CAPITOLO

14

Il nucleo e la radioattività

Un nucleo non ha età e non ha memoria: nessuno sa quando decadrà. Eppure un miliardo di nuclei insieme misura il tempo meglio di qualunque orologio.

OBIETTIVI

1. Descrivere la composizione, le dimensioni e la densità del nucleo, e le proprietà della forza nucleare forte.
2. Calcolare il difetto di massa e l'energia di legame con le masse atomiche, e leggere la curva dell'energia di legame per nucleone.
3. Scrivere le equazioni dei decadimenti α, β e γ verificando le leggi di conservazione, e calcolarne il valore Q.
4. Usare la legge del decadimento radioattivo, il tempo di dimezzamento e l'attività, anche per datare reperti e rocce e per leggere grafici semilogaritmici.
5. Distinguere dose assorbita, dose equivalente e dose efficace, e valutare gli ordini di grandezza delle esposizioni naturali e mediche.

INDICE DEL CAPITOLO

14.1 La struttura del nucleo 2
14.2 L'energia di legame 5
14.3 La radioattività 10
14.4 La legge del decadimento radioattivo 17
14.5 Radiazioni e salute 27

Fisica 5 · Parte V · Il nucleo, le particelle e l'universo · versione 1.0
Capitolo 14: Il nucleo e la radioattività · pagine 461–496 del volume completo · estratto per lo studio

Nel 1896 un fisico francese chiuse in un cassetto alcune lastre fotografiche avvolte in carta nera, con sopra un sale di uranio, aspettando una giornata di sole per un esperimento sulla fosforescenza. Quando le sviluppò, le trovò annerite: l'uranio emetteva da solo, al buio, una radiazione capace di attraversare la carta. Era la scoperta della radioattività, e con essa si apriva la fisica del nucleo atomico, il cuore minuscolo dell'atomo che contiene quasi tutta la sua massa.

Oggi la fisica nucleare è dappertutto: nella datazione dei reperti archeologici e delle rocce più antiche della Terra, negli ospedali che diagnosticano e curano i tumori con sostanze radioattive, nel radon che filtra dal suolo nelle cantine, nelle centrali elettriche e nel Sole. In questo capitolo userai l'equivalenza fra massa ed energia del capitolo 9 per leggere il nucleo come un sistema legato: scoprirai perché un nucleo pesa meno dei suoi componenti, perché alcuni nuclei sono stabili e altri no, come e con quale legge decadono, e come si misurano gli effetti delle radiazioni sul corpo umano. Il capitolo 15 userà gli stessi strumenti per la fissione e la fusione.

14.1 La struttura del nucleo

14.1.1 Protoni e neutroni

Nel capitolo 12 hai visto come gli esperimenti di Geiger e Marsden portarono Rutherford, nel 1911, al modello nucleare dell'atomo: quasi tutta la massa e tutta la carica positiva sono concentrate in una regione di dimensioni circa centomila volte più piccole di quelle dell'atomo. Restava da capire di che cosa fosse fatto il nucleo. La carica era un multiplo intero della carica elementare, ma la massa era circa doppia, o più che doppia, di quella dei protoni necessari a spiegarla. Il problema fu risolto nel 1932 da James Chadwick, che identificò una particella neutra di massa quasi uguale a quella del protone: il **neutrone**.

Protoni e neutroni si chiamano insieme **nucleoni**. Il numero di protoni è il numero atomico Z, che determina la carica del nucleo, $+Ze$, e quindi l'elemento chimico; il numero totale di nucleoni è il **numero di massa** A. Il numero di neutroni è perciò $A - Z$: in questo volume non gli diamo un simbolo, perché la lettera N ci servirà fra poco per il numero di nuclei di un campione radioattivo. Un nucleo con valori definiti di Z e A è un **nuclide**, e si indica scrivendo A in alto e Z in basso a sinistra del simbolo chimico: ${}^{238}_{92}\mathrm{U}$ è il nuclide dell'uranio con 92 protoni e $238 - 92 = 146$ neutroni, che chiameremo anche uranio-238. Poiché Z è già contenuto nel simbolo, spesso si scrive solo ${}^{238}\mathrm{U}$. Nuclidi con lo stesso Z e diverso A sono isotopi dello stesso elemento, come hai visto in Scienze: ${}^{12}_{6}\mathrm{C}$, ${}^{13}_{6}\mathrm{C}$ e ${}^{14}_{6}\mathrm{C}$ hanno 6 protoni e 6, 7 e 8 neutroni.

14.1.2 Le dimensioni del nucleo

Gli esperimenti di diffusione di particelle veloci sui nuclei mostrano che un nucleo si comporta, con buona approssimazione, come una sfera di raggio

$$r = r_0 A^{1/3} \quad \text{con } r_0 \approx 1{,}2 \text{ fm}$$

dove 1 fm (un femtometro, detto anche fermi) vale 10^{-15} m. Il nucleo di elio-4 ha raggio 1,2 fm × $4^{1/3} \approx 1{,}9$ fm, quello di piombo-208 circa 7,1 fm. Il raggio cresce come la radice cubica di A, quindi il **volume** cresce come A: ogni nucleone occupa sempre lo stesso volume, come le molecole di una goccia di liquido, che non si può comprimere. Per questo la densità della materia nucleare è quasi la stessa per tutti i nuclei, come mostra l'esempio che segue.

ESEMPIO SVOLTO

Quanto è densa la materia nucleare

Problema. a) Calcola la densità del nucleo di ferro-56, approssimando la sua massa con 56 u (1 u = $1{,}66 \times 10^{-27}$ kg). b) Mostra che il risultato non dipende dal nuclide scelto. c) Confronta con la densità del ferro metallico, $7{,}87 \times 10^3$ kg/m^3, e calcola la massa di un cucchiaino (5 cm^3) di materia nucleare.

Passo 1: il raggio e il volume. $r = 1{,}2 \text{ fm} \times 56^{1/3} = 1{,}2 \text{ fm} \times 3{,}83 = 4{,}59 \text{ fm} = 4{,}59 \times 10^{-15}$ m; $V = (4/3)\pi r^3 = (4/3)\pi(4{,}59 \times 10^{-15} \text{ m})^3 = 4{,}05 \times 10^{-43}$ m^3.

Passo 2: la massa e la densità. $m \approx 56 \times 1{,}66 \times 10^{-27}$ kg $= 9{,}30 \times 10^{-26}$ kg, quindi $\rho = m/V = (9{,}30 \times 10^{-26} \text{ kg})/(4{,}05 \times 10^{-43} \text{ m}^3) = 2{,}3 \times 10^{17}$ kg/m^3.

Passo 3: un risultato generale. Per un nuclide qualunque $m \approx A$ u e $V = (4/3)\pi r_0^{\,3} A$: il rapporto $\rho \approx \text{u}/[(4/3)\pi r_0^{\,3}]$ non contiene A. La densità nucleare è la stessa, circa $2{,}3 \times 10^{17}$ kg/m^3, dall'elio all'uranio.

Passo 4: il confronto. $(2{,}3 \times 10^{17})/(7{,}87 \times 10^3) \approx 3 \times 10^{13}$: la materia nucleare è circa trenta milioni di milioni di volte più densa del ferro. Un cucchiaino ne conterrebbe $2{,}3 \times 10^{17}$ kg/m^3 × 5×10^{-6} m^3 ≈ 1×10^{12} kg, la massa di una montagna.

Controllo. La materia ordinaria è quasi tutta «vuota»: il nucleo occupa una frazione piccolissima del volume dell'atomo. Su scala macroscopica la densità nucleare si incontra solo nelle stelle di neutroni, resti di supernove che hanno una massa paragonabile a quella del Sole in una sfera di una decina di kilometri di raggio.

14.1.3 La forza nucleare forte

Il nucleo pone subito un problema. I protoni sono cariche positive a distanze di pochi femtometri: due protoni a 2 fm di distanza si respingono con una forza di Coulomb $k_0 e^2/r^2 = 8{,}99 \times 10^9 \times (1{,}60 \times 10^{-19})^2/(2 \times 10^{-15})^2$ N ≈ 58 N, il peso di un oggetto di 6 kg che agisce su una particella di 10^{-27} kg. L'attrazione gravitazionale fra gli stessi protoni è circa 10^{36} volte più debole e non

conta nulla. Se il nucleo esiste, deve esistere una forza attrattiva più intensa della repulsione elettrica: la **forza nucleare forte** (o interazione forte), che agisce fra i nucleoni e ha proprietà molto diverse da quelle delle forze che conosci.

- **Ha corto raggio.** È molto intensa fino a distanze di 2–3 fm e trascurabile oltre; a distanze minori di circa 0,5 fm diventa repulsiva, e impedisce ai nucleoni di sovrapporsi. Non ha un andamento come $1/r^2$: fuori dal nucleo non se ne sente nulla.
- **Non dipende dalla carica.** Agisce allo stesso modo fra due protoni, fra due neutroni e fra un protone e un neutrone. Gli elettroni non la sentono.
- **Satura.** Ogni nucleone attrae soltanto i nucleoni vicini, non tutti quelli del nucleo; la repulsione elettrica, che ha lungo raggio, agisce invece fra ogni coppia di protoni. È la ragione per cui la densità nucleare è costante, e per cui nei nuclei grandi la repulsione elettrica finisce per prevalere.

14.1.4 La valle di stabilità

Non tutte le combinazioni di protoni e neutroni formano un nucleo stabile. La Figura 14.1 riporta un nuclide stabile per ciascun elemento in un piano che ha in ascissa Z e in ordinata il numero di neutroni $A - Z$. I punti non si dispongono a caso ma lungo una striscia stretta, la **valle di stabilità** (il nome viene dal fatto che, se si riporta in un terzo asse l'energia del nucleo, i nuclidi stabili stanno sul fondo di una valle). Per i nuclei leggeri la valle segue la retta $A - Z = Z$: l'elio-4, il carbonio-12 e l'ossigeno-16 hanno tanti neutroni quanti protoni. Nei nuclei più pesanti la valle si piega verso l'alto: il ferro-56 ha 30 neutroni e 26 protoni, il piombo-208 126 neutroni e 82 protoni. I neutroni in più aggiungono attrazione nucleare senza aggiungere repulsione elettrica, e diluiscono i protoni.

Oltre il piombo la repulsione elettrica non è più compensata, e nessun nuclide è stabile: il piombo-208 è il nuclide stabile più pesante. Elementi più pesanti, come il torio e l'uranio, esistono in natura solo perché alcuni loro isotopi decadono così lentamente che una parte di quelli formatisi prima della nascita del Sistema solare è ancora presente. I nuclidi che stanno fuori dalla valle sono **instabili**: si trasformano spontaneamente, con i decadimenti che studierai fra poco, in nuclidi più vicini al fondo della valle. Il riquadro a destra della figura anticipa come ciascun decadimento sposta un nuclide nel piano.

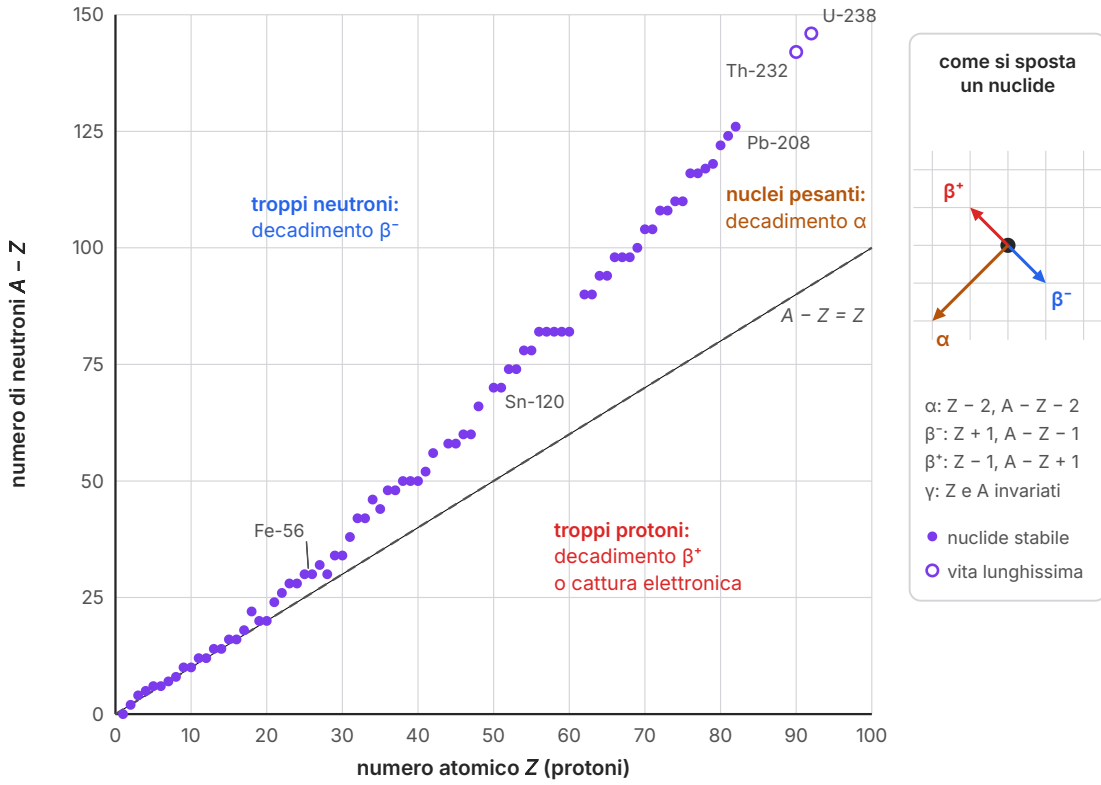

Figura 14.1 La valle di stabilità. Ogni punto pieno è un nuclide stabile (uno per ciascun elemento, da $Z = 1$ a $Z = 82$, escluse le caselle vuote del tecnezio, $Z = 43$, e del promezio, $Z = 61$, che non hanno isotopi stabili); i cerchi vuoti sono due nuclidi radioattivi a vita lunghissima. La retta tratteggiata corrisponde a tanti neutroni quanti protoni. Sopra la valle ci sono nuclei con troppi neutroni, sotto la valle nuclei con troppi protoni. Nel riquadro, gli spostamenti prodotti dai decadimenti α, β^- e β^+.

