettroni si bilanciano (94 = 92 + 2): Δm = 238,049 560 u − 234,040 952 u − 4,002 603 u = 0,006 005 u e Q = 0,006 005 × 931,5 MeV = 5,59 MeV (2 punti). **b)** Il nucleo iniziale è fermo: le quantità di moto finali sono uguali e opposte, $p_\alpha = p_U$. Da $K = p^2/(2m)$ le energie cinetiche sono inversamente proporzionali alle masse: $K_\alpha = Q \cdot m_U/(m_U + m_\alpha) \approx$ 5,59 MeV × 234/238 = 5,50 MeV e K_U = 0,09 MeV (1 punto). Le formule classiche bastano: $K_\alpha/(m_\alpha c^2) \approx$ 5,50 MeV/3,73 × 10^3 MeV = 0,15% (1 punto). **c)** N = (1000 g/238 g/mol) × 6,02 × 10^{23} mol^{-1} = 2,53 × 10^{24}; $\lambda = \ln 2/T_{1/2}$ = 0,693/(87,7 × 3,16 × 10^7 s) = 2,50 × 10^{-10} s^{-1}; $R = \lambda N$ = 6,33 × 10^{14} Bq (1 punto). Le particelle α si fermano nel materiale stesso e tutta l'energia diventa calore: $P = RQ$ = 6,33 × 10^{14} s^{-1} × 5,59 × 1,60 × 10^{-13} J = 5,7 × 10^2 W (1 punto). Dopo 20 anni P = 567 W × $(½)^{20/87,7}$ = 567 W × 0,854 = 4,8 × 10^2 W (1 punto). **d)** L'energia emessa in un anno è 567 W × 3,16 × 10^7 s = 1,79 × 10^{10} J, e la massa diminuisce di $\Delta m = E/c^2$ = 1,79 × 10^{10} J/9,00 × 10^{16} m^2/s^2 = 2,0 × 10^{-7} kg, 0,2 mg: una frazione minima del chilogrammo, anche se ogni anno decade quasi l'1% dei nuclei (la massa dei nuclei decaduti rimane, come uranio ed elio) (1 punto). Le particelle α si fermano in pochi centimetri di materiale, cedono tutta l'energia al combustibile e richiedono una schermatura leggera. Il tempo di dimezzamento è un compromesso: abbastanza lungo perché la potenza duri quanto la missione, abbastanza breve perché l'attività, proporzionale a $1/T_{1/2}$, dia molti watt per chilogrammo; con un tempo di dimezzamento di miliardi di anni la stessa massa darebbe una potenza milioni di volte minore (1 punto). *Indicatori:* a) e c) Sviluppare il processo risolutivo; b) Analizzare; d) Argomentare.

Quesito 5. a) $\lambda = c/f$ = 3,00 × 10^8 m/s/1,00 × 10^6 Hz = 300 m, quindi $d = \lambda/2$. Lontano dalle antenne la differenza di cammino è $d \cos \varphi$. L'intensità è massima se $d \cos \varphi = m\lambda$, cioè $\cos \varphi = 2m$: è possibile solo con $m = 0$, quindi a $\varphi = 90°$, perpendicolarmente alla retta delle antenne, da una parte e dall'altra (1 punto). È nulla se $d \cos \varphi = \lambda/2$, cioè a $\varphi = 0°$ e 180°, lungo la retta: le onde arrivano in opposizione di fase (1 punto). A 60° la differenza di cammino è 75 m = $\lambda/4$, uno sfasamento di un quarto di periodo: i due campi, sommati come fasori perpendicolari, danno l'ampiezza $\sqrt{2}E_0$, contro $2E_0$ del massimo, e l'intensità è metà del massimo (1 punto). **b)** $I_1 = ½c\varepsilon_0 {E_0}^2$ = ½ × 3,00 × 10^8 m/s × 8,85 × 10^{-12} F/m × (5,0 × 10^{-3} V/m)^2 = 3,3 × 10^{-8} W/m^2 (1 punto). In un massimo le ampiezze si sommano, 10 mV/m, e l'intensità, proporzionale al quadrato, è $4I_1$ = 1,3 × 10^{-7} W/m^2 (1 punto). Non c'è violazione: l'interferenza ridistribuisce l'energia fra le direzioni. Dove l'intensità è quattro volte quella di un'antenna ce ne sono altre dove è minore, fino a zero lungo la retta delle antenne; la potenza totale irraggiata in tutte le direzioni è quella che il trasmettitore fornisce alle antenne (1 punto). **c)** Ora d = 75 m = $\lambda/4$. In un punto lontano nella direzione da A verso B, l'onda di A percorre $\lambda/4$ in più e arriva in ritardo di un quarto di periodo; anche l'onda di B è in ritardo di un quarto di periodo, perché B è alimentata in ritardo: le due onde arrivano in fase e l'intensità è $4I_1$ (2 punti). Nella direzione opposta è l'onda di B a percorrere $\lambda/4$ in più: ai suoi due ritardi di un quarto di periodo corrisponde mezzo periodo, le onde sono in opposizione e si annullano (1 punto). Così la stazione trasmette soprattutto da una parte: verso la zona da servire, e non verso il mare o verso un'altra stazione che usa la stessa frequenza (1 punto). *Indicatori:* a) Analizzare e Sviluppare il processo risolutivo; b) Sviluppare il processo risolutivo e Argomentare; c) Analizzare e Argomentare.

