CAPITOLO

16

Particelle e universo

Abbiamo imparato a contare i mattoni del mondo, uno per uno. Resta da scoprire di che cosa è fatto quasi tutto il resto.

OBIETTIVI

1. Riconoscere antiparticelle, leptoni e adroni, e descrivere barioni e mesoni come combinazioni di quark con carica frazionaria.
2. Conoscere le quattro interazioni fondamentali, i loro mediatori, e collegare il raggio d'azione di una forza alla massa del mediatore.
3. Usare le leggi di conservazione (carica, numero barionico, numeri leptonici, energia) per decidere se una reazione è possibile.
4. Spiegare come funzionano acceleratori e rivelatori e ricavare carica e quantità di moto dalla traccia di una particella in un campo magnetico.
5. Usare la legge di Hubble, ricavare la costante di Hubble da un diagramma e illustrare le prove del modello del Big Bang.
6. Distinguere ciò che è misurato da ciò che è ipotizzato sulla materia oscura, sull'energia oscura e sulle altre domande aperte.

INDICE DEL CAPITOLO

16.1 Lo zoo delle particelle 2
16.2 Le interazioni fondamentali e il modello standard 5
16.3 Gli acceleratori e i rivelatori 11
16.4 L'universo in espansione 14
16.5 Le domande aperte 18

Fisica 5 · Parte V · Il nucleo, le particelle e l'universo · versione 1.0
Capitolo 16: Particelle e universo · pagine 527–554 del volume completo · estratto per lo studio

Mentre leggi questa pagina, attraverso il palmo della tua mano, se lo tieni orizzontale, passa circa un muone al secondo. È una particella che nessuno ha mai visto con gli occhi, nata una quindicina di chilometri sopra la tua testa dall'urto di un protone venuto dallo spazio contro un nucleo dell'aria. Ne hai incontrati molti nel capitolo 8, quando la dilatazione dei tempi spiegava perché arrivano al suolo; in questo capitolo scoprirai che cosa sono e che posto occupano in una delle costruzioni più riuscite della fisica, il modello standard delle particelle elementari.

Questo capitolo è un approfondimento, come le Indicazioni nazionali propongono per la conclusione del percorso, e non introduce formule difficili: usa ciò che hai studiato sulla relatività, sui quanti e sui nuclei. Partiremo dall'infinitamente piccolo e arriveremo all'infinitamente grande, l'universo che si espande: per capirne i primi minuti serve proprio la fisica delle particelle.

16.1 Lo zoo delle particelle

16.1.1 L'antimateria

All'inizio degli anni Trenta la materia sembrava fatta di tre sole particelle: l'elettrone, il protone e, dal 1932, il neutrone scoperto da Chadwick (capitolo 14). Ma nel 1928 Paul Dirac, cercando un'equazione per l'elettrone che rispettasse sia la meccanica quantistica sia la relatività ristretta, aveva trovato soluzioni che sembravano descrivere elettroni di energia negativa. Dirac finì per interpretarle come una particella nuova, con la stessa massa dell'elettrone e carica opposta. Nel 1932 Carl Anderson, studiando i raggi cosmici con una camera a nebbia immersa in un campo magnetico, fotografò una traccia che curvava come quella di una carica positiva ma era leggera come un elettrone: era il **positrone**, e^+, la particella prevista da Dirac.

Oggi sappiamo che a ogni particella corrisponde un'**antiparticella**, con la stessa massa e la stessa vita media, e con carica elettrica e altri numeri quantici (paragrafo 2) di segno opposto: esistono l'antiprotone $\bar{p}$, l'antineutrone, gli antineutrini, mentre alcune particelle neutre, come il fotone, coincidono con la propria antiparticella. L'insieme delle antiparticelle si chiama **antimateria**. Nel capitolo 9 hai incontrato i due processi in cui l'antimateria si mostra più chiaramente: la creazione di coppie, in cui un fotone di almeno $2m_e c^2 = 1{,}022$ MeV si trasforma, vicino a un nucleo, in un elettrone e un positrone, e l'annichilazione, in cui una coppia particella–antiparticella scompare lasciando, per esempio, due fotoni.

APPROFONDIMENTO

Dirac, Anderson e l'antimateria

Il positrone è uno dei casi più netti di particella prevista da un'equazione prima di essere osservata. La sua equazione del 1928 spiegava in modo naturale lo spin dell'elettrone e i dettagli dello spettro dell'idrogeno, ma ammetteva soluzioni di energia negativa che non si potevano scartare; per qualche anno Dirac pensò perfino che descrivessero il protone.

Anderson non stava cercando il positrone. In una sua fotografia una traccia attraversava una lastra di piombo posta nella camera: dopo la lastra la curvatura era maggiore, quindi la particella aveva perso energia e il verso del moto era certo; con il verso della curvatura, il segno della carica risultava positivo, ma la traccia era troppo sottile e lunga per un protone. Poco dopo Patrick Blackett e l'italiano Giuseppe Occhialini, a Cambridge, fotografarono gli «sciami» di elettroni e positroni prodotti in coppia dai raggi cosmici. In pochi anni l'antimateria era passata da stranezza matematica a fatto di laboratorio.

16.1.2 Muoni e pioni dai raggi cosmici

I **raggi cosmici** sono particelle di alta energia, soprattutto protoni e nuclei, che arrivano sulla Terra dallo spazio. Quando colpiscono i nuclei dell'alta atmosfera producono cascate di particelle secondarie, e per decenni sono stati l'unico «acceleratore» disponibile per la fisica delle particelle. Nel 1936 Anderson e Seth Neddermeyer vi trovarono una particella carica con massa intermedia fra quella dell'elettrone e quella del protone: il **muone**, μ^-, con massa 105,7 MeV/c^2, circa 207 volte quella dell'elettrone, e vita media di 2,2 μs. Il muone si comporta in tutto come un elettrone pesante: risente delle stesse interazioni e decade in un elettrone e due neutrini.

Il muone, però, non era la particella che i fisici aspettavano. Nel 1935 Hideki Yukawa aveva proposto che la forza nucleare forte, che tiene insieme protoni e neutroni (capitolo 14), fosse dovuta allo scambio di una particella di massa intermedia (paragrafo 2). Quella particella fu scoperta nel 1947 a Bristol da Cecil Powell, Giuseppe Occhialini, César Lattes e collaboratori, con lastre fotografiche speciali esposte in alta montagna, in cui comparivano tracce di una particella che si arrestava e decadeva in un muone. Era il **pione**, o mesone π, con carica positiva, negativa o nulla (π^+, π^-, π^0) e massa di 139,6 MeV/c^2 (carichi) e 135,0 MeV/c^2 (neutro).

16.1.3 Adroni e quark

Negli anni Cinquanta e Sessanta, con i primi grandi acceleratori, il numero di particelle nuove crebbe fino a superare il centinaio: i fisici parlavano di uno «zoo». Quasi tutte erano **adroni**, cioè particelle che risentono della forza forte. Gli adroni si dividono in due famiglie: i **barioni**, come il protone e il neutrone, che alla fine dei loro decadimenti lasciano sempre un protone; e i **mesoni**, come i pioni, che alla fine dei loro decadimenti lasciano solo leptoni e fotoni. La varie-

tà era tale da far pensare che gli adroni non fossero elementari, come la varietà degli elementi chimici aveva suggerito che gli atomi avessero una struttura.

Nel 1964 Murray Gell-Mann (e, indipendentemente, George Zweig) propose che gli adroni fossero fatti di costituenti più piccoli, che Gell-Mann chiamò **quark**. Oggi si conoscono sei tipi di quark, detti «sapori»: up (u), down (d), strange (s), charm (c), bottom (b) e top (t). La loro caratteristica più sorprendente è la **carica frazionaria**: u, c e t hanno carica +2/3 e; d, s e b hanno carica −1/3 e. Gli antiquark hanno cariche opposte. I barioni sono fatti di tre quark, i mesoni di un quark e un antiquark:

$$\text{protone} = uud:\ (+2/3) + (+2/3) + (-1/3) = +1 \qquad \text{neutrone} = udd:\ (+2/3) + (-1/3) + (-1/3) = 0$$

$$\pi^+ = u\bar{d}:\ (+2/3) + (+1/3) = +1$$

Il neutrone, dunque, è neutro ma non è privo di cariche: contiene tre quark carichi le cui cariche si compensano. Il decadimento β^- del neutrone (capitolo 14), $n \to p + e^- + \bar{\nu}_e$, a livello dei quark è la trasformazione di un quark d in un quark u: udd → uud.

16.1.4 Il confinamento

Nessun esperimento ha mai osservato un quark isolato. Non perché i quark non esistano: alla fine degli anni Sessanta, a Stanford, elettroni di alta energia lanciati contro protoni venivano deviati a grandi angoli come da cariche puntiformi interne, così come le particelle α di Rutherford avevano rivelato il nucleo dentro l'atomo (capitolo 12). I quark sono soggetti al **confinamento**: la forza forte fra due quark **non diminuisce** quando li si allontana, e l'energia necessaria per separarli cresce con la distanza. Molto prima di liberare un quark, quell'energia basta a creare una nuova coppia quark–antiquark, e dall'urto escono nuovi adroni, non quark liberi. È come spezzare una calamita per isolarne il polo nord: ogni pezzo ha di nuovo due poli.

16.1.5 I leptoni

Le particelle che non risentono della forza forte si chiamano **leptoni**. Sono sei: l'elettrone, il muone e la particella tau (τ, scoperta negli anni Settanta, con massa 1777 MeV/c^2), tutti con carica $-e$, e tre neutrini neutri, uno per ciascuno: ν_e, ν_μ, ν_τ. Il neutrino, ipotizzato da Pauli nel 1930 per salvare la conservazione dell'energia nel decadimento β e rivelato nel 1956 (capitolo 14), interagisce così poco che quasi tutti quelli prodotti nel Sole attraversano la Terra senza fermarsi. Per quanto ne sappiamo, quark e leptoni sono **elementari**: non hanno struttura interna fino alle dimensioni più piccole esplorate, meno di un millesimo delle dimensioni del protone.

Quark e leptoni si dispongono in tre «generazioni» (Figura 16.1). La prima, con i quark u e d, l'elettrone e il suo neutrino, basta a costruire tutta la materia ordinaria: nuclei, atomi, noi. Le altre due ripetono la stessa struttura con particelle più pesanti e instabili, che decadono rapidamente in quelle della prima generazione; si producono negli urti dei raggi cosmici e negli acceleratori. Perché la natura abbia tre copie della stessa famiglia è una delle domande che il modello standard non spiega.

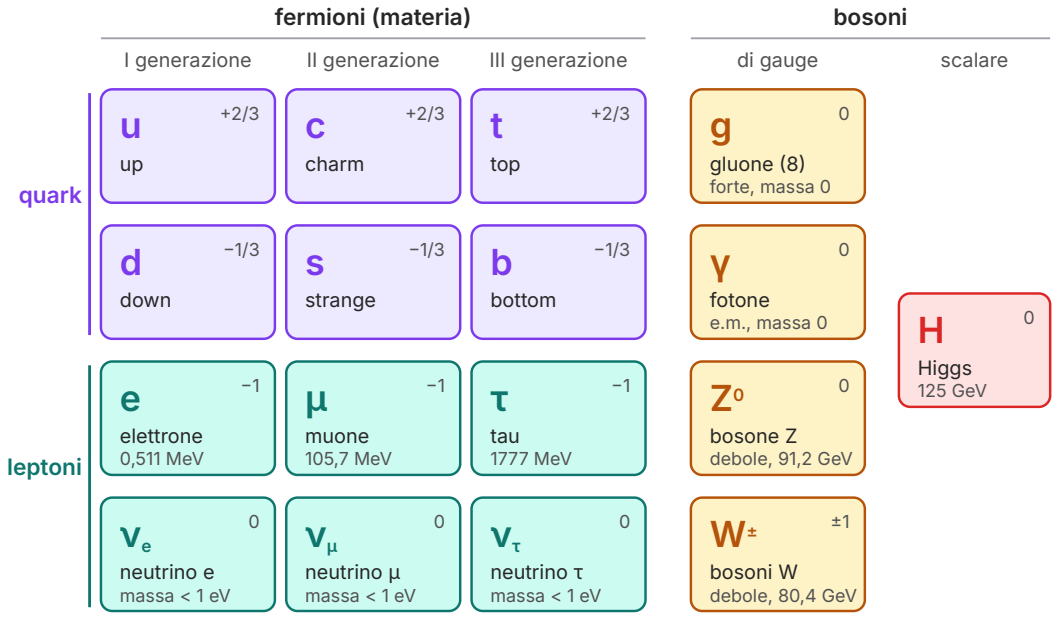


Figura 16.1 Le particelle elementari del modello standard (la stessa classificazione della Tabella A.5 dell'appendice). I fermioni, che costituiscono la materia, sono quark (in viola) e leptoni (in verde acqua), in tre generazioni; i bosoni di gauge (in arancio) sono i mediatori delle interazioni; il bosone di Higgs (in rosso) è legato all'origine delle masse. Le masse dei neutrini non sono note: si sa che sono diverse da zero e minori di 1 eV/c^2.

