CAPITOLO

15

Fissione e fusione nucleare

Un nucleo pesante che si spezza e due nuclei leggeri che si uniscono: due strade opposte che portano allo stesso guadagno, perché entrambe salgono verso il ferro.

OBIETTIVI

1. Scrivere una reazione nucleare controllando la conservazione della carica e del numero di nucleoni, e calcolarne il valore Q dalle masse atomiche.
2. Descrivere la fissione di ^{235}U e stimare l'energia liberata, per evento e per chilogrammo, a partire dall'energia di legame per nucleone.
3. Spiegare la reazione a catena con il fattore di moltiplicazione k, la massa critica e il ruolo di combustibile, moderatore, barre di controllo, refrigerante e neutroni ritardati in un reattore.
4. Discutere con dati e ordini di grandezza le scorie, la sicurezza e le emissioni dell'energia nucleare.
5. Stimare la barriera coulombiana fra due nuclei leggeri, spiegare perché la fusione richiede temperature altissime e descrivere il confinamento magnetico e quello inerziale.
6. Calcolare l'energia prodotta dal Sole con la catena protone-protone e spiegare come le stelle producono gli elementi chimici.

INDICE DEL CAPITOLO

15.1 Le reazioni nucleari 2
15.2 La fissione nucleare 5
15.3 La reazione a catena e il reattore nucleare 9
15.4 La fusione nucleare 16
15.5 Le stelle, reattori a fusione 19

Fisica 5 · Parte V · Il nucleo, le particelle e l'universo · versione 1.0
Capitolo 15: Fissione e fusione nucleare · pagine 497–526 del volume completo · estratto per lo studio

Nel capitolo precedente hai visto che un nucleo pesa meno dei protoni e dei neutroni che lo compongono, e che la differenza, moltiplicata per c^2, è la sua energia di legame. La curva dell'energia di legame per nucleone sale rapidamente dai nuclei leggeri, raggiunge il massimo vicino al ferro e poi scende lentamente fino all'uranio. Da questa sola curva seguono due strade opposte per liberare energia: spezzare un nucleo pesante in due nuclei medi, la **fissione**, oppure unire due nuclei leggeri in uno più pesante, la **fusione**. In entrambi i casi i prodotti sono più legati dei nuclei di partenza, e l'energia liberata è milioni di volte quella di una reazione chimica.

La fissione fu scoperta alla vigilia della seconda guerra mondiale e in pochi anni portò al primo reattore e alla bomba atomica; nei primi anni Venti di questo secolo produceva circa un decimo dell'energia elettrica del mondo ed è al centro di un dibattito acceso. La fusione è più antica di noi: è il motore del Sole e di tutte le stelle, ed è la fucina in cui si sono formati quasi tutti gli atomi del nostro corpo. Riprodurla in modo controllato sulla Terra è una delle sfide tecnologiche più difficili del secolo. In questo capitolo userai la conservazione dell'energia e l'equivalenza fra massa ed energia (capitolo 9) per capire entrambe, con i numeri.

15.1 Le reazioni nucleari

15.1.1 La prima trasmutazione artificiale

Nel 1919 Ernest Rutherford bombardò dell'azoto con le particelle α emesse da una sorgente radioattiva e osservò, su uno schermo fluorescente posto oltre la portata delle particelle α, dei lampi prodotti da particelle più penetranti: erano protoni, che non potevano che provenire dai nuclei di azoto. Qualche anno dopo le fotografie della camera a nebbia mostrarono che cosa accadeva: la particella α viene assorbita e il nucleo che si forma emette un protone, trasformandosi in ossigeno:

$$^{4}_{2}\mathrm{He} + {}^{14}_{7}\mathrm{N} \rightarrow {}^{17}_{8}\mathrm{O} + {}^{1}_{1}\mathrm{H}$$

Era la prima **trasmutazione artificiale**: per la prima volta un elemento era stato trasformato in un altro dall'uomo. In generale si chiama **reazione nucleare** ogni processo in cui un nucleo, colpito da una particella o da un altro nucleo, cambia composizione. Si usa spesso la notazione compatta X(a, b)Y, in cui X è il nucleo bersaglio, a il proiettile, b la particella leggera emessa e Y il nucleo prodotto: la reazione di Rutherford si scrive $^{14}\mathrm{N}(\alpha, \mathrm{p})^{17}\mathrm{O}$.

15.1.2 Le leggi di conservazione

Una reazione nucleare rispetta tutte le leggi di conservazione che conosci, più una. Si conservano la **carica elettrica**, cioè la somma dei numeri atomici Z, e il **numero di nucleoni**, cioè la somma dei numeri di massa A: nella reazione di Rutherford 2 + 7 = 8 + 1 e 4 + 14 = 17 + 1. Si conservano la quantità di moto e l'energia totale, che però va contata in senso relativistico: comprende l'energia a riposo mc^2 di tutte le particelle. Non si conserva invece la **massa** totale: la somma delle masse dei prodotti può essere minore o maggiore di quella dei reagenti. Nei decadimenti del capitolo 14 hai già incontrato le stesse regole; qui le applichiamo a due corpi che si urtano.

15.1.3 Il bilancio energetico: il valore Q

Il valore Q, che nel capitolo 14 hai calcolato per i decadimenti, si definisce allo stesso modo per una reazione: è la differenza fra l'energia a riposo dei reagenti e quella dei prodotti:

$$Q = (m_{\text{iniziale}} - m_{\text{finale}})\, c^2$$

Per la conservazione dell'energia, Q è anche l'aumento di energia cinetica del sistema (compresa quella di eventuali fotoni γ). Se $Q > 0$ la reazione è **esoenergetica**: libera energia, e i prodotti si allontanano più veloci di quanto arrivassero i reagenti. Se $Q < 0$ è **endoenergetica**: può avvenire solo se il proiettile porta abbastanza energia cinetica, e in realtà un po' più di $|Q|$, perché per la conservazione della quantità di moto i prodotti non possono restare fermi. Con 1 u $\cdot\, c^2$ = 931,5 MeV le masse atomiche in u danno subito Q in MeV. Come nel capitolo 14, si usano le masse degli **atomi neutri** (Tabella 15.1): se la carica si conserva, il numero di elettroni è lo stesso a sinistra e a destra e le loro masse si cancellano.

Tabella 15.1 Masse atomiche di alcuni nuclidi usati nel capitolo, oltre a quelle della Tabella A.3 (massa dell'atomo neutro, elettroni compresi; valori arrotondati alla sesta cifra decimale).

Nuclide	Massa atomica (u)	Nuclide	Massa atomica (u)
^{3}He	3,016 029	^{17}O	16,999 132
^{6}Li	6,015 123	^{24}Mg	23,985 042
^{7}Li	7,016 003	^{92}Kr	91,926 173
^{9}Be	9,012 183	^{94}Sr	93,915 356
^{14}N	14,003 074	^{140}Xe	139,921 646
		^{141}Ba	140,914 403

ESEMPIO SVOLTO

Due reazioni storiche: quanto valgono i loro Q

Problema. a) Calcola il valore Q della reazione di Rutherford $^{14}\mathrm{N}(\alpha, \mathrm{p})^{17}\mathrm{O}$ e spiega che cosa significa il suo segno. b) Nel 1932 James Chadwick scoprì il neutrone studiando la radiazione emessa dal berillio colpito da particelle α, nella reazione $^{9}\mathrm{Be}(\alpha, \mathrm{n})^{12}\mathrm{C}$. Calcolane il valore Q. Usa le masse della Tabella A.3 e della Tabella 15.1.

Soluzione. a) Prima si controlla il bilancio: Z: 2 + 7 = 8 + 1; A: 4 + 14 = 17 + 1. Le masse dei reagenti sono 4,002 603 u + 14,003 074 u = 18,005 677 u; quelle dei prodotti 16,999 132 u + 1,007 825 u = 18,006 957 u. Quindi

$$Q = (18{,}005\,677 - 18{,}006\,957)\ \mathrm{u} \cdot c^2 = -0{,}001\,280\ \mathrm{u} \times 931{,}5\ \mathrm{MeV/u} = -1{,}19\ \mathrm{MeV}$$

La reazione è endoenergetica: i prodotti hanno più energia a riposo dei reagenti, e la differenza deve essere fornita dall'energia cinetica della particella α. Le α di Rutherford avevano alcuni MeV, abbastanza per superare questa soglia (che, tenuto conto della quantità di moto, è di circa 1,5 MeV) e per avvicinarsi al nucleo nonostante la repulsione elettrica.

b) Bilancio: Z: 4 + 2 = 6 + 0; A: 9 + 4 = 12 + 1. Reagenti: 9,012 183 u + 4,002 603 u = 13,014 786 u; prodotti: 12,000 000 u + 1,008 665 u = 13,008 665 u. Q = 0,006 121 u × 931,5 MeV/u = +5,70 MeV: la reazione è esoenergetica, e i neutroni escono con energie di qualche MeV.

Che cosa notare. Le differenze di massa sono dell'ordine del millesimo di u, cioè delle ultime cifre: per questo le masse vanno prese con sei cifre decimali, e arrotondare troppo presto fa perdere tutto il risultato. Le sorgenti di neutroni «radio-berillio» o «polonio-berillio», basate su questa reazione, furono per anni le più usate nei laboratori.

15.1.4 I neutroni come proiettili

Le particelle α e i protoni sono respinti dalla carica positiva del nucleo: per entrare in un nucleo pesante devono avere energie di molti MeV. Il neutrone, scoperto da Chadwick nel 1932, non ha carica e non sente questa repulsione: anche un neutrone lentissimo può arrivare fino al nucleo ed esserne catturato. A Roma, nel 1934, il gruppo guidato da Enrico Fermi, i «ragazzi di via Panisperna», dal nome della strada dell'Istituto di fisica (Edoardo Amaldi, Emilio Segrè, Franco Rasetti, Bruno Pontecorvo, con il chimico Oscar D'Agostino ed Ettore Majorana tra i teorici vicini al gruppo), bombardò con neutroni un elemento dopo l'altro e produsse decine di nuovi nuclidi radioattivi. Nello stesso anno il gruppo scoprì che i neutroni fatti passare attraverso la paraffina o l'acqua erano molto **più efficaci** nel provocare reazioni. Fermi capì perché: urtando i nuclei di idrogeno i neutroni si rallentano, e un neutrone lento resta più a lungo vicino a un nucleo e ha una probabilità molto maggiore di esserne catturato. È l'origine dei **neutroni termici**, neutroni rallentati fino all'energia di agitazione termica dell'ambiente, circa 0,025 eV a temperatura ambiente, che sono i protagonisti della fissione dell'uranio.

15.2 La fissione nucleare

15.2.1 Una scoperta inattesa

Bombardando l'uranio con neutroni, Fermi e altri gruppi europei cercavano di produrre elementi più pesanti dell'uranio, e i risultati erano confusi. Alla fine del 1938, a Berlino, i chimici Otto Hahn e Fritz Strassmann trovarono tra i prodotti un elemento che non avrebbe dovuto esserci: il **bario**, con numero atomico 56, poco più della metà di quello dell'uranio. All'inizio del 1939 Lise Meitner, che aveva lavorato con Hahn per trent'anni e da pochi mesi era fuggita dalla Germania nazista, e suo nipote Otto Frisch diedero l'interpretazione: il nucleo di uranio, colpito da un neutrone, si spezza in due frammenti di massa intermedia. Frisch chiamò il processo **fissione nucleare**, prendendo in prestito il termine con cui i biologi indicano la divisione di una cellula. Oggi sappiamo che anche in alcuni esperimenti di Roma del 1934 l'uranio si spezzava, ma nessuno, allora, lo aveva riconosciuto.

15.2.2 Che cosa succede in una fissione

Un neutrone termico viene catturato da un nucleo di ^{235}U, che diventa un nucleo di ^{236}U in uno stato eccitato, con circa 6,5 MeV di energia in più (l'energia di legame dell'ultimo neutrone). Il nucleo si comporta come una goccia di liquido che vibra: si allunga, si strozza al centro e, se la repulsione elettrica fra le due metà prevale sulla forza nucleare che le tiene unite, si divide (Figura 15.1). Una delle reazioni possibili è

$$n + {}^{235}_{92}U \rightarrow {}^{236}_{92}U^* \rightarrow {}^{141}_{56}Ba + {}^{92}_{36}Kr + 3\,n$$

con 56 + 36 = 92 per la carica e 141 + 92 + 3 = 236 per i nucleoni. Non è l'unica: il nucleo si può spezzare in molti modi diversi, e di solito in modo asimmetrico, con un frammento di numero di massa intorno a 95 e l'altro intorno a 140. I **frammenti di fissione** sono sempre nuclei con troppi neutroni: un nucleo pesante come l'uranio ha circa 1,6 neutroni per protone, mentre i nuclei stabili di massa media ne hanno 1,3 o 1,4. Il nucleo che si spezza si libera di una parte dei neutroni in eccesso subito, emettendo in media circa 2,4 neutroni veloci per fissione, con energie dell'ordine del MeV; i frammenti, ancora troppo ricchi di neutroni, sono radioattivi e decadono β^- più volte prima di diventare stabili. Sono questi i prodotti di fissione che costituiscono la parte più radioattiva delle scorie.