14.2 L'energia di legame

14.2.1 Il nucleo pesa meno dei suoi componenti

Le masse dei nuclidi si misurano con grande precisione con gli spettrometri di massa (*Fisica 4*, capitolo 15), e si esprimono in unità di massa atomica: 1 u è un dodicesimo della massa di un atomo di carbonio-12, $1\ \text{u} = 1{,}66 \times 10^{-27}$ kg. Con l'equivalenza fra massa ed energia (capitolo 9) conviene anche esprimere l'energia a riposo corrispondente a 1 u:

$$1\ \text{u} \cdot c^2 = 931{,}5\ \text{MeV}$$

Proviamo a pesare un nucleo di elio-4 «pezzo per pezzo». Due protoni e due neutroni liberi hanno massa $2 \times 1{,}007\,276$ u $+ 2 \times 1{,}008\,665$ u $= 4{,}031\,882$ u, mentre il nucleo di elio-4 ha massa 4,001 506 u. Il nucleo pesa **meno** dei suoi componenti, di circa 0,03 u. La differenza si chiama **difetto di massa** Δm, ed è la chiave dell'energetica nucleare.

Il significato è quello che hai incontrato nel capitolo 9 per un sistema legato qualunque. Per separare i nucleoni di un nucleo e portarli lontano l'uno dall'altro, fermi, bisogna compiere un lavoro contro la forza forte; quel lavoro diventa energia a riposo dei nucleoni liberi, che quindi hanno, tutti insieme, una massa maggiore. Viceversa, quando i nucleoni si legano, il sistema cede energia all'esterno, sotto forma di radiazione o di energia cinetica, e la sua massa diminuisce. L'energia necessaria per scomporre un nucleo nei suoi nucleoni liberi è l'**energia di legame** del nucleo:

$$E_{\mathrm{B}} = \Delta m c^2$$

Per l'elio-4, $\Delta m = 0{,}030\,376$ u, quindi $E_{\mathrm{B}} = 0{,}030\,376 \times 931{,}5$ MeV $= 28{,}30$ MeV. Per confronto, l'energia di legame dell'elettrone nell'atomo di idrogeno è 13,6 eV (capitolo 12), circa due milioni di volte più piccola. Per questo nelle reazioni chimiche il difetto di massa è del tutto trascurabile (una parte su un miliardo o meno), mentre nei nuclei è dell'ordine di una parte su cento.

14.2.2 Il difetto di massa con le masse atomiche

Le tabelle, come la Tabella A.3 in appendice, riportano le masse degli **atomi neutri**, elettroni compresi, perché sono quelle che si misurano più facilmente. L'esempio che segue mostra che per calcolare il difetto di massa si possono usare direttamente, a patto di prendere la massa dell'atomo di idrogeno $^{1}\mathrm{H}$ al posto di quella del protone.

ESEMPIO SVOLTO

Il difetto di massa con le masse atomiche, passo per passo

Problema. Ricava una formula per il difetto di massa di un nuclide ${}^{A}_{Z}\mathrm{X}$ che usi la massa dell'atomo neutro, m_{atomo}, e applicala all'elio-4 con i dati della Tabella A.3.

Passo 1: la definizione. Il difetto di massa confronta il nucleo con i suoi nucleoni liberi: $\Delta m = Zm_{\text{p}} + (A - Z)m_{\text{n}} - m_{\text{nucleo}}$.

Passo 2: dal nucleo all'atomo. L'atomo neutro contiene il nucleo e Z elettroni: $m_{\text{nucleo}} = m_{\text{atomo}} - Zm_{\text{e}}$. (Trascuriamo l'energia di legame degli elettroni: qualche decina di eV nell'elio, meno di 1 MeV in tutto anche nell'uranio, una parte trascurabile dell'energia di legame del nucleo.)

Passo 3: la sostituzione. $\Delta m = Zm_{\text{p}} + (A - Z)m_{\text{n}} - m_{\text{atomo}} + Zm_{\text{e}} = Z(m_{\text{p}} + m_{\text{e}}) + (A - Z)m_{\text{n}} - m_{\text{atomo}}$.

Passo 4: l'atomo di idrogeno. Un protone più un elettrone formano un atomo di ${}^{1}\mathrm{H}$ (a meno dei 13,6 eV di legame, trascurabili): $m_{\text{p}} + m_{\text{e}} = m({}^{1}\mathrm{H})$. Quindi

$$\Delta m = Zm({}^{1}\mathrm{H}) + (A - Z)m_{\text{n}} - m_{\text{atomo}}$$

Gli Z elettroni dell'atomo si compensano con quelli dei Z atomi di idrogeno.

Passo 5: i numeri. Per l'elio-4: $\Delta m = 2 \times 1{,}007\,825\ \text{u} + 2 \times 1{,}008\,665\ \text{u} - 4{,}002\,603\ \text{u} = 0{,}030\,377\ \text{u}$; $E_{\text{B}} = 0{,}030\,377 \times 931{,}5\ \text{MeV} = 28{,}30\ \text{MeV}$; per nucleone, $28{,}30\ \text{MeV}/4 = 7{,}07\ \text{MeV}$.

Controllo. Il risultato coincide con quello ottenuto prima con le masse del protone e del nucleo. Se invece si usasse m_{p} insieme alla massa atomica, si sottrarrebbero due masse elettroniche di troppo, $2 \times 0{,}000\,549\ \text{u} = 0{,}001\,097\ \text{u}$: un errore di circa 1 MeV, cioè del 3,6%.

14.2.3 L'energia di legame per nucleone

Per confrontare nuclei di dimensioni diverse si usa l'**energia di legame per nucleone** E_{B}/A, cioè l'energia media necessaria per strappare un nucleone dal nucleo. La Tabella 14.1 la calcola per i nuclidi della Tabella A.3, e la Figura 14.2 la riporta in funzione di A: i punti arancioni sono i valori della tabella, la curva viola è calcolata con la formula semiempirica della massa, un modello che tratta il nucleo come una goccia di liquido carica: a un termine di volume (ogni nucleone legato ai vicini) sottrae una correzione di superficie, la repulsione elettrica fra i protoni e un termine che sfavorisce i nuclei con numeri di protoni e di neutroni molto diversi.

Tabella 14.1 Difetto di massa ed energia di legame dei nuclidi della Tabella A.3, calcolati con $m(^1\mathrm{H})$ = 1,007 825 u, m_n = 1,008 665 u e 1 u·c^2 = 931,5 MeV.

Nuclide	Z	A	Δm (u)	E_B (MeV)	E_B/A (MeV)
^{2}H (deuterio)	1	2	0,002 388	2,22	1,11
^{3}H (trizio)	1	3	0,009 106	8,48	2,83
^{4}He	2	4	0,030 377	28,30	7,07
^{12}C	6	12	0,098 940	92,16	7,68
^{56}Fe	26	56	0,528 464	492,3	8,79
^{235}U	92	235	1,915 065	1784	7,59

La curva ha una forma caratteristica. Cresce rapidamente nei nuclei leggeri, dove molti nucleoni stanno in superficie e hanno pochi vicini; si appiattisce intorno a 8 MeV per nucleone; raggiunge un massimo di circa 8,8 MeV vicino al ferro ($A \approx 56$–62), e poi decresce lentamente fino a circa 7,6 MeV per l'uranio, perché la repulsione elettrica, che agisce fra tutte le coppie di protoni, cresce più in fretta dell'attrazione fra nucleoni vicini. Il fatto che E_B/A sia quasi costante per la maggior parte dei nuclei è un'altra conseguenza della saturazione della forza forte. L'elio-4 è molto più legato dei nuclidi vicini e di quanto preveda il modello della goccia: è un nucleo eccezionalmente legato, e per questo i nuclei pesanti emettono spesso proprio nuclei di elio.

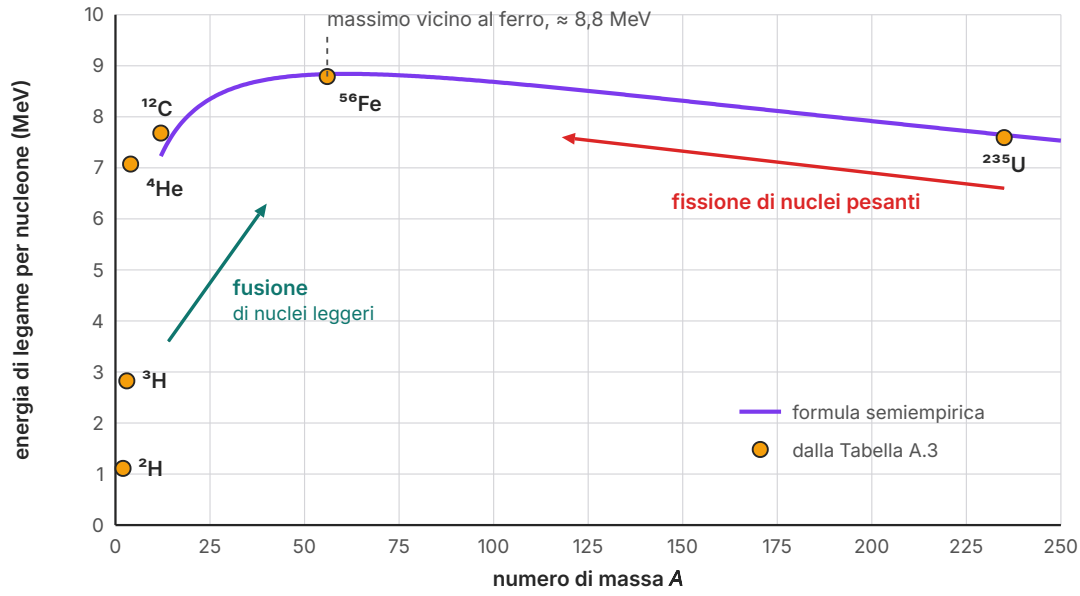

Figura 14.2 L'energia di legame per nucleone in funzione del numero di massa. La curva è calcolata con la formula semiempirica (coefficienti 15,75; 17,8; 0,711; 23,7 MeV, senza il termine di accoppiamento) per i nuclei con $A \geq 12$; i punti sono i valori della Tabella 14.1. I nuclei leggeri, come l'elio-4 e il carbonio-12, si scostano dal modello della goccia. Le frecce indicano i due modi di spostarsi verso il massimo, e quindi di liberare energia.

La forma della curva spiega da dove viene l'energia nucleare. Un nucleo più legato per nucleone ha una massa minore per nucleone. Se un nucleo pesante come l'uranio si spezza in due nuclei di massa intermedia, come avviene nella **fissione**, ogni nucleone passa da circa 7,6 a circa 8,5 MeV di legame: il sistema finale è più legato, ha massa minore, e la differenza, quasi 1 MeV per nucleone, viene liberata. Se due nuclei leggeri si uniscono in uno più pesante, come nella **fusione**, si sale la ripida parte sinistra della curva, e il guadagno per nucleone è ancora maggiore. Nei nuclei vicini al ferro, invece, né la fissione né la fusione liberano energia. Questi processi sono l'argomento del capitolo 15.

ERRORE FREQUENTE

«Un nucleo con energia di legame grande contiene molta energia, e la libera quando decade.» **No.** L'energia di legame è l'energia che bisogna **fornire** per smontare il nucleo, non un'energia immagazzinata dentro di esso. Un nucleo con E_B/A grande è più legato, ha meno massa per nucleone ed è più difficile da trasformare. Si libera energia quando si passa da nuclei **meno** legati a nuclei **più** legati.

14.3 La radioattività

14.3.1 Una scoperta inattesa

La radiazione emessa dall'uranio, scoperta da Henri Becquerel nel 1896, non dipendeva dalla luce né dal composto chimico: dipendeva solo dalla quantità di uranio presente. Era quindi una proprietà degli atomi stessi. Nel 1898 Marie e Pierre Curie scoprirono nei minerali di uranio due nuovi elementi molto più attivi, il polonio e il radio, e Marie Curie diede al fenomeno il nome di **radioattività**: l'emissione spontanea di radiazione da parte di nuclei instabili, che si trasformano in nuclei diversi. Né il calore, né la pressione, né i legami chimici cambiano in modo apprezzabile la radioattività di un nucleo: le energie in gioco nel nucleo sono milioni di volte maggiori.

Facendo passare la radiazione fra le armature di un condensatore o fra i poli di una calamita, si riconobbero presto tre componenti: una deviata come cariche positive, poco penetrante, chiamata α; una deviata come cariche negative, più penetrante, chiamata β; una non deviata e molto penetrante, chiamata γ. Rutherford dimostrò che le particelle α sono nuclei di elio-4, le β si rivelarono elettroni veloci e i raggi γ fotoni di alta energia (capitolo 6). Ciascun tipo di emissione corrisponde a un diverso tipo di **decadimento radioattivo**: il nucleo di partenza si chiama nucleo *genitore*, quello che rimane nucleo *figlio*.

14.3.2 Le leggi di conservazione nei decadimenti

Ogni decadimento rispetta le leggi di conservazione che conosci, più una nuova:

- **la carica elettrica**: la somma dei numeri atomici (e delle cariche delle particelle emesse) è la stessa prima e dopo;
- **il numero di nucleoni**: la somma dei numeri di massa è la stessa prima e dopo;
- **l'energia**, compresa l'energia a riposo, e **la quantità di moto**.

Il decadimento è possibile soltanto se la massa del genitore è maggiore della somma delle masse dei prodotti. La differenza, moltiplicata per c^2, è l'energia liberata, che si chiama **valore Q** del decadimento:

$$Q = (m_{\text{iniziale}} - m_{\text{finale}})c^2$$

Il valore Q diventa energia cinetica dei prodotti (ed eventualmente energia di fotoni γ). Un decadimento con $Q < 0$ non avviene spontaneamente.