16.2 Le interazioni fondamentali e il modello standard

16.2.1 Quattro interazioni

Tutti i fenomeni conosciuti si spiegano con quattro **interazioni fondamentali**. Due le conosci bene: la **gravitazionale**, che agisce su tutto ciò che ha massa o energia e governa pianeti, stelle e galassie, e l'**elettromagnetica**, che agisce sulle cariche e tiene insieme atomi, molecole e solidi. Le altre due agiscono solo a distanze nucleari: la **forte**, che lega i quark negli adroni e, come effetto residuo, protoni e neutroni nei nuclei; la **debole**, responsabile dei decadimenti β e delle reazioni che fanno brillare il Sole (capitolo 15). La Tabella 16.1 le confronta.

Tabella 16.1 Le quattro interazioni fondamentali. L'intensità relativa è l'ordine di grandezza delle costanti di accoppiamento adimensionali calcolate per due protoni, con quella forte posta uguale a 1: per la gravità $Gm_p^2/(\hbar c) = 5{,}9 \times 10^{-39}$; per l'elettromagnetica $k_0e^2/(\hbar c) \approx 1/137$; per la debole circa 1×10^{-5}, dalla costante di Fermi che regola il decadimento β. I valori effettivi cambiano con l'energia del processo.

Interazione	Agisce su	Mediatore	Raggio d'azione	Intensità relativa
forte	quark e gluoni (adroni)	gluoni	$\approx 10^{-15}$ m	1
elettromagnetica	particelle cariche	fotone	infinito ($\propto 1/r^2$)	$\approx 10^{-2}$
debole	quark e leptoni	bosoni $W^{\pm}$ e Z^0	$\approx 10^{-18}$ m	$\approx 10^{-5}$
gravitazionale	massa ed energia	gravitone (ipotetico)	infinito ($\propto 1/r^2$)	$\approx 10^{-38}$

La gravità è di gran lunga la più debole: fra due protoni la repulsione elettrica è circa 10^{36} volte l'attrazione gravitazionale (per verificarlo basta il rapporto $k_0e^2/(Gm_p^2)$, perché entrambe le forze dipendono da $1/r^2$). Eppure è lei a dominare l'universo su grande scala, per due ragioni: agisce su tutto e sempre con lo stesso segno, mentre le cariche positive e negative dei corpi grandi si compensano; e ha raggio d'azione infinito, mentre forte e debole si spengono oltre le dimensioni di un nucleo.

16.2.2 Le particelle mediatrici e i diagrammi di Feynman

Nella teoria quantistica dei campi un'interazione fra due particelle è descritta come lo **scambio di un'altra particella**, detta **bosone mediatore**. Due elettroni si respingono perché si scambiano fotoni; i quark si attraggono scambiandosi gluoni, otto mediatori senza massa che a loro volta risentono della forza forte (ed è per questo che la forza forte si comporta in modo così diverso da quella elettrica); i decadimenti deboli avvengono tramite i **bosoni W e Z**, scoperti al CERN nel 1983 dagli esperimenti UA1, guidato da Carlo Rubbia, e UA2, con masse di 80,4 e 91,2 GeV/c^2, quasi cento volte quella del protone.

Richard Feynman inventò un modo grafico, oggi universale, per rappresentare questi processi: il **diagramma di Feynman** (Figura 16.2). Il tempo scorre verso l'alto; le linee continue sono fermioni, con una freccia nel verso del tempo per le particelle e contraria per le antiparticelle; le linee ondulate sono i mediatori; ogni punto in cui le linee si incontrano è un **vertice**, in cui si conservano la carica e le grandezze che vedrai fra poco. Un diagramma di Feynman non è una fotografia delle traiettorie, ma la scrittura compatta di un termine del calcolo.

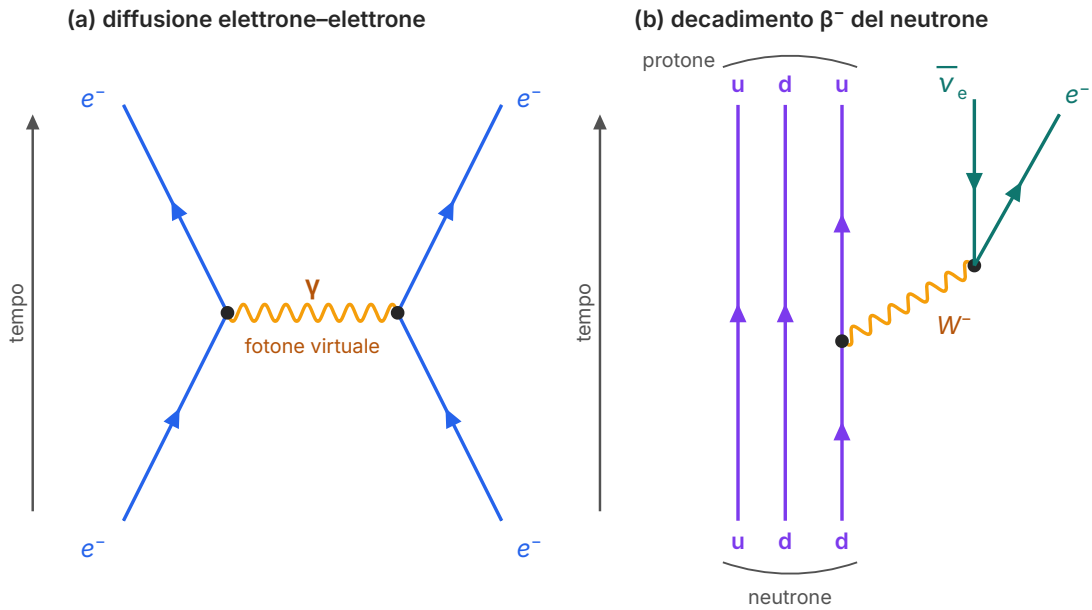


Figura 16.2 Due diagrammi di Feynman (il tempo scorre verso l'alto). (a) Due elettroni si respingono scambiandosi un fotone virtuale. (b) Il decadimento β^- del neutrone: uno dei due quark d del neutrone diventa un quark u emettendo un bosone W^-, che decade subito in un elettrone e in un antineutrino elettronico; la freccia dell'antineutrino punta all'indietro nel tempo, secondo la convenzione per le antiparticelle. In ogni vertice la carica si conserva: $-1/3 = +2/3 + (-1)$ e $-1 = -1 + 0$.

Il fotone scambiato non è un fotone ordinario: energia e quantità di moto, applicate al singolo vertice, non permetterebbero a un elettrone libero di emettere un fotone reale. Si parla di **particella virtuale**. Il principio di indeterminazione $\Delta E\,\Delta t \approx \hbar$ (capitolo 13) dà un'idea euristica del perché sia possibile: per un tempo Δt abbastanza breve, il bilancio dell'energia può essere «violato» di $\Delta E \approx \hbar/\Delta t$.

16.2.3 Il raggio d'azione e la massa del mediatore

Questo ragionamento portò Yukawa a collegare il raggio d'azione di una forza alla massa della particella che la trasmette. Se il mediatore ha massa m, per crearlo serve almeno l'energia $\Delta E = mc^2$, che può essere «prestata» solo per un tempo $\Delta t \approx \hbar/(mc^2)$. In quel tempo la particella, che non può superare la velocità della luce, percorre al più la distanza $r \approx c\Delta t$. Ne segue:

$$r \approx \frac{\hbar c}{mc^2}$$

Il raggio d'azione è inversamente proporzionale alla massa del mediatore. Un mediatore di massa nulla, come il fotone, dà una forza a raggio infinito; un mediatore molto pesante, come i

bosoni W e Z, dà una forza di raggio piccolissimo. È così che si spiega la «debolezza» dell'interazione debole: non dipende da un accoppiamento piccolo, ma dalla grande massa dei suoi mediatori, che la rende efficace solo a distanze minuscole.

ESEMPIO SVOLTO

La massa del pione secondo Yukawa

Problema. Dalle dimensioni dei nuclei leggeri si sa che la forza nucleare agisce fino a circa r = 1,4 fm. Stima, con l'argomento di Yukawa, l'energia a riposo del mediatore e confrontala con la massa dei pioni. Stima poi il raggio d'azione dell'interazione debole, mediata dai bosoni W (mc^2 = 80,4 GeV).

1. Il principio. Per il principio di indeterminazione energia–tempo, una fluttuazione di energia $\Delta E = mc^2$ può durare al più $\Delta t \approx \hbar/(mc^2)$; in quel tempo il mediatore percorre al più $r \approx c\Delta t$. Quindi $mc^2 \approx \hbar c/r$.

2. La costante utile. $\hbar c = 1{,}055 \times 10^{-34}$ J·s $\times\ 3{,}00 \times 10^{8}$ m/s $= 3{,}17 \times 10^{-26}$ J·m. Dividendo per $1{,}60 \times 10^{-13}$ J/MeV e passando ai femtometri (1 fm $= 10^{-15}$ m): $\hbar c = 198$ MeV·fm. Questo numero rende i conti nucleari immediati.

3. La stima. $mc^2 \approx 198$ MeV·fm/1,4 fm ≈ 140 MeV. I pioni hanno 139,6 MeV (carichi) e 135,0 MeV (neutro): l'accordo è ottimo, anche più di quanto un argomento così approssimato meriti. L'ordine di grandezza, un po' più di cento MeV, è comunque solido: la massa del mediatore della forza nucleare doveva stare fra quella dell'elettrone e quella del protone, ed è proprio quello che si trovò.

4. L'interazione debole. $r \approx \hbar c/(mc^2) = 198$ MeV·fm/80 400 MeV $= 2{,}5 \times 10^{-3}$ fm $= 2{,}5 \times 10^{-18}$ m, quasi seicento volte meno del raggio d'azione della forza nucleare.

Commento. La stima vale come ordine di grandezza. Oggi sappiamo che la forza nucleare fra protoni e neutroni è un effetto residuo della forza forte fra quark, come le forze fra molecole neutre sono un effetto residuo di quella elettrica; lo scambio di pioni ne resta una buona descrizione a distanze di circa un femtometro.

16.2.4 Il modello standard e il bosone di Higgs

L'insieme delle particelle della Figura 16.1 e delle teorie che descrivono le loro interazioni forte, elettromagnetica e debole si chiama **modello standard**. Le particelle di materia, quark e leptoni, sono fermioni: hanno spin semintero e obbediscono al principio di esclusione di Pauli (capitolo 13), per cui due di loro non possono occupare lo stesso stato. I mediatori sono bosoni: hanno spin intero e possono affollarsi in uno stesso stato, come i fotoni di un laser. Il modello standard unifica le interazioni elettromagnetica e debole in un'unica interazione **elettrodebole**, così come Maxwell aveva unificato elettricità e magnetismo (capitolo 4): ad alte energie, sopra un centinaio di GeV, le due interazioni hanno intensità confrontabili.

Un ingrediente essenziale della teoria è il **bosone di Higgs**, proposto nel 1964 da Peter Higgs e, indipendentemente, da François Englert e Robert Brout e da altri fisici. Secondo il modello standard le particelle elementari acquistano massa interagendo con un campo che riempie lo spazio, il campo di Higgs, di cui il bosone è la particella. Il 4 luglio 2012 gli esperimenti ATLAS e CMS del CERN annunciarono la scoperta di una particella di circa 125 GeV/c^2 con le proprietà previste; i risultati di ATLAS furono presentati dalla fisica italiana Fabiola Gianotti. Il campo di Higgs spiega la massa delle particelle elementari, ma non quella del protone, che viene quasi tutta dall'energia dei quark e dei gluoni confinati al suo interno ($E = mc^2$): le masse dei quark u e d ne fanno circa l'1%.

La gravità resta fuori dal modello standard. La relatività generale la descrive benissimo su scala astronomica, ma non esiste ancora una teoria quantistica della gravità confermata dagli esperimenti, e il gravitone della Tabella 16.1 è un'ipotesi.