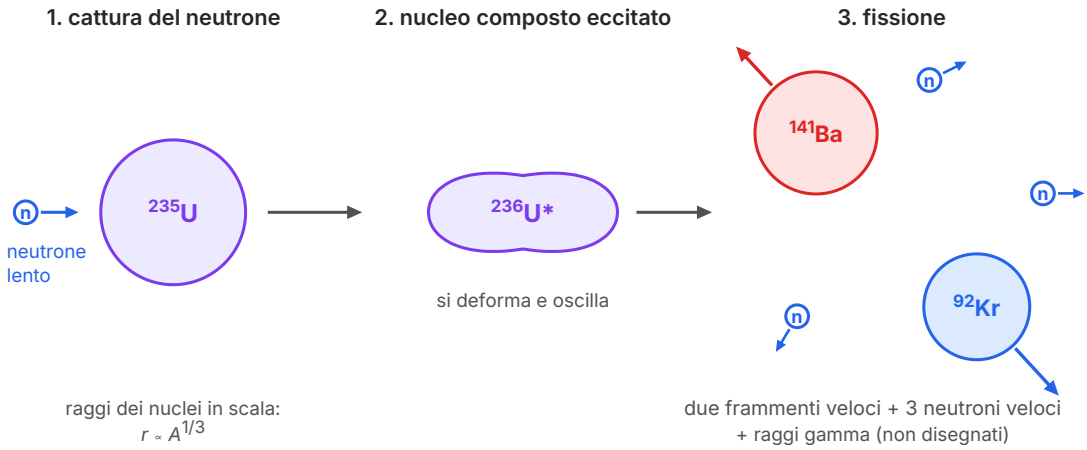

Figura 15.1 La fissione di un nucleo di ^{235}U. Un neutrone lento è catturato e forma un nucleo composto di ^{236}U eccitato, che si deforma come una goccia e si spezza in due frammenti, qui ^{141}Ba e ^{92}Kr, emettendo tre neutroni veloci e raggi gamma. I frammenti, respinti dalla forza elettrica, si allontanano in versi opposti (schema; i raggi dei nuclei sono proporzionali ad $A^{1/3}$, le distanze non sono in scala).

Non tutti i nuclei pesanti si comportano allo stesso modo. Si dicono **nuclei fissili** quelli che si spezzano anche quando catturano un neutrone lento: ^{235}U e il plutonio ^{239}Pu sono i più importanti. L'isotopo più abbondante dell'uranio, ^{238}U, invece si spezza solo se il neutrone è veloce, con energia superiore a circa 1 MeV, e più spesso cattura il neutrone senza dividersi. L'uranio naturale contiene appena lo 0,72% di ^{235}U: il resto è quasi tutto ^{238}U.

15.2.3 Quanta energia libera una fissione

Con le masse atomiche si calcola il valore Q della reazione scritta sopra: $m(^{235}\text{U}) + m_\text{n} - m(^{141}\text{Ba}) - m(^{92}\text{Kr}) - 3m_\text{n} = 0{,}186\,024$ u, cioè $Q = 173$ MeV. Sommando i decadimenti β successivi dei frammenti e i raggi gamma, l'energia complessiva di una fissione di ^{235}U è di circa **200 MeV**, più dell'80% dei quali come energia cinetica dei due frammenti. I frammenti si fermano in pochi micrometri nel materiale che li circonda, e la loro energia cinetica diventa energia interna: è il calore che il reattore trasforma poi in energia elettrica.

ESEMPIO SVOLTO

Leggere l'energia di legame: perché una fissione vale circa 200 MeV

Problema. La tabella riporta l'energia di legame per nucleone E_B/A di alcuni nuclidi, calcolata dalle masse atomiche come nel capitolo 14. a) Usala per stimare l'energia liberata dalla fissione $n + {}^{235}U \rightarrow {}^{141}Ba + {}^{92}Kr + 3n$. b) Perché la fusione di due nuclei leggeri libera energia, e quella di due nuclei di ferro no?

Tabella 15.2 Energia di legame per nucleone di alcuni nuclidi, calcolata dalle masse della Tabella A.3 e della Tabella 15.1.

Nuclide	E_B (MeV)	E_B/A (MeV)
^{2}H	2,22	1,11
^{4}He	28,3	7,07
^{12}C	92,2	7,68
^{56}Fe	492	8,79
^{92}Kr	783	8,51
^{141}Ba	1174	8,33
^{235}U	1784	7,59

Passo 1: che cosa misura l'energia di legame. E_B è l'energia che bisognerebbe fornire a un nucleo per separarlo in tutti i suoi nucleoni. Immaginiamo la fissione in due tempi: prima smontiamo il nucleo di ^{235}U nei suoi 235 nucleoni, spendendo 1784 MeV (il neutrone incidente è già libero); poi con 233 di essi costruiamo ^{141}Ba e ^{92}Kr, recuperando le loro energie di legame. I 3 neutroni restano liberi.

Passo 2: il bilancio. L'energia liberata è la differenza fra l'energia di legame finale e quella iniziale:

$$Q = E_B(\text{Ba}) + E_B(\text{Kr}) - E_B(\text{U}) = 1174\ \text{MeV} + 783\ \text{MeV} - 1784\ \text{MeV} = 173\ \text{MeV}$$

Lo stesso risultato ottenuto con le masse, ed è logico: le energie di legame sono calcolate proprio dalle masse.

Passo 3: la stima con i valori medi. Senza conoscere i frammenti basta sapere che i nuclei di massa media hanno $E_B/A \approx 8{,}4$ MeV, contro 7,6 MeV dell'uranio: ognuno dei circa 235 nucleoni guadagna circa 0,8 MeV di legame, e $235 \times 0{,}8\ \text{MeV} \approx 190$ MeV. I decadimenti successivi dei frammenti, che li portano ancora più in alto sulla curva, aggiungono il resto, fino a circa 200 MeV.

Passo 4: la fusione. Unendo due nuclei leggeri si sale lungo il ramo ripido della curva: da ^{2}H (1,11 MeV per nucleone) a ^{4}He (7,07 MeV per nucleone) il guadagno per nucleone è molto più

grande che nella fissione. Oltre il ferro la curva scende: un nucleo formato unendo due nuclei di ferro sarebbe **meno** legato di quelli di partenza, e la reazione assorbirebbe energia.

Che cosa notare. Fissione e fusione liberano energia per la stessa ragione: portano i nucleoni verso il massimo della curva, vicino al ferro. Il ferro è il punto di arrivo di entrambe.

15.2.4 Energia per chilogrammo

Duecento milioni di elettronvolt sono $200 \times 10^{6} \times 1{,}60 \times 10^{-19}\ \text{J} = 3{,}2 \times 10^{-11}\ \text{J}$. Sembra pochissimo, ma un chilogrammo di ^{235}U contiene $(1000\ \text{g} / 235\ \text{g/mol}) \times 6{,}02 \times 10^{23}\ \text{mol}^{-1} = 2{,}56 \times 10^{24}$ nuclei, che fissionando liberano $8{,}2 \times 10^{13}\ \text{J}$. La combustione di un chilogrammo di carbone libera circa $3 \times 10^{7}\ \text{J}$, quella di un chilogrammo di benzina circa $4{,}5 \times 10^{7}\ \text{J}$: la fissione libera, per unità di massa, circa due-tre milioni di volte di più (Tabella 15.3). La ragione è che la reazione chimica coinvolge gli elettroni esterni degli atomi, con energie di qualche elettronvolt, mentre la reazione nucleare coinvolge i nucleoni, con energie di milioni di elettronvolt.

Tabella 15.3 Energia liberata per chilogrammo di combustibile. Per carbone e benzina sono indicati valori tipici del potere calorifico; gli altri valori sono calcolati nel capitolo. La frazione di massa trasformata è $\Delta m/m = E/c^{2}$.

Processo	Energia per kg (J/kg)	Frazione di massa trasformata
combustione del carbone	$\approx 3 \times 10^{7}$	$\approx 3 \times 10^{-10}$
combustione della benzina	$\approx 4{,}5 \times 10^{7}$	$\approx 5 \times 10^{-10}$
fissione di ^{235}U	$8{,}2 \times 10^{13}$	$9{,}1 \times 10^{-4}$
fusione deuterio–trizio	$3{,}4 \times 10^{14}$	$3{,}8 \times 10^{-3}$
fusione dell'idrogeno in elio nel Sole	$6{,}4 \times 10^{14}$	$7{,}1 \times 10^{-3}$

ERRORE FREQUENTE

«Nella fissione una parte dei nucleoni si trasforma in energia.» **No.** Il numero di protoni e di neutroni è esattamente lo stesso prima e dopo: 92 + 144 = 236 nucleoni prima, 56 + 85, 36 + 56 e 3 neutroni dopo. Nessuna particella scompare. Ciò che diminuisce è la **massa del sistema**, perché i nucleoni sono più legati nei frammenti che nell'uranio, e la differenza di energia a riposo diventa energia cinetica dei frammenti. È lo stesso fenomeno di una reazione chimica, in cui la massa diminuisce di una frazione dell'ordine di 10^{-10}, troppo poco per essere misurata; nella fissione la frazione è circa un millesimo.

APPROFONDIMENTO

Lise Meitner e la fisica dell'esilio

Lise Meitner, nata a Vienna nel 1878, fu una delle prime donne a laurearsi in fisica all'università della sua città. Nel 1907 si trasferì a Berlino, dove per trent'anni lavorò con il chimico Otto Hahn sulla radioattività: lei la fisica, lui la chimica. Nel 1938, dopo l'annessione dell'Austria, le leggi razziali la esposero alla persecuzione, perché era di origine ebraica, e dovette lasciare la Germania di nascosto; si stabilì in Svezia. Da lì continuò a scrivere a Hahn, che le raccontava i risultati strani dei suoi esperimenti. Fu lei, con il nipote Otto Frisch, anche lui fisico ed esule, a capire durante le vacanze di Natale del 1938 che il nucleo di uranio si spezzava, e a calcolare con il modello della goccia, e con la differenza di massa, che la fissione doveva liberare circa 200 MeV.

Il premio Nobel per la chimica del 1944 per la scoperta della fissione andò al solo Hahn. Meitner rifiutò di partecipare al progetto della bomba atomica. Oggi l'elemento 109 si chiama *meitnerio* in suo onore: è uno dei pochissimi elementi dedicati a una donna.

15.3 La reazione a catena e il reattore nucleare

15.3.1 Il fattore di moltiplicazione

Ogni fissione è provocata da un neutrone e ne libera due o tre. Se almeno uno di essi provoca a sua volta una fissione, il processo si autosostiene: è la **reazione a catena**. Non tutti i neutroni prodotti, però, causano una nuova fissione: alcuni sfuggono dal materiale, altri sono catturati da nuclei che non si spezzano (per esempio da ^{238}U o dalle impurità). Si chiama **fattore di moltiplicazione** k il numero medio di neutroni di una generazione che provocano una fissione nella generazione successiva. Se una generazione contiene N_0 neutroni, dopo g generazioni ce ne sono

$$N_g = N_0 k^g$$

Si distinguono tre regimi (Figura 15.2). Se $k < 1$ il sistema è **sottocritico**: la popolazione di neutroni si spegne in modo esponenziale. Se $k = 1$ è **critico**: ogni generazione ha in media lo stesso numero di neutroni, e il numero di fissioni al secondo, cioè la potenza, resta costante. È il regime di funzionamento di un reattore. Se $k > 1$ il sistema è **supercritico** e la popolazione cresce in modo esponenziale: con $k = 2$, dopo 80 generazioni si avrebbero $2^{80} \approx 10^{24}$ neutroni, abbastanza per far fissionare circa mezzo chilogrammo di uranio, e in un materiale puro e compatto una generazione dura circa un centomilionesimo di secondo. È ciò che accade in un'arma nucleare.

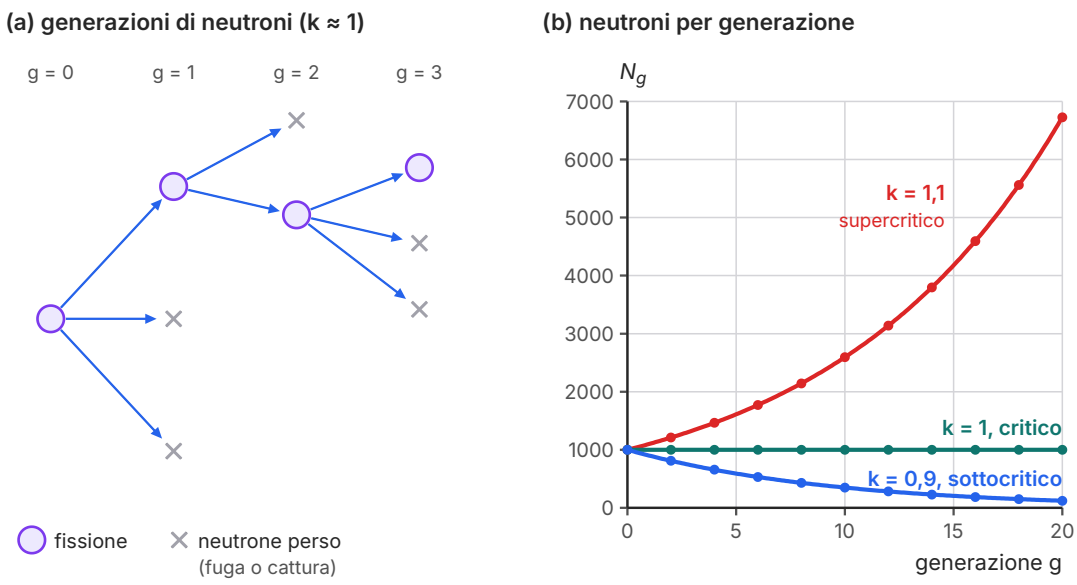

Figura 15.2 La reazione a catena. (a) Schema di tre generazioni: ogni fissione libera due o tre neutroni, ma solo uno di essi, in media, provoca una nuova fissione; gli altri sfuggono o sono catturati senza fissione ($k \approx 1$). (b) Numero di neutroni $N_g = N_0 k^g$ in funzione della generazione g, calcolato per $N_0 = 1000$ e tre valori del fattore di moltiplicazione.