14.3.3 Il decadimento alfa

Nel **decadimento alfa** il nucleo emette una particella α, cioè un nucleo ${}^4_2\text{He}$: il numero atomico diminuisce di 2 e il numero di massa di 4.

$$^{A}_{Z}\mathrm{X} \rightarrow {}^{A-4}_{Z-2}\mathrm{Y} + {}^{4}_{2}\mathrm{He}$$

È tipico dei nuclei pesanti, oltre il piombo: emettendo un frammento molto legato come l'elio-4 il nucleo riduce la repulsione elettrica e scende lungo la valle di stabilità (in basso a sinistra nella Figura 14.1). Un esempio è il decadimento del radio-226 in radon-222, $^{226}_{88}\mathrm{Ra} \rightarrow {}^{222}_{86}\mathrm{Rn} + {}^{4}_{2}\mathrm{He}$: si conservano la carica ($88 = 86 + 2$) e il numero di nucleoni ($226 = 222 + 4$).

Per calcolare il valore Q servono masse che non sono nella Tabella A.3. La Tabella 14.2 raccoglie quelle che userai in questo capitolo.

Tabella 14.2 Masse atomiche di alcuni nuclidi usati nel capitolo (atomi neutri, elettroni compresi; valori arrotondati alla sesta cifra decimale). Gli altri nuclidi sono nella Tabella A.3.

Nuclide	Massa (u)	Nuclide	Massa (u)
^{3}He	3,016 029	^{60}Ni	59,930 786
^{14}C	14,003 242	^{206}Pb	205,974 465
^{14}N	14,003 074	^{210}Po	209,982 874
^{18}O	17,999 160	^{222}Rn	222,017 578
^{18}F	18,000 937	^{226}Ra	226,025 410
^{22}Ne	21,991 385	^{234}Th	234,043 601
^{22}Na	21,994 437	^{234}U	234,040 952
^{60}Co	59,933 817	^{238}U	238,050 788
		^{238}Pu	238,049 560

ESEMPIO SVOLTO

L'energia delle particelle α del radio

Problema. a) Verifica la conservazione della carica e del numero di nucleoni nel decadimento $^{226}_{88}\mathrm{Ra} \to {}^{222}_{86}\mathrm{Rn} + \alpha$ e calcola il valore Q. b) Il radio è fermo quando decade: calcola l'energia cinetica della particella α e quella del nucleo di radon. c) Confronta con il valore misurato, 4,78 MeV.

Passo 1: le conservazioni. Carica: 88 = 86 + 2. Nucleoni: 226 = 222 + 4. ✓

Passo 2: il valore Q. Con le masse atomiche gli elettroni si compensano (88 a sinistra, 86 + 2 a destra): $Q = [m(^{226}\mathrm{Ra}) - m(^{222}\mathrm{Rn}) - m(^{4}\mathrm{He})]c^2 = (226{,}025\,410 - 222{,}017\,578 - 4{,}002\,603)\ \mathrm{u} \cdot c^2 = 0{,}005\,229\ \mathrm{u} \cdot c^2 = 0{,}005\,229 \times 931{,}5\ \mathrm{MeV} = 4{,}871\ \mathrm{MeV}$.

Passo 3: la quantità di moto. Prima del decadimento la quantità di moto è nulla, e tale resta: α e radon partono in versi opposti con quantità di moto di uguale modulo p. Le energie cinetiche (qualche MeV) sono molto minori delle energie a riposo (la particella α ha $mc^2 \approx 3{,}7$ GeV), quindi va bene la meccanica classica: $K = p^2/(2m)$. Con la stessa p, le energie cinetiche sono inversamente proporzionali alle masse: $K_{\mathrm{Rn}}/K_\alpha = m_\alpha/m_{\mathrm{Rn}} \approx 4/222$.

Passo 4: la ripartizione. Poiché $K_\alpha + K_{\mathrm{Rn}} = Q$:

$$K_\alpha = Q\frac{m_{\mathrm{Rn}}}{m_\alpha + m_{\mathrm{Rn}}} \approx 4{,}871\ \mathrm{MeV} \times \frac{222}{226} = 4{,}785\ \mathrm{MeV}$$

$$K_{\mathrm{Rn}} = Q - K_\alpha = 4{,}871\ \mathrm{MeV} - 4{,}785\ \mathrm{MeV} = 0{,}086\ \mathrm{MeV}$$

Passo 5: il confronto. Il valore calcolato, 4,79 MeV, coincide con quello misurato. La particella α porta via il 98% dell'energia; il nucleo di radon rincula con circa 86 keV.

Controllo. Il decadimento ha due soli prodotti, e la conservazione dell'energia e della quantità di moto fissa le loro energie: tutte le particelle α di questo decadimento hanno la **stessa** energia. È ciò che si osserva (Figura 14.3a): la riga principale a 4,78 MeV e una più debole a 4,60 MeV, che corrisponde ai decadimenti in cui il radon nasce in uno stato eccitato e poi emette un fotone γ di circa 0,19 MeV.

Le energie delle particelle α emesse dai nuclei naturali stanno tutte fra circa 4 e 9 MeV, eppure i tempi di dimezzamento (che definiremo fra poco) vanno da frazioni di microsecondo a miliardi di anni. La ragione è quantistica. Fuori dal nucleo la particella α è respinta dalla carica del nucleo figlio, e la barriera di potenziale elettrico che dovrebbe superare per uscire è alta più di 20 MeV: classicamente non uscirebbe mai. Esce per effetto tunnel (capitolo 13), con una probabilità che dipende in modo estremamente sensibile dall'energia: piccole differenze di Q producono differenze enormi di vita media.

14.3.4 Il decadimento beta e il neutrino

Nel **decadimento beta meno** (β^-) un neutrone del nucleo si trasforma in un protone, e vengono emessi un elettrone e una particella neutra, l'antineutrino $\bar{\nu}$: il numero atomico aumenta di 1 e il numero di massa resta uguale. È il decadimento dei nuclei che hanno troppi neutroni, sopra la valle di stabilità: il nuclide si sposta in basso a destra nella Figura 14.1. Un esempio è il carbonio-14:

$$^{14}_{6}\mathrm{C} \rightarrow {}^{14}_{7}\mathrm{N} + \mathrm{e}^- + \bar{\nu}$$

L'elettrone non esisteva nel nucleo: nasce nel processo, come un fotone quando un atomo si diseccita. Anche un neutrone libero decade così, con un tempo di dimezzamento di circa 10 minuti. Nel **decadimento beta più** (β^+) un protone del nucleo si trasforma in un neutrone, e vengono emessi un positrone, l'antiparticella dell'elettrone, con la stessa massa e carica $+e$ (capitolo 16), e un neutrino ν. Riguarda i nuclei con troppi protoni, sotto la valle; un esempio è il fluoro-18, usato in medicina: $^{18}_{9}\mathrm{F} \rightarrow {}^{18}_{8}\mathrm{O} + \mathrm{e}^+ + \nu$. Un protone libero, più leggero del neutrone, non può decadere così: nel nucleo è il bilancio delle energie di legame a renderlo possibile. In alternativa al β^+, il nucleo può catturare uno degli elettroni più interni del proprio atomo ed emettere solo un neutrino: è la **cattura elettronica**.

Per i valori Q dei decadimenti β, con le masse atomiche, bisogna contare gli elettroni. Nel β^- il nucleo figlio ha un protone in più: l'atomo figlio neutro ha un elettrone in più del genitore, e quell'elettrone è proprio la massa dell'elettrone emesso. Quindi $Q = [m(\text{genitore}) - m(\text{figlio})]c^2$, e le masse elettroniche si compensano. Nel β^+ l'atomo figlio ha un elettrone in **meno**, e in più viene emesso un positrone: si perdono due masse elettroniche, e

$$\beta^-\text{: } Q = [m_{\text{genitore}} - m_{\text{figlio}}]c^2 \qquad \beta^+\text{: } Q = [m_{\text{genitore}} - m_{\text{figlio}} - 2m_{\text{e}}]c^2$$

Per il carbonio-14, $Q = (14{,}003\,242 - 14{,}003\,074)\ \text{u} \cdot c^2 = 0{,}000\,168 \times 931{,}5\ \text{MeV} = 0{,}156\ \text{MeV}$. Per il sodio-22, che decade β^+ in neon-22, $Q = (21{,}994\,437 - 21{,}991\,385 - 2 \times 0{,}000\,549) \times 931{,}5\ \text{MeV} = 1{,}820\ \text{MeV}$: senza il termine $2m_{\text{e}}c^2 = 1{,}022\ \text{MeV}$ si sbaglierebbe di più del 50%.

Il decadimento β nascondeva un problema serio. Se un nucleo emettesse solo un elettrone, i prodotti sarebbero due, e come nel decadimento α tutti gli elettroni dovrebbero uscire con la stessa energia, uguale a Q a meno del piccolo rinculo. Le misure mostravano invece uno **spettro continuo** (Figura 14.3b): gli elettroni escono con tutte le energie da zero fino a Q, e la maggior parte con molto meno. Sembrava che una parte dell'energia sparisse. Nel 1930 Wolfgang Pauli propose una soluzione «disperata», come lui stesso la definì: nel decadimento viene emessa anche una particella neutra, di massa piccolissima, che interagisce così poco con la materia da sfuggire a ogni rivelatore e si porta via l'energia mancante. Enrico Fermi la chiamò **neutrino** («piccolo neutrone») e costruì su di essa la prima teoria del decadimento β. Con tre prodotti l'energia si può ripartire in infiniti modi, e lo spettro continuo è spiegato. Il neutrino fu

rivelato direttamente solo nel 1956, vicino a un reattore nucleare, che ne produce un flusso enorme.

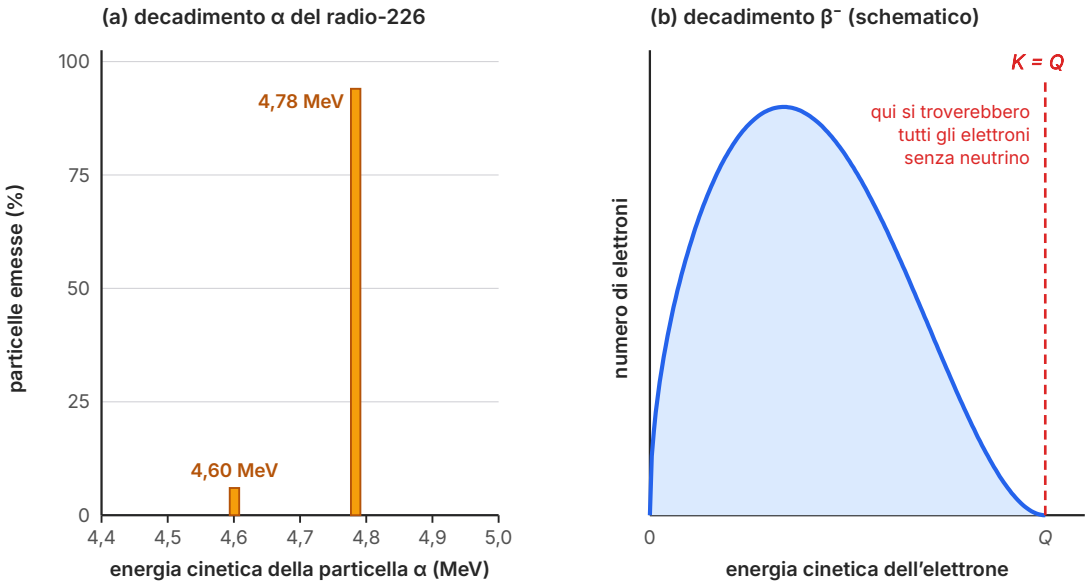

Figura 14.3 (a) Lo spettro delle energie delle particelle α emesse dal radio-226: due righe sottili, a 4,78 MeV (circa il 94% dei decadimenti) e a 4,60 MeV (circa il 6%). (b) Lo spettro dell'energia cinetica degli elettroni nel decadimento β^- (andamento schematico, calcolato con un modello semplificato per Q = 1 MeV): è continuo, da 0 al valore massimo Q, e l'energia mancante è portata via dall'antineutrino.

14.3.5 Il decadimento gamma

Come un atomo, anche un nucleo ha livelli energetici discreti, ma separati da energie migliaia o milioni di volte maggiori, dell'ordine dei keV e dei MeV. Spesso un decadimento α o β lascia il nucleo figlio in uno stato eccitato, che si diseccita emettendo un fotone γ: è il **decadimento gamma**, in cui Z e A non cambiano. Per esempio il cobalto-60 decade β^- in uno stato eccitato del nichel-60, che emette in rapida successione due fotoni γ di 1,17 MeV e 1,33 MeV: sono questi fotoni, non gli elettroni, a rendere il cobalto-60 utile per sterilizzare e per alcune apparecchiature di radioterapia. Le energie dei fotoni γ di un nuclide sono una sua «impronta digitale», come le righe spettrali di un atomo (capitolo 12), e permettono di riconoscerlo.

DA RICORDARE

I quattro decadimenti in una tabella

Tabella 14.3 I principali tipi di decadimento radioattivo.

Decadimento	Che cosa viene emesso	Variazione di Z	Variazione di A	Esempio
α	nucleo di ^{4}He	−2	−4	$^{226}Ra \rightarrow {}^{222}Rn$
β^-	elettrone e antineutrino	+1	0	$^{14}C \rightarrow {}^{14}N$
β^+	positrone e neutrino	−1	0	$^{18}F \rightarrow {}^{18}O$
cattura elettronica	neutrino (un elettrone atomico viene assorbito)	−1	0	$^{7}Be \rightarrow {}^{7}Li$
γ	fotone	0	0	^{60}Ni eccitato → ^{60}Ni

In ogni equazione controlla che la somma dei numeri in alto e quella dei numeri in basso siano uguali a sinistra e a destra; l'elettrone conta come ${}^{0}_{-1}e$, il positrone come ${}^{0}_{+1}e$, la particella α come ${}^{4}_{2}He$.