Quesito 6. a) Per la simmetria cilindrica le linee del campo magnetico sono circonferenze centrate sull'asse, e su ciascuna l'intensità è la stessa; il teorema di Ampère su una circonferenza di raggio r dà $B \cdot 2\pi r = \mu_0 I_{conc}$ (1 punto). Dentro il filo la corrente concatenata è Ir^2/a^2, quindi $B = \mu_0 Ir/(2\pi a^2)$ = 4π × 10^{-7} T·m/A × 2,0 A × 2,5 × 10^{-4} m/[2π × (5,0 × 10^{-4} m)^2] = 4,0 × 10^{-4} T (1 punto). Fra filo e guaina $B = \mu_0 I/(2\pi r)$ = 2,0 × 10^{-7} T·m/A × 2,0 A/1,0 × 10^{-3} m = 4,0 × 10^{-4} T (1 punto). Fuori dal cavo la corrente concatenata è $I - I = 0$, e quindi $B = 0$ (1 punto). **b)** Per la simmetria il campo elettrico è radiale e ha la stessa intensità su un cilindro coassiale di raggio r e lunghezza l; per il teorema di Gauss $E \cdot 2\pi rl = \lambda l/\varepsilon_0$, quindi $E = \lambda/(2\pi\varepsilon_0 r)$ = 5,0 × 10^{-9} C/m/(2π × 8,85 × 10^{-12} F/m × 1,0 × 10^{-3} m) = 9,0 × 10^4 V/m (2 punti). Fuori

dal cavo la carica interna è +5,0 nC − 5,0 nC = 0 per metro: il flusso è nullo, e con un campo radiale di intensità uguale su tutto il cilindro questo significa $E = 0$ (1 punto). **c)** $\ln(b/a) = \ln 4 = 1{,}39$; $L' = 2{,}0 \times 10^{-7}$ H/m × 1,39 = $2{,}8 \times 10^{-7}$ H/m; $C' = 2\pi \times 8{,}85 \times 10^{-12}$ F/m/1,39 = $4{,}0 \times 10^{-11}$ F/m (1 punto). Il logaritmo si semplifica nel prodotto: $L'C' = \mu_0\varepsilon_0$, e la velocità è $1/\sqrt{(\mu_0\varepsilon_0)} = 3{,}0 \times 10^8$ m/s = c, qualunque siano i raggi: il segnale è un'onda elettromagnetica che viaggia nello spazio fra filo e guaina, guidata dai conduttori (1 punto). Con il polietilene C' è 2,25 volte maggiore e $v = c/\sqrt{2{,}25} = 2{,}0 \times 10^8$ m/s, come in un mezzo di indice di rifrazione 1,5 (1 punto). *Indicatori:* a) Analizzare e Sviluppare il processo risolutivo; b) Sviluppare il processo risolutivo; c) Interpretare/elaborare i dati e Argomentare.