Il fattore k dipende dalla composizione del materiale, ma anche dalla sua forma e dalle sue dimensioni. I neutroni si producono in tutto il volume e sfuggono dalla superficie: in un pezzo piccolo la frazione di neutroni che si perdono è grande, e $k < 1$. Aumentando le dimensioni il volume cresce più in fretta della superficie, e la frazione persa diminuisce. Si chiama **massa critica** la massa minima per cui, con una certa forma e composizione, la reazione a catena si autosostiene: per l'uranio molto arricchito in ^{235}U è dell'ordine delle decine di chilogrammi, e diminuisce se il materiale è circondato da un riflettore che rimanda indietro i neutroni.

15.3.2 Il primo reattore

Il 2 dicembre 1942, a Chicago, un gruppo guidato da Fermi, che alla fine del 1938, dopo le leggi razziali, aveva lasciato l'Italia per gli Stati Uniti, ottenne la prima reazione a catena controllata. La «pila», chiamata in seguito Chicago Pile-1, era una catasta di blocchi di grafite purissima in cui erano inseriti pezzi di uranio naturale, metallico e sotto forma di ossido; la grafite serviva a rallentare i neutroni. Barre di cadmio, un elemento che assorbe moltissimo i neutroni, permettevano di controllarla. Estraendo lentamente le barre, il fattore di moltiplicazione superò 1 e i contatori registrarono una crescita esponenziale dei neutroni; reinserendole, la reazione si

spense. La potenza era di appena mezzo watt: era la dimostrazione che la reazione a catena si può accendere, regolare e spegnere.

15.3.3 Come è fatto un reattore

Un **reattore nucleare** è un impianto in cui una reazione a catena di fissione si mantiene in modo controllato, con $k = 1$. Nella maggior parte delle centrali in funzione, i **reattori ad acqua in pressione**, le parti essenziali sono quattro (Figura 15.3).

- Il **combustibile nucleare**: pastiglie di ossido di uranio, impilate in tubi metallici sottili riuniti in elementi. L'uranio è **arricchito**: con un processo industriale la percentuale di ^{235}U è portata dallo 0,72% naturale al 3–5%. L'arricchimento dell'uranio delle armi supera invece il 90%.
- Il **moderatore**: una sostanza fatta di nuclei leggeri che rallenta i neutroni veloci della fissione, da circa 2 MeV a circa 0,025 eV, perché a quell'energia ^{235}U li cattura e fissiona con una probabilità centinaia di volte maggiore. I neutroni si rallentano con urti elastici: come sai dallo studio degli urti (Fisica 3), un corpo cede quasi tutta la sua energia cinetica urtando un corpo di massa uguale, pochissima urtando un corpo molto più pesante. Il moderatore migliore è quindi fatto di nuclei leggeri: acqua, acqua pesante o grafite.
- Le **barre di controllo**: barre di cadmio, boro o altri materiali che assorbono i neutroni, inserite nel nocciolo più o meno in profondità. Abbassandole k diminuisce, sollevandole aumenta; in caso di emergenza cadono tutte insieme e spengono la reazione in pochi secondi.
- Il **refrigerante**: un fluido che porta via il calore prodotto nel nocciolo. Nei reattori ad acqua in pressione è la stessa acqua che fa da moderatore, a circa 300 °C e 150 bar, che non bolle grazie all'alta pressione e cede il calore, in un generatore di vapore, a un secondo circuito. Il vapore del secondo circuito fa girare una turbina collegata a un alternatore, come in una centrale termoelettrica (capitolo 3 e Fisica 4, capitoli 3–4): il rendimento è circa un terzo.

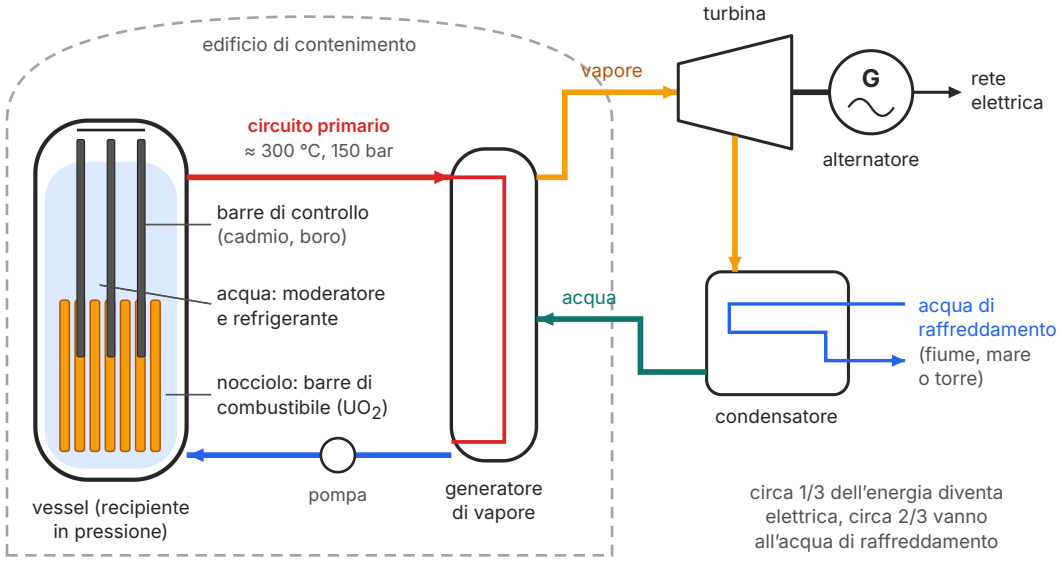

Figura 15.3 Schema di una centrale con reattore ad acqua in pressione. L'acqua del circuito primario, che fa da moderatore e da refrigerante, si scalda nel nocciolo e cede calore, nel generatore di vapore, all'acqua del circuito secondario, che non entra mai nel reattore. Il vapore aziona la turbina e l'alternatore, poi si condensa e torna al generatore di vapore. Il reattore e il circuito primario sono chiusi nell'edificio di contenimento (schema, non in scala).

15.3.4 I neutroni ritardati: perché un reattore si può controllare

In un reattore ad acqua i neutroni impiegano circa un decimillesimo di secondo a nascere, rallentare e provocare una nuova fissione. Con un fattore di moltiplicazione appena superiore a 1, per esempio $k = 1{,}001$, in un secondo si susseguirebbero 10^4 generazioni e la popolazione crescerebbe di un fattore $1{,}001^{10\,000} \approx 2 \times 10^4$: nessun meccanismo potrebbe intervenire in tempo. La salvezza viene da un piccolo dettaglio della fissione. Circa lo 0,65% dei neutroni non esce subito, ma viene emesso da alcuni frammenti di fissione che decadono, con ritardi che vanno da una frazione di secondo a circa un minuto. Questi **neutroni ritardati** allungano la durata media di una generazione a circa un decimo di secondo. Con $k = 1{,}001$ la potenza cresce allora di circa l'1% al secondo ($1{,}001^{10} \approx 1{,}01$), e le barre di controllo hanno tutto il tempo di agire. Un reattore è progettato per restare sempre in un regime in cui senza i neutroni ritardati sarebbe sottocritico.

COLLEGAMENTI

In laboratorio: una reazione a catena al calcolatore

Una reazione a catena non si può realizzare in un laboratorio scolastico, ma si può simulare con un foglio di calcolo o con poche righe di codice, usando numeri casuali come nel lancio dei dadi del capitolo 14.

Materiali. Un foglio di calcolo (o un linguaggio come Python) con un generatore di numeri casuali fra 0 e 1.

Procedimento. 1) Si parte con $N_0 = 1000$ neutroni. 2) Per ogni neutrone si estrae un numero casuale: se è minore della probabilità p il neutrone provoca una fissione, altrimenti è perso. 3) Ogni fissione libera 2 o 3 neutroni, con uguale probabilità: in media 2,5, quindi il fattore di moltiplicazione previsto è $k = 2{,}5p$. 4) I neutroni prodotti formano la generazione successiva; si ripete per 20 generazioni, con $p = 0{,}36$, 0,40 e 0,44, cioè $k = 0{,}90$, 1,00 e 1,10. 5) Ogni gruppo ricava dalla propria simulazione la stima $k_{\text{sim}} = (N_{20}/N_0)^{1/20}$, e la classe raccoglie i risultati di 10 simulazioni per ogni valore di p.

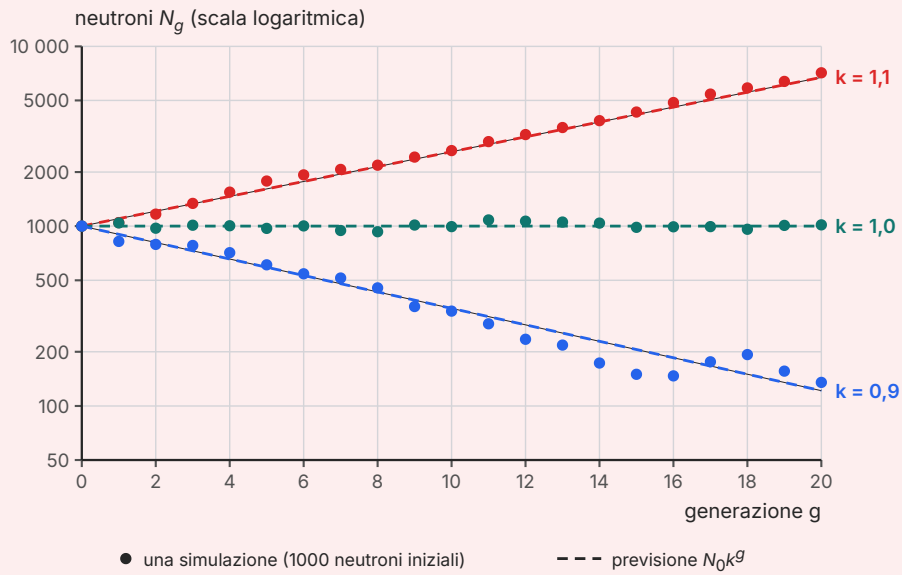

Figura 15.4 I dati della simulazione della Tabella 15.4, generazione per generazione, su una scala logaritmica: le previsioni N_0k^g (tratteggiate) diventano rette, con pendenza proporzionale a log k. I punti oscillano attorno alle rette perché ogni neutrone si comporta in modo casuale.

Tabella 15.4 Numero di neutroni N_g in una delle simulazioni (dati di una simulazione al calcolatore), confrontato con la previsione $N_0 k^g$.

g	k = 0,90: simulazione	previsione	k = 1,00: simulazione	k = 1,10: simulazione	previsione
0	1000	1000	1000	1000	1000
5	610	590	971	1782	1611
10	337	349	994	2635	2594
15	150	206	985	4311	4177
20	135	122	1016	7132	6727

Che cosa concludere. Sulla scala logaritmica (Figura 15.4) i punti si dispongono attorno a rette: la crescita e il calo sono esponenziali, come prevede $N_g = N_0 k^g$. Le 10 simulazioni della classe danno, come media e semidispersione, $k_{\text{sim}} = 0{,}90 \pm 0{,}02$, $1{,}00 \pm 0{,}02$ e $1{,}100 \pm 0{,}008$. Con $k = 1$ la popolazione non resta ferma: dopo 20 generazioni le 10 simulazioni hanno dato valori fra 654 e 1447. Il sistema critico «vaga» a caso attorno al valore iniziale.

Confronto teoria–esperimento. I valori previsti, 0,90, 1,00 e 1,10, cadono tutti dentro gli intervalli misurati: le simulazioni sono compatibili con il modello. Le fluttuazioni sono grandi perché i neutroni sono pochi: a parità di k, la dispersione relativa diminuisce come $1/\sqrt{N_0}$. In un reattore i neutroni sono così numerosi che le fluttuazioni sono del tutto trascurabili, e la potenza segue esattamente la legge esponenziale.

Per la relazione. Spiega perché il valore di k che si ricava da una singola simulazione con $k = 1{,}10$ è più preciso di quello con $k = 0{,}90$. Ripeti la simulazione con $N_0 = 100$ e con $N_0 = 10\,000$ e verifica come cambia la semidispersione di k_{sim}. Modifica il programma per tenere conto della dimensione del reattore, facendo dipendere la probabilità di fuga dal rapporto fra superficie e volume.

15.3.5 Scorie, sicurezza e incidenti

Il combustibile resta nel reattore alcuni anni. Quando viene estratto è il materiale più radioattivo dell'impianto: contiene i prodotti di fissione, come ^{137}Cs e ^{90}Sr, con tempi di dimezzamento di circa trent'anni, e gli elementi più pesanti dell'uranio formati per cattura di neutroni, come il plutonio ^{239}Pu, che ha un tempo di dimezzamento di circa 24 000 anni. Queste **scorie radioattive** ad alta attività sono poche in volume, ma vanno raffreddate per anni in piscine e poi isolate per tempi lunghissimi; alcuni paesi, come la Finlandia e la Svezia, hanno avviato la realizzazione di depositi in formazioni geologiche profonde.