14.3.6 Penetrazione e ionizzazione

Le radiazioni α, β e γ, e i raggi X, sono radiazioni ionizzanti (capitolo 6): hanno energia sufficiente per strappare elettroni agli atomi che incontrano: una particella di qualche MeV produce decine di migliaia di ionizzazioni, perdendo energia un poco alla volta finché si ferma. La particella α, con carica doppia e molto più lenta di un elettrone della stessa energia, ionizza densamente e si ferma dopo qualche centimetro d'aria, in un foglio di carta o nello strato esterno della pelle, fatto di cellule morte. Gli elettroni β ionizzano meno densamente e attraversano qualche metro d'aria e qualche millimetro di alluminio. I fotoni γ, neutri, non perdono energia gradualmente: ciascun fotone o attraversa il materiale senza interagire o viene assorbito o diffuso in un singolo evento (per esempio per effetto fotoelettrico o Compton, capitolo 11). Per questo un fascio di raggi γ non ha una «gittata»: viene attenuato in modo esponenziale, e servono alcuni centimetri di piombo o decine di centimetri di cemento per ridurlo molto (Figura 14.4).

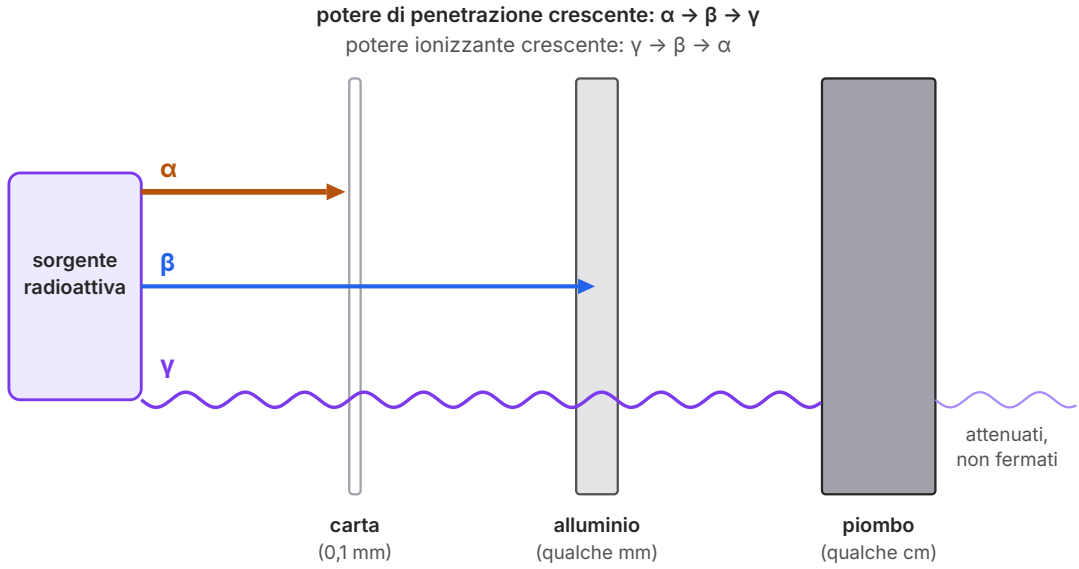

Figura 14.4 Il potere di penetrazione delle tre radiazioni (schema, non in scala). Le particelle α sono fermate da un foglio di carta, le β da qualche millimetro di alluminio; i raggi γ sono attenuati da alcuni centimetri di piombo ma non fermati del tutto. Il potere ionizzante, cioè il numero di ionizzazioni per unità di percorso, va nell'ordine inverso.

Le due proprietà vanno considerate insieme quando si valuta un pericolo. Una sorgente α esterna al corpo è quasi innocua, perché la radiazione non supera la pelle; la stessa sorgente inalata o ingerita è invece molto pericolosa, perché deposita tutta la sua energia in pochi centesimi di millimetro di tessuto vivo. Una sorgente γ è pericolosa anche a distanza, ma la sua energia si distribuisce in un volume molto maggiore.

14.3.7 Le famiglie radioattive e il radon

Spesso il nucleo figlio di un decadimento è a sua volta instabile, e decade in un altro nucleo, e così via, finché si arriva a un nuclide stabile: si forma una **serie radioattiva**, o famiglia. In natura ne esistono tre, che partono dall'uranio-238, dall'uranio-235 e dal torio-232, nuclidi con tempi di dimezzamento di centinaia di milioni o miliardi di anni, e che terminano in tre diversi isotopi stabili del piombo. La Tabella 14.4 riassume la serie dell'uranio-238: dopo otto decadimenti α e sei decadimenti β^- si arriva al piombo-206.

Tabella 14.4 La serie dell'uranio-238 (decadimenti principali; tempi di dimezzamento arrotondati). Il numero di massa diminuisce di 4 a ogni decadimento α e non cambia nei decadimenti β^-.

Nuclide	Decadimento	Tempo di dimezzamento	Nuclide	Decadimento	Tempo di dimezzamento
^{238}U	α	$4{,}47 \times 10^9$ anni	^{218}Po	α	3,1 minuti
^{234}Th	β^-	24 giorni	^{214}Pb	β^-	27 minuti
^{234}Pa	β^-	1,2 minuti	^{214}Bi	β^-	20 minuti
^{234}U	α	$2{,}45 \times 10^5$ anni	^{214}Po	α	164 µs
^{230}Th	α	$7{,}5 \times 10^4$ anni	^{210}Pb	β^-	22 anni
^{226}Ra	α	1600 anni	^{210}Bi	β^-	5,0 giorni
^{222}Rn	α	3,82 giorni	^{210}Po	α	138 giorni
			^{206}Pb	—	stabile

Puoi verificare il bilancio: il numero di massa scende da 238 a 206, cioè di $32 = 8 \times 4$, e il numero atomico da 92 a $92 - 8 \times 2 + 6 = 82$. Un anello della catena ha un ruolo speciale per la salute: il **radon-222**, figlio del radio-226. È un gas nobile, che esce dalle rocce e dai suoli contenenti uranio e può accumularsi negli ambienti chiusi poco ventilati, soprattutto ai piani bassi e nelle cantine. Respirato, il radon e i suoi figli a vita breve, polonio-218 e polonio-214, che sono solidi e si depositano nei polmoni, emettono particelle α direttamente sul tessuto polmonare. Secondo l'Organizzazione mondiale della sanità il radon è, dopo il fumo, la principale causa di tumore al polmone; la sua concentrazione negli edifici si misura in becquerel per metro cubo ed è soggetta a livelli di riferimento fissati dalla normativa.

14.4 La legge del decadimento radioattivo

14.4.1 Un processo casuale

Prendi un singolo nucleo di radon-222. Quando decadrà? Non è possibile saperlo: fra un minuto o fra un mese. La fisica quantistica (capitolo 13) non prevede l'istante del decadimento, ma solo la sua **probabilità**. E questa probabilità ha una proprietà notevole: in ogni piccolo intervallo di tempo Δt la probabilità che un nucleo non ancora decaduto decada è sempre la stessa, $\lambda \Delta t$, indipendentemente da quanto tempo il nucleo è già vissuto. Un nucleo non invecchia: un nucleo di radon «nato» un mese fa e uno nato un istante fa hanno la stessa probabilità di decadere nel prossimo secondo. La costante λ, che ha le dimensioni dell'inverso di un tempo e si misura in s^{-1}, è la **costante di decadimento**: è la probabilità di decadimento per unità di tempo, ed è una caratteristica del nuclide. Per il radon-222, $\lambda = 2{,}10 \times 10^{-6}\ s^{-1}$: in un secondo decade circa un nucleo ogni mezzo milione.

Il comportamento di un singolo nucleo è imprevedibile, ma quello di un grande numero di nuclei è prevedibile con grande precisione, come il numero di teste in milioni di lanci di una moneta (in *Matematica 4* hai studiato la legge dei grandi numeri). Se in un campione ci sono N nuclei non ancora decaduti, nell'intervallo Δt ne decadono in media $N\lambda\Delta t$, e il numero di nuclei rimasti diminuisce di

$$\Delta N = -\lambda N \Delta t$$

14.4.2 La legge esponenziale

L'equazione dice che la rapidità con cui N diminuisce è proporzionale a N stesso. Quando l'intervallo Δt tende a zero, il rapporto $\Delta N/\Delta t$ diventa la derivata di N rispetto al tempo, e si ottiene l'equazione

$$\frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}t} = -\lambda N$$

Un'equazione che lega una funzione alla sua derivata si chiama equazione differenziale: le stai studiando in matematica, e questa è una delle più semplici e importanti. La sua soluzione, con $N(0) = N_0$ nuclei all'istante iniziale, è

$$N(t) = N_0\, \mathrm{e}^{-\lambda t}$$

Lo puoi verificare derivando: la derivata di $\mathrm{e}^{-\lambda t}$ è $-\lambda \mathrm{e}^{-\lambda t}$, quindi $\mathrm{d}N/\mathrm{d}t = -\lambda N_0 \mathrm{e}^{-\lambda t} = -\lambda N$; inoltre $N(0) = N_0 \mathrm{e}^0 = N_0$. Anche senza derivate puoi convincerti che la soluzione è esponenziale. Se dividi il tempo in tanti intervalli uguali e piccoli Δt, in ognuno decade la stessa **frazione** $\lambda\Delta t$ dei nuclei presenti: dopo ogni intervallo N viene moltiplicato per lo stesso fattore $(1 - \lambda\Delta t)$. Una grandezza che a intervalli di tempo uguali viene moltiplicata per lo stesso fattore è una funzione esponenziale del tempo, come un capitale a interesse composto: qui il fattore è minore di 1, e la grandezza diminuisce. È lo stesso andamento della carica di un condensatore che si scarica attraverso un resistore (*Fisica 4*, capitolo 14), e per la stessa ragione.

14.4.3 Tempo di dimezzamento e vita media

Il tempo dopo il quale metà dei nuclei di un campione è decaduta si chiama **tempo di dimezzamento** $T_{1/2}$. Ponendo $N(T_{1/2}) = N_0/2$ nella legge esponenziale si ottiene $\mathrm{e}^{-\lambda T_{1/2}} = 1/2$, cioè $\lambda T_{1/2} = \ln 2$:

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} \approx \frac{0{,}693}{\lambda}$$

Il tempo di dimezzamento non dipende da quanti nuclei ci sono: dopo $T_{1/2}$ ne resta metà, dopo altri $T_{1/2}$ metà della metà, cioè un quarto, poi un ottavo, e così via. Dopo un tempo t si sono susseguiti $t/T_{1/2}$ dimezzamenti, e la legge del decadimento si può scrivere anche

$$N(t) = N_0 \left(\frac{1}{2}\right)^{t/T_{1/2}}$$

che è la forma più comoda quando il tempo è un multiplo semplice di $T_{1/2}$. I tempi di dimezzamento dei nuclidi radioattivi coprono un intervallo vastissimo: dai 164 microsecondi del polonio-214 ai 4,47 miliardi di anni dell'uranio-238 (Tabella 14.4 e Tabella A.4 in appendice). La Figura 14.5a mostra la legge in scala lineare; nella Figura 14.5b la stessa legge è disegnata con l'asse verticale in scala logaritmica, e diventa una retta: infatti $\ln N = \ln N_0 - \lambda t$ è una funzione lineare di t, con pendenza $-\lambda$. Il grafico semilogaritmico è il modo più semplice per riconoscere un decadimento esponenziale nei dati e per misurarne la costante.

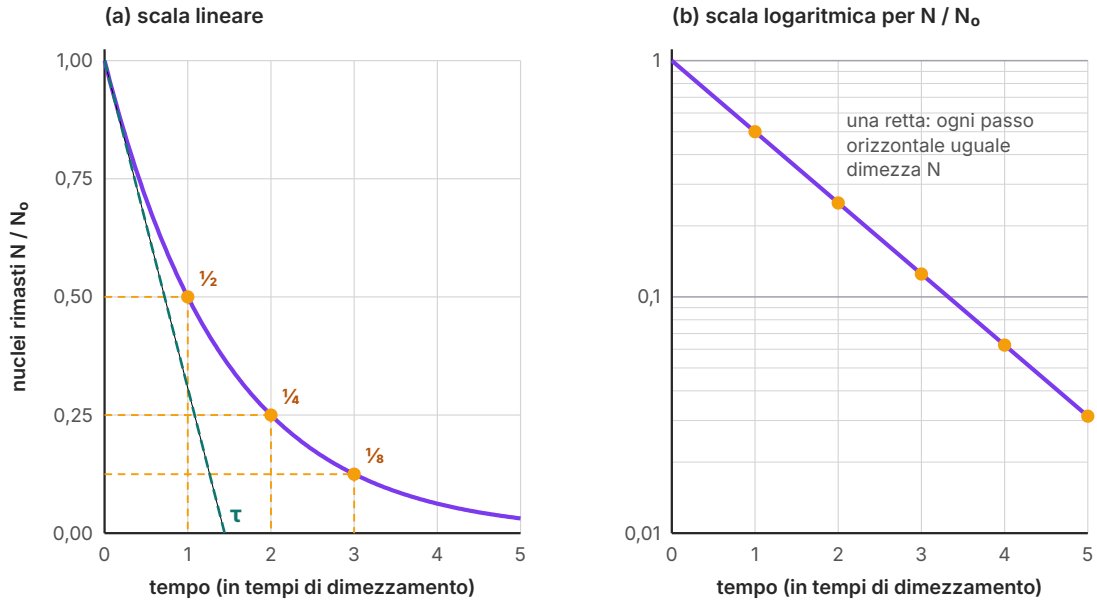

Figura 14.5 La legge del decadimento radioattivo. (a) In scala lineare: dopo uno, due e tre tempi di dimezzamento restano ½, ¼ e ⅛ dei nuclei iniziali. La tangente alla curva in $t = 0$ incontra l'asse dei tempi in $\tau = 1/\lambda \approx 1{,}44\ T_{1/2}$. (b) Con l'asse verticale logaritmico la stessa legge è una retta, di pendenza $-\lambda$.