16.2.5 Le leggi di conservazione

Come si decide se una reazione fra particelle può avvenire? Devono conservarsi l'energia (con le masse a riposo, capitolo 9), la quantità di moto e la carica elettrica. Ma non basta: il protone, per esempio, potrebbe decadere in un positrone e un fotone ($p \to e^+ + \gamma$) rispettando energia, quantità di moto e carica, e invece è stabile. Gli esperimenti mostrano che la sua vita media è di molti ordini di grandezza più lunga dell'età dell'universo. Si introducono allora altre grandezze che si conservano in tutte le reazioni osservate:

- il **numero barionico** B: +1 per ogni barione, −1 per ogni antibarione, 0 per mesoni e leptoni; ogni quark ha $B = +1/3$, ogni antiquark $−1/3$;
- il **numero leptonico**, distinto per famiglia: $L_e = +1$ per l'elettrone e il suo neutrino, −1 per le loro antiparticelle; allo stesso modo L_μ per muone e ν_μ, L_τ per tau e ν_τ.

Nella Tabella 16.2 trovi i valori per le particelle più comuni. Il decadimento $p \to e^+ + \gamma$ non avviene perché il numero barionico passerebbe da 1 a 0. Le leggi di conservazione sono strumenti potenti: nel decadimento β^- del neutrone, la conservazione del numero leptonico elettronico impone che con l'elettrone ($L_e = +1$) esca un **anti**neutrino ($L_e = −1$).

Tabella 16.2 Carica elettrica q (in unità di e), numero barionico B e numeri leptonici di alcune particelle. Le antiparticelle hanno tutti i valori opposti.

Particella	q	B	L_e	L_μ	Massa (mc^2)
protone p (uud)	+1	+1	0	0	938,3 MeV
neutrone n (udd)	0	+1	0	0	939,6 MeV
pione π^+ ($u\bar{d}$)	+1	0	0	0	139,6 MeV
elettrone e^-	−1	0	+1	0	0,511 MeV
neutrino ν_e	0	0	+1	0	< 1 eV
muone μ^-	−1	0	0	+1	105,7 MeV
neutrino ν_μ	0	0	0	+1	< 1 eV
fotone γ	0	0	0	0	0

ESEMPIO SVOLTO

Avviene o non avviene?

Problema. Stabilisci quali di queste reazioni sono permesse: a) $\pi^+ \to \mu^+ + \nu_\mu$; b) $n \to p + e^-$; c) $p + p \to p + p + \pi^0$; d) $\mu^- \to e^- + \gamma$.

Metodo. Per ogni legge di conservazione scrivi il totale prima e dopo, usando la Tabella 16.2. Una sola grandezza che non torna basta a vietare la reazione. Controlla anche l'energia: un decadimento è possibile solo se la massa della particella iniziale supera la somma delle masse finali.

a) Carica: $+1 \to +1 + 0$. Numero barionico: $0 \to 0$. L_μ: $0 \to (-1) + (+1) = 0$, perché il μ^+ è un'antiparticella. Massa: 139,6 MeV > 105,7 MeV. **Permessa**: è il modo in cui decade quasi sempre il pione carico, ed è la sorgente dei muoni dei raggi cosmici.

b) Carica: $0 \to +1 - 1 = 0$ ✓; numero barionico: $1 \to 1$ ✓; L_e: $0 \to +1$ ✗. **Vietata**: manca un $\bar{\nu}_e$, che porta $L_e = -1$. Questo è anche il motivo energetico per cui Pauli dovette introdurre il neutrino: con due soli corpi l'elettrone avrebbe sempre la stessa energia.

c) Carica: $2 \to 2$; numero barionico: $2 \to 2$; numeri leptonici nulli. **Permessa**, purché l'energia cinetica dei protoni basti a creare la massa del pione.

d) Carica: $-1 \to -1$ ✓. L_μ: $+1 \to 0$ ✗ e L_e: $0 \to +1$ ✗. **Vietata**: infatti non è mai stata osservata, nonostante la si cerchi con grande precisione. Il muone decade invece come $\mu^- \to e^- + \bar{\nu}_e + \nu_\mu$: controlla tu che tutto torni.

16.3 Gli acceleratori e i rivelatori

16.3.1 Perché servono energie sempre più alte

Per studiare le particelle bisogna farle urtare con energie altissime, per due ragioni che conosci già. Per «vedere» strutture piccole serve una lunghezza d'onda di de Broglie $\lambda = h/p$ piccola (capitolo 13): per esplorare l'interno del protone, che misura circa 1 fm, servono quantità di moto di qualche GeV/c. E per creare particelle pesanti, come i bosoni W e Z o il bosone di Higgs, serve un'energia disponibile almeno uguale alla loro energia a riposo (capitolo 9). Per questo i grandi acceleratori sono collisionatori, in cui due fasci si scontrano frontalmente: la quantità di moto totale è nulla e tutta l'energia è disponibile, mentre con un bersaglio fermo quasi tutta se ne va in energia cinetica dei prodotti.

16.3.2 Gli acceleratori

Ogni acceleratore usa un campo elettrico per accelerare particelle cariche e, se è circolare, un campo magnetico per curvarne la traiettoria. Nell'**acceleratore lineare** le particelle percorrono in linea retta una successione di cavità, in cui un campo elettrico oscillante è sincronizzato in modo da spingerle sempre in avanti. Il ciclotrone (*Fisica 4*, capitolo 15) smette di funzionare ad alte energie, perché il periodo di rivoluzione cresce con γ (capitolo 9); nel sincrotrone il campo magnetico cresce insieme all'energia, così che le particelle restino su un'orbita di raggio fisso.

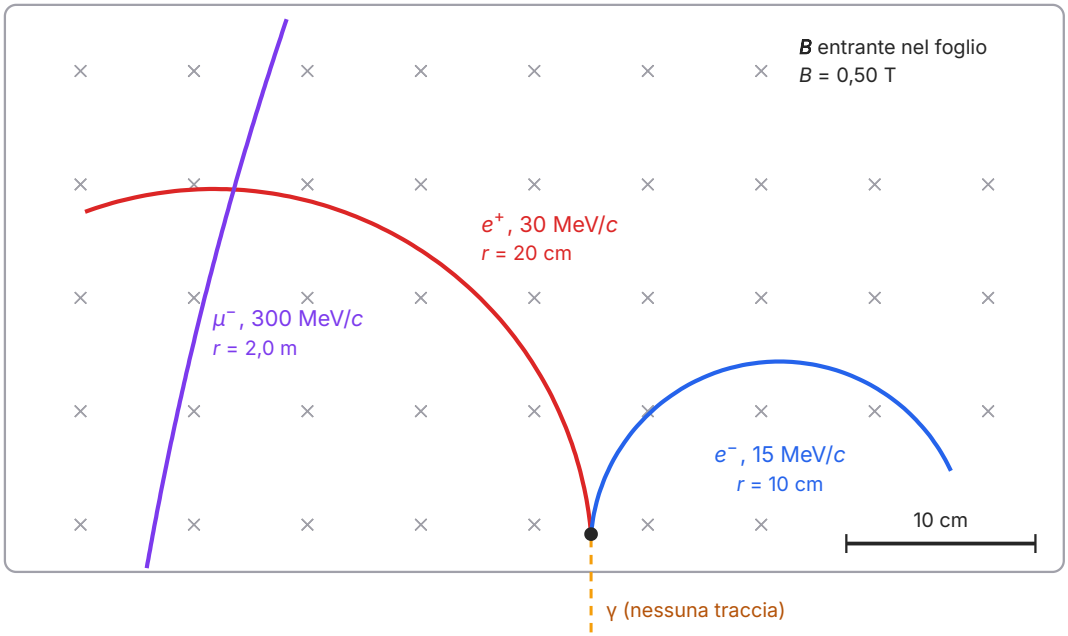
Il più grande è il Large Hadron Collider (LHC) del CERN di Ginevra, in un tunnel circolare di 27 km scavato a circa cento metri di profondità sotto il confine fra Svizzera e Francia. Due fasci di protoni circolano in versi opposti, tenuti in orbita da magneti superconduttori con campi di circa 8 T; dal 2022 ogni protone arriva a 6,8 TeV, e gli urti avvengono con un'energia totale di 13,6 TeV, in quattro punti dove sono costruiti i grandi rivelatori (fra cui ATLAS e CMS).

16.3.3 I rivelatori

Una particella carica che attraversa la materia ne ionizza gli atomi lungo il percorso, e tutti i rivelatori di tracce sfruttano questa scia di ioni. Nella **camera a nebbia**, inventata da Charles Wilson, un gas è sovrassaturo di vapore e gli ioni fanno da nuclei di condensazione per minuscole goccioline: la traccia diventa visibile, come la scia di un aereo in alta quota. Nella camera a bolle un liquido surriscaldato forma bollicine lungo la traccia. Oggi le tracce si registrano elettronicamente, con milioni di sensori di silicio precisi a pochi micrometri.

Il rivelatore si immerge in un campo magnetico, e da ogni traccia si ricavano due informazioni (Figura 16.3). Il **verso della curvatura** dà il segno della carica, per la forza di Lorentz $\boldsymbol{F} = q\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B}$. Il **raggio di curvatura** dà la quantità di moto: $r = p/(|q|B)$ vale anche in relatività, con la quantità di moto relativistica, e per una carica e si scrive in pratica p (GeV/c) = 0,3 B (T) r (m) (ca-

pitolo 9). Le tracce delle particelle con quantità di moto grande sono quasi diritte; quelle delle particelle lente si avvolgono a spirale, perché perdono energia e il raggio si riduce.



Tracce calcolate con $r = p/(|q|B)$; la perdita di energia nel rivelatore è trascurata.

Figura 16.3 Tracce di particelle in un rivelatore immerso in un campo magnetico uniforme di 0,50 T, entrante nel foglio (curve calcolate). Un fotone, che non lascia traccia, si converte in una coppia elettrone–positrone: le due tracce partono dallo stesso punto e curvano in versi opposti, il positrone a sinistra e l'elettrone a destra; quella più curva appartiene alla particella con quantità di moto minore. Il muone da 300 MeV/*c* lascia una traccia quasi diritta.

Le particelle neutre non lasciano tracce. Fotoni ed elettroni si fermano in un **calorimetro**, un blocco di materiale denso in cui la particella produce una cascata di particelle secondarie fino a esaurire la sua energia, che viene misurata. I muoni, molto penetranti, attraversano tutto e sono registrati da rivelatori esterni. I neutrini sfuggono anche al calorimetro: la loro presenza si deduce dalla quantità di moto che manca nel bilancio dell'urto, la stessa idea che portò Pauli a ipotizzarli.

ESEMPIO SVOLTO

Dalla traccia alla particella

Problema. Nella Figura 16.3 un fotone si converte in una coppia; il positrone ha una traccia di raggio 20 cm e l'elettrone di raggio 10 cm, in un campo di 0,50 T. a) Calcola la quantità di moto delle due particelle. b) Calcola la loro energia e stima l'energia del fotone. c) Perché la conversione può avvenire solo vicino a un nucleo?

a) Per carica e, $p = eBr$; nelle unità pratiche $p = 0{,}3 \times 0{,}50 \times 0{,}20$ GeV/c = 0,030 GeV/c = 30 MeV/c per il positrone, e $0{,}3 \times 0{,}50 \times 0{,}10$ GeV/c = 15 MeV/c per l'elettrone. In unità SI, per il positrone: $p = 1{,}60 \times 10^{-19}$ C $\times$ 0,50 T $\times$ 0,20 m $= 1{,}6 \times 10^{-20}$ kg·m/s.

b) Per $E^2 = (pc)^2 + (mc^2)^2$ (capitolo 9), con mc^2 = 0,511 MeV: $E_+ = \sqrt{(30^2 + 0{,}511^2)}$ MeV = 30,0 MeV, $E_- = \sqrt{(15^2 + 0{,}511^2)}$ MeV = 15,0 MeV: le particelle sono ultrarelativistiche ($\gamma \approx 59$ e 29). Per la conservazione dell'energia il fotone aveva $E \approx 45{,}0$ MeV (il nucleo, molto pesante, assorbe quantità di moto ma pochissima energia).

c) Nel vuoto la conversione è impossibile: un fotone ha $E = pc$, mentre una coppia ha sempre $E > pc$ (la sua massa non è nulla), quindi energia e quantità di moto non possono conservarsi insieme. Il nucleo vicino riceve la quantità di moto in eccesso. Per la stessa ragione le tracce partono da un punto **dentro** il materiale o il gas del rivelatore, e il fotone, essendo neutro, arriva senza lasciare traccia.

COLLEGAMENTI

Dove si fa la fisica delle particelle: CERN, INFN, Gran Sasso

Il **CERN**, l'Organizzazione europea per la ricerca nucleare, fondato nel 1954 con l'Italia fra i paesi fondatori, è il più grande laboratorio di fisica delle particelle del mondo; al CERN è nato anche il World Wide Web, inventato per far condividere i dati agli scienziati. In Italia la ricerca è coordinata dall'**INFN**, l'Istituto Nazionale di Fisica Nucleare, con sezioni in molte università e quattro laboratori nazionali. Fra questi, i **Laboratori Nazionali del Gran Sasso**, in Abruzzo, sono fra i più grandi laboratori sotterranei del mondo: sotto circa 1400 m di roccia, che fermano quasi tutti i raggi cosmici, si cercano eventi rarissimi, come le interazioni dei neutrini solari e le eventuali collisioni di particelle di materia oscura (paragrafo 5).