Anche a reattore spento i prodotti di fissione continuano a decadere e a produrre calore, il **calore residuo**, che subito dopo lo spegnimento è qualche percento della potenza di funziona-

mento e per giorni resta di molti megawatt. Se il raffreddamento si interrompe, il nocciolo può fondere. È ciò che è accaduto a **Fukushima**, in Giappone, l'11 marzo 2011: i reattori si spensero automaticamente al momento del terremoto, ma lo tsunami che seguì mise fuori uso i generatori di emergenza delle pompe; il nocciolo di tre reattori fuse, esplosioni di idrogeno danneggiarono gli edifici e più di centomila persone furono evacuate. A **Černobyl'**, in Ucraina (allora Unione Sovietica), il 26 aprile 1986, durante una prova di sicurezza un reattore moderato a grafite, di un tipo con difetti di progetto, subì un'improvvisa impennata di potenza: un'esplosione di vapore distrusse il reattore e l'incendio della grafite disperse materiale radioattivo su gran parte dell'Europa. Una trentina di operatori e soccorritori morirono entro pochi mesi e una vasta area attorno all'impianto è ancora interdetta. In nessuno dei due casi si è trattato di un'esplosione nucleare: in un reattore l'uranio è troppo poco arricchito perché possa esplodere come una bomba.

COLLEGAMENTI

Il dibattito sull'energia nucleare: gli ordini di grandezza

Le Indicazioni nazionali chiedono di acquisire i termini scientifici per «accostare criticamente il dibattito attuale» sull'energia nucleare. Ecco alcuni numeri, calcolati per una centrale da 1,0 GW elettrici con rendimento del 33%, cioè 3,0 GW termici, in funzione per un anno. Le fissioni sono $(3{,}0 \times 10^{9}\ \text{W})/(3{,}2 \times 10^{-11}\ \text{J}) = 9{,}4 \times 10^{19}$ al secondo, e in un anno fanno fissionare circa 1,2 t di ^{235}U; la massa trasformata in energia è $(3{,}0 \times 10^{9}\ \text{W} \times 3{,}16 \times 10^{7}\ \text{s})/c^2 \approx 1$ kg. Una centrale a carbone della stessa potenza brucerebbe circa 3 milioni di tonnellate di carbone e, se il carbone fosse carbonio al 75%, emetterebbe circa 9 milioni di tonnellate di CO_2. Il combustibile esaurito della centrale nucleare è dell'ordine di 20–30 t all'anno.

A favore si citano la produzione continua, indipendente dal tempo atmosferico, la piccolissima quantità di combustibile, l'occupazione di suolo ridotta e le basse emissioni di gas serra: considerando l'intero ciclo di vita, dalla miniera allo smantellamento, il quinto rapporto dell'IPCC (2014) indica valori mediani di circa 12 g di CO_2 equivalente per kWh per il nucleare, confrontabili con quelli dell'eolico, contro circa 490 g per il gas naturale e 820 g per il carbone. **Contro** si citano le scorie a lunga vita, per le quali i depositi geologici definitivi sono ancora in costruzione o in fase di avvio, il rischio di incidenti gravi, anche se rari, il legame fra le tecnologie civili e quelle militari (arricchimento, plutonio), i costi e i tempi di costruzione molto lunghi. In Italia le centrali nucleari furono chiuse dopo i referendum del 1987, che seguirono l'incidente di Černobyl', e nel 2011 un nuovo referendum abrogò le norme che avrebbero permesso di costruirne di nuove. Una decisione informata pesa tutti questi fattori, e il compito della fisica è fornire i numeri giusti, non la risposta.

15.4 La fusione nucleare

15.4.1 Unire nuclei leggeri

La **fusione nucleare** è la reazione in cui due nuclei leggeri si uniscono formando un nucleo più pesante. Poiché la curva dell'energia di legame per nucleone sale ripidamente fra i nuclei più leggeri, il guadagno è grande. La reazione più studiata per le centrali a fusione è quella fra due isotopi pesanti dell'idrogeno, il deuterio e il trizio:

$$^{2}_{1}\mathrm{H} + {}^{3}_{1}\mathrm{H} \rightarrow {}^{4}_{2}\mathrm{He} + \mathrm{n} \qquad Q = 17{,}6\ \mathrm{MeV}$$

Dalle masse: 2,014 102 u + 3,016 049 u − 4,002 603 u − 1,008 665 u = 0,018 883 u, e 0,018 883 × 931,5 MeV = 17,6 MeV. Per singola reazione è meno di un decimo della fissione, ma i reagenti hanno una massa di sole 5 u contro 236: per chilogrammo di combustibile la fusione deuterio–trizio libera $3{,}4 \times 10^{14}$ J, circa quattro volte la fissione (Tabella 15.3).

ESEMPIO SVOLTO

Chi si porta via l'energia nella reazione deuterio–trizio

Problema. Nella reazione $^{2}H + {}^{3}H \rightarrow {}^{4}He + n$ i nuclei iniziali hanno energie cinetiche di qualche keV, trascurabili rispetto a $Q = 17{,}6$ MeV. Ricava, passo per passo, come si dividono i 17,6 MeV fra la particella α e il neutrone.

Passo 1: la quantità di moto. La quantità di moto iniziale è praticamente nulla. Per la sua conservazione, la particella α e il neutrone escono in versi opposti con quantità di moto di uguale modulo: $p_\alpha = p_n = p$.

Passo 2: l'energia cinetica in funzione della quantità di moto. Le energie in gioco sono molto minori delle energie a riposo (17,6 MeV contro circa 940 MeV per il neutrone), quindi si possono usare le formule classiche (capitolo 9): $K = p^2/(2m)$. Le due energie cinetiche stanno nel rapporto inverso delle masse:

$$\frac{K_n}{K_\alpha} = \frac{p^2/(2m_n)}{p^2/(2m_\alpha)} = \frac{m_\alpha}{m_n} \approx 4$$

Passo 3: la conservazione dell'energia. $K_n + K_\alpha = Q$. Con $K_n = 4K_\alpha$ si ottiene $5K_\alpha = 17{,}6$ MeV, quindi $K_\alpha = 3{,}5$ MeV e $K_n = 14{,}1$ MeV.

Passo 4: la conseguenza. Il neutrone, che porta i quattro quinti dell'energia, è privo di carica: non resta intrappolato dai campi magnetici che confinano il plasma e attraversa le pareti della macchina. Nelle centrali a fusione del futuro la sua energia sarà raccolta in un mantello che circonda la camera, dove si trasforma in calore. La particella α, carica, resta invece nel plasma e lo riscalda.

Che cosa notare. Il risultato non dipende dai dettagli della reazione, ma solo dalla conservazione della quantità di moto e dell'energia: in ogni reazione con due soli prodotti e quantità di moto iniziale trascurabile, il più leggero si porta via la parte maggiore dell'energia cinetica.

15.4.2 La barriera coulombiana

Se la fusione libera tanta energia, perché i nuclei leggeri non si fondono spontaneamente? Perché sono tutti carichi positivamente e si respingono. La forza nucleare, attrattiva, agisce solo a distanze dell'ordine del femtometro, quando i due nuclei sono praticamente a contatto. Prima di arrivarci, i nuclei devono superare la repulsione elettrica: l'energia potenziale del sistema cresce come $1/r$ quando si avvicinano, e raggiunge un massimo, la **barriera coulombiana**, alla distanza R alla quale i nuclei si toccano (Figura 15.5).

Per il deuterio e il trizio, con raggi $r_0A^{1/3}$ (capitolo 14), la distanza di contatto è $R \approx 1{,}2\ \text{fm} \times (2^{1/3} + 3^{1/3}) = 3{,}24$ fm, e la cima della barriera vale

$$U = \frac{k_0 e^2}{R} = \frac{(8{,}99 \times 10^{9}\ \text{N·m}^2/\text{C}^2) \times (1{,}60 \times 10^{-19}\ \text{C})^2}{3{,}24 \times 10^{-15}\ \text{m}} = 7{,}10 \times 10^{-14}\ \text{J} = 0{,}444\ \text{MeV}$$

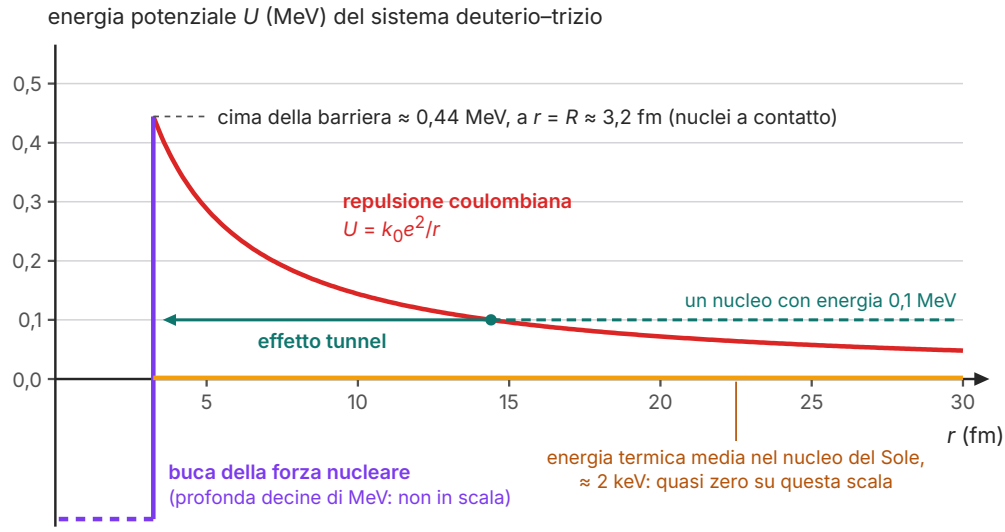

Figura 15.5 Energia potenziale del sistema formato da un deuterone e da un tritone in funzione della distanza r fra i centri. Fuori dal nucleo prevale la repulsione coulombiana, calcolata con $U = k_0e^2/r$; quando i nuclei si toccano ($r \approx 3{,}2$ fm) l'attrazione nucleare fa precipitare l'energia in una buca profonda (disegnata in modo schematico). Per la fisica classica un nucleo con energia 0,1 MeV si ferma dove la sua linea incontra la curva; per la meccanica quantistica può attraversare la barriera per effetto tunnel.

Per superarla con la sola agitazione termica, l'energia cinetica media dei nuclei, $(3/2)k_\mathrm{B}T$ (Fisica 3), dovrebbe essere di questo ordine:

$$T \approx \frac{2U}{3k_\mathrm{B}} = \frac{2 \times 7{,}10 \times 10^{-14}\ \mathrm{J}}{3 \times 1{,}38 \times 10^{-23}\ \mathrm{J/K}} \approx 3 \times 10^{9}\ \mathrm{K}$$

Il centro del Sole, dove la fusione avviene da miliardi di anni, è «solo» a circa $1{,}5 \times 10^{7}$ K, circa duecento volte di meno. La stima classica è sbagliata per due motivi. Il primo è che non tutti i nuclei hanno l'energia media: nella distribuzione delle velocità di un gas ce n'è sempre una piccolissima frazione molto più veloce. Il secondo, decisivo, è quantistico: come hai visto nel capitolo 13, una particella può attraversare una barriera di energia potenziale più alta della sua energia, con una probabilità che diminuisce rapidamente con l'altezza e lo spessore della barriera. È l'effetto tunnel, lo stesso che permette il decadimento α. Grazie ad esso i nuclei più veloci del plasma si fondono pur avendo energie di qualche keV o di qualche decina di keV, molto minori della cima della barriera. La fusione resta comunque possibile solo a temperature di milioni di kelvin, alle quali gli atomi hanno perso tutti gli elettroni e la materia è un **plasma**, un gas di nuclei ed elettroni liberi.

15.4.3 La fusione controllata

Per ottenere energia dalla fusione in una centrale bisogna portare il plasma di deuterio e trizio a temperature dell'ordine di 10^8 K, dieci volte più del centro del Sole, perché in una macchina la densità del plasma è molto minore e le reazioni avvengono più di rado. Inoltre bisogna mantenere il plasma abbastanza denso e abbastanza a lungo perché l'energia prodotta superi quella spesa per scaldarlo. Nessun recipiente materiale resiste a queste temperature; le strade seguite sono due.

Nel **confinamento magnetico** il plasma è tenuto lontano dalle pareti da intensi campi magnetici: le particelle cariche, soggette alla forza di Lorentz, si avvolgono a spirale attorno alle linee di campo (Fisica 4, capitolo 15). Nel **tokamak**, la macchina più studiata, le linee di campo si chiudono su se stesse in una camera a forma di ciambella, il toro. Nel sud della Francia, a Cadarache, è in costruzione **ITER**, un tokamak realizzato da una collaborazione fra Unione Europea, Cina, Corea del Sud, Giappone, India, Russia e Stati Uniti, progettato per produrre 500 MW di potenza di fusione a partire da 50 MW di riscaldamento del plasma, a circa 150 milioni di gradi. Non produrrà energia elettrica: deve dimostrare che il guadagno è possibile. Nel **confinamento inerziale**, invece, una minuscola capsula di deuterio e trizio è compressa e scaldata in pochi miliardesimi di secondo da fasci laser molto intensi, così in fretta che la fusione avviene prima che il combustibile abbia il tempo di disperdersi. Nel dicembre 2022 il National Ignition Facility, in California, ha ottenuto per la prima volta da una capsula più energia di fusione (3,15 MJ) di quanta ne avessero portata i laser sul bersaglio (2,05 MJ); per alimentare i laser, però, servono centinaia di megajoule prelevati dalla rete.

Il deuterio è abbondante: in natura circa un atomo di idrogeno su 6400 è deuterio, e se ne può estrarre dall'acqua di mare una quantità praticamente illimitata. Il trizio, con un tempo di dimezzamento di 12,3 anni, in natura quasi non esiste; si può produrre nel reattore stesso, con i neutroni della fusione, dal litio: $^6\mathrm{Li} + \mathrm{n} \rightarrow {}^4\mathrm{He} + {}^3\mathrm{H}$, con $Q = 4{,}78$ MeV.