Quanto vive in media un nucleo? Alcuni decadono subito, altri dopo moltissimo tempo; facendo la media delle durate di vita di tutti i nuclei di un campione (un calcolo che richiede gli integrali) si trova la **vita media**

$$\tau = \frac{1}{\lambda} = \frac{T_{1/2}}{\ln 2} \approx 1{,}44\ T_{1/2}$$

Dopo un tempo τ restano $N_0 e^{-1} \approx 0{,}37\ N_0$ nuclei, cioè ne è decaduto il 63%, come per la costante di tempo di un circuito RC. Il significato di τ si legge anche sul grafico: se i nuclei continuassero

a decadere con la rapidità iniziale, λN_0, il campione si esaurirebbe esattamente nel tempo $N_0/(\lambda N_0) = 1/\lambda$: è il punto in cui la tangente iniziale della Figura 14.5a incontra l'asse dei tempi.

14.4.4 L'attività

Quello che un rivelatore misura non è il numero di nuclei di un campione, ma il numero di decadimenti al secondo. Questo numero si chiama **attività** R del campione (molti testi la indicano con A; qui la lettera A è riservata al numero di massa):

$$R = \lambda N$$

L'attività si misura in **becquerel** (Bq): 1 Bq è un decadimento al secondo. È un'unità molto piccola, e si usano spesso i multipli kBq, MBq e GBq. Una vecchia unità ancora in uso è il curie, 1 Ci = $3{,}7 \times 10^{10}$ Bq, scelta in origine come l'attività di circa un grammo di radio-226 (lo verificherai in un esercizio). Poiché R è proporzionale a N, l'attività diminuisce con la stessa legge: $R(t) = R_0 e^{-\lambda t}$, con lo stesso tempo di dimezzamento. A parità di numero di nuclei, un nuclide con tempo di dimezzamento breve è molto attivo e si esaurisce in fretta; uno con tempo di dimezzamento lunghissimo, come l'uranio-238, è debolmente attivo ma dura miliardi di anni.

Un esempio: un campione contiene $1{,}0 \times 10^{12}$ nuclei di iodio-131 ($T_{1/2}$ = 8,02 giorni). La costante di decadimento, in s^{-1}, è $\lambda = \ln 2/(8{,}02 \times 86\,400\ \text{s}) = 1{,}00 \times 10^{-6}\ s^{-1}$, e l'attività è $R = 1{,}00 \times 10^{-6}\ s^{-1} \times 1{,}0 \times 10^{12} = 1{,}0 \times 10^{6}$ Bq = 1,0 MBq. Dopo 16 giorni, due tempi di dimezzamento, l'attività è scesa a 0,25 MBq. Nota che per ottenere l'attività in becquerel la costante di decadimento va espressa in s^{-1}.

ESEMPIO SVOLTO

Dal grafico semilogaritmico al tempo di dimezzamento

Problema. Un campione prodotto in un ciclotrone per uso medico contiene un nuclide radioattivo sconosciuto. Un rivelatore conta i decadimenti in un minuto, ogni 10 minuti; i conteggi, già corretti per il fondo, sono nella tabella (dati tipici). Determina la costante di decadimento e il tempo di dimezzamento, e riconosci il nuclide fra carbonio-11 ($T_{1/2}$ = 20,4 min), azoto-13 ($T_{1/2}$ = 9,97 min) e fluoro-18 ($T_{1/2}$ = 110 min).

Tabella 14.5 Conteggi in un minuto per il nuclide sconosciuto (dati tipici, corretti per il fondo).

t (min)	0	10	20	30	40	50	60
conteggi	1203	891	585	454	304	216	180
ln(conteggi)	7,09	6,79	6,37	6,12	5,72	5,38	5,19

Passo 1: la scelta del grafico. Se il decadimento è esponenziale, il logaritmo naturale dei conteggi è una funzione lineare del tempo, con pendenza $-\lambda$. Calcoliamo ln(conteggi), seconda riga della tabella, e riportiamolo in funzione di t: i punti si dispongono, entro le fluttuazioni statistiche, lungo una retta.

Passo 2: la pendenza. La retta che meglio approssima i punti (retta dei minimi quadrati, o tracciata a occhio) ha pendenza $-0{,}0328\ \text{min}^{-1}$. Una stima rapida con il primo e l'ultimo punto dà $(5{,}19 - 7{,}09)/(60\ \text{min}) = -0{,}032\ \text{min}^{-1}$, in buon accordo. Quindi $\lambda = 0{,}033\ \text{min}^{-1} = 5{,}5 \times 10^{-4}\ \text{s}^{-1}$.

Passo 3: il tempo di dimezzamento. $T_{1/2} = \ln 2/\lambda = 0{,}693/(0{,}0328\ \text{min}^{-1}) = 21$ min. Il nuclide è il carbonio-11: il valore misurato differisce di meno del 4% da 20,4 min, mentre è lontanissimo dagli altri due.

Passo 4: un controllo sui dati grezzi. In 20 minuti, circa un tempo di dimezzamento, i conteggi passano da 1203 a 585, poco meno della metà; da 20 a 40 minuti da 585 a 304, circa la metà. ✓

Controllo. I conteggi sono numeri casuali: un conteggio di 180 ha un'incertezza statistica di circa $\sqrt{180} \approx 13$, cioè del 7%, mentre il conteggio iniziale ha un'incertezza del 3%. Per questo gli ultimi punti del grafico si discostano di più dalla retta, e la stima con due soli punti è meno affidabile di quella con tutti i punti.

14.4.5 Datare il passato

Le leggi del decadimento sono un orologio naturale. Il **carbonio-14** si forma continuamente nell'alta atmosfera, quando i neutroni prodotti dai raggi cosmici colpiscono nuclei di azoto-14: $n + {}^{14}_{7}\text{N} \rightarrow {}^{14}_{6}\text{C} + p$. Il carbonio-14 si combina con l'ossigeno in anidride carbonica e, attraverso la fotosintesi e le catene alimentari, entra in tutti gli esseri viventi. Poiché la produzione e il decadimento si bilanciano, nell'atmosfera e negli organismi vivi la proporzione fra carbonio-14 e

carbonio-12 è circa costante: circa 1,2 atomi di carbonio-14 ogni 10^{12} atomi di carbonio, che danno un'attività di circa 0,23 Bq per grammo di carbonio. Quando l'organismo muore, smette di scambiare carbonio con l'ambiente, e il suo carbonio-14 decade con $T_{1/2} = 5730$ anni senza essere rimpiazzato (Figura 14.6). Misurando l'attività per grammo di carbonio in un reperto di legno, osso o tessuto, si ricava il tempo trascorso dalla morte: è la **datazione al radiocarbonio**. Il metodo funziona fino a circa 50 000 anni: oltre, il carbonio-14 rimasto è circa lo 0,2% di quello iniziale e diventa troppo difficile da misurare. Le date reali richiedono anche una calibrazione, perché la produzione di carbonio-14 nell'atmosfera non è stata esattamente costante nel tempo.

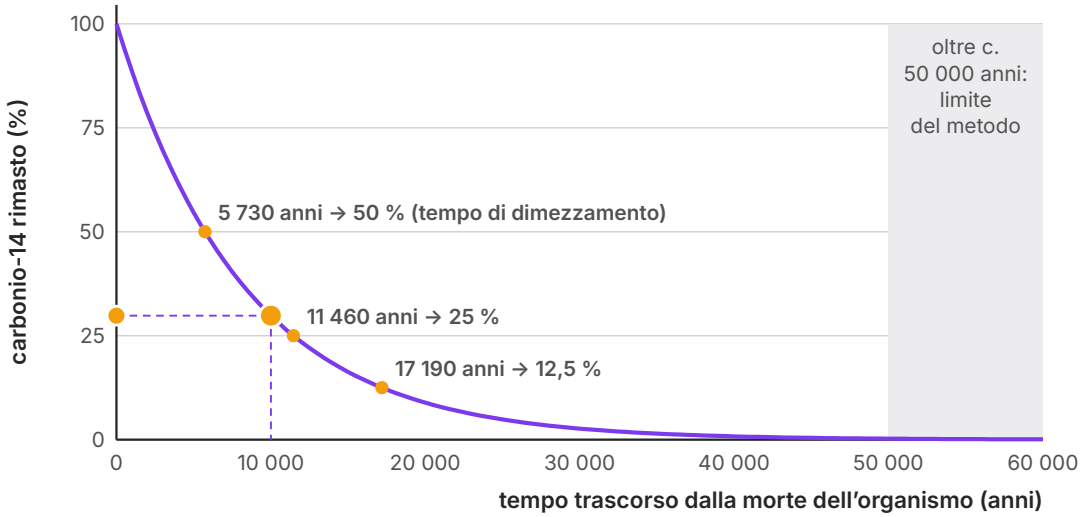

Figura 14.6 Il decadimento del carbonio-14 in un organismo morto, $N/N_0 = (½)^{t/5730\ \text{anni}}$. Dopo 5730, 11 460 e 17 190 anni restano il 50%, il 25% e il 12,5% del carbonio-14 iniziale; il punto evidenziato corrisponde a 10 000 anni, dopo i quali ne resta il 29,9%. Oltre circa 50 000 anni il metodo non è più applicabile. Nella versione interattiva si sceglie il tempo trascorso e si legge la percentuale rimasta, oppure si imposta la percentuale misurata e si legge l'età.

Per tempi geologici servono nuclidi molto più longevi. La **datazione uranio-piombo** sfrutta la serie dell'uranio-238 (Tabella 14.4): ogni nucleo di uranio-238 che decade diventa, dopo una catena di passaggi tutti molto più rapidi, un nucleo di piombo-206. Alcuni minerali, come lo zircone, quando cristallizzano inglobano uranio ma quasi niente piombo: tutto il piombo-206 che vi si trova oggi è stato prodotto dall'uranio. Contando gli atomi dei due nuclidi si ricava l'età del cristallo. Con questo metodo si misura l'età della Terra e del Sistema solare, circa 4,5 miliardi di anni: per coincidenza, un valore molto vicino al tempo di dimezzamento dell'uranio-238.

ESEMPIO SVOLTO

Due orologi: il legno e lo zircone

Problema. a) Un frammento di carbone di un focolare preistorico ha un'attività di 0,115 Bq per grammo di carbonio; il carbonio dei vegetali vivi ha un'attività di 0,23 Bq/g. Calcola l'età del focolare. b) In un cristallo di zircone si contano 0,80 atomi di piombo-206 per ogni atomo di uranio-238. Supponendo che il cristallo non contenesse piombo quando si è formato e che non abbia perso né uranio né piombo, calcolane l'età ($T_{1/2} = 4{,}47 \times 10^9$ anni).

Passo 1: il carbonio, l'idea. L'attività per grammo di carbonio è proporzionale al numero di nuclei di carbonio-14 per grammo, quindi decresce con la stessa legge: $R/R_0 = (\tfrac{1}{2})^{t/T_{1/2}}$. Qui $R/R_0 = 0{,}115/0{,}23 = 0{,}50$: è passato esattamente un tempo di dimezzamento, $t = 5730$ anni $\approx 5{,}7 \times 10^3$ anni.

Passo 2: la formula generale. Prendendo il logaritmo in base 2 della legge, $t/T_{1/2} = \log_2(R_0/R)$, cioè $t = T_{1/2} \cdot \ln(R_0/R)/\ln 2$. Se l'attività misurata fosse 0,060 Bq/g, si otterrebbe $t = 5730$ anni $\times \ln(0{,}23/0{,}060)/0{,}693 = 5730$ anni $\times 1{,}94 = 1{,}1 \times 10^4$ anni.

Passo 3: lo zircone, il bilancio dei nuclei. Sia N_U il numero di nuclei di uranio-238 rimasti oggi e N_{Pb} quello dei nuclei di piombo-206. Ogni nucleo di piombo era un nucleo di uranio, quindi all'inizio c'erano $N_0 = N_U + N_{Pb}$ nuclei di uranio (trascuriamo i pochi nuclei che si trovano, in un dato istante, a metà della catena: i loro tempi di dimezzamento sono brevissimi rispetto a quello dell'uranio).

Passo 4: l'età. $N_0/N_U = 1 + N_{Pb}/N_U = 1{,}80$. Dalla legge del decadimento:

$$t = T_{1/2}\frac{\ln(N_0/N_U)}{\ln 2} = 4{,}47 \times 10^9 \text{ anni} \times \frac{\ln 1{,}80}{\ln 2} = 4{,}47 \times 10^9 \text{ anni} \times 0{,}848 = 3{,}79 \times 10^9 \text{ anni}$$

Controllo. Il rapporto 0,80 è minore di 1: meno della metà dell'uranio iniziale è decaduta, e infatti l'età risulta minore di un tempo di dimezzamento. Il cristallo si è formato circa 3,8 miliardi di anni fa, una delle rocce più antiche della Terra. Il carbonio-14 non potrebbe datarlo (dopo 50 000 anni non ne resta quasi nulla), e l'uranio-238 non potrebbe datare il focolare: in 5730 anni ne decade meno di una parte su un milione. Ogni orologio va scelto con un tempo di dimezzamento confrontabile con l'età da misurare.

14.4.6 La statistica dei conteggi

Poiché il decadimento è casuale, anche il numero di decadimenti contati in un intervallo di tempo fissato lo è: ripetendo la misura con la stessa sorgente e lo stesso intervallo, si ottengono ogni volta valori diversi, che fluttuano intorno a un valore medio. Se il numero medio di conteggi è N, le fluttuazioni tipiche sono di circa $\sqrt{N}$ (è una proprietà della distribuzione di Poisson, che descrive gli eventi rari e indipendenti e che incontrerai in matematica fra le distribuzioni di probabilità). Per questo un conteggio N si riporta come $N \pm \sqrt{N}$: 100 conteggi hanno un'incer-

tezza del 10%, 10 000 conteggi dell'1%. L'**incertezza relativa** $1/\sqrt{N}$ diminuisce contando più a lungo: per dimezzarla bisogna contare quattro volte più a lungo. Inoltre ogni rivelatore conta anche in assenza di sorgenti, a causa della radioattività naturale dell'ambiente e dei raggi cosmici: questo fondo naturale va misurato a parte e sottratto.

COLLEGAMENTI

In laboratorio: il contatore Geiger e i dadi

Materiali. Un contatore Geiger-Müller collegato a un contatore di impulsi o a un sistema di acquisizione; una sorgente sigillata di raggi γ per uso didattico, maneggiata solo dall'insegnante con le pinze; un banco con un righello; un cronometro; per la seconda parte, 120 dadi a sei facce.