Le Indicazioni nazionali suggeriscono attività «presso laboratori di Università ed enti di ricerca», anche nei progetti di orientamento. Molti dipartimenti di fisica e sezioni dell'INFN aprono i laboratori alle scuole, il CERN accoglie gruppi scolastici, e il progetto EEE (capitolo 8) porta rivelatori di raggi cosmici nelle scuole. Le iniziative cambiano di anno in anno: chiedi al tuo insegnante o al dipartimento di fisica più vicino.

16.4 L'universo in espansione

16.4.1 Le galassie si allontanano

Passiamo ora dall'infinitamente piccolo all'infinitamente grande. Nel capitolo 5 hai visto che lo spostamento verso il rosso delle righe spettrali indica che una sorgente si allontana. Per descriverlo si usa il parametro $z = \Delta\lambda/\lambda_0 = (\lambda - \lambda_0)/\lambda_0$, dove λ_0 è la lunghezza d'onda misurata in laboratorio e λ quella osservata; per velocità piccole rispetto a c vale la formula approssimata del capitolo 5, $v \approx cz$. Negli anni Venti si scoprì che le «nebulose a spirale» sono galassie come la nostra, lontanissime, e che quasi tutte mostrano uno spostamento verso il rosso, tanto maggiore quanto più sono lontane. Georges Lemaître nel 1927 e Edwin Hubble nel 1929 arrivarono alla legge oggi chiamata **legge di Hubble** (o di Hubble-Lemaître):

$$v = H_0 d$$

dove v è la velocità di allontanamento di una galassia, d la sua distanza e H_0 la **costante di Hubble**. Le distanze delle galassie si misurano in megaparsec: 1 Mpc = $3{,}09 \times 10^{22}$ m, circa 3,26 milioni di anni luce. Le misure attuali danno $H_0 \approx 70$ km/(s·Mpc). La legge vale per galassie non troppo vicine, perché per quelle vicine i moti propri dovuti all'attrazione delle galassie circostanti sono paragonabili alla velocità di espansione (la galassia di Andromeda, a circa 0,8 Mpc, si avvicina a noi a circa 300 km/s), e non troppo lontane, perché per quelle lontanissime z non è piccolo.

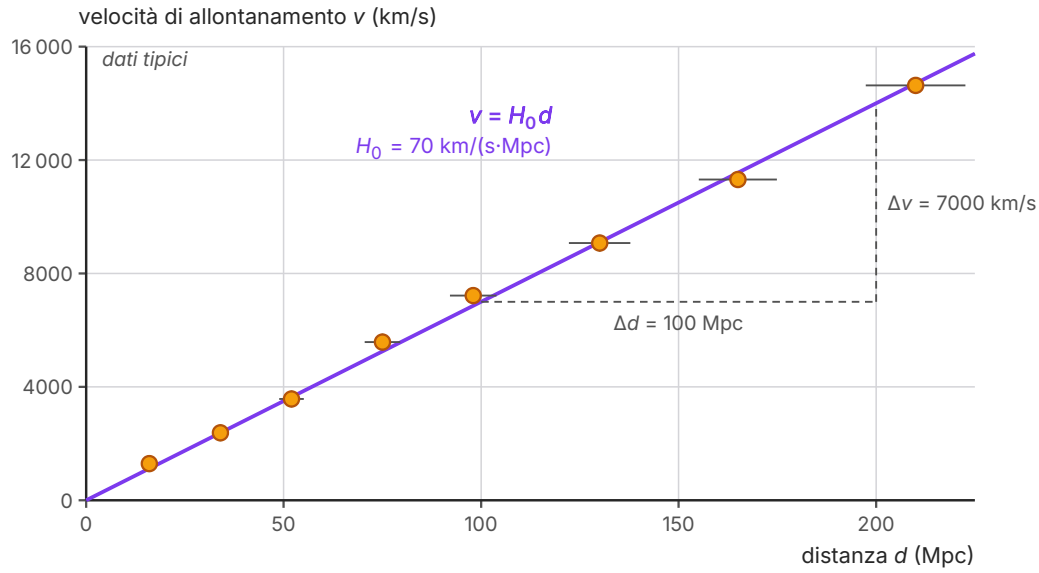


Figura 16.4 Un diagramma di Hubble: velocità di allontanamento di otto galassie in funzione della loro distanza (dati tipici; le barre orizzontali sono le incertezze di ±6% sulle distanze, mentre quelle di ±300 km/s sulle velocità, dovute ai moti propri, sono più piccole dei punti). La retta per l'origine che meglio si adatta ai punti ha pendenza H_0 = 70 km/(s·Mpc).

ESEMPIO SVOLTO

Ricavare la costante di Hubble da un diagramma

Problema. La Tabella 16.3 riporta distanze e velocità di otto galassie (dati tipici, costruiti come in una vera misura). Rappresenta i dati, stima H_0 e il tempo $1/H_0$.

Tabella 16.3 Distanze (da stelle variabili e supernove) e velocità di allontanamento (da z) di otto galassie; dati tipici. Nell'ultima riga il rapporto v/d.

d (Mpc)	16	34	52	75	98	130	165	210
v (km/s)	1290	2380	3570	5580	7220	9070	11310	14630
v/d (km/(s·Mpc))	81	70	69	74	74	70	69	70

1. Il grafico. I punti (Figura 16.4) stanno vicino a una retta per l'origine, come prevede la legge di Hubble; le piccole deviazioni sono dovute ai moti propri delle galassie e alle incertezze sulle distanze. Il punto più vicino, a 16 Mpc, è quello che si discosta di più in proporzione: lì una velocità propria di 200–300 km/s pesa il 20–25% della velocità di espansione.

2. La pendenza. Sulla retta disegnata, fra $d = 100$ Mpc e $d = 200$ Mpc la velocità passa da 7000 km/s a 14 000 km/s: $H_0 = \Delta v/\Delta d = 7000$ km/s / 100 Mpc = 70 km/(s·Mpc). La retta dei minimi quadrati per l'origine, $H_0 = \Sigma v d/\Sigma d^2$, dà lo stesso valore, 70,0 km/(s·Mpc), con un'incertezza statistica di circa 0,7 km/(s·Mpc). I rapporti v/d delle singole galassie, nell'ultima riga, oscillano fra 69 e 81: il grafico media gli errori meglio di qualsiasi punto singolo.

3. Il tempo di Hubble. Convertiamo H_0 in unità SI: 70 km/(s·Mpc) = $7{,}0 \times 10^4$ m/s / ($3{,}09 \times 10^{22}$ m) = $2{,}27 \times 10^{-18}$ s^{-1}. Il suo inverso è $1/H_0 = 4{,}4 \times 10^{17}$ s, cioè, dividendo per $3{,}16 \times 10^7$ s/anno, circa $1{,}4 \times 10^{10}$ anni: 14 miliardi di anni.

Commento. In un vero diagramma le distanze sono la parte difficile: un errore sistematico nella loro taratura sposta tutte le distanze insieme e cambia la pendenza senza peggiorare l'allineamento dei punti. L'incertezza statistica è solo una parte di quella vera.

Negli anni 2020 il valore di H_0 è al centro di un problema aperto, noto come «tensione di Hubble». Le misure che usano stelle variabili e supernove danno valori intorno a 73 km/(s·Mpc); quelle che partono dalla radiazione cosmica di fondo, misurata dal satellite Planck, e la interpretano con il modello cosmologico standard danno circa 67 km/(s·Mpc). Le incertezze dichiarate sono di circa 1 km/(s·Mpc) o meno, quindi i due valori non sono compatibili: o c'è un errore sistematico non ancora scoperto, o al modello manca qualcosa.

16.4.2 Lo spazio che si espande

La legge di Hubble non dice che le galassie fuggono da noi. Immagina un panettone che lievita, con le uvette dentro: ogni uvetta vede tutte le altre allontanarsi, quelle a distanza doppia a velo-

cità doppia, qualunque sia l'uvetta da cui guardi. Una velocità proporzionale alla distanza è la firma di un'espansione uniforme, uguale dappertutto. Nella relatività generale ciò che si espande è lo spazio stesso: le distanze fra le galassie crescono, e la lunghezza d'onda della luce si allunga durante il viaggio; $1 + z$ è il fattore di cui l'universo si è espanso fra l'emissione e la ricezione.

ERRORE FREQUENTE

«Il Big Bang è un'esplosione in un punto dello spazio»

L'immagine di una bomba che esplode in un punto, con le schegge che volano in uno spazio vuoto preesistente, è sbagliata due volte. Non c'è un centro: ogni osservatore, in qualunque galassia, vede la stessa legge di Hubble. E non c'è uno spazio vuoto «fuori»: è la distanza fra due punti qualsiasi che cresce nel tempo. Per questo le galassie lontanissime possono allontanarsi più velocemente della luce senza contraddire la relatività ristretta, che vieta di superare la luce **localmente**.

Un secondo errore è applicare la legge di Hubble a tutto: le galassie, il sistema solare, gli atomi e il tuo corpo **non** si espandono, perché sono tenuti insieme da forze gravitazionali o elettriche molto più intense dell'effetto dell'espansione.

16.4.3 L'età dell'universo e il Big Bang

Se le galassie si allontanano, in passato erano più vicine. Se la velocità di ciascuna fosse rimasta costante, una galassia a distanza d si sarebbe trovata «sopra» la nostra un tempo $d/v = 1/H_0$ fa, lo stesso per tutte. Il tempo di Hubble $1/H_0 \approx 14$ miliardi di anni è quindi una stima dell'età dell'universo. Il modello completo tiene conto che l'espansione prima ha rallentato, frenata dalla gravità, e poi ha accelerato (paragrafo 5); il risultato, dalle misure della radiazione di fondo, è un'età di 13,8 miliardi di anni, molto vicina al tempo di Hubble.

Il modello cosmologico che ne deriva si chiama **modello del Big Bang**: l'universo si è evoluto da uno stato iniziale caldissimo e densissimo, raffreddandosi mentre si espandeva. Il nome indica l'inizio di questa evoluzione, non un'esplosione; il modello descrive bene che cosa è successo da una piccolissima frazione di secondo in poi, ma non dice che cosa ci fosse «prima», né se la domanda abbia senso. Le sue prove principali sono tre.

L'espansione, cioè la legge di Hubble. **La radiazione cosmica di fondo**: nei capitoli 6 e 10 hai visto che il cielo è pieno di una radiazione a microonde con lo spettro di un corpo nero a 2,725 K, scoperta da Penzias e Wilson nel 1965. È la luce emessa circa 380 000 anni dopo l'inizio, quando l'universo si raffreddò sotto i 3000 K circa e i nuclei catturarono gli elettroni formando atomi neutri: da quel momento la radiazione non fu più assorbita e diffusa di continuo, e l'universo divenne trasparente. Da allora l'espansione ne ha allungato le lunghezze d'onda di circa 1100 volte, e la temperatura, che varia come l'inverso del fattore di espansione, è scesa nello stesso rapporto: 3000 K/1100 ≈ 2,7 K. La radiazione è uniforme in tutte le direzioni con variazioni di circa una parte su centomila, che sono i «semi» delle galassie.

L'abbondanza degli elementi leggeri. Nei primi minuti l'universo era un reattore a fusione (capitolo 15) in rapido raffreddamento. Quando la temperatura scese a circa un miliardo di kelvin, protoni e neutroni poterono unirsi senza che i fotoni li spezzassero subito, e quasi tutti i neutroni finirono in nuclei di elio-4. C'era allora circa un neutrone ogni sette protoni: su 16 nucleoni, 2 neutroni e 2 protoni formano un nucleo di elio e restano 12 protoni. L'elio ha 4 nucleoni su 16, il 25% della massa, proprio la frazione che si misura nelle stelle e nelle nubi di gas più antiche. Questa **nucleosintesi primordiale** produsse solo i nuclei più leggeri; gli altri sono nati nelle stelle (capitolo 15). La Figura 16.5 riassume le tappe principali.