15.5 Le stelle, reattori a fusione

15.5.1 La catena protone–protone

Il Sole irradia nello spazio $3{,}8 \times 10^{26}$ W da circa 4,6 miliardi di anni. Nessuna reazione chimica potrebbe farlo: se il Sole fosse fatto di un combustibile che libera 3×10^7 J/kg, la sua massa di $2{,}0 \times 10^{30}$ kg gli permetterebbe di brillare con la potenza attuale solo per circa 5000 anni. L'energia viene dalla fusione dell'idrogeno in elio nel suo nucleo, che avviene soprattutto attraverso la **catena protone-protone** (Figura 15.6). Nel primo passo due protoni si uniscono in un deuterone, emettendo un positrone e un neutrino:

$$\mathrm{p} + \mathrm{p} \rightarrow {}^2_1\mathrm{H} + \mathrm{e}^+ + \nu$$

Uno dei due protoni si trasforma in neutrone: è un processo dovuto all'interazione debole, la stessa del decadimento β, ed è lentissimo. Nel nucleo del Sole un protone aspetta in media miliardi di anni prima di reagire così: è questa lentezza a far durare il Sole così a lungo. Poi il deuterone cattura un altro protone e diventa ^{3}He, con l'emissione di un fotone γ; infine due nuclei di ^{3}He si fondono in un nucleo di ^{4}He, liberando due protoni. Il bilancio complessivo è

$$4\,{}^1_1\mathrm{H} \rightarrow {}^4_2\mathrm{He} + 2\,\mathrm{e}^+ + 2\,\nu$$

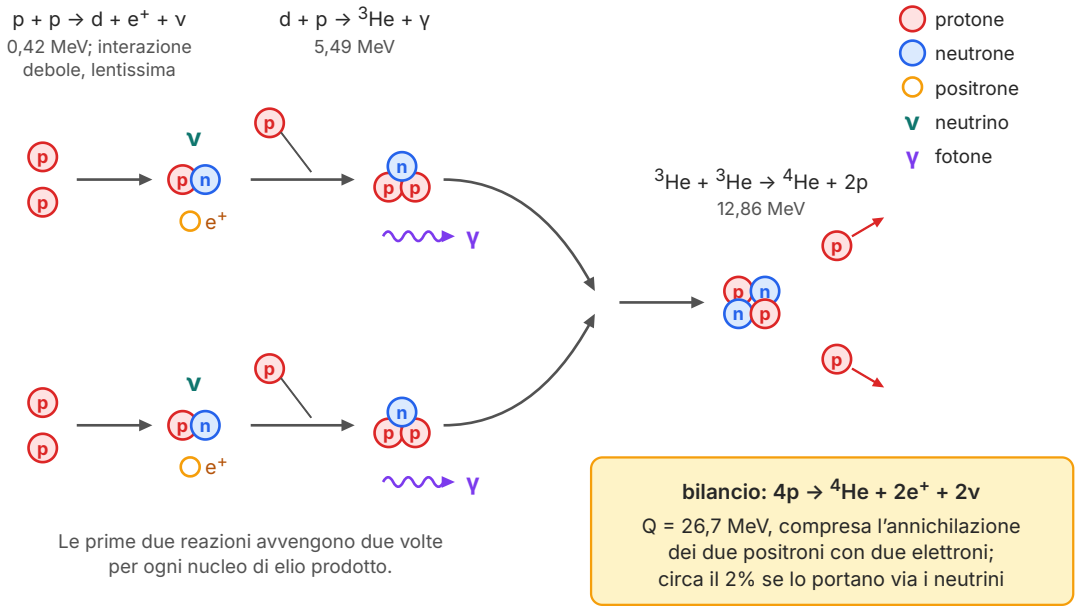

Figura 15.6 La catena protone-protone, che produce quasi tutta l'energia del Sole. Due protoni si uniscono in un deuterone (d) emettendo un positrone e un neutrino; il deuterone cattura un protone e diventa ^{3}He, emettendo un fotone γ; due nuclei di ^{3}He, prodotti da due ripetizioni dei primi passi, si fondono in ^{4}He liberando due protoni. Accanto a ogni passo è indicata l'energia liberata, calcolata dalle masse (schema).

Per calcolare l'energia liberata conviene usare le masse atomiche: $4m(^1\mathrm{H}) - m(^4\mathrm{He}) = 4 \times 1{,}007\,825\ \mathrm{u} - 4{,}002\,603\ \mathrm{u} = 0{,}028\,697\ \mathrm{u}$, cioè 26,7 MeV. Attenzione: a sinistra ci sono quattro elettroni (quelli dei quattro atomi di idrogeno), a destra solo due (quelli dell'atomo di elio). I due elettroni in più sono proprio quelli che nel plasma solare si annichilano con i due positroni, producendo raggi gamma (capitolo 9): i 26,7 MeV comprendono quindi anche l'energia di annichilazione, $4m_e c^2 = 2{,}04$ MeV. Una piccola parte, circa il 2%, se la portano via i neutrini, che attraversano il Sole senza interagire e sfuggono nello spazio; il resto scalda il plasma.

ESEMPIO SVOLTO

Il bilancio del Sole: massa, idrogeno e neutrini

Problema. La potenza irradiata dal Sole è $L = 3{,}8 \times 10^{26}$ W, e la Terra è a $1{,}50 \times 10^{11}$ m. Calcola: a) la massa che il Sole perde ogni secondo; b) la massa di idrogeno che trasforma in elio ogni secondo; c) il numero di neutrini solari che attraversano ogni secondo un centimetro quadrato perpendicolare ai raggi del Sole, sulla Terra.

Soluzione. a) Per l'equivalenza fra massa ed energia (capitolo 9), la massa persa al secondo è $\Delta m/\Delta t = L/c^2 = (3{,}8 \times 10^{26}\ \text{W})/(3{,}00 \times 10^{8}\ \text{m/s})^2 = 4{,}2 \times 10^{9}$ kg/s, più di quattro milioni di tonnellate al secondo.

b) Ogni volta che $4 \times 1{,}007\,825$ u $= 4{,}031\,30$ u di idrogeno diventano elio, la massa diminuisce di 0,028 697 u, cioè della frazione $0{,}028\,697/4{,}031\,30 = 7{,}1 \times 10^{-3}$. Per perdere $4{,}2 \times 10^{9}$ kg al secondo il Sole deve quindi trasformare $(4{,}2 \times 10^{9}\ \text{kg/s})/(7{,}1 \times 10^{-3}) = 5{,}9 \times 10^{11}$ kg/s di idrogeno: circa seicento milioni di tonnellate al secondo.

c) Ogni catena libera 26,7 MeV $= 26{,}7 \times 10^{6} \times 1{,}60 \times 10^{-19}\ \text{J} = 4{,}27 \times 10^{-12}$ J ed emette 2 neutrini. Le catene al secondo sono $(3{,}8 \times 10^{26}\ \text{W})/(4{,}27 \times 10^{-12}\ \text{J}) = 8{,}9 \times 10^{37}$, e i neutrini $1{,}8 \times 10^{38}$ al secondo, emessi in tutte le direzioni. Alla distanza della Terra si distribuiscono su una sfera di area $4\pi(1{,}50 \times 10^{11}\ \text{m})^2 = 2{,}83 \times 10^{23}\ \text{m}^2$: il flusso è $6{,}3 \times 10^{14}$ neutrini al secondo per metro quadrato, cioè $6{,}3 \times 10^{10}$ per centimetro quadrato.

Che cosa notare. Ogni secondo decine di miliardi di neutrini solari attraversano l'unghia del tuo pollice, di giorno e di notte, perché attraversano anche la Terra. I rivelatori costruiti sotto le montagne, come quelli dei Laboratori Nazionali del Gran Sasso (capitolo 16), ne catturano pochissimi, ma abbastanza da confermare che il Sole funziona proprio così. Quanto al suo combustibile, in 4,6 miliardi di anni il Sole ha trasformato in elio meno del 5% della sua massa.

15.5.2 Dalle stelle a noi

Quando l'idrogeno nel nucleo di una stella si esaurisce, il nucleo si contrae e si scalda finché, a circa cento milioni di kelvin, comincia a fondere l'elio: tre nuclei di ^{4}He formano un nucleo di ^{12}C, liberando 7,27 MeV. Nelle stelle molto più massicce del Sole la sequenza prosegue: con temperature sempre più alte si formano ossigeno, neon, magnesio, silicio, fino al ferro e al nichel. Qui la catena si ferma, perché oltre il ferro la curva dell'energia di legame scende e la fusione non libera più energia: il nucleo della stella, privato della sua fonte, collassa in una frazione di secondo ed esplode come una **supernova**. Questi processi, che nel loro insieme si chiamano **nucleosintesi stellare**, spiegano la formazione degli elementi dal carbonio fino al ferro. Gli elementi più pesanti, come l'oro, il piombo e l'uranio, si formano invece per cattura di neutroni: lentamente in alcune stelle giganti, e molto rapidamente nelle esplosioni di supernova e nelle fusioni di due stelle di neutroni.

Le esplosioni e i venti stellari disperdono questi elementi nello spazio, dove si mescolano alle nubi di gas da cui nascono nuove stelle e nuovi pianeti. Il Sistema solare si è formato da una di queste nubi, già arricchita da generazioni di stelle precedenti. Il carbonio delle nostre cellule, l'ossigeno che respiriamo, il calcio delle ossa e il ferro del sangue sono stati fabbricati dalla fusione nel cuore di stelle che si sono spente prima che nascesse il Sole: l'idrogeno a parte, quasi ogni atomo del nostro corpo è passato per l'interno di una stella.

DA RICORDARE

Verso l'esame: fissione e fusione

Fissione e fusione rientrano nel nucleo tematico *Energia e materia* dei quadri di riferimento della seconda prova, e l'obiettivo è applicare l'equivalenza fra massa ed energia alle reazioni nucleari. Le domande tipiche: completare una reazione controllando Z e A; calcolare Q dalle masse e dire se la reazione libera o assorbe energia; convertire MeV in joule e passare dall'energia di una reazione a quella di un chilogrammo di combustibile o alla potenza di una centrale; dividere l'energia fra i prodotti con la conservazione della quantità di moto; stimare la barriera coulombiana; leggere un grafico esponenziale della reazione a catena.

Le trappole: usare le masse dei nuclei al posto di quelle atomiche (o mescolarle), dimenticare i neutroni liberi nel bilancio, arrotondare le masse prima di sottrarle, confondere la potenza termica con quella elettrica, sommare MeV e joule. Nelle risposte argomentative nomina sempre la legge che usi: conservazione di carica, di nucleoni, di energia, di quantità di moto.

IN SINTESI

Le formule del capitolo

Reazione nucleare: si conservano la carica (ΣZ), il numero di nucleoni (ΣA), l'energia totale e la quantità di moto; la massa no.

$Q = (m_{\text{iniziale}} - m_{\text{finale}})c^2$, con 1 u · c^2 = 931,5 MeV — energia liberata ($Q > 0$, esoenergetica) o assorbita ($Q < 0$, endoenergetica). Si usano le masse atomiche: gli elettroni si cancellano se la carica si conserva; nella catena protone-protone i 26,7 MeV comprendono l'annichilazione dei positroni.

$Q = \Sigma E_B(\text{prodotti}) - \Sigma E_B(\text{reagenti})$ — l'energia liberata è l'aumento dell'energia di legame; fissione e fusione liberano energia perché avvicinano i nucleoni al massimo di E_B/A, vicino al ferro.

Fissione di ^{235}U: circa 200 MeV per evento, $8{,}2 \times 10^{13}$ J/kg; 2–3 neutroni veloci (in media circa 2,4). Fusione D–T: 17,6 MeV, di cui 14,1 MeV al neutrone; $3{,}4 \times 10^{14}$ J/kg.

$N_g = N_0 k^g$ — neutroni dopo g generazioni; $k < 1$ sottocritico, $k = 1$ critico (potenza costante), $k > 1$ supercritico. Nel tempo t, con durata di una generazione Λ, avvengono t/Λ generazioni; i neutroni ritardati allungano Λ da circa 10^{-4} s a circa 0,1 s e rendono il reattore controllabile.

$U = k_0 Z_1 Z_2 e^2/R$, con $R \approx 1{,}2$ fm × $(A_1^{1/3} + A_2^{1/3})$ — altezza della barriera coulombiana (≈ 0,44 MeV per D–T); la temperatura «classica» $(3/2)k_B T = U$ è circa 3×10^9 K, ma grazie all'effetto tunnel bastano 10^7–10^8 K.

Sole: $4\ ^1\text{H} \rightarrow\ ^4\text{He} + 2e^+ + 2\nu$, Q = 26,7 MeV; perde $L/c^2 \approx 4{,}2 \times 10^9$ kg/s e trasforma circa 6×10^{11} kg/s di idrogeno.