Procedimento. 1) Senza sorgenti nel laboratorio, conta gli impulsi del fondo per 60 s, dieci volte di seguito. 2) L'insegnante fissa la sorgente sul banco; misura i conteggi in 100 s con la finestra del tubo a distanze d di 5, 7, 10, 14, 20 e 28 cm, misurate fino a un punto di riferimento dentro il tubo. 3) Lancia i 120 dadi, togli quelli che mostrano il sei, conta quelli rimasti e ripeti dodici volte; ogni lancio rappresenta un intervallo di tempo, ogni dado un nucleo, il sei il decadimento.

Che cosa concludere. I dieci conteggi del fondo sono stati 15, 21, 32, 22, 21, 14, 17, 26, 24, 28 (dati tipici): la media è 22,0 e lo scarto quadratico medio è 5,7, mentre la statistica di Poisson prevede fluttuazioni di $\sqrt{22} \approx 4{,}7$. Con soli dieci valori lo scarto quadratico medio è incerto di circa il 25%: i due valori sono compatibili. Il fondo vale 22,0/60 s = 0,37 conteggi al secondo, e va sottratto da ogni misura con la sorgente.

Tabella 14.6 Conteggi della sorgente γ in 100 s in funzione della distanza, e conteggi netti al secondo (dati tipici; incertezza sul conteggio $\sqrt{N}$; fondo 0,37 s^{-1} sottratto).

d (cm)	conteggi in 100 s	netti (s^{-1})	incertezza (s^{-1})
5	9807	97,7	1,0
7	5111	50,7	0,7
10	2443	24,1	0,5
14	1342	13,1	0,4
20	670	6,3	0,3
28	326	2,9	0,2

Se la sorgente emette fotoni in tutte le direzioni e l'aria non li assorbe, il numero di fotoni che attraversa la finestra del tubo è inversamente proporzionale al quadrato della distanza, come l'intensità di un'onda sferica (capitolo 5): $R_{\text{netto}} = k/d^2$. Su assi logaritmici (Figura 14.7a) una legge di potenza diventa una retta: $\log R = \log k - 2 \log d$, con pendenza −2. La retta che meglio approssima i punti, pesati con le loro incertezze, ha pendenza $-1{,}99 \pm 0{,}02$.

Nella seconda parte il numero di dadi rimasti è riportato nella Tabella 14.7 e nella Figura 14.7b. A ogni lancio un dado «decade» con probabilità 1/6, quindi in media resta una frazione 5/6 dei

dadi, e dopo n lanci ne restano $120 \cdot (5/6)^n$. Il tempo di dimezzamento, in lanci, si ottiene da $(5/6)^T = 1/2$: $T = \ln 2/\ln(6/5) = 3{,}80$ lanci. L'approssimazione $\lambda \approx 1/6$ per lancio darebbe $6 \ln 2 = 4{,}16$ lanci, un po' troppo: la formula $T_{1/2} = \ln 2/\lambda$ vale solo se in ogni intervallo decade una piccola frazione dei nuclei, e 1/6 non è piccolo.

Tabella 14.7 Dadi rimasti dopo ogni lancio (dati tipici, 120 dadi).

lancio	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
dadi	120	102	92	80	69	57	49	41	31	25	20	17	16

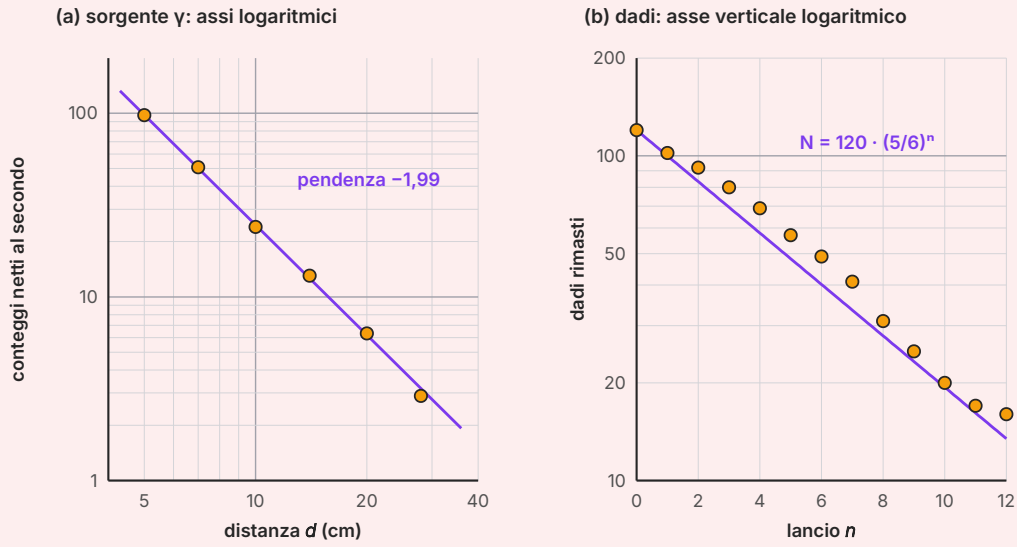

Figura 14.7 (a) I conteggi netti della Tabella 14.6 in funzione della distanza, su assi logaritmici: i punti stanno su una retta di pendenza −1,99, compatibile con la legge dell'inverso del quadrato (le barre d'incertezza sono più piccole dei punti). (b) I dadi rimasti della Tabella 14.7 con l'asse verticale logaritmico, e la previsione $120 \cdot (5/6)^n$ (retta viola).

Confronto teoria–esperimento. Per la sorgente γ la pendenza misurata, $-1{,}99 \pm 0{,}02$, è compatibile con il valore −2 previsto: l'intervallo di misura contiene il valore teorico. Per i dadi, la retta dei minimi quadrati dei logaritmi dà $T = 3{,}9$ lanci. Altri tre gruppi della classe, con 120 dadi ciascuno, hanno trovato 3,6, 3,6 e 4,2 lanci; la media dei quattro valori è 3,8 lanci, con un'incertezza, stimata dalla semidispersione, di 0,3 lanci. Il valore $3{,}8 \pm 0{,}3$ è compatibile con la previsione 3,80 lanci.

Sicurezza. Le sorgenti didattiche sono sigillate e di attività molto bassa, ma vanno maneggiate solo dall'insegnante, con le pinze, tenute il minimo tempo necessario fuori dal loro contenitore schermato e mai portate vicino al viso. Non si aprono, non si toccano con le mani e non si

usano mai sorgenti non sigillate. Tempo breve, distanza grande e schermatura sono le tre regole di ogni attività con le radiazioni.

Per la relazione. Riporta il grafico log–log con le barre d'incertezza e la retta, e spiega perché a piccole distanze conta il punto di riferimento scelto dentro il tubo. Per i dadi, spiega perché con 12 dadi il grafico sarebbe molto più irregolare, collegando l'osservazione alla statistica $\sqrt{N}$.

14.5 Radiazioni e salute

14.5.1 Misurare la dose

Le radiazioni ionizzanti danneggiano i tessuti perché ionizzano le molecole delle cellule, in particolare il DNA, direttamente o attraverso i radicali liberi prodotti nell'acqua. Il danno dipende anzitutto dall'energia che la radiazione deposita nel tessuto. La **dose assorbita** D è l'energia assorbita per unità di massa del materiale irraggiato:

$$D = \frac{E_{\text{assorbita}}}{m}$$

Si misura in **gray** (Gy): 1 Gy = 1 J/kg. Un gray è un'energia piccolissima dal punto di vista termico, perché alza la temperatura dell'acqua di circa due decimillesimi di grado; eppure una dose di qualche gray, ricevuta in poco tempo da tutto il corpo, è molto pericolosa. Ciò che conta non è il calore, ma il fatto che l'energia arriva concentrata in singoli eventi di ionizzazione che rompono molecole.

A parità di dose assorbita, le radiazioni non sono ugualmente dannose: le particelle α, che ionizzano in modo molto denso, producono nel DNA danni molto più difficili da riparare di quelli prodotti da elettroni e fotoni. Per tenerne conto si definisce la **dose equivalente** H, che moltiplica la dose assorbita per un fattore di peso della radiazione w_R, fissato dalle raccomandazioni internazionali di radioprotezione: $w_R = 1$ per fotoni ed elettroni, 20 per le particelle α, fra 2,5 e 20 per i neutroni, a seconda dell'energia.

$$H = w_R D$$

La dose equivalente si misura in **sievert** (Sv). Dimensionalmente anche il sievert è un J/kg, ma misura una grandezza diversa: un effetto biologico stimato, non un'energia. Infine, poiché organi diversi hanno sensibilità diverse, per valutare il rischio complessivo di un'esposizione che riguarda solo alcune parti del corpo si usa la **dose efficace**, una media pesata delle dosi equivalenti dei singoli organi, misurata anch'essa in sievert. Le dosi della vita quotidiana sono piccole, e si esprimono in millisievert (mSv) o microsievert (µSv).

14.5.2 Il fondo naturale e le fonti artificiali

Tutti siamo esposti continuamente a radiazioni ionizzanti di origine naturale: i raggi cosmici, più intensi in alta quota e in aereo; la radioattività delle rocce e dei materiali da costruzione; i nuclidi radioattivi presenti nel nostro stesso corpo, come il potassio-40 e il carbonio-14, che in una persona adulta producono alcune migliaia di decadimenti al secondo; e soprattutto il radon nelle abitazioni. Secondo le stime del Comitato scientifico delle Nazioni Unite sugli effetti delle radiazioni (UNSCEAR), la dose efficace media dovuta al fondo naturale è di circa 2,4 mSv all'anno nel mondo, con grandi variazioni da luogo a luogo, e circa metà è dovuta al radon. Fra le fonti artificiali la più importante sono gli esami medici: una radiografia del torace comporta una dose dell'ordine di qualche centesimo di millisievert, una TAC di qualche millisievert.

Dosi di alcuni sievert, ricevute in poco tempo da tutto il corpo, uccidono un gran numero di cellule e producono una malattia acuta che può essere mortale. Dosi basse, come quelle del fondo naturale, non hanno effetti immediati, ma aumentano di poco la probabilità di un tumore negli anni successivi. Per prudenza la radioprotezione assume che ogni dose, anche piccola, comporti un piccolo rischio, e mantiene ogni esposizione «tanto bassa quanto ragionevolmente possibile»: tempo breve, distanza, schermatura.

COLLEGAMENTI

I nuclei al servizio della medicina

La **medicina nucleare** usa nuclidi radioattivi come **traccianti**: si lega il nuclide a una molecola che il corpo tratta come se non fosse radioattiva e che si concentra in un organo, e si osserva dall'esterno dove va la radiazione. Il tecnezio-99m, un nucleo in uno stato eccitato di lunga durata ($T_{1/2} \approx 6{,}0$ ore), emette fotoni γ di 140 keV che attraversano il corpo e vengono raccolti da una gamma-camera: è il nuclide più usato nelle scintigrafie delle ossa, del cuore e della tiroide.

Nella **tomografia a emissione di positroni** (PET) si inietta una molecola simile al glucosio contenente fluoro-18, che decade β^+ con $T_{1/2} = 110$ minuti. Le cellule che consumano più glucosio, come molte cellule tumorali, ne accumulano di più. Ogni positrone, dopo un percorso di circa un millimetro, incontra un elettrone e i due si **annichilano**: la loro energia a riposo, $2 \times 0{,}511$ MeV, si trasforma in due fotoni γ di 511 keV che partono in versi opposti, per la conservazione della quantità di moto (capitolo 9). Un anello di rivelatori intorno al paziente registra le coppie di fotoni in coincidenza, e un calcolatore ricostruisce i punti in cui sono avvenute le annichilazioni.

La **radioterapia** concentra la dose sul tumore per distruggerne le cellule, risparmiando il più possibile i tessuti sani: oggi si usano soprattutto fasci di raggi X di alta energia prodotti da acceleratori lineari, e in alcuni centri fasci di protoni o di ioni carbonio. Lo iodio-131, che si concentra nella tiroide, serve sia alla diagnosi sia alla terapia di alcune malattie tiroidee.

APPROFONDIMENTO

Marie Curie e la radioattività

Maria Skłodowska nacque a Varsavia nel 1867, in una Polonia sotto il dominio russo in cui le donne non potevano iscriversi all'università. Si trasferì a Parigi, si laureò in fisica e in matematica alla Sorbona e sposò il fisico Pierre Curie. Per la tesi di dottorato studiò i «raggi uranici» di Becquerel, misurando la debole corrente che la radiazione produceva ionizzando l'aria fra due armature: scoprì che l'intensità dipendeva solo dalla quantità di uranio, e che anche il torio era attivo. L'attività era una proprietà atomica.

Alcuni minerali di uranio, come la pechblenda, erano però più attivi di quanto il loro contenuto di uranio giustificasse. I Curie ne dedussero che dovevano contenere tracce di elementi sconosciuti e molto più attivi, e nel 1898 annunciarono la scoperta del polonio, chiamato così in onore della Polonia, e del radio. Per isolare quantità pesabili di radio Marie Curie trattò chimicamente tonnellate di residui di pechblenda, in un capannone mal riscaldato, per anni. Nel 1903 condivise con Pierre Curie e Becquerel il premio Nobel per la fisica; nel 1911 ricevette da sola il premio Nobel per la chimica, per la scoperta del polonio e del radio e l'isolamento del radio. È stata la prima donna a ricevere un premio Nobel, e la sola persona premiata in due diverse discipline scientifiche. Morì nel 1934 di una malattia del sangue attribuita alla lunga esposizione alle radiazioni, di cui ai tempi delle sue ricerche non si conoscevano i rischi.

DA RICORDARE

Verso l'esame: il nucleo nella seconda prova

La fisica nucleare appartiene al nucleo tematico **Energia e materia**, e il quadro di riferimento chiede di applicare l'equivalenza massa-energia ai decadimenti, alla fissione e alla fusione. Le richieste tipiche: completare un'equazione di decadimento controllando Z e A; calcolare un valore Q o un'energia di legame dalle masse; usare la legge esponenziale e l'attività per stimare un'età, una dose, un tempo di attesa; leggere un grafico semilogaritmico.