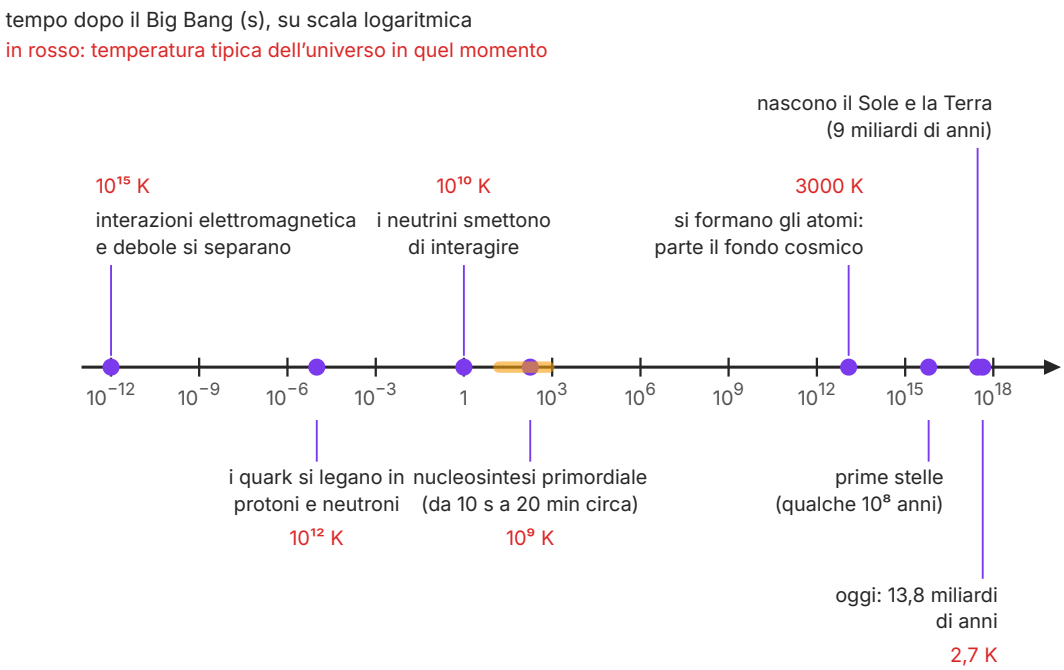


Figura 16.5 Le tappe principali della storia dell'universo secondo il modello del Big Bang, su una scala logaritmica dei tempi (ogni tacca vale un fattore mille). I tempi sono ordini di grandezza; in rosso la temperatura tipica in quel momento. La banda arancione indica la nucleosintesi primordiale, fra circa 10 s e 20 minuti.

16.5 Le domande aperte

Il modello standard e il modello del Big Bang sono confermati da moltissimi esperimenti, alcuni di precisione straordinaria. Eppure la materia descritta dal modello standard è solo una piccola parte dell'universo. In questo paragrafo distinguiamo con cura ciò che è **misurato** da ciò che è **ipotizzato**.

16.5.1 La materia oscura

Una stella che percorre un'orbita circolare di raggio r intorno al centro di una galassia ha velocità $v = \sqrt{(GM(r)/r)}$, dove $M(r)$ è la massa contenuta entro l'orbita (*Fisica 3*, gravitazione). Se la massa fosse concentrata dove si vedono le stelle e il gas, nelle regioni esterne, dove M smette di crescere, la velocità dovrebbe diminuire come $1/\sqrt{r}$, come quella dei pianeti intorno al Sole. Misurando con l'effetto Doppler la velocità di rotazione delle stelle e del gas in funzione della distanza dal centro, la curva di rotazione, si trova invece che nella maggior parte delle galassie a spirale la velocità resta quasi costante fin dove si riesce a misurarla (Figura 16.6). Le prime misure sistematiche, negli anni Settanta, si devono soprattutto a Vera Rubin.

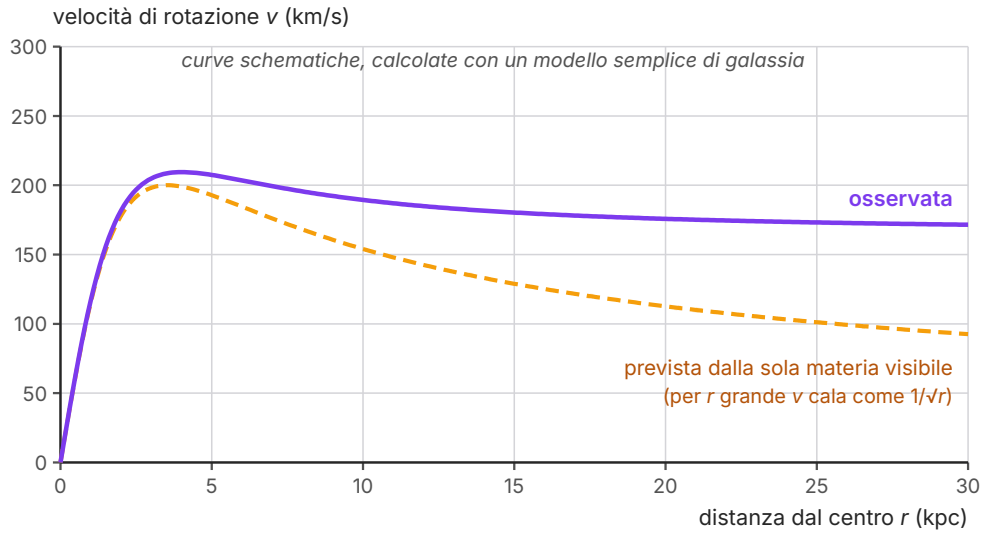


Figura 16.6 Curve di rotazione di una galassia a spirale, schematiche. In arancio la velocità che le stelle e il gas avrebbero se la massa fosse solo quella visibile: per r grande diminuisce come $1/\sqrt{r}$. In viola l'andamento che si osserva, quasi piatto fino alle regioni più esterne. Per tenere le stelle esterne su orbite così veloci serve molta più massa di quella visibile.

Con v costante, $M(r) = v^2 r/G$ cresce in proporzione a r: la galassia contiene molta più massa di quella che brilla, distribuita in un alone che si estende oltre le stelle. Già nel 1933 Fritz Zwicky aveva notato che le galassie dell'ammasso della Chioma si muovevano troppo in fretta per essere tenute insieme dalla massa visibile, e altri indizi vengono dalle «lenti gravitazionali» e dalla radiazione di fondo. Questa massa si chiama **materia oscura**: non emette né assorbe luce e risente della gravità; non può essere fatta di protoni e neutroni, perché la nucleosintesi primordiale fissa la quantità di materia ordinaria, che non basta. Nessuna particella del modello stan-

dard ha le proprietà giuste; la si cerca negli acceleratori e nei laboratori sotterranei, finora senza risultati positivi.

16.5.2 L'energia oscura

Nel 1998 due gruppi di astronomi, misurando le distanze di supernove molto lontane, scoprirono che l'espansione dell'universo non sta rallentando, come ci si aspettava a causa della gravità, ma **accelerando**. Il componente responsabile, di natura sconosciuta, si chiama **energia oscura**. Mettendo insieme le misure, il quadro attuale è che circa il 5% dell'energia dell'universo è materia ordinaria, circa il 27% materia oscura e circa il 68% energia oscura. Detto altrimenti: sappiamo descrivere con precisione solo un ventesimo di ciò che esiste.

16.5.3 Altre domande

Dov'è finita l'antimateria? Le leggi della fisica trattano materia e antimateria in modo quasi identico, e nell'universo primordiale si saranno formate in quantità quasi uguali. Eppure l'universo che osserviamo è fatto di materia: non si vedono le annichilazioni che segnalerebbero regioni di antimateria. Perché sia sopravvissuto un piccolo eccesso di materia non si sa ancora spiegare. **Quanto pesano i neutrini?** Il modello standard li prevedeva senza massa, ma dalla fine del Novecento si è scoperto che i neutrini cambiano tipo durante il viaggio (per esempio un ν_e prodotto nel Sole può arrivare come ν_μ), e questo è possibile solo se hanno masse diverse da zero; i loro valori, piccolissimi, non sono ancora noti.

Le onde gravitazionali. La relatività generale prevede che masse accelerate emettano **onde gravitazionali**, increspature dello spazio-tempo che si propagano alla velocità della luce. Il 14 settembre 2015 i due interferometri LIGO, negli Stati Uniti, ne registrarono per la prima volta una, prodotta dalla fusione di due buchi neri a più di un miliardo di anni luce; l'annuncio venne dato nel 2016. Dal 2017 anche l'interferometro europeo Virgo, a Cascina vicino a Pisa (capitolo 7), partecipa alle osservazioni. È nata così un'astronomia nuova, che «ascolta» eventi che non emettono luce.

Queste domande non sono un fallimento della fisica, ma il suo modo normale di procedere: anche la relatività e i quanti sono nati dalle crisi della fisica classica.

COLLEGAMENTI

In laboratorio: i raggi cosmici in una camera a nebbia a diffusione

Materiali. Un acquario di plastica capovolto (base circa 30 cm × 20 cm), chiuso sul fondo da una lastra metallica dipinta di nero opaco; una striscia di feltro incollata in alto all'interno, imbevuta di alcol isopropilico; una lastra di ghiaccio secco (−78,5 °C) in un contenitore di polistirolo; una torcia a LED; un cronometro; un quadrato di 10 cm × 10 cm tracciato in bianco sul fondo.

Come funziona. Il vapore d'alcol che scende verso il fondo freddissimo diventa sovrassaturo in uno strato di pochi millimetri: lì ogni particella carica lascia per circa un secondo una scia di goccioline.

Procedimento. 1) Appoggia la lastra sul ghiaccio secco, imbevi il feltro, chiudi e aspetta 10–15 minuti. 2) Oscura l'aula e illumina radente il fondo. 3) Per sei intervalli di un minuto conta separatamente le tracce che attraversano il quadrato: **sottili e lunghe**, e **spesse e corte**. Lavorate in due: uno osserva, l'altro annota.

Sicurezza. Il ghiaccio secco causa ustioni da freddo: si maneggia solo con guanti termici e pinze, mai a mani nude, e non si chiude in contenitori ermetici, perché sublimando produce gas e può farli scoppiare. L'alcol isopropilico è infiammabile: niente fiamme libere, aula ben ventilata. Nessuna sorgente radioattiva è necessaria.

Tabella 16.4 Numero di tracce osservate nel quadrato di 100 cm^2 in sei intervalli di un minuto. Dati tipici.

Intervallo	1	2	3	4	5	6	media
tracce sottili e lunghe	58	71	64	52	69	61	62,5
tracce spesse e corte	3	5	2	4	6	4	4,0

Che cosa concludere. Le tracce spesse e corte sono di particelle α (capitolo 14), emesse soprattutto dal radon dell'aria: molto ionizzanti, si fermano in pochi centimetri. Quelle sottili e lunghe sono di particelle cariche veloci, in gran parte muoni dei raggi cosmici, più qualche elettrone. Il flusso di riferimento dei muoni al livello del mare è circa 1 per centimetro quadrato al minuto, quindi nel quadrato ne aspettiamo circa 100 al minuto. Ne contiamo 62,5 ± 2,9: lo stesso ordine di grandezza, ma meno del previsto, perché la camera rivela solo i muoni che lasciano nello strato sensibile una scia abbastanza lunga da essere riconosciuta.

Confronto teoria–esperimento. Il flusso di riferimento è solo un ordine di grandezza; un confronto quantitativo è possibile invece sulla **dispersione** dei conteggi. Se gli arrivi sono casuali e indipendenti, vale la statistica di Poisson e la deviazione standard attesa è $\sqrt{N}$ (capitolo 14): con una media di 62,5, $\sqrt{62{,}5} = 7{,}9$. La deviazione standard dei sei conteggi è 7,1; con sei valori la sua incertezza relativa è circa $1/\sqrt{(2 \times 5)} \approx 30\%$, cioè ±2, quindi 7,1 ± 2 e 7,9 sono compatibili.

Per le tracce α: 1,4 contro $\sqrt{4{,}0} = 2{,}0$, compatibili. L'incertezza della media è $7{,}1/\sqrt{6} = 2{,}9$ tracce al minuto.

Per la relazione. Riporta le due serie in un istogramma; spiega perché i muoni arrivano al suolo (capitolo 8); proponi un modo per verificare che le tracce sottili vengano dall'alto, per esempio inclinando la camera di 90°.

DA RICORDARE

Verso l'esame: particelle e universo nella seconda prova

Le particelle rientrano nei nuclei tematici **Energia e materia** (l'equivalenza massa-energia nei decadimenti, la creazione e l'annichilazione di coppie) e **Forze e campi** (una carica relativistica in un campo magnetico: una traccia in un rivelatore, un fascio in un sincrotrone); galassie e radiazione di fondo portano a **Onde e particelle**. Situazioni tipiche: ricavare p da r e B, poi energia e velocità con $E^2 = (pc)^2 + (mc^2)^2$; il decadimento di una particella ferma in due corpi; il controllo dei numeri conservati; H_0 da una tabella di galassie. Insidie: formule classiche per particelle ultrarelativistiche, l'antineutrino dimenticato, z confuso con una velocità, i megaparsec convertiti male. Nelle risposte qualitative distingui ciò che è misurato da ciò che è ipotizzato.