SINTESI

- In una reazione nucleare si conservano la carica, il numero di nucleoni, l'energia totale e la quantità di moto, ma non la massa. Il valore $Q = (m_{\text{iniziale}} - m_{\text{finale}})c^2$ dice se la reazione libera energia ($Q > 0$) o ne assorbe ($Q < 0$).
- Rutherford realizzò nel 1919 la prima trasmutazione artificiale; i neutroni, scoperti nel 1932, sono proiettili ideali perché non sono respinti dal nucleo. Il gruppo di Fermi scoprì nel 1934 che i neutroni lenti sono molto più efficaci.
- Nella fissione un nucleo pesante, come ^{235}U dopo la cattura di un neutrone lento, si spezza in due frammenti di massa intermedia, ricchi di neutroni e radioattivi, ed emette in media circa 2,4 neutroni veloci.
- Una fissione di ^{235}U libera circa 200 MeV, quasi tutti come energia cinetica dei frammenti: $8{,}2 \times 10^{13}$ J per chilogrammo, milioni di volte più di un combustibile chimico. La stima viene dalla curva dell'energia di legame per nucleone.
- Nella reazione a catena i neutroni di una fissione provocano altre fissioni; dopo g generazioni $N_g = N_0 k^g$. Un reattore funziona con $k = 1$; la massa critica è la massa minima per cui la reazione si autosostiene.
- In un reattore ad acqua in pressione l'uranio arricchito al 3–5% fissiona con neutroni rallentati dal moderatore; le barre di controllo assorbono neutroni e regolano k; il refrigerante porta il calore a un generatore di vapore. I neutroni ritardati rendono la reazione controllabile.
- Le scorie ad alta attività contengono prodotti di fissione e plutonio e vanno isolate per tempi lunghissimi; il calore residuo dei prodotti di fissione rende necessario il raffreddamento anche a reattore spento, come ha mostrato l'incidente di Fukushima.
- Nella fusione due nuclei leggeri si uniscono; la reazione deuterio–trizio libera 17,6 MeV, di cui 14,1 MeV vanno al neutrone, e per chilogrammo libera circa quattro volte più energia della fissione.
- Per fondersi i nuclei devono superare la barriera coulombiana, di qualche decimo di MeV; la stima classica richiederebbe miliardi di kelvin, ma la coda veloce della distribuzione delle velocità e l'effetto tunnel permettono la fusione a 10^7–10^8 K, nella materia allo stato di plasma.
- La fusione controllata si cerca con il confinamento magnetico (tokamak, ITER) e con il confinamento inerziale (laser); il trizio si può produrre dal litio.
- Il Sole trasforma idrogeno in elio con la catena protone-protone, liberando 26,7 MeV per ogni nucleo di elio; perde circa 4×10^9 kg di massa al secondo ed emette un enorme flusso di neutrini.
- Le stelle fabbricano gli elementi fino al ferro per fusione; quelli più pesanti nascono per cattura di neutroni, nelle supernove e nelle fusioni di stelle di neutroni. Quasi tutti gli atomi del nostro corpo sono stati prodotti nelle stelle.

ESERCIZI

Comprendere e ricordare

1. ● In una reazione nucleare si conservano:
   A. la massa totale e il numero di protoni
   B. il numero di neutroni e l'energia cinetica totale
   C. la carica elettrica totale e il numero totale di nucleoni
   D. la massa a riposo totale e la quantità di moto

2. ● Una reazione nucleare con $Q > 0$:
   A. libera energia: la massa totale dei prodotti è minore di quella dei reagenti
   B. assorbe energia: la massa totale dei prodotti è maggiore di quella dei reagenti
   C. avviene solo se il proiettile ha un'energia cinetica maggiore di Q
   D. conserva la massa totale del sistema

3. ●● I neutroni sono proiettili particolarmente efficaci per provocare reazioni nucleari perché:
   A. hanno una massa molto piccola rispetto ai nuclei
   B. si muovono sempre a velocità vicine a quella della luce
   C. sono attratti dal nucleo dalla forza elettrica
   D. non hanno carica e non sono respinti dal nucleo

4. ● L'energia liberata in media da una fissione di un nucleo di ^{235}U è circa:
   A. 2 MeV
   B. 200 MeV
   C. 17,6 MeV
   D. 2000 MeV

5. ● In un reattore nucleare il moderatore serve a:
   A. assorbire i neutroni in eccesso
   B. rallentare i neutroni prodotti dalle fissioni
   C. trasportare il calore fuori dal nocciolo
   D. schermare la radiazione gamma

6. ●● Un reattore funziona a potenza costante quando il fattore di moltiplicazione dei neutroni è:
   A. $k = 0$
   B. $k < 1$
   C. $k > 1$
   D. $k = 1$

7. ●● Il controllo della potenza di un reattore è possibile in tempi umani soprattutto grazie:
   A. ai neutroni ritardati, emessi da alcuni frammenti di fissione
   B. al moderatore, che rallenta i neutroni
   C. all'arricchimento dell'uranio in ^{235}U
   D. al refrigerante, che asporta il calore

8. ● Nel nucleo del Sole l'energia è prodotta principalmente:
   A. dalla fissione di nuclei pesanti
   B. dalla combustione dell'idrogeno con l'ossigeno
   C. dalla fusione di idrogeno in elio
   D. dalla contrazione dovuta alla gravità

Vero o falso

9. ● In una fissione il numero totale di protoni e di neutroni diminuisce, e la massa delle particelle scomparse diventa energia. V / F

10. ● L'uranio naturale contiene circa lo 0,7% dell'isotopo ^{235}U. V / F

11. ●● La fusione può avvenire solo se l'energia cinetica media dei nuclei supera la cima della barriera coulombiana; nel nucleo del Sole questa condizione è soddisfatta. V / F

12. ●● A parità di massa di combustibile, la fusione deuterio–trizio libera più energia della fissione di ^{235}U. V / F

Applicare

13. ● Completa le reazioni, controllando la conservazione di Z e di A: a) $^{9}_{4}Be + {}^{4}_{2}He \rightarrow {}^{12}_{6}C +$ _____ ; b) $^{14}_{7}N + n \rightarrow {}^{14}_{6}C +$ _____ ; c) $n + {}^{235}_{92}U \rightarrow {}^{140}_{54}Xe + {}^{94}_{38}Sr +$ _____ ; d) $^{6}_{3}Li + n \rightarrow {}^{4}_{2}He +$ _____ .

14. ●● Calcola il valore Q della reazione $^{2}H + {}^{2}H \rightarrow {}^{3}He + n$ e di' se è esoenergetica o endoenergetica.

15. ●● Calcola il valore Q della reazione $^{6}Li + n \rightarrow {}^{4}He + {}^{3}H$ e spiega perché è importante per le future centrali a fusione.

16. ●● Nel 1932 fu realizzata con protoni accelerati artificialmente la reazione $^{7}Li + p \rightarrow 2\ {}^{4}He$. Calcolane il valore Q e l'energia cinetica di ciascuna particella α, supponendo trascurabile l'energia del protone incidente.

17. ● Esprimi in joule l'energia di una fissione, 200 MeV, e calcola quante fissioni al secondo servono per produrre una potenza termica di 1,0 W.

18. ●● In un sistema con fattore di moltiplicazione $k = 1{,}05$ la prima generazione contiene 1000 neutroni. Quanti neutroni ci sono dopo 50 generazioni? Dopo quante generazioni il loro numero è raddoppiato?

19. ●● Leggi la curva $k = 0{,}9$ della Figura 15.2: dopo quante generazioni il numero di neutroni scende sotto la metà del valore iniziale? Controlla il risultato con la formula $N_g = N_0 k^g$.

20. ● Una centrale nucleare produce una potenza termica di 3,0 GW. Di quanti chilogrammi diminuisce ogni secondo, e in un anno, la massa del suo combustibile per effetto delle reazioni? Completa: la massa trasformata in energia in un anno è circa _____ .

Problemi

21. ●● Nella fissione $n + {}^{235}U \rightarrow {}^{140}Xe + {}^{94}Sr + 2n$ (Tabella 15.1). a) Calcola il valore Q. b) Trascurando l'energia e la quantità di moto dei neutroni, calcola l'energia cinetica di ciascun frammento usando la conservazione della quantità di moto (Fisica 3). c) Quale dei due frammenti è più veloce?

22. ●●● Un neutrone di 2,0 MeV, prodotto da una fissione, si rallenta in un moderatore di grafite urtando elasticamente nuclei di ${}^{12}C$ fermi. a) In un urto elastico frontale fra un corpo di massa m e uno fermo di massa M, il primo conserva la frazione $[(M - m)/(M + m)]^2$ della sua energia cinetica (Fisica 3): calcolala per il carbonio, ponendo $M = 12m$. b) Quanti urti frontali servono per portare il neutrone a 0,025 eV? c) Quanti ne servirebbero con nuclei di idrogeno? d) Gli urti reali non sono tutti frontali: il numero effettivo è maggiore o minore? Perché, nonostante l'idrogeno sia il moderatore più efficiente, i reattori ad acqua leggera hanno bisogno di uranio arricchito? (L'idrogeno cattura una piccola frazione dei neutroni: $n + p \rightarrow {}^{2}H + \gamma$.)

23. ●●● Una centrale con reattore di tipo avanzato produce una potenza elettrica di 1,6 GW con un rendimento del 36%. a) Calcola la potenza termica del reattore e la potenza ceduta all'ambiente. b) Calcola il numero di fissioni al secondo, con 200 MeV per fissione. c) Calcola la massa di uranio-235 che fissiona in un anno di funzionamento continuo. d) Di quanto diminuisce in un anno la massa del combustibile?

24. ●● Nel tokamak ITER il campo magnetico vale circa 5,3 T. Un deuterone ($m = 3{,}34 \times 10^{-27}$ kg) del plasma ha un'energia cinetica di 10 keV e si muove perpendicolarmente al campo. a) Calcola la sua velocità. b) Calcola il raggio della circonferenza che percorre (Fisica 4, capitolo 15). c) A quale temperatura l'energia cinetica media $(3/2)k_B T$ varrebbe 10 keV? d) Perché il campo magnetico non può trattenere i neutroni prodotti dalla fusione?

25. ●●● Usando il raggio nucleare 1,2 fm $\times A^{1/3}$, a) calcola l'altezza della barriera coulombiana per la reazione fra due protoni e per quella fra due nuclei di ${}^{3}He$. b) Calcola per ciascuna la temperatura alla quale l'energia cinetica media dei nuclei eguaglierebbe la barriera. c) Confronta l'energia cinetica media dei nuclei nel centro del Sole ($1{,}5 \times 10^7$ K) con la barriera fra due protoni. d) Spiega perché la fusione dell'elio-3 avviene comunque nel Sole e perché la fusione del carbonio avviene solo in stelle molto più calde.

26. ●●● Il Sole irradia $3{,}8 \times 10^{26}$ W. a) Calcola la massa di idrogeno trasformata in elio ogni secondo, sapendo che nella trasformazione $4\ {}^{1}\mathrm{H} \rightarrow {}^{4}\mathrm{He}$ la massa diminuisce dello 0,71% (verificalo con le masse atomiche). b) Supponendo che la potenza sia rimasta costante, quale frazione della massa del Sole ($2{,}0 \times 10^{30}$ kg) è stata trasformata in elio in 4,6 miliardi di anni? c) La massa persa in questo tempo (capitolo 9) è maggiore o minore della massa di idrogeno trasformata? Di quante volte?

27. ●●● In natura un atomo di idrogeno su 6400 è deuterio. a) Calcola quanti nuclei di deuterio ci sono in 1,0 L d'acqua (massa molare dell'acqua 18 g/mol). b) Calcola l'energia che si otterrebbe facendoli fondere tutti con la reazione ${}^{2}\mathrm{H} + {}^{2}\mathrm{H} \rightarrow {}^{3}\mathrm{He} + \mathrm{n}$, $Q = 3{,}27$ MeV. c) A quanti chilogrammi di benzina ($4{,}5 \times 10^{7}$ J/kg) corrisponde? d) Che cosa limita oggi l'uso di questa risorsa?

28. ●● Nelle stelle molto massicce, a temperature di circa un miliardo di kelvin, due nuclei di carbonio possono fondersi: ${}^{12}\mathrm{C} + {}^{12}\mathrm{C} \rightarrow {}^{24}\mathrm{Mg} + \gamma$. a) Calcola il valore Q (Tabella 15.1). b) Calcola l'energia di legame per nucleone del magnesio-24 e confrontala con quella del carbonio-12 (7,68 MeV). c) Spiega perché in queste stelle la sequenza di fusioni si ferma al ferro.

Ragionare e argomentare

29. ● Trova l'errore. «Una centrale nucleare e una bomba atomica funzionano con la stessa reazione; quindi un reattore, se perde il controllo, può esplodere come una bomba atomica.»

30. ●● Stima di Fermi. Una famiglia consuma, supponiamo, 3000 kWh di energia elettrica all'anno. Stima la massa di uranio-235 che deve fissionare in una centrale con rendimento del 33% per produrla, e confrontala con la massa di carbone necessaria in una centrale termoelettrica con lo stesso rendimento.

31. ●●● Nella fissione controllata si rallentano apposta i neutroni, mentre nella fusione bisogna rendere velocissimi i nuclei. Spiega questa differenza con le forze che agiscono fra il proiettile e il nucleo bersaglio, e discuti perché la fusione controllata è tecnologicamente molto più difficile della fissione controllata.

Verso l'esame di Stato

Tabella 15.5 Potenza termica di un reattore di ricerca dopo un piccolo sollevamento delle barre di controllo (dati tipici).

t (s)	0	20	40	60	80	100	120
P (mW)	50	70	97	137	188	266	368

32. ●●● **Quesito.** In un reattore di ricerca a bassa potenza, inizialmente critico, si sollevano leggermente le barre di controllo; la tabella qui sopra riporta la potenza misurata nei due minuti successivi. a) Mostra che la potenza cresce in modo esponenziale, $P = P_0 e^{t/\tau}$, e ricava la costante τ (detta periodo del reattore) e il tempo di raddoppio. b) Se la durata media di una generazione di neutroni, compresi i ritardati, è $\Lambda = 0{,}080$ s, il numero di generazioni nel tempo t è t/Λ: ricava il fattore di moltiplicazione k dalla relazione $P_0 k^{t/\Lambda} = P_0 e^{t/\tau}$. c) Con lo stesso k, se esistessero solo i neutroni pronti, con $\Lambda = 1{,}0 \times 10^{-4}$ s, quanto varrebbe il periodo, e di che fattore crescerebbe la potenza in un secondo? d) Argomenta perché i neutroni ritardati sono essenziali per la sicurezza di un reattore.