Le insidie ricorrenti: usare la massa del protone con le masse atomiche; dimenticare $-2m_e c^2$ nel β^+; usare λ in anni^{-1} o giorni^{-1} quando si vuole l'attività in becquerel; pensare che dopo due tempi di dimezzamento non resti nulla; confondere gray e sievert. Converti sempre esplicitamente fra u, MeV e joule ($1\ \text{MeV} = 1{,}60 \times 10^{-13}\ \text{J}$).

IN SINTESI

Le formule del capitolo

$r = r_0 A^{1/3}$, $r_0 \approx 1{,}2$ fm — raggio del nucleo di numero di massa A; il volume è proporzionale ad A, e la densità nucleare, circa $2{,}3 \times 10^{17}$ kg/m^3, è la stessa per tutti i nuclei.

$\Delta m = Zm(^1\mathrm{H}) + (A - Z)m_\mathrm{n} - m_\mathrm{atomo}$ e $E_\mathrm{B} = \Delta m c^2$ — difetto di massa e energia di legame (energia necessaria per separare tutti i nucleoni); con le masse atomiche si usa $m(^1\mathrm{H})$. 1 u $\cdot\, c^2 = 931{,}5$ MeV. E_B/A è massima, circa 8,8 MeV, vicino al ferro.

$Q = (m_\mathrm{iniziale} - m_\mathrm{finale})c^2$ — energia liberata in un decadimento; il decadimento avviene spontaneamente solo se $Q > 0$. Con le masse atomiche: α e β^- senza correzioni, β^+ con $-2m_\mathrm{e}c^2 = -1{,}022$ MeV. In ogni decadimento si conservano carica, numero di nucleoni, energia e quantità di moto.

$\mathrm{d}N/\mathrm{d}t = -\lambda N$, $N(t) = N_0 \mathrm{e}^{-\lambda t} = N_0 (½)^{t/T_{1/2}}$ — legge del decadimento radioattivo, valida per un gran numero di nuclei; λ (s^{-1}) è la probabilità di decadimento per unità di tempo di un singolo nucleo.

$T_{1/2} = \ln 2/\lambda$ e $\tau = 1/\lambda \approx 1{,}44\, T_{1/2}$ — tempo di dimezzamento e vita media; non dipendono dal numero di nuclei, né dallo stato chimico o fisico.

$R = \lambda N$ — attività (Bq = decadimenti al secondo; 1 Ci = $3{,}7 \times 10^{10}$ Bq), con λ in s^{-1}; decresce con la stessa legge di N. Un conteggio N ha incertezza statistica $\sqrt{N}$.

$D = E/m$ (Gy = J/kg) e $H = w_\mathrm{R} D$ (Sv) — dose assorbita e dose equivalente; $w_\mathrm{R} = 1$ per fotoni ed elettroni, 20 per le particelle α.

SINTESI

- Il nucleo è formato da Z protoni e $A - Z$ neutroni (Chadwick, 1932); un nuclide si indica con ${}^{A}_{Z}\mathrm{X}$, e gli isotopi hanno lo stesso Z e diverso A.
- Il raggio del nucleo è $r \approx 1{,}2\ \mathrm{fm} \cdot A^{1/3}$: il volume è proporzionale ad A e la densità nucleare, circa $2{,}3 \times 10^{17}\ \mathrm{kg/m^3}$, è la stessa per tutti i nuclei.
- I nucleoni sono tenuti insieme dalla forza nucleare forte: attrattiva, molto intensa, di corto raggio (pochi femtometri), indipendente dalla carica e saturata; contrasta la repulsione elettrica fra i protoni.
- I nuclidi stabili stanno nella valle di stabilità: tanti neutroni quanti protoni nei nuclei leggeri, un eccesso di neutroni in quelli pesanti; oltre il piombo-208 nessun nuclide è stabile.
- Un nucleo ha massa minore della somma delle masse dei suoi nucleoni liberi; il difetto di massa, moltiplicato per c^2, è l'energia di legame. Con le masse atomiche si usa $m({}^{1}\mathrm{H})$.
- L'energia di legame per nucleone è massima, circa 8,8 MeV, vicino al ferro: la fissione dei nuclei pesanti e la fusione di quelli leggeri liberano energia.
- Nella radioattività un nucleo instabile emette spontaneamente radiazione e si trasforma: nel decadimento α Z diminuisce di 2 e A di 4; nel β^- Z aumenta di 1, nel β^+ e nella cattura elettronica diminuisce di 1; nel γ nulla cambia.
- L'energia liberata è $Q = (m_{\text{iniziale}} - m_{\text{finale}})c^2$. Le particelle α hanno energie discrete, gli elettroni β uno spettro continuo, spiegato dall'emissione del neutrino (Pauli, 1930; rivelato nel 1956).
- Le radiazioni α sono fermate da un foglio di carta, le β da qualche millimetro di alluminio; i raggi γ sono attenuati esponenzialmente dal piombo. Il potere ionizzante va nell'ordine inverso.
- Il decadimento di un singolo nucleo è casuale; per molti nuclei vale $\mathrm{d}N/\mathrm{d}t = -\lambda N$, cioè $N = N_0 e^{-\lambda t}$, con $T_{1/2} = \ln 2/\lambda$ e vita media $\tau = 1/\lambda$. L'attività $R = \lambda N$ si misura in becquerel.
- Il carbonio-14 data i resti organici fino a circa 50 000 anni; la serie uranio-piombo data le rocce fino a miliardi di anni. Un conteggio N ha incertezza statistica $\sqrt{N}$.
- La dose assorbita si misura in gray (J/kg), la dose equivalente e la dose efficace in sievert; il fondo naturale è in media di circa 2,4 mSv all'anno, per metà dovuto al radon.

ESERCIZI

Comprendere e ricordare

1. ● Il nucleo di $^{40}_{20}$Ca contiene:
   - **A.** 20 protoni e 40 neutroni
   - **B.** 20 protoni e 20 neutroni
   - **C.** 40 protoni e 20 neutroni
   - **D.** 20 protoni, 20 neutroni e 20 elettroni

2. ● Se il numero di massa di un nucleo raddoppia, il suo raggio:
   - **A.** raddoppia
   - **B.** resta uguale
   - **C.** aumenta di circa il 26%
   - **D.** diventa otto volte maggiore

3. ● Nel decadimento β^- di un nucleo:
   - **A.** Z aumenta di 1 e A resta uguale
   - **B.** Z diminuisce di 1 e A resta uguale
   - **C.** Z diminuisce di 2 e A di 4
   - **D.** Z e A restano uguali

4. ● Quale radiazione è fermata da un foglio di carta?
   - **A.** la radiazione γ
   - **B.** la radiazione β
   - **C.** i raggi X
   - **D.** la radiazione α

5. ●● Dopo tre tempi di dimezzamento, la frazione dei nuclei iniziali non ancora decaduti è:
   - **A.** 1/3
   - **B.** 1/8
   - **C.** 1/6
   - **D.** zero

6. ●● L'energia di legame per nucleone è massima per i nuclei:
   - **A.** vicini al ferro
   - **B.** più leggeri, come l'elio
   - **C.** più pesanti, come l'uranio
   - **D.** che hanno esattamente tanti neutroni quanti protoni

7. ●● L'attività di un campione radioattivo:
   A. si misura in gray
   B. è il numero di nuclei radioattivi del campione
   C. resta costante finché il campione non è esaurito
   D. è proporzionale al numero di nuclei non ancora decaduti

8. ●● Per spiegare lo spettro continuo degli elettroni emessi nel decadimento β, Pauli ipotizzò che:
   A. nel decadimento β l'energia non si conservasse
   B. gli elettroni perdessero parte dell'energia attraversando il campione
   C. nel decadimento venisse emessa anche una particella neutra di massa piccolissima
   D. il nucleo contenesse elettroni con energie diverse

Vero o falso

9. ● Due isotopi dello stesso elemento hanno lo stesso numero di massa. V / F

10. ● La massa di un nucleo è minore della somma delle masse dei suoi protoni e neutroni liberi. V / F

11. ●● Raddoppiando il numero di nuclei radioattivi di un campione, il suo tempo di dimezzamento raddoppia. V / F

12. ●● Il gray e il sievert hanno le stesse unità SI, J/kg, ma misurano grandezze diverse. V / F

Applicare

13. ● Completa: il nuclide $^{14}_{6}\mathrm{C}$ ha _____ protoni, _____ neutroni e _____ nucleoni; un isotopo stabile dello stesso elemento è _____ .

14. ● Calcola il raggio del nucleo di alluminio-27, con $r_0 = 1{,}2$ fm, e il rapporto fra il suo volume e quello di un nucleo di elio-4.

15. ● Usando la Tabella A.3, calcola il difetto di massa del deuterio $^{2}\mathrm{H}$, la sua energia di legame in MeV e in joule, e l'energia di legame per nucleone.

16. ● Completa le equazioni, verificando la conservazione della carica e del numero di nucleoni: a) $^{210}_{84}\mathrm{Po} \rightarrow$ _____ $+ \, ^{4}_{2}\mathrm{He}$; b) $^{60}_{27}\mathrm{Co} \rightarrow$ _____ $+ \, \mathrm{e}^{-} + \bar{\nu}$; c) $^{22}_{11}\mathrm{Na} \rightarrow$ _____ $+ \, \mathrm{e}^{+} + \nu$.

17. ●● Lo iodio-131 ha un tempo di dimezzamento di 8,02 giorni. Calcola la costante di decadimento in s^{-1} e la frazione di nuclei rimasta dopo 30,0 giorni.

18. ●● L'attività di un campione è $4{,}0 \times 10^{5}$ Bq; dopo 6,0 ore è $1{,}0 \times 10^{5}$ Bq. a) Qual è il tempo di dimezzamento? b) Quale sarà l'attività dopo altre 6,0 ore? c) Esprimi l'attività iniziale in microcurie.

19. ●● Usando la Figura 14.5a, stima dopo quanti tempi di dimezzamento resta il 20% dei nuclei iniziali; poi verifica la stima con la legge del decadimento.

20. ●● Un tecnico di 70 kg assorbe in tutto il corpo un'energia di 3,5 mJ da una sorgente di raggi γ. a) Calcola la dose assorbita e la dose equivalente. b) Quale sarebbe la dose equivalente se la stessa energia fosse depositata da particelle α?

Problemi

21. ●●● L'uranio-238 decade α in torio-234. a) Scrivi l'equazione del decadimento e verifica le conservazioni. b) Calcola il valore Q con le masse della Tabella 14.2. c) Calcola l'energia cinetica della particella α, supponendo l'uranio fermo.

22. ●●● (Con i capitoli 9 e 11.) Il fluoro-18 usato nella PET decade β^+ in ossigeno-18. a) Scrivi l'equazione del decadimento e calcola il valore Q con le masse della Tabella 14.2, spiegando perché compare il termine $2m_e c^2$. b) Il positrone si annichila con un elettrone quasi fermo, producendo due fotoni: perché sono due e non uno, e perché ciascuno ha energia 511 keV? c) Calcola la lunghezza d'onda di questi fotoni.

23. ●●● (Con il capitolo 9.) a) Calcola il numero di nuclei in 1,00 g di radio-226, la costante di decadimento (in s^{-1}) e l'attività, e confrontala con 1 Ci. b) Ogni decadimento libera 4,87 MeV: calcola la potenza liberata dal campione. c) Di quanto diminuisce in un anno la massa del campione per effetto dell'energia liberata?

24. ●●● Un frammento di legno trovato in uno scavo ha un'attività di $(0{,}060 \pm 0{,}005)$ Bq per grammo di carbonio; il legno degli alberi vivi ha un'attività di 0,23 Bq/g. a) Calcola l'età del reperto. b) Calcola l'intervallo di età compatibile con l'incertezza della misura. c) Spiega perché un reperto di 200 000 anni non si può datare con questo metodo.

25. ●●● Il corpo di un adulto contiene circa 140 g di potassio; l'isotopo radioattivo potassio-40 costituisce lo 0,0117% degli atomi di potassio e ha un tempo di dimezzamento di $1{,}25 \times 10^9$ anni (massa molare del potassio 39,1 g/mol). a) Calcola il numero di nuclei di potassio-40 nel corpo. b) Calcola l'attività dovuta al potassio-40. c) Quanti decadimenti avvengono nel corpo durante otto ore di sonno?

26. ●●● (Con *Fisica 3*, la gravitazione.) Una stella di neutroni ha una massa di 1,4 masse solari ($M_\odot = 1{,}99 \times 10^{30}$ kg) e la densità della materia nucleare, $2{,}3 \times 10^{17}$ kg/m^3. a) Calcola il suo raggio. b) Calcola l'accelerazione di gravità sulla superficie, con la legge di gravitazione di Newton. c) Calcola la velocità di fuga newtoniana e confrontala con c: che cosa ne concludi sull'uso della gravitazione di Newton in questo caso?

27. ●●● Un contatore Geiger registra 520 conteggi in 100 s vicino a una sorgente; senza sorgente, nello stesso tempo, ne registra 180. a) Calcola il numero di conteggi netti al secondo dovuti alla sorgente e la sua incertezza. b) Il costruttore dichiara 3,2 conteggi al secondo in quella posizione: la misura è compatibile? c) Per quanto tempo bisognerebbe contare, con la sorgente, per avere un'incertezza relativa del 2% sui conteggi totali?

28. ●● In un cristallo di zircone si contano 0,25 atomi di piombo-206 per ogni atomo di uranio-238 ($T_{1/2} = 4{,}47 \times 10^9$ anni). Nelle stesse ipotesi dell'esempio svolto sullo zircone, calcola l'età del cristallo e la frazione dell'uranio iniziale che è decaduta.

Ragionare e argomentare

29. ●● Spiega perché, per calcolare il difetto di massa con le masse atomiche della Tabella A.3, si usa la massa dell'atomo di idrogeno e non quella del protone, mentre nel valore Q di un decadimento β^+ bisogna sottrarre $2m_e c^2$.