IN SINTESI

Le formule e i fatti del capitolo

Quark: u, c, t con carica $+2/3\ e$; d, s, b con $-1/3\ e$; antiquark con cariche opposte. **Barioni** = tre quark (protone uud, neutrone udd), **mesoni** = quark + antiquark ($\pi^+ = u\bar{d}$). I quark sono confinati: non esistono liberi.

Leptoni: e^-, μ^-, τ^- (carica $-e$) e tre neutrini neutri. Ogni particella ha un'antiparticella con la stessa massa e numeri quantici opposti.

Leggi di conservazione in ogni reazione: energia (con le masse a riposo), quantità di moto, carica, numero barionico B, numeri leptonici L_e, L_μ, L_τ.

$r \approx \hbar c/(mc^2)$ — raggio d'azione di una forza mediata da una particella di massa m (stima di Yukawa, ordine di grandezza); $\hbar c = 198$ MeV·fm.

$p = |q|Br$, cioè p (GeV/c) $= 0{,}3\ B$ (T) r (m) per carica e — quantità di moto relativistica dal raggio di una traccia perpendicolare a un campo magnetico uniforme; il verso di curvatura dà il segno della carica.

$z = (\lambda - \lambda_0)/\lambda_0$; $v \approx cz$ per $z \ll 1$ — spostamento verso il rosso e velocità di allontanamento.

$v = H_0 d$ — legge di Hubble, per galassie non troppo vicine (moti propri) e non troppo lontane (z piccolo); $H_0 \approx 70$ km/(s·Mpc), 1 Mpc $= 3{,}09 \times 10^{22}$ m. Tempo di Hubble $1/H_0 \approx 14$ miliardi di anni; età dell'universo 13,8 miliardi di anni.

$v = \sqrt{(GM(r)/r)}$ — velocità su un'orbita circolare; una curva di rotazione piatta implica $M(r) \propto r$: materia oscura.

SINTESI

- A ogni particella corrisponde un'antiparticella con la stessa massa e carica opposta; il positrone, previsto da Dirac nel 1928, fu osservato da Anderson nel 1932.
- Nei raggi cosmici furono scoperti il muone, un «elettrone pesante» di 105,7 MeV/c^2, e il pione, il mediatore della forza nucleare previsto da Yukawa.
- Gli adroni (barioni e mesoni) sono fatti di quark, con carica frazionaria +2/3 o −1/3: il protone è uud, il neutrone udd. I quark sono confinati e non si osservano mai liberi.
- I leptoni (elettrone, muone, tau e tre neutrini) non risentono della forza forte. Quark e leptoni, in tre generazioni, sono i fermioni elementari del modello standard.
- Le interazioni fondamentali sono quattro: forte, elettromagnetica, debole e gravitazionale. Nel modello standard le prime tre avvengono per scambio di bosoni mediatori: gluoni, fotone, bosoni W e Z.
- Il raggio d'azione di una forza è circa $\hbar c/(mc^2)$, con m massa del mediatore: forze a raggio infinito hanno mediatori senza massa; la debole ha raggio piccolissimo perché W e Z sono pesanti.
- Il bosone di Higgs, scoperto al CERN nel 2012, è legato all'origine della massa delle particelle elementari. La gravità resta fuori dal modello standard.
- Ogni reazione deve conservare energia, quantità di moto, carica, numero barionico e numeri leptonici.
- Gli acceleratori (lineari, sincrotroni, collisionatori come l'LHC) servono a creare particelle pesanti e a sondare distanze piccole; i rivelatori ricavano carica e quantità di moto dalla curvatura delle tracce in un campo magnetico.
- Le galassie si allontanano con velocità proporzionali alla distanza ($v = H_0 d$, $H_0 \approx 70$ km/(s·Mpc)): è lo spazio che si espande, senza centro. Il tempo di Hubble, circa 14 miliardi di anni, stima l'età dell'universo, 13,8 miliardi di anni.
- Il modello del Big Bang è sostenuto dall'espansione, dalla radiazione cosmica di fondo e dall'abbondanza dell'elio primordiale, circa il 25% in massa.
- Restano aperte domande fondamentali: la natura della materia oscura e dell'energia oscura, l'asimmetria fra materia e antimateria, le masse dei neutrini. Le onde gravitazionali, osservate dal 2015, hanno aperto una nuova astronomia.

ESERCIZI

Comprendere e ricordare

1. ● Qual è la composizione in quark del protone?
   A. udd
   B. uud
   C. uuu
   D. $u\bar{d}$

2. ● Quale di queste particelle è un leptone?
   A. il pione
   B. il neutrone
   C. il protone
   D. il muone

3. ● L'interazione debole ha un raggio d'azione piccolissimo perché
   A. i suoi mediatori, i bosoni W e Z, hanno una grande massa
   B. agisce solo sui neutrini
   C. è schermata dalle cariche elettriche
   D. i suoi mediatori sono senza massa

4. ● In un rivelatore il campo magnetico è entrante nel foglio. Una particella positiva entra dal basso muovendosi verso l'alto. La sua traccia
   A. curva verso destra
   B. resta diritta
   C. curva verso sinistra
   D. curva verso il basso

5. ● La legge di Hubble afferma che
   A. le galassie vicine si allontanano più in fretta di quelle lontane
   B. tutte le galassie si avvicinano alla Via Lattea
   C. la velocità di allontanamento di una galassia è proporzionale alla sua distanza
   D. la Via Lattea è al centro dell'espansione

6. ●● Con $H_0 = 70$ km/(s·Mpc), una galassia a 300 Mpc si allontana alla velocità di circa
   A. $2{,}1 \times 10^4$ km/s
   B. 4,3 km/s
   C. $2{,}1 \times 10^3$ km/s
   D. $2{,}1 \times 10^5$ km/s

7. ●● Quale di queste reazioni viola la conservazione del numero barionico?
   A. $n \to p + e^- + \bar{\nu}_e$
   B. $\pi^+ \to \mu^+ + \nu_\mu$
   C. $e^+ + e^- \to \gamma + \gamma$
   D. $p \to e^+ + \gamma$

8. ●● La principale prova della materia oscura nelle galassie a spirale è che
   A. le galassie emettono poca luce nell'infrarosso
   B. la velocità di rotazione resta quasi costante anche lontano dal centro
   C. la velocità di rotazione diminuisce come $1/\sqrt{r}$ lontano dal centro
   D. le galassie si allontanano le une dalle altre

Vero o falso

9. ● Con un'energia abbastanza grande si può estrarre un quark isolato da un protone. V / F

10. ● Il positrone ha la stessa massa dell'elettrone e carica opposta. V / F

11. ● Le galassie si allontanano da noi perché la Via Lattea si trova al centro dell'universo. V / F

12. ●● Il neutrone, essendo neutro, non contiene particelle cariche. V / F

Applicare

13. ● Calcola la carica elettrica delle seguenti particelle a partire dai quark che le compongono: a) uuu; b) dds; c) $u\bar{s}$ (il mesone K^+); d) $\bar{u}d$.

14. ● Usando la Tabella 16.2, stabilisci quali reazioni sono permesse e, per quelle vietate, quale legge di conservazione violano: a) $\mu^- \to e^- + \bar{\nu}_e + \nu_\mu$; b) $n \to p + e^- + \nu_e$; c) $p + \bar{p} \to \pi^+ + \pi^- + \pi^0$; d) $\pi^+ \to \mu^+ + \nu_\mu + \gamma$.

15. ● Con l'argomento di Yukawa, stima il raggio d'azione di una forza mediata da una particella di energia a riposo 500 MeV. Usa $\hbar c = 198$ MeV·fm.

16. ●● In un rivelatore con campo magnetico di 2,0 T, perpendicolare alla traiettoria, un protone ha quantità di moto 1,0 GeV/c. Calcola il raggio della sua traccia. Che cosa cambia se, con la stessa quantità di moto, la particella è un elettrone?

17. ● Con $H_0 = 70$ km/(s·Mpc), calcola la velocità di allontanamento di una galassia a 50 Mpc, il suo parametro z e la lunghezza d'onda a cui si osserva la riga H_α, che in laboratorio (in aria) è a 656,3 nm.

18. ●● Lo spettro di una galassia ha $z = 0{,}020$. Calcola la sua velocità di allontanamento e la sua distanza, in megaparsec e in anni luce, con $H_0 = 70$ km/(s·Mpc).

19. ●● Leggi nella Figura 16.5 la temperatura dell'universo quando partì la radiazione cosmica di fondo. Calcola con la legge di Wien (capitolo 10) la lunghezza d'onda del massimo dello spettro in quel momento e confrontala con quella di oggi, 1,06 mm. In quale banda dello spettro cadeva? Quale fattore di espansione ne ricavi?

20. ●● Un protone e un antiprotone, entrambi fermi, si annichilano in due fotoni. Calcola l'energia totale liberata, l'energia di ciascun fotone e la sua lunghezza d'onda. Perché i fotoni devono essere due?

Problemi

21. ●● (Con il capitolo 9.) Nell'LHC i protoni hanno energia 6,8 TeV e, nei magneti curvanti, percorrono archi di raggio 2,80 km; la circonferenza dell'anello è 26,7 km. a) Calcola il fattore γ dei protoni. b) Calcola il campo magnetico necessario a curvarli (per particelle ultrarelativistiche $pc \approx E$). c) Quanti giri al secondo compie un protone? d) Perché, a parità di raggio, sarebbe molto più difficile tenere in orbita protoni di energia doppia?

22. ●●● (Con il capitolo 9.) Un pione π^+ fermo decade in $\mu^+ + \nu_\mu$. Considera il neutrino privo di massa. a) Verifica che il decadimento conservi carica, numero barionico e numero leptonico muonico. b) Usando la conservazione dell'energia e della quantità di moto, calcola la quantità di moto del muone e del neutrino, l'energia cinetica del muone e la sua velocità. c) Quanta strada percorre in media il muone prima di decadere, nel sistema del laboratorio? (vita media propria 2,2 μs.)

23. ●● Il bosone Z^0 ha massa 91,2 GeV/c^2. a) Stima il raggio d'azione dell'interazione che media e confrontalo con quello della forza nucleare (circa 1,4 fm). b) Per quanto tempo, secondo l'argomento di Yukawa, può esistere uno Z^0 virtuale? c) Spiega perché, a energie molto alte, l'interazione debole diventa intensa quanto quella elettromagnetica.

24. ●●● (Con il capitolo 9.) In un rivelatore con campo magnetico di 1,50 T una particella di carica $+e$ lascia una traccia di raggio 0,400 m. a) Calcola la sua quantità di moto. b) Calcola energia cinetica e velocità nelle ipotesi che sia un pione (139,6 MeV/c^2), un positrone o un protone. c) Un sistema di tempo di volo misura il tempo che la particella impiega a percorrere 1,00 m: per ciascuna ipotesi, che tempo prevedi? d) Viene misurato 4,2 ns: di che particella si tratta?

25. ●●● (Con il capitolo 5.) Nello spettro di una galassia la riga H_α, che in laboratorio (in aria) è a 656,3 nm, si osserva a 689,1 nm. a) Calcola z e la velocità di allontanamento. b) Calcola la distanza con $H_0 = 70$ km/(s·Mpc), e poi con i due valori in tensione, 67,4 e 73,0 km/(s·Mpc). Di quanto differiscono, in percentuale, le distanze ottenute con i due valori in tensione? c) Stima da quanto tempo la luce viaggia (approssima il tempo di viaggio con d/c). d) La riga si è spostata verso il rosso perché la galassia si muove attraverso lo spazio? Argomenta.

26. ●●● (Con la gravitazione di *Fisica 3*.) Il Sole percorre un'orbita quasi circolare intorno al centro della Via Lattea, a 8,2 kpc di distanza, con velocità 230 km/s (1 pc = $3{,}086 \times 10^{16}$ m). a) Calcola il periodo dell'orbita, in anni. b) Calcola la massa della Galassia contenuta entro l'orbita del Sole, in kilogrammi e in masse solari ($1{,}99 \times 10^{30}$ kg). c) Le stelle a 16 kpc dal centro hanno ancora una velocità di circa 230 km/s. Quanta massa è contenuta entro la loro orbita? Che cosa dovrebbe succedere alla velocità se la massa fosse quasi tutta entro 8 kpc? d) Che cosa se ne conclude?

27. ●● Al momento della nucleosintesi primordiale c'era circa un neutrone ogni sette protoni, e quasi tutti i neutroni finirono in nuclei di elio-4. a) Mostra che la frazione di massa dell'elio è circa 25%. b) Quale sarebbe se il rapporto fosse stato 1 a 6? c) Perché il rapporto fra neutroni e protoni era minore di 1? (Ricorda le masse e il decadimento del neutrone libero, capitolo 14.)