33. ●●● **Problema.** Il Sole ha raggio $6{,}96 \times 10^8$ m e la sua superficie si comporta come un corpo nero a $5{,}77 \times 10^3$ K. a) Calcola la potenza irradiata con la legge di Stefan-Boltzmann (capitolo 10) e la lunghezza d'onda del massimo di emissione con la legge di Wien. b) Sapendo che ogni catena protone-protone libera 26,7 MeV, calcola il numero di nuclei di elio prodotti ogni secondo e la massa di idrogeno consumata. c) Calcola il flusso di neutrini solari sulla Terra (distanza $1{,}50 \times 10^{11}$ m) e il numero di neutrini che attraversano ogni secondo 1 cm^2. d) I neutrini raggiungono la Terra circa 8 minuti dopo essere stati prodotti; l'energia dei fotoni prodotti nel nucleo, invece, impiega moltissimo tempo per arrivare alla superficie del Sole. Argomenta perché, e perché i neutrini sono una «finestra» sul nucleo del Sole com'è oggi.

PER APPROFONDIRE

- HRW
- FEY
- WEI
- EIN

Glossario del capitolo

Barre di controllo
Barre di materiali che assorbono neutroni (cadmio, boro), inserite nel nocciolo per regolare k o spegnere il reattore.

Barriera coulombiana
Massimo dell'energia potenziale elettrica fra due nuclei che si avvicinano, raggiunto quando si toccano; per due nuclei leggeri vale qualche decimo di MeV.

Calore residuo
Calore prodotto dai decadimenti dei prodotti di fissione anche dopo lo spegnimento del reattore; richiede che il raffreddamento continui.

Catena protone-protone
Sequenza di reazioni con cui il Sole trasforma quattro protoni in un nucleo di elio, due positroni e due neutrini, liberando 26,7 MeV.

Confinamento magnetico / inerziale
Le due strade per la fusione controllata: tenere il plasma lontano dalle pareti con campi magnetici (tokamak) o comprimere e scaldare una capsula di combustibile con laser.

Fattore di moltiplicazione
Numero medio k di neutroni di una generazione che provocano una fissione nella successiva; il sistema è sottocritico, critico o supercritico se $k < 1$, $= 1$, > 1.

Fissione nucleare
Divisione di un nucleo pesante in due frammenti di massa intermedia, con emissione di neutroni ed energia (circa 200 MeV per ^{235}U).

Fusione nucleare
Unione di due nuclei leggeri in un nucleo più pesante, con liberazione di energia (17,6 MeV per la reazione deuterio–trizio).

Massa critica
Massa minima di materiale fissile che, con una data forma e composizione, sostiene la reazione a catena.

Moderatore
Sostanza di nuclei leggeri (acqua, acqua pesante, grafite) che rallenta i neutroni veloci con urti elastici.

Neutroni ritardati
La piccola frazione (circa lo 0,65% per ^{235}U) dei neutroni di fissione emessa con ritardi fino a circa un minuto da alcuni frammenti; rende controllabile il reattore.

Neutroni termici
Neutroni rallentati fino all'energia di agitazione termica dell'ambiente (circa 0,025 eV a temperatura ambiente); provocano la fissione di ^{235}U con grande probabilità.

Nucleo fissile
Nucleo che si spezza anche catturando un neutrone lento, come ^{235}U e ^{239}Pu.

Nucleosintesi stellare
Formazione degli elementi chimici per fusione nelle stelle, fino al ferro; gli elementi più pesanti nascono per cattura di neutroni.

Plasma
Gas di nuclei ed elettroni separati, che si forma a temperature di milioni di kelvin; è lo stato della materia nelle stelle e nelle macchine a fusione.

Reazione a catena
Sequenza di fissioni in cui i neutroni prodotti da una fissione ne provocano altre.

Reazione esoenergetica / endoenergetica
Reazione con $Q > 0$, che libera energia, o con $Q < 0$, che può avvenire solo se i reagenti portano energia cinetica sufficiente.

Reazione nucleare
Processo in cui un nucleo, colpito da una particella o da un altro nucleo, cambia composizione; si conservano carica, numero di nucleoni, energia totale e quantità di moto.

Scorie radioattive
Materiali radioattivi prodotti dal funzionamento di un reattore; le più attive sono i prodotti di fissione e gli elementi transuranici del combustibile esaurito.

Trasmutazione artificiale
Trasformazione di un elemento in un altro provocata da una reazione nucleare; la prima fu ottenuta da Rutherford nel 1919 bombardando l'azoto con particelle α.

Soluzioni

1. C. Si conservano la carica (somma dei Z) e il numero di nucleoni (somma degli A), oltre all'energia totale e alla quantità di moto. La massa totale non si conserva (A, D); i numeri di protoni e di neutroni separatamente possono cambiare (decadimenti β), e l'energia cinetica non si conserva (B).

2. A. $Q > 0$ significa che l'energia a riposo dei reagenti supera quella dei prodotti: la differenza diventa energia cinetica. La condizione su un'energia minima (C) riguarda le reazioni con $Q < 0$.

3. D. Essendo neutri, i neutroni non subiscono la repulsione coulombiana del nucleo e possono raggiungerlo anche se lentissimi; anzi, i neutroni lenti sono catturati più facilmente.

4. B. Circa 200 MeV, di cui più dell'80% come energia cinetica dei frammenti. 17,6 MeV è la fusione D–T.

5. B. Il moderatore rallenta i neutroni veloci (circa 2 MeV) fino a energie termiche (circa 0,025 eV), alle quali la fissione di ^{235}U è molto più probabile. Assorbire neutroni è il compito delle barre di controllo (A).

6. D. Con $k = 1$ ogni generazione ha in media lo stesso numero di neutroni, quindi il numero di fissioni al secondo e la potenza restano costanti.

7. A. I neutroni ritardati (circa lo 0,65%) allungano la durata media di una generazione da circa 10^{-4} s a circa 0,1 s, e la potenza varia abbastanza lentamente da poter intervenire con le barre di controllo.

8. C. Nel Sole l'idrogeno si trasforma in elio con la catena protone-protone. Una combustione chimica durerebbe qualche migliaio di anni (B); la fissione richiederebbe nuclei pesanti (A).

9. F. Il numero di nucleoni si conserva: 236 prima e 236 dopo. Diminuisce la massa del sistema, perché i nucleoni sono più legati nei frammenti; la differenza di energia a riposo diventa energia cinetica.

10. V. L'uranio naturale contiene lo 0,72% di ^{235}U; il resto è quasi tutto ^{238}U.

11. F. Nel Sole l'energia media, circa 2 keV, è centinaia di volte minore della barriera (qualche decimo di MeV). La fusione avviene grazie ai nuclei più veloci della distribuzione e soprattutto all'effetto tunnel.

12. V. D–T: $3{,}4 \times 10^{14}$ J/kg; fissione di ^{235}U: $8{,}2 \times 10^{13}$ J/kg. La fusione libera circa quattro volte di più, anche se per singola reazione libera meno (17,6 MeV contro 200 MeV).

13. a) n (Z: 4 + 2 = 6 + 0; A: 9 + 4 = 12 + 1). b) p, cioè $^{1}_{1}$H (Z: 7 + 0 = 6 + 1; A: 14 + 1 = 14 + 1): è la reazione con cui i neutroni dei raggi cosmici producono il carbonio-14 nell'atmosfera. c) 2 n (Z: 92 = 54 + 38; A: 1 + 235 = 140 + 94 + 2). d) $^{3}_{1}$H, il trizio (Z: 3 + 0 = 2 + 1; A: 6 + 1 = 4 + 3).

14. $Q = (2 \times 2{,}014\,102 - 3{,}016\,029 - 1{,}008\,665)$ u × 931,5 MeV/u = 0,003 510 u × 931,5 MeV/u = 3,27 MeV > 0: esoenergetica.

15. $Q = (6{,}015\,123 + 1{,}008\,665 - 4{,}002\,603 - 3{,}016\,049)$ u × 931,5 MeV/u = 0,005 136 u × 931,5 MeV/u = 4,78 MeV. Il trizio, che serve per la fusione D–T, in natura è praticamente assente perché decade con un tempo di dimezzamento di 12,3 anni: questa reazione permette di produrlo nel reattore stesso, usando i neutroni della fusione e un mantello di litio.

16. $Q = (7{,}016\,003 + 1{,}007\,825 - 2 \times 4{,}002\,603)$ u × 931,5 MeV/u = 0,018 622 u × 931,5 MeV/u = 17,3 MeV. Con quantità di moto iniziale trascurabile le due particelle α, di uguale massa, escono in versi opposti con quantità di moto di ugual modulo, quindi con la stessa energia cinetica: 17,3 MeV/2 = 8,7 MeV ciascuna.

17. $E = 200 \times 10^6 \times 1{,}60 \times 10^{-19}$ J = $3{,}20 \times 10^{-11}$ J. Fissioni al secondo: (1,0 J/s)/($3{,}20 \times 10^{-11}$ J) = $3{,}1 \times 10^{10}$.

18. $N_{50} = 1000 \times 1{,}05^{50} = 1{,}1 \times 10^4$. Raddoppio: $1{,}05^g = 2$, $g = \ln 2 / \ln 1{,}05 = 14{,}2$: dopo circa 14 generazioni il

numero è quasi raddoppiato, dopo 15 lo supera.

19. Dal grafico la curva blu passa per 500 neutroni fra la sesta e la settima generazione. Con la formula: $0{,}9^g = 0{,}5$, $g = \ln 0{,}5/\ln 0{,}9 = 6{,}6$; il numero scende sotto la metà alla settima generazione ($1000 \times 0{,}9^7 = 478$).

20. $\Delta m/\Delta t = P/c^2 = (3{,}0 \times 10^9\ \text{W})/(9{,}0 \times 10^{16}\ \text{m}^2/\text{s}^2) = 3{,}3 \times 10^{-8}$ kg/s; in un anno ($3{,}16 \times 10^7$ s) 1,05 kg, cioè circa **1 kg**.

21. a) $Q = (235{,}043\,930 + 1{,}008\,665 - 139{,}921\,646 - 93{,}915\,356 - 2 \times 1{,}008\,665)$ u × 931,5 MeV/u = 0,198 263 u × 931,5 MeV/u = 185 MeV. b) Per la conservazione della quantità di moto (inizialmente circa nulla) i frammenti hanno quantità di moto opposte di ugual modulo; con $K = p^2/(2m)$ le energie cinetiche stanno nel rapporto inverso delle masse: K_{Sr} = 185 MeV × 139,9/(139,9 + 93,9) = 111 MeV, K_{Xe} = 185 MeV × 93,9/233,8 = 74 MeV. c) Lo stronzio, più leggero: ha più energia cinetica e, a parità di quantità di moto, velocità maggiore (le velocità stanno nel rapporto inverso delle masse, 140/94 ≈ 1,5).

22. a) Per il principio di conservazione della quantità di moto e dell'energia cinetica in un urto elastico, con $M = 12m$: $(11/13)^2 = 0{,}716$; dopo un urto frontale il neutrone ha 0,716 × 2,0 MeV = 1,43 MeV. b) Dopo n urti l'energia è 2,0 MeV × $0{,}716^n$; da $0{,}716^n = (0{,}025\ \text{eV})/(2{,}0 \times 10^6\ \text{eV}) = 1{,}25 \times 10^{-8}$ si ottiene $n = \ln(1{,}25 \times 10^{-8})/\ln 0{,}716 = 54{,}5$, quindi circa 55 urti. c) Con l'idrogeno, $M = m$, la frazione conservata è 0: in un urto frontale il neutrone si ferma, cedendo tutta l'energia al protone (come due bocce da biliardo uguali). d) Gli urti obliqui cedono meno energia di quelli frontali, quindi gli urti necessari sono di più (in media circa 115 nella grafite, circa 18 con l'idrogeno puro e una ventina nell'acqua). L'idrogeno rallenta i neutroni in pochi urti ma ne cattura una piccola parte; con l'uranio naturale, in cui ^{235}U è solo lo 0,72%, i neutroni persi impedirebbero di arrivare a $k = 1$, e bisogna aumentare la percentuale di nuclei fissili. Grafite e acqua pesante catturano molto meno e permettono di usare uranio naturale, come nella pila di Fermi.

23. a) Dalla definizione di rendimento: P_t = 1,6 GW/0,36 = 4,4 GW; la differenza, 4,4 − 1,6 = 2,8 GW, è ceduta all'ambiente (acqua di raffreddamento), come richiede il secondo principio della termodinamica. b) Fissioni al secondo: $(4{,}44 \times 10^9\ \text{W})/(3{,}20 \times 10^{-11}\ \text{J}) = 1{,}4 \times 10^{20}\ \text{s}^{-1}$. c) In un anno $1{,}39 \times 10^{20}\ \text{s}^{-1} \times 3{,}16 \times 10^7$ s = $4{,}38 \times 10^{27}$ fissioni, cioè $(4{,}38 \times 10^{27}/6{,}02 \times 10^{23}\ \text{mol}^{-1}) \times 0{,}235$ kg/mol = $1{,}7 \times 10^3$ kg = 1,7 t. d) Per l'equivalenza massa-energia $\Delta m = P_t \Delta t/c^2 = 4{,}44 \times 10^9\ \text{W} \times 3{,}16 \times 10^7\ \text{s}/(9{,}0 \times 10^{16}\ \text{m}^2/\text{s}^2) = 1{,}6$ kg: meno di un millesimo della massa di uranio che fissiona, come previsto (Tabella 15.3).