Quesito 7. a) All'equilibrio il ricevitore emette quanto assorbe: $\sigma T^4 = 600 \times 900$ W/m^2 = $5{,}40 \times 10^5$ W/m^2, quindi $T = (5{,}40 \times 10^5$ W/m^2/$5{,}67 \times 10^{-8}$ W/(m^2·K^4))$^{1/4} = 1{,}76 \times 10^3$ K (3 punti). **b)** A 1000 K il ricevitore riemette $\sigma T^4 = 5{,}67 \times 10^4$ W/m^2, e trasmette al motore la frazione $1 - 5{,}67 \times 10^4/5{,}40 \times 10^5 = 0{,}895$ della potenza concentrata (1 punto). Il rendimento massimo di un motore fra 1000 K e 300 K è quello di Carnot, 1 − 300 K/1000 K = 0,700 (1 punto). Il rendimento complessivo è 0,895 × 0,700 = 0,63 (1 punto). **c)** A 600 K: $(1 - 7{,}35 \times 10^3/5{,}40 \times 10^5) \times (1 - 300/600) = 0{,}986 \times 0{,}500 = 0{,}49$; a 1500 K: $(1 - 2{,}87 \times 10^5/5{,}40 \times 10^5) \times (1 - 300/1500) = 0{,}468 \times 0{,}800 = 0{,}37$ (1 punto). A bassa temperatura il ricevitore perde poco per irraggiamento, ma il rendimento di Carnot è basso; ad alta temperatura il rendimento di Carnot è alto, ma l'emissione, che cresce come T^4, si porta via gran parte della potenza (alla temperatura di a) tutta). Il prodotto dei due fattori ha quindi un massimo, qui vicino a 1000 K (1 punto). **d)** Anche il ricevitore irraggia, e per la reversibilità dei cammini dei raggi luminosi la radiazione che emette verso gli specchi torna indietro verso il Sole, lungo gli stessi percorsi. Se il ricevitore fosse più caldo della superficie del Sole, il flusso netto di energia andrebbe comunque dal Sole, più freddo, al ricevitore, più caldo, senza alcun lavoro esterno: è proprio ciò che il secondo principio, nell'enunciato di Clausius, esclude (1 punto). Quindi, per quanto grande sia la concentrazione, la temperatura del ricevitore non può superare quella della superficie del Sole, circa 5800 K; al suolo, con la luce indebolita dall'atmosfera, il limite è anche più basso (1 punto). *Indicatori:* a) Sviluppare il processo risolutivo; b) Analizzare e Sviluppare il processo risolutivo; c) Interpretare/elaborare i dati; d) Argomentare.

Quesito 8. a) Un'onda che si richiude su sé stessa lungo l'orbita senza distruggersi per interferenza deve contenere un numero intero di lunghezze d'onda: $2\pi r = n\lambda$ (1 punto). Con $\lambda = h/p = h/(mv)$ si ha $2\pi r = nh/(mv)$, cioè $mvr = nh/(2\pi) = n\hbar$: è la condizione di quantizzazione di Bohr (2 punti). **b)** r_1 è inversamente proporzionale alla massa, ed $E_1 = -k_0e^2/(2r_1)$ è quindi proporzionale alla massa. Il rapporto delle masse è 105,7/0,511 = 207: $r_1 = 5{,}29 \times 10^{-11}$ m/207 = $2{,}56 \times 10^{-13}$ m ed $E_1 = -13{,}6$ eV × 207 = −2,81 keV (2 punti). Il fotone del salto da 2 a 1 ha energia 2,81 keV × (1 − ¼) = 2,11 keV e $\lambda = 1240$ eV·nm/2110 eV = 0,588 nm: raggi X (1 punto). **c)** Da $mvr_1 = \hbar$, e poiché il prodotto mr_1 è lo stesso dell'idrogeno, anche la velocità è la stessa: $v = \hbar/(m_e r_1) = 1{,}055 \times 10^{-34}$ J·s/($9{,}11 \times 10^{-31}$ kg × $5{,}29 \times 10^{-11}$ m) = $2{,}19 \times 10^6$ m/s. Il periodo è $2\pi \times 2{,}56 \times 10^{-13}$ m/$2{,}19 \times 10^6$ m/s = $7{,}3 \times 10^{-19}$ s, e in 2,2 μs il muone compie circa 3×10^{12} giri: l'atomo ha tutto il tempo di formarsi e di scendere al livello fondamentale emettendo fotoni (1 punto). $v/c = 0{,}0073$, e $\gamma - 1 \approx \beta^2/2 = 3 \times 10^{-5}$: la dilatazione dei tempi è trascurabile (1 punto). **d)** $r_1/Z = 2{,}56 \times 10^{-13}$ m/82 = $3{,}1 \times 10^{-15}$ m, mentre il raggio del nucleo è 1,2 fm × $208^{1/3}$ = $7{,}1 \times 10^{-15}$ m: l'orbita calcolata starebbe dentro il nucleo (1 punto). Ma il modello di Bohr usa la forza di Coulomb di una carica puntiforme, che dentro il nucleo non vale più: il muone sente solo la carica interna alla sua distanza dal centro, e la forza è minore. Inoltre la velocità sarebbe $82 \times 2{,}19 \times 10^6$ m/s ≈ 0,6c, e servirebbe la dinamica relativistica: il modello, così com'è, non si può applicare (1 punto). *Indicatori:* a) Argomentare; b) Sviluppare il processo risolutivo; c) Analizzare; d) Argomentare.