28. ●● (Con il capitolo 11.) Fra i modi di decadimento del bosone di Higgs (massa 125 GeV/c^2) c'è quello in due fotoni, $H \to \gamma + \gamma$. Per un bosone di Higgs fermo, calcola energia, quantità di moto e lunghezza d'onda di ciascun fotone. Perché i due fotoni escono in versi opposti?

Ragionare e argomentare

29. ●● Nessuno ha mai osservato un quark libero. Spiega perché i fisici sono comunque convinti che i quark esistano, e che cosa succede quando, in un urto, si cerca di strappare un quark da un protone.

30. ●● Uno studente scrive: «Tutte le galassie lontane si allontanano da noi, quindi la Terra (o almeno la Via Lattea) è al centro dell'universo, nel punto in cui è avvenuto il Big Bang». Trova l'errore e spiega come la legge di Hubble va interpretata.

31. ●● Stima di Fermi. Quanti muoni dei raggi cosmici attraversano il tuo corpo durante un'ora di lezione, mentre sei seduto? Esplicita le ipotesi (flusso, superficie orizzontale del corpo) e discuti se il risultato cambierebbe sdraiandosi o scendendo in una miniera profonda.

Verso l'esame di Stato

32. ●●● **Quesito.** Per cinque galassie si conoscono le distanze, misurate con le stelle variabili, e la lunghezza d'onda osservata della riga H_α (656,3 nm in laboratorio, in aria): d = 20, 45, 80, 120, 160 Mpc; λ = 659,6; 662,9; 669,0; 674,2; 681,3 nm. a) Calcola per ogni galassia z e la velocità di allontanamento, giustificando l'approssimazione usata. b) Rappresenta i dati in un diagramma velocità–distanza e ricava la costante di Hubble. c) Calcola il tempo di Hubble e spiega perché è una stima dell'età dell'universo. d) La galassia di Andromeda, a 0,78 Mpc, mostra uno spostamento verso il blu che corrisponde a circa 300 km/s di avvicinamento. Questo dato contraddice la legge di Hubble? Argomenta.

33. ●●● **Problema.** (Con i capitoli 8 e 9.) Un muone dei raggi cosmici nasce a 15 km di quota, dal decadimento di un pione, con energia totale 6,0 GeV, e scende verticalmente. a) Calcola γ e la velocità del muone. b) Calcola la distanza media che percorre prima di decadere (vita media propria 2,2 μs), e la frazione dei muoni con questa energia che arriva al suolo, con e senza la dilatazione dei tempi. c) Al suolo il muone attraversa una camera a nebbia immersa in un campo magnetico di 0,20 T perpendicolare alla traiettoria: calcola il raggio della traccia e la «freccia», cioè la massima distanza fra la traccia e la corda, su un tratto di 20 cm. È possibile vederne la curvatura? d) Nella stessa camera compaiono tracce corte e spesse. Spiega da quali particelle sono prodotte e perché sono così diverse da quelle dei muoni.

PER APPROFONDIRE

- [WEI] S. Weinberg, *I primi tre minuti*: la storia dell'universo primordiale raccontata da uno degli autori del modello standard, con la radiazione di fondo e la nucleosintesi spiegate passo per passo.
- [QED] R. P. Feynman, *QED. La strana teoria della luce e della materia*: i diagrammi di Feynman spiegati dal loro inventore, senza formule, con un capitolo finale sulle altre interazioni.
- [FEY] R. P. Feynman, R. B. Leighton, M. Sands, *La fisica di Feynman*, vol. III: le basi della meccanica quantistica su cui poggia la teoria delle particelle.
- [HRW] D. Halliday, R. Resnick, J. Walker, *Fondamenti di fisica*: il capitolo sui quark, i leptoni e il Big Bang, con esercizi sulle leggi di conservazione e sulla legge di Hubble.
- [EIN] A. Einstein, L. Infeld, *L'evoluzione della fisica*: le pagine finali sul concetto di campo e sui quanti, per capire da dove nascono le idee di questo capitolo.

Glossario del capitolo

Adrone
Particella che risente dell'interazione forte, formata da quark: i barioni (tre quark) e i mesoni (un quark e un antiquark).

Antiparticella
Particella con la stessa massa e la stessa vita media di un'altra, e con carica elettrica e numeri quantici opposti; l'insieme delle antiparticelle è l'antimateria.

Bosone di Higgs
Particella del campo di Higgs, legato all'origine della massa delle particelle elementari; scoperto al CERN nel 2012, con massa circa 125 GeV/c^2.

Bosone mediatore
Particella il cui scambio trasmette un'interazione: gluoni (forte), fotone (elettromagnetica), bosoni W e Z (debole).

Confinamento
Proprietà dell'interazione forte per cui i quark non possono essere separati: l'energia spesa per allontanarli crea nuove coppie quark–antiquark.

Costante di Hubble
La costante $H_0 \approx 70$ km/(s·Mpc) della legge di Hubble; il suo inverso, circa 14 miliardi di anni, stima l'età dell'universo.

Diagramma di Feynman
Rappresentazione grafica di un processo fra particelle, con linee per le particelle e vertici in cui si conservano carica e numeri quantici.

Energia oscura
Componente di natura sconosciuta, circa il 68% dell'energia dell'universo, responsabile dell'accelerazione dell'espansione scoperta nel 1998.

Legge di Hubble
Proporzionalità fra la velocità di allontanamento di una galassia e la sua distanza, $v = H_0 d$; è la firma dell'espansione dell'universo.

Leptone
Fermione elementare che non risente dell'interazione forte: elettrone, muone, tau e i tre neutrini.

Materia oscura
Materia che non emette né assorbe luce e si rivela solo per i suoi effetti gravitazionali, per esempio le curve di rotazione piatte delle galassie; la sua natura è sconosciuta.

Modello standard
La teoria delle particelle elementari (quark, leptoni, bosoni mediatori e bosone di Higgs) e delle interazioni forte, elettromagnetica e debole.

Muone
Leptone carico (μ^-) di massa 105,7 MeV/c^2 e vita media 2,2 µs; è il componente principale dei raggi cosmici al livello del mare.

Nucleosintesi primordiale
La formazione dei nuclei leggeri (soprattutto elio-4, circa il 25% in massa) nei primi minuti dell'universo.

Numero barionico
Grandezza conservata in tutte le reazioni osservate: +1 per i barioni, −1 per gli antibarioni, 0 per mesoni e leptoni (+1/3 per ogni quark).

Numero leptonico
Grandezza conservata, distinta per famiglia (L_e, L_μ, L_τ): +1 per un leptone e il suo neutrino, −1 per le loro antiparticelle.

Pione
Il mesone π, nelle forme π^+, π^- (139,6 MeV/c^2) e π^0 (135,0 MeV/c^2); la particella prevista da Yukawa come mediatore della forza nucleare.

Positrone
L'antiparticella dell'elettrone (e^+): massa 0,511 MeV/c^2 e carica $+e$; previsto da Dirac (1928) e osservato da Anderson (1932).

Quark
Costituente elementare degli adroni, con carica +2/3 *e* (u, c, t) o −1/3 *e* (d, s, b); non si osserva mai isolato.

Raggi cosmici
Particelle di alta energia, soprattutto protoni e nuclei, che arrivano dallo spazio e producono nell'atmosfera cascate di particelle secondarie.

Soluzioni

1. B. Protone = uud: +2/3 + 2/3 − 1/3 = +1; udd è il neutrone.

2. D. Il muone è un leptone; pione (mesone), neutrone e protone (barioni) sono adroni.

3. A. Per la stima di Yukawa $r \approx \hbar c/(mc^2)$: con $mc^2 \approx$ 80–90 GeV il raggio è circa 10^{-18} m.

4. C. $\boldsymbol{F} = q\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B}$: con $\boldsymbol{v}$ verso l'alto e $\boldsymbol{B}$ entrante, $\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B}$ punta verso sinistra, e per $q > 0$ la forza è verso sinistra (come il positrone della Figura 16.3).

5. C. $v = H_0 d$: proporzionalità fra velocità e distanza, uguale per ogni osservatore.

6. A. $v = 70$ km/(s·Mpc) × 300 Mpc = $2{,}1 \times 10^4$ km/s.

7. D. Nel decadimento $p \to e^+ + \gamma$ il numero barionico passa da +1 a 0. Nelle altre si conserva (in A: $1 \to 1$; in B e C: $0 \to 0$).

8. B. Una curva di rotazione piatta richiede una massa che cresce con r oltre le regioni visibili. C descrive la previsione senza materia oscura; D è l'espansione.

9. F. Per il confinamento l'energia spesa per separare i quark crea nuove coppie quark–antiquark: escono adroni, non quark liberi.

10. V. È l'antiparticella dell'elettrone: massa 0,511 MeV/c^2, carica $+e$.

11. F. Ogni osservatore, in qualunque galassia, vedrebbe la stessa legge di Hubble: un'espansione uniforme non ha centro.

12. F. Il neutrone è udd: contiene un quark di carica +2/3 e due di carica −1/3, che si compensano.

13. a) uuu: $3 \times (+2/3) = +2$ (è il barione Δ^{++}). b) dds: $3 \times (-1/3) = -1$. c) us: +2/3 + 1/3 = +1. d) ud: −2/3 − 1/3 = −1 (è il π^-).

14. a) Carica $-1 \to -1 + 0 + 0$; B $0 \to 0$; L_μ $+1 \to +1$; L_e $0 \to +1 - 1 = 0$: **permessa** (è il decadimento del muone). b) L_e: $0 \to +1 + 1 = +2$: **vietata**, serve un antineutrino. c) Carica $0 \to 0$; B: $+1 - 1 = 0 \to 0$; numeri leptonici nulli; energia disponibile 1877 MeV > 414 MeV: **permessa**. d) Carica, B e L_μ si conservano $(0 \to -1 + 1)$; il fotone non porta numeri quantici: **permessa** (avviene di rado, come variante del decadimento principale).

15. $r \approx \hbar c/(mc^2) = 198$ MeV·fm/500 MeV = 0,40 fm = $4{,}0 \times 10^{-16}$ m.

16. $r = p/(0{,}3\,B) = 1{,}0/(0{,}3 \times 2{,}0)$ m = 1,7 m. Il raggio dipende solo da p e dalla carica in valore assoluto: un elettrone con la stessa quantità di moto ha lo stesso raggio, 1,7 m, ma la traccia curva in verso opposto perché la carica è negativa.

17. $v = H_0 d = 70 \times 50$ km/s = $3{,}5 \times 10^3$ km/s; $z \approx v/c = 3500/(3{,}00 \times 10^5) = 0{,}0117$; $\lambda = \lambda_0(1 + z) = 656{,}3$ nm × 1,0117 = 664,0 nm.

18. $v \approx cz = 3{,}00 \times 10^5$ km/s × 0,020 = $6{,}0 \times 10^3$ km/s; $d = v/H_0 = 6000/70$ Mpc = 86 Mpc; $86 \times 3{,}26 \times 10^6$ anni luce = $2{,}8 \times 10^8$ anni luce.

19. Dalla figura $T \approx 3000$ K. Per la legge di Wien $\lambda_{max} = b/T = 2{,}898 \times 10^{-3}$ m·K/3000 K = $9{,}7 \times 10^{-7}$ m = 966 nm, nell'infrarosso vicino (poco oltre il rosso). Oggi è 1,06 mm: il rapporto è $1{,}06 \times 10^{-3}/9{,}66 \times 10^{-7} \approx 1{,}1 \times 10^3$, il fattore di cui l'universo si è espanso.

20. $E = 2 \times 938{,}3$ MeV = 1876,6 MeV = $3{,}00 \times 10^{-10}$ J. Ogni fotone ha 938,3 MeV; $\lambda = hc/E = 1240$ eV·nm/$(9{,}383 \times 10^8$ eV) = $1{,}32 \times 10^{-6}$ nm = 1,32 fm. La quantità di moto totale iniziale è nulla: un solo fotone avrebbe $p = E/c \neq 0$, quindi servono (almeno) due fotoni uguali in versi opposti.

21. a) $\gamma = E/(mc^2) = 6800$ GeV/0,9383 GeV = $7{,}25 \times 10^3$ (l'energia è praticamente tutta cinetica). b) $p \approx E/c =$ 6800 GeV/c; $B = p/(0{,}3\,r) = 6800/(0{,}3 \times 2800)$ T = 8,1 T. c) $v \approx c$: $f = c/L = 3{,}00 \times 10^8$ m/s / $2{,}67 \times 10^4$ m = $1{,}12 \times 10^4$ giri al secondo. d) Per $r = p/(|q|B)$, valida anche in relatività, a raggio fisso B è proporzionale a p, quindi all'energia: servirebbero circa 16 T, oltre i campi dei magneti superconduttori usati oggi negli acceleratori.