24. a) $K = 10 \times 10^3 \times 1{,}60 \times 10^{-19}\ \text{J} = 1{,}60 \times 10^{-15}$ J; $v = \sqrt{(2K/m)} = \sqrt{(2 \times 1{,}60 \times 10^{-15}/3{,}34 \times 10^{-27})}$ m/s = $9{,}8 \times 10^5$ m/s (molto minore di c: va bene la formula classica). b) $r = mv/(qB) = 3{,}34 \times 10^{-27}\ \text{kg} \times 9{,}79 \times 10^5\ \text{m/s}/(1{,}60 \times 10^{-19}\ \text{C} \times 5{,}3\ \text{T}) = 3{,}9 \times 10^{-3}$ m = 3,9 mm: i deuteroni restano avvolti attorno alle linee di campo, in una camera larga metri. c) $T = 2K/(3k_B) = 2 \times 1{,}60 \times 10^{-15}\ \text{J}/(3 \times 1{,}38 \times 10^{-23}\ \text{J/K}) = 7{,}7 \times 10^7$ K. d) La forza di Lorentz $q\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B}$ è nulla per una particella senza carica: i neutroni procedono in linea retta e raggiungono le pareti.

25. a) p–p: $R = 2 \times 1{,}2$ fm = 2,4 fm, $U = k_0 e^2/R = (1{,}44\ \text{MeV·fm})/(2{,}4\ \text{fm}) = 0{,}60$ MeV (con $k_0 e^2 = 8{,}99 \times 10^9 \times (1{,}60 \times 10^{-19})^2\ \text{J·m} = 2{,}30 \times 10^{-28}\ \text{J·m} = 1{,}44\ \text{MeV·fm}$). ^{3}He–^{3}He: $R = 2 \times 1{,}2\ \text{fm} \times 3^{1/3} = 3{,}46$ fm, $U = 4 \times 1{,}44\ \text{MeV·fm}/3{,}46\ \text{fm} = 1{,}66$ MeV (le cariche sono $2e$). b) $T = 2U/(3k_B)$: p–p $0{,}60 \times 1{,}60 \times 10^{-13}$ J → $4{,}6 \times 10^9$ K; ^{3}He–^{3}He: $1{,}3 \times 10^{10}$ K. c) $(3/2)k_B T = 1{,}5 \times 1{,}38 \times 10^{-23}\ \text{J/K} \times 1{,}5 \times 10^7\ \text{K} = 3{,}1 \times 10^{-16}$ J = 1,9 keV: circa trecento volte meno della barriera. d) Per l'effetto tunnel la barriera può essere attraversata anche con energia minore della sua altezza; la probabilità diminuisce rapidamente al crescere della barriera, ma nel Sole il ^{3}He si forma in abbondanza e la reazione, dovuta all'interazione forte, è rapida una volta superata la barriera. Per il carbonio ($Z = 6$) la barriera vale $36 \times 1{,}44\ \text{MeV·fm}/(2 \times 1{,}2\ \text{fm} \times 12^{1/3}) \approx 9{,}4$ MeV, più di quindici volte quella fra due protoni: anche con l'effetto tunnel servono temperature intorno al miliardo di kelvin, raggiunte solo nel nucleo di stelle molto massicce.

26. a) $\Delta m/m = 0{,}028\,697\ \text{u}/(4 \times 1{,}007\,825\ \text{u}) = 0{,}028\,697/4{,}031\,30 = 7{,}12 \times 10^{-3} = 0{,}71\%$. Massa persa al secondo (equivalenza massa-energia): $L/c^2 = 4{,}2 \times 10^9$

kg/s; idrogeno trasformato: $(4{,}22 \times 10^9$ kg/s$)/(7{,}12 \times 10^{-3}) = 5{,}9 \times 10^{11}$ kg/s. b) In $4{,}6 \times 10^9$ anni $= 1{,}45 \times 10^{17}$ s: $5{,}93 \times 10^{11}$ kg/s $\times\ 1{,}45 \times 10^{17}$ s $= 8{,}6 \times 10^{28}$ kg, cioè $8{,}6 \times 10^{28}/2{,}0 \times 10^{30} = 4{,}3\%$ della massa del Sole (in realtà un po' meno, perché in passato il Sole era meno luminoso). c) La massa persa è $4{,}22 \times 10^9$ kg/s $\times\ 1{,}45 \times 10^{17}$ s $= 6{,}1 \times 10^{26}$ kg, circa 140 volte (1/0,0071) minore: solo lo 0,71% dell'idrogeno trasformato «sparisce» come energia, il resto diventa elio.

27. a) Massa di idrogeno in 1,0 L d'acqua, cioè 1,0 kg: $2/18 \times 1000$ g $= 111$ g, cioè $(111$ g$)/(1{,}008$ g/mol$) \times 6{,}02 \times 10^{23}$ mol$^{-1} = 6{,}6 \times 10^{25}$ atomi di idrogeno, di cui $6{,}6 \times 10^{25}/6400 = 1{,}0 \times 10^{22}$ nuclei di deuterio. b) Ogni reazione consuma 2 deuteroni: $5{,}2 \times 10^{21}$ reazioni $\times\ 3{,}27 \times 10^6 \times 1{,}60 \times 10^{-19}$ J $= 2{,}7 \times 10^9$ J. c) $(2{,}7 \times 10^9$ J$)/(4{,}5 \times 10^7$ J/kg$) = 60$ kg di benzina, da un solo litro d'acqua. d) Non esiste ancora una macchina che produca più energia di quanta ne consumi con la fusione controllata; inoltre la reazione D–D richiede temperature ancora più alte della D–T (la barriera è simile, ma la probabilità di reazione è molto minore).

28. a) $Q = (2 \times 12{,}000\,000 - 23{,}985\,042)$ u $\times\ 931{,}5$ MeV/u $= 0{,}014\,958$ u $\times\ 931{,}5$ MeV/u $= 13{,}9$ MeV. b) $\Delta m = 12 \times 1{,}007\,825 + 12 \times 1{,}008\,665 - 23{,}985\,042 = 0{,}212\,838$ u; $E_B = 198{,}3$ MeV, $E_B/A = 8{,}26$ MeV, contro 7,68 MeV del carbonio: il magnesio è più legato, e la differenza, $24 \times (8{,}26 - 7{,}68)$ MeV $= 13{,}9$ MeV, è proprio Q. c) Oltre il ferro l'energia di legame per nucleone diminuisce: la fusione di nuclei più pesanti del ferro assorbe energia invece di liberarla e non può sostenere la stella.

29. Traccia di risposta. La reazione è la stessa, la fissione di ^{235}U, ma le condizioni sono diversissime. In una bomba l'uranio è arricchito oltre il 90% e la reazione è sostenuta da neutroni veloci, con generazioni di circa 10^{-8} s, così che una grande energia si libera prima che il materiale si disperda. In un reattore l'uranio è arricchito al 3–5%, i neutroni sono rallentati dal moderatore e la reazione è regolata dai neutroni ritardati: se la potenza sale, il materiale si scalda e si deforma, la reazione si interrompe e non si può arrivare a un'esplosione nucleare. Gli incidenti gravi (Černobyl', Fukushima) hanno comportato esplosioni di vapore o di idrogeno e la fusione del nocciolo, con rilascio di materiale radioattivo, ma non esplosioni nucleari.

30. Energia termica: 3000 kWh $\times\ 3{,}6 \times 10^6$ J/kWh$/0{,}33 = 3{,}3 \times 10^{10}$ J. Uranio-235: $(3{,}3 \times 10^{10}$ J$)/(8{,}2 \times 10^{13}$ J/kg$) = 4 \times 10^{-4}$ kg, meno di mezzo grammo. Carbone $(3 \times 10^7$ J/kg$)$: $3{,}3 \times 10^{10}/3 \times 10^7 \approx 1 \times 10^3$ kg, circa una tonnellata, oltre due milioni di volte di più.

31. Traccia di risposta. Il neutrone è neutro: non subisce repulsione e la probabilità che venga catturato cresce quanto più a lungo resta vicino al nucleo, cioè quanto più è lento; rallentarlo è facile, bastano urti con nuclei leggeri a temperatura ambiente. Nella fusione i due proiettili sono nuclei positivi, che si respingono: per arrivare a contatto devono avere energie di decine di keV e anche così attraversano la barriera solo per effetto tunnel, con piccola probabilità. Bisogna quindi scaldare il combustibile a 10^8 K, quando è un plasma che nessun recipiente può contenere, e mantenerlo denso e caldo abbastanza a lungo, con campi magnetici o laser che consumano molta energia. La fissione, invece, una volta avviata si sostiene da sola con i neutroni che produce, e il materiale resta solido a temperature ordinarie. Per questo il primo reattore a fissione funzionò nel 1942, mentre una centrale a fusione non esiste ancora.

32. a) I rapporti fra potenze a intervalli uguali di 20 s sono quasi costanti: 70/50 = 1,40; 97/70 = 1,39; 137/97 = 1,41; 188/137 = 1,37; 266/188 = 1,41; 368/266 = 1,38, in media 1,39. Un rapporto costante a intervalli uguali è la proprietà che caratterizza l'esponenziale. Dai valori estremi: $\tau = (120$ s$)/\ln(368/50) = 120$ s$/2{,}00 = 60$ s (la retta di miglior accordo di ln P in funzione di t dà la stessa pendenza, 0,0166 s^{-1}); tempo di raddoppio $\tau \ln 2 = 42$ s. b) Uguagliando gli esponenti: $(t/\Lambda) \ln k = t/\tau$, quindi $\ln k = \Lambda/\tau = 0{,}080$ s$/60$ s $= 1{,}33 \times 10^{-3}$ e $k = 1{,}0013$: basta un eccesso di poco più di un millesimo. c) $\tau = \Lambda/\ln k = 1{,}0 \times 10^{-4}$ s$/1{,}33 \times 10^{-3} = 0{,}075$ s; in un secondo la potenza crescerebbe di $e^{1/0{,}075} = e^{13{,}3} \approx 6 \times 10^5$ volte. d) Con i soli neutroni pronti un eccesso di reattività piccolissi-

mo farebbe crescere la potenza di centinaia di migliaia di volte in un secondo, troppo in fretta per qualunque sistema di controllo meccanico; i neutroni ritardati portano il periodo a decine di secondi e lasciano il tempo di muovere le barre. *Indicatori*: a) Interpretare/elaborare i dati; b) Sviluppare il processo risolutivo; c) Analizzare; d) Argomentare.

33. a) Per la legge di Stefan-Boltzmann $L = \sigma T^4 \cdot 4\pi R^2 = 5{,}67 \times 10^{-8}\ \mathrm{W/(m^2 \cdot K^4)} \times (5{,}77 \times 10^3\ \mathrm{K})^4 \times 4\pi \times (6{,}96 \times 10^8\ \mathrm{m})^2 = 3{,}8 \times 10^{26}$ W. Per la legge di Wien $\lambda_{max} = b/T = 2{,}90 \times 10^{-3}\ \mathrm{m \cdot K}/5{,}77 \times 10^3\ \mathrm{K} = 5{,}0 \times 10^{-7}$ m = 503 nm, nel verde. b) Per la conservazione dell'energia, in regime stazionario la potenza prodotta nel nucleo è uguale a quella irradiata: catene al secondo = $(3{,}83 \times 10^{26}\ \mathrm{W})/(26{,}7 \times 10^6 \times 1{,}60 \times 10^{-19}\ \mathrm{J}) = 9{,}0 \times 10^{37}\ \mathrm{s^{-1}}$, tanti quanti i nuclei di elio prodotti; idrogeno consumato: $4 \times 1{,}007\,825\ \mathrm{u} \times 1{,}66 \times 10^{-27}\ \mathrm{kg/u} \times 9{,}0 \times 10^{37}\ \mathrm{s^{-1}} = 6{,}0 \times 10^{11}$ kg/s. c) Neutrini al secondo: $2 \times 9{,}0 \times 10^{37} = 1{,}8 \times 10^{38}$; flusso a distanza d: $1{,}8 \times 10^{38}/(4\pi \times (1{,}50 \times 10^{11}\ \mathrm{m})^2) = 6{,}3 \times 10^{14}\ \mathrm{m^{-2}\ s^{-1}}$, cioè $6{,}3 \times 10^{10}$ neutrini al secondo attraverso 1 $\mathrm{cm^2}$. d) La materia del Sole è densa e ionizzata: i fotoni prodotti nel nucleo sono assorbiti e riemessi innumerevoli volte, con direzioni casuali, e la loro energia procede verso l'esterno lentissimamente; la luce che vediamo è emessa dalla superficie. I neutrini interagiscono solo tramite l'interazione debole e attraversano il Sole quasi senza urti, in 2–3 s; poi viaggiano alla velocità della luce (o quasi) e arrivano in $d/c = 1{,}50 \times 10^{11}\ \mathrm{m}/(3{,}00 \times 10^8\ \mathrm{m/s}) = 500\ \mathrm{s} \approx 8{,}3$ min. Rivelarli significa osservare le reazioni nel nucleo come avvengono adesso. *Indicatori*: a) Sviluppare il processo risolutivo; b) Analizzare e Sviluppare il processo risolutivo; c) Sviluppare il processo risolutivo; d) Argomentare.