22. a) Carica $+1 \to +1 + 0$; B $0 \to 0$; L_μ $0 \to -1 + 1 = 0$ (μ^+ è un'antiparticella). b) Per la conservazione della quantità di moto (pione fermo) muone e neutrino hanno quantità di moto opposte di uguale modulo p; per la conservazione dell'energia 139,6 MeV = $\sqrt{((pc)^2 + 105{,}7^2)} + pc$. Risolvendo: $pc = (139{,}6^2 - 105{,}7^2)/(2 \times 139{,}6)$ MeV = 29,8 MeV. Energia del muone $E = 139{,}6 - 29{,}8 = 109{,}8$ MeV, energia cinetica $K = 109{,}8 - 105{,}7 = 4{,}1$ MeV; $\beta = pc/E = 29{,}8/109{,}8 = 0{,}271$, $v = 8{,}1 \times 10^7$ m/s. Il neutrino ha $E = pc = 29{,}8$ MeV. c) $\gamma = 109{,}8/105{,}7 = 1{,}039$: nel laboratorio la vita media è dilatata, $\gamma\tau = 2{,}29$ μs (2,2 μs è il tempo proprio del muone); distanza media $\gamma\beta c\tau = 1{,}039 \times 0{,}271 \times 3{,}00 \times 10^8 \times 2{,}2 \times 10^{-6}$ m $= 1{,}9 \times 10^2$ m.

23. a) $r \approx \hbar c/(mc^2) = 198$ MeV·fm/91 200 MeV $= 2{,}2 \times 10^{-3}$ fm $= 2{,}2 \times 10^{-18}$ m, circa 650 volte meno di 1,4 fm. b) $\Delta t \approx \hbar/(mc^2) = 1{,}055 \times 10^{-34}$ J·s/$(91{,}2 \times 10^3 \times 1{,}60 \times 10^{-13}$ J) $= 7{,}2 \times 10^{-27}$ s. c) La debolezza a bassa energia è dovuta al raggio piccolissimo, cioè alla grande massa dei mediatori; quando l'energia è molto maggiore di $mc^2 \approx 100$ GeV la massa del mediatore non conta più e le due interazioni, unificate nell'elettrodebole, hanno intensità confrontabili.

24. a) $p = 0{,}3 \times 1{,}50 \times 0{,}400$ GeV/$c = 0{,}180$ GeV/$c = 180$ MeV/c. b) $E = \sqrt{((pc)^2 + (mc^2)^2)}$, $K = E - mc^2$, $\beta = pc/E$. Pione: $E = 227{,}8$ MeV, $K = 88{,}2$ MeV, $\beta = 0{,}790$. Positrone: $E = 180{,}0$ MeV, $K = 179{,}5$ MeV, $\beta = 0{,}999996 \approx 1$. Protone: $E = 955{,}4$ MeV, $K = 17{,}1$ MeV, $\beta = 0{,}188$. c) $t = 1{,}00$ m/(βc): pione 4,22 ns; positrone 3,33 ns; protone 17,7 ns. d) Un pione: la sola curvatura non distingue particelle diverse con la stessa quantità di moto, la velocità sì (per la relazione relativistica fra p ed E).

25. a) $z = (689{,}1 - 656{,}3)/656{,}3 = 0{,}0500$; $v \approx cz = 1{,}50 \times 10^4$ km/s (per $z \ll 1$ la formula del capitolo 5 è adeguata). b) $d = v/H_0$: 214 Mpc con 70; 222 Mpc con 67,4; 205 Mpc con 73,0. I due valori estremi differiscono di $(222 - 205)/214 \approx 8\%$. c) $d = 214$ Mpc $\times 3{,}26 \times 10^6$ anni luce/Mpc $= 7{,}0 \times 10^8$ anni luce: la luce viaggia da circa 700 milioni di anni. d) No: lo spostamento cosmologico è dovuto all'espansione dello spazio, che allunga la lunghezza d'onda durante il viaggio ($1 + z$ è il fattore di espansione); la galassia è quasi ferma rispetto allo spazio intorno a sé, e la sua velocità propria è solo di qualche centinaio di km/s.

26. a) $r = 8{,}2 \times 10^3 \times 3{,}086 \times 10^{16}$ m $= 2{,}53 \times 10^{20}$ m; $T = 2\pi r/v = 2\pi \times 2{,}53 \times 10^{20}$ m/$(2{,}30 \times 10^5$ m/s$) = 6{,}9 \times 10^{15}$ s $= 2{,}2 \times 10^8$ anni. b) Per la seconda legge della dinamica con la forza di gravitazione come forza centripeta, $GMm/r^2 = mv^2/r$: $M = v^2 r/G = (2{,}30 \times 10^5)^2 \times 2{,}53 \times 10^{20}/(6{,}674 \times 10^{-11})$ kg $= 2{,}0 \times 10^{41}$ kg, circa $1{,}0 \times 10^{11}$ masse solari. c) Con la stessa velocità e raggio doppio, M raddoppia: $4{,}0 \times 10^{41}$ kg. Se la massa fosse quasi tutta entro 8 kpc, a 16 kpc la velocità sarebbe $230/\sqrt{2} \approx 160$ km/s. d) Fra 8 e 16 kpc c'è tanta massa quanta entro 8 kpc, ma lì le stelle e il gas visibili sono pochi: è un indizio di materia oscura.

27. a) Su 16 nucleoni: 2 neutroni e 14 protoni. I 2 neutroni si legano a 2 protoni in un nucleo di elio (4 nucleoni); restano 12 protoni. Frazione di massa dell'elio $\approx 4/16 = 0{,}25$ (le masse di protone e neutrone sono quasi uguali). In generale $Y = 2(n/p)/(1 + n/p)$. b) Con $n/p = 1/6$: $Y = 2/7 = 0{,}29$. c) Il neutrone ha massa maggiore del protone (939,6 contro 938,3 MeV/c^2): all'equilibrio a temperature alte se ne formano meno; inoltre, il neutrone libero decade (β^-) con vita media di circa un quarto d'ora, e nei minuti prima della nucleosintesi una parte dei neutroni è decaduta.

28. Per la conservazione dell'energia ciascun fotone ha $E = 125/2$ GeV $= 62{,}5$ GeV $= 1{,}00 \times 10^{-8}$ J; $p = E/c = 62{,}5$ GeV/$c = 3{,}33 \times 10^{-17}$ kg·m/s; $\lambda = hc/E = 1240$ eV·nm/$(6{,}25 \times 10^{10}$ eV$) = 1{,}98 \times 10^{-8}$ nm $= 1{,}98 \times 10^{-17}$ m. Per la conservazione della quantità di moto, il totale iniziale è nullo, quindi le quantità di moto dei due fotoni sono opposte e di uguale modulo: stessa energia, versi opposti.

29. *Traccia di risposta.* Prove: negli urti di elettroni di alta energia contro protoni, gli elettroni vengono deviati a grandi angoli come da cariche puntiformi interne (come le α di Rutherford); le cariche e le masse di centinaia di adroni si spiegano tutte con combinazioni di tre quark o di quark e antiquark; le previsioni del modello a quark (per esempio particelle trovate dopo essere state previste) sono state confermate. Nel tentativo di separare un quark, la forza forte non diminuisce con la distanza, l'energia

immagazzinata cresce e, superata la soglia mc^2 di una coppia, si crea una coppia quark–antiquark: il quark «strappato» si porta via un antiquark, formando un mesone, e quello che resta è di nuovo un adrone. Si osservano getti di adroni, mai quark liberi.

30. *Traccia di risposta.* L'errore è pensare che un allontanamento generale implichi un centro. In un'espansione uniforme (il panettone con le uvette, o i punti su un palloncino che si gonfia) ogni punto vede tutti gli altri allontanarsi con velocità proporzionale alla distanza: la legge di Hubble è la stessa per qualunque osservatore, e non indica alcun punto privilegiato. Il Big Bang non è avvenuto in un punto dello spazio: è lo stato iniziale caldo e denso di tutto lo spazio, che da allora si espande.

31. *Traccia di risposta.* Ipotesi: flusso al livello del mare ≈ 1 muone/(cm^2·min) su una superficie orizzontale; superficie orizzontale di una persona seduta (testa, spalle, cosce) ≈ 0,1 m^2 = 10^3 cm^2. In un'ora: $1 \times 10^3 \times 60 \approx 6 \times 10^4$ muoni, più di quindici al secondo. Sdraiati la superficie orizzontale è maggiore (≈ 0,5 m^2), e il numero cresce di qualche volta; in una miniera profonda la roccia ferma quasi tutti i muoni (è il motivo per cui il laboratorio del Gran Sasso è sotto 1400 m di roccia).

32. a) $z = (\lambda - \lambda_0)/\lambda_0$: 0,00503; 0,0101; 0,0194; 0,0273; 0,0381. Poiché $z \ll 1$ si può usare $v \approx cz$: $1{,}51 \times 10^3$; $3{,}02 \times 10^3$; $5{,}81 \times 10^3$; $8{,}18 \times 10^3$; $1{,}14 \times 10^4$ km/s. b) I punti stanno vicino a una retta per l'origine; la pendenza dalla retta dei minimi quadrati per l'origine ($H_0 = \Sigma vd/\Sigma d^2$) è 70 km/(s·Mpc); con un grafico a mano si trovano valori fra 68 e 72 km/(s·Mpc) (i rapporti v/d delle singole galassie vanno da 67 a 75). c) $1/H_0 = 3{,}09 \times 10^{22}$ m/($7{,}0 \times 10^4$ m/s) = $4{,}4 \times 10^{17}$ s ≈ $1{,}4 \times 10^{10}$ anni. Se le velocità fossero rimaste costanti, ogni galassia avrebbe impiegato $d/v = 1/H_0$ a raggiungere la sua distanza attuale partendo da una distanza nulla: lo stesso tempo per tutte, che stima il tempo trascorso dall'inizio dell'espansione; il modello completo, con il rallentamento e la successiva accelerazione, dà 13,8 miliardi di anni. d) No. Per Andromeda la legge di Hubble prevede solo 70 × 0,78 ≈ 55 km/s di allontanamento, molto meno dei moti dovuti all'attrazione gravitazionale fra le galassie del Gruppo Locale (centinaia di km/s): la legge vale per galassie abbastanza lontane, per cui la velocità di espansione domina sui moti propri. *Indicatori*: a) Interpretare/elaborare i dati; b) Interpretare/elaborare i dati; c) Sviluppare il processo risolutivo e Argomentare; d) Argomentare.

33. a) $\gamma = E/(mc^2) = 6000/105{,}7 = 56{,}8$; $\beta = \sqrt{(1 - 1/\gamma^2)} = 0{,}99984$, $v = 3{,}00 \times 10^8$ m/s a tre cifre. b) Per la dilatazione dei tempi, nel sistema della Terra la vita media è $\gamma\tau = 56{,}8 \times 2{,}2$ μs = 125 μs (2,2 μs è il tempo proprio, misurato nel sistema del muone); distanza media $\gamma\beta c\tau = 56{,}8 \times 0{,}99984 \times 3{,}00 \times 10^8 \times 2{,}2 \times 10^{-6}$ m = $3{,}7 \times 10^4$ m = 37 km. Frazione che arriva al suolo: $e^{-15/37{,}5} = 0{,}67$. Senza dilatazione la distanza media sarebbe $\beta c\tau = 660$ m e la frazione $e^{-15000/660} \approx 10^{-10}$: praticamente nessuno. c) $pc = \sqrt{(6000^2 - 105{,}7^2)}$ MeV = 5999 MeV ≈ 6,0 GeV; $r = p/(0{,}3\,B) = 6{,}0/(0{,}3 \times 0{,}20)$ m = $1{,}0 \times 10^2$ m. Freccia su una corda $L = 0{,}20$ m: $s \approx L^2/(8r) = 0{,}040/(800)$ m = 5×10^{-5} m = 0,05 mm, molto meno dello spessore della traccia (circa 1 mm): la traccia appare diritta. d) Sono particelle α (nuclei di elio, carica $+2e$, massa circa 3,7 GeV/c^2), emesse dal radon e dai suoi prodotti di decadimento, con energie di pochi MeV. Lente e doppiamente cariche, ionizzano molto più dei muoni (che sono quasi alla velocità della luce e hanno carica e), quindi lasciano tracce spesse, e perdono tutta la loro energia in pochi centimetri d'aria, quindi le tracce sono corte. *Indicatori*: a) Sviluppare il processo risolutivo; b) Analizzare e Sviluppare il processo risolutivo; c) Interpretare/elaborare i dati; d) Argomentare.