30. ●● Stima di ordine di grandezza. Il corpo umano è formato per circa il 18% in massa di carbonio. Stima quanti nuclei di carbonio-14 decadono ogni secondo nel corpo di una persona di 70 kg, e confronta con l'attività del potassio-40 calcolata in uno dei problemi.

31. ●● Trova l'errore. «Lo iodio-131 ha un tempo di dimezzamento di 8 giorni: in 8 giorni ne decade metà e negli 8 giorni successivi l'altra metà, quindi dopo 16 giorni non ne resta più. E un nucleo di iodio che non è decaduto per 40 giorni è ormai "vecchio": è molto probabile che decada il giorno dopo.» Correggi le due affermazioni.

Verso l'esame di Stato

32. ●●● **Quesito.** In un reparto di medicina nucleare si misura nel tempo l'attività di un campione di un nuclide usato per le scintigrafie. I dati sono: t (h) = 0; 2,0; 4,0; 6,0; 8,0; 12,0 e R (MBq) = 731; 581; 470; 362; 294; 181. a) Mostra, con un grafico opportuno, che il decadimento è esponenziale. b) Ricava la costante di decadimento e il tempo di dimezzamento, e riconosci il nuclide fra tecnezio-99m ($T_{1/2} = 6{,}01$ h), fluoro-18 (110 min) e iodio-131 (8,02 giorni). c) Calcola il numero di nuclei radioattivi presenti all'istante iniziale. d) Calcola l'attività dopo 24 ore e argomenta perché per la diagnosi si preferiscono nuclidi con tempi di dimezzamento di qualche ora.

33. ●●● **Problema.** Alcune sonde spaziali dirette verso i pianeti esterni ricavano l'energia elettrica dal calore prodotto dal decadimento α del plutonio-238 ($T_{1/2} = 87{,}7$ anni), convertito in elettricità da termocoppie con un rendimento del 6,0%. a) Scrivi l'equazione del decadimento, sapendo che il nucleo figlio è un isotopo dell'uranio, e calcola il valore Q e l'energia cinetica della particella α con le masse della Tabella 14.2. b) Calcola la potenza termica prodotta da 1,00 kg di plutonio-238 appena preparato. c) Una sonda porta 4,8 kg di plutonio-238: calcola la potenza elettrica disponibile al lancio e dopo 20 anni di viaggio, e di quanto si riduce in un anno la massa del combustibile per effetto dell'energia liberata. d) Argomenta perché per questo uso si sceglie un emettitore α con tempo di dimezzamento di circa un secolo, e non un emettitore γ o un nuclide con tempo di dimezzamento di qualche giorno o di milioni di anni.

PER APPROFONDIRE

- [HRW] D. Halliday, R. Resnick, J. Walker, *Fondamenti di fisica*: i capitoli di fisica nucleare, con molti esempi numerici sull'energia di legame, sui decadimenti e sulla datazione radiometrica.
- [FEY] R. P. Feynman, R. B. Leighton, M. Sands, *La fisica di Feynman*: le pagine sulle leggi di probabilità e sul decadimento esponenziale come esempio di processo casuale.
- [TAY] J. R. Taylor, *Introduzione all'analisi degli errori*: il capitolo sulla distribuzione di Poisson, con il conteggio di eventi radioattivi come esempio guida e la regola $\sqrt{N}$.
- [EIN] A. Einstein, L. Infeld, *L'evoluzione della fisica*: per rileggere l'equivalenza fra massa ed energia, su cui si regge tutta l'energetica nucleare.

Glossario del capitolo

Attività
Numero di decadimenti al secondo in un campione, $R = \lambda N$; si misura in becquerel (Bq).

Costante di decadimento
Probabilità di decadimento per unità di tempo di un nucleo, λ; si misura in s^{-1}.

Decadimento alfa
Emissione di un nucleo di elio-4: Z diminuisce di 2 e A di 4.

Decadimento beta
Trasformazione di un neutrone in protone (β^-, con emissione di un elettrone e di un antineutrino) o di un protone in neutrone (β^+, con un positrone e un neutrino); A non cambia.

Difetto di massa
Differenza fra la somma delle masse dei nucleoni liberi e la massa del nucleo.

Dose assorbita
Energia assorbita da un materiale per unità di massa; si misura in gray (1 Gy = 1 J/kg).

Dose equivalente
Dose assorbita moltiplicata per il fattore di peso della radiazione; si misura in sievert (Sv).

Energia di legame
Energia necessaria per separare un nucleo in tutti i suoi nucleoni liberi; vale $\Delta m\, c^2$.

Energia di legame per nucleone
Rapporto E_B/A; è massimo, circa 8,8 MeV, vicino al ferro.

Forza nucleare forte
Interazione attrattiva fra i nucleoni, molto intensa, di corto raggio (pochi femtometri), indipendente dalla carica e saturata.

Neutrino
Particella neutra di massa piccolissima emessa nei decadimenti β; ipotizzata da Pauli nel 1930, rivelata nel 1956.

Neutrone
Particella neutra del nucleo, di massa poco maggiore di quella del protone; scoperto da Chadwick nel 1932.

Nucleone
Nome comune di protoni e neutroni, i costituenti del nucleo.

Nuclide
Specie di nucleo individuata dal numero atomico Z e dal numero di massa A; si indica con ${}^{A}_{Z}\mathrm{X}$.

Numero di massa
Numero A dei nucleoni di un nucleo; il numero di neutroni è $A - Z$.

Radioattività
Emissione spontanea di radiazione da parte di nuclei instabili, che si trasformano in altri nuclei.

Tempo di dimezzamento
Tempo in cui decade metà dei nuclei di un campione: $T_{1/2} = \ln 2/\lambda$.

Valle di stabilità
Regione del piano numero atomico–numero di neutroni in cui si trovano i nuclidi stabili.

Valore Q
Energia liberata in un decadimento (o in una reazione nucleare): $(m_{\text{iniziale}} - m_{\text{finale}})c^2$.

Soluzioni

1. B. Il numero atomico è 20, quindi 20 protoni; i neutroni sono $A - Z = 40 - 20 = 20$. Gli elettroni appartengono all'atomo, non al nucleo.

2. C. $r \propto A^{1/3}$: $2^{1/3} = 1{,}26$. È il volume a raddoppiare.

3. A. Un neutrone diventa protone: $Z + 1$; il numero di nucleoni non cambia.

4. D. Le particelle α, molto ionizzanti, si fermano in un foglio di carta.

5. B. $(½)^3 = 1/8$: a ogni tempo di dimezzamento la frazione si dimezza, non diminuisce di un terzo.

6. A. E_B/A ha il massimo, circa 8,8 MeV, vicino al ferro ($A \approx 56$–62).

7. D. $R = \lambda N$: si misura in becquerel e diminuisce come N.

8. C. Con tre prodotti (nucleo, elettrone, antineutrino) l'energia Q si ripartisce in infiniti modi, e lo spettro dell'elettrone è continuo.

9. F. Gli isotopi hanno lo stesso numero atomico Z e diverso numero di massa A, cioè un diverso numero di neutroni.

10. V. La differenza è il difetto di massa, che moltiplicato per c^2 dà l'energia di legame del nucleo.

11. F. Il tempo di dimezzamento, $\ln 2/\lambda$, è una proprietà del nuclide e non dipende da N; raddoppia invece l'attività $R = \lambda N$.

12. V. Il gray misura l'energia assorbita per unità di massa; il sievert una dose pesata con l'efficacia biologica della radiazione.

13. 6 protoni, $14 - 6 = 8$ neutroni, 14 nucleoni; carbonio-12 (oppure carbonio-13).

14. $r = 1{,}2 \text{ fm} \times 27^{1/3} = 1{,}2 \text{ fm} \times 3 = 3{,}6 \text{ fm}$. Il volume è proporzionale ad A: $V_{Al}/V_{He} = 27/4 = 6{,}75 \approx 6{,}8$.

15. $\Delta m = m(^1\text{H}) + m_n - m(^2\text{H}) = 1{,}007\,825 \text{ u} + 1{,}008\,665 \text{ u} - 2{,}014\,102 \text{ u} = 0{,}002\,388 \text{ u}$. $E_B = 0{,}002\,388 \times 931{,}5$ MeV $= 2{,}22$ MeV $= 2{,}22 \times 10^6 \times 1{,}60 \times 10^{-19}$ J $= 3{,}56 \times 10^{-13}$ J. Per nucleone: 2,22 MeV/2 = 1,11 MeV.

16. a) $^{206}_{82}$Pb ($210 = 206 + 4$; $84 = 82 + 2$). b) $^{60}_{28}$Ni ($60 = 60 + 0$; $27 = 28 - 1$). c) $^{22}_{10}$Ne ($22 = 22 + 0$; $11 = 10 + 1$).

17. $\lambda = \ln 2/T_{1/2} = 0{,}693/(8{,}02 \times 86\,400 \text{ s}) = 1{,}00 \times 10^{-6}$ s^{-1}. $N/N_0 = (½)^{30{,}0/8{,}02} = (½)^{3{,}74} = 0{,}0748$, cioè circa il 7,5%.

18. a) $4{,}0 \times 10^5/1{,}0 \times 10^5 = 4 = 2^2$: in 6,0 h sono passati due tempi di dimezzamento, $T_{1/2} = 3{,}0$ h. b) Altri due dimezzamenti: $1{,}0 \times 10^5$ Bq/4 $= 2{,}5 \times 10^4$ Bq. c) $4{,}0 \times 10^5$ Bq/$(3{,}7 \times 10^{10}$ Bq/Ci$) = 1{,}1 \times 10^{-5}$ Ci = 11 μCi.

19. Sul grafico la curva scende a 0,20 poco dopo 2,3 tempi di dimezzamento (fra ¼, a 2, e ⅛, a 3). Dalla legge: $(½)^x = 0{,}20$, $x = \ln 5/\ln 2 = 2{,}32$ tempi di dimezzamento.

20. a) $D = E/m = 3{,}5 \times 10^{-3}$ J/70 kg $= 5{,}0 \times 10^{-5}$ Gy = 0,050 mGy; per i fotoni $w_R = 1$, quindi $H = 0{,}050$ mSv. b) Con $w_R = 20$: $H = 20 \times 0{,}050$ mSv = 1,0 mSv.

21. a) $^{238}_{92}\text{U} \rightarrow {}^{234}_{90}\text{Th} + {}^{4}_{2}\text{He}$: $238 = 234 + 4$, $92 = 90 + 2$. b) Con le masse atomiche gli elettroni si compensano: $Q = (238{,}050\,788 - 234{,}043\,601 - 4{,}002\,603) \text{ u} \cdot c^2 = 0{,}004\,584 \times 931{,}5$ MeV $= 4{,}27$ MeV. c) Per la conservazione della quantità di moto (uranio fermo, energie non relativistiche) le energie cinetiche sono inversamente proporzionali alle masse: $K_\alpha = Q \times 234/238 = 4{,}20$ MeV.

22. a) $^{18}_{9}\text{F} \rightarrow {}^{18}_{8}\text{O} + e^+ + \nu$. L'atomo di ossigeno ha un elettrone in meno di quello di fluoro e in più si crea un positrone: con le masse atomiche bisogna togliere due masse elettroniche. $Q = (18{,}000\,937 - 17{,}999\,160 - 2 \times 0{,}000\,549) \text{ u} \cdot c^2 = 0{,}000\,679 \times 931{,}5$ MeV $= 0{,}632$ MeV. b) Prima dell'annichilazione la quantità di moto totale è circa nulla: un solo fotone avrebbe quantità di moto $E/c \neq 0$, quindi i fotoni devono essere almeno due, con quantità di moto opposte e quindi energie uguali. Per la conservazione dell'energia ciascuno porta metà dell'energia a ripo-

so $2m_e c^2$, cioè 0,511 MeV = 511 keV. c) $\lambda = hc/E$ = 1240 eV·nm/(5,11 × 10^5 eV) = 2,43 × 10^{-3} nm = 2,43 pm.

23. a) N = (1,00 g/226 g/mol) × 6,02 × 10^{23} mol^{-1} = 2,66 × 10^{21}. Per la definizione di costante di decadimento, $\lambda = \ln 2/T_{1/2}$ = 0,693/(1600 × 3,156 × 10^7 s) = 1,37 × 10^{-11} s^{-1}. $R = \lambda N$ = 3,66 × 10^{10} Bq ≈ 0,99 Ci: è l'origine della definizione del curie. b) $P = RQ$ = 3,66 × 10^{10} s^{-1} × 4,87 × 10^6 × 1,60 × 10^{-19} J = 2,85 × 10^{-2} W (la quasi totalità diventa calore nel campione). c) Per l'equivalenza massa-energia (capitolo 9) $\Delta m = E/c^2$ = (2,85 × 10^{-2} W × 3,156 × 10^7 s)/(3,00 × 10^8 m/s)^2 = 1,0 × 10^{-11} kg, cioè 10 ng all'anno. (La massa dei nuclei di radio che decadono in un anno è molto maggiore, circa 0,4 mg, ma si trasforma quasi tutta in radon ed elio, che restano.)

24. a) Per la legge del decadimento $t = T_{1/2}$ $\ln(R_0/R)/\ln 2$ = 5730 anni × ln(0,23/0,060)/0,693 = 5730 anni × 1,94 = 1,11 × 10^4 anni ≈ 1,1 × 10^4 anni. b) Con 0,065 Bq/g: 1,04 × 10^4 anni; con 0,055 Bq/g: 1,18 × 10^4 anni. L'età è compresa fra circa 10 400 e 11 800 anni: (1,11 ± 0,07) × 10^4 anni. Nota che un'attività minore corrisponde a un'età maggiore. c) Dopo 200 000 anni, circa 35 tempi di dimezzamento, resta una frazione $(½)^{35}$ ≈ 3 × 10^{-11} del carbonio-14 iniziale: l'attività, circa 7 × 10^{-12} Bq/g, è del tutto indistinguibile dal fondo.

25. a) Moli di potassio: 140 g/(39,1 g/mol) = 3,58 mol; atomi: 3,58 × 6,02 × 10^{23} = 2,16 × 10^{24}; di potassio-40: 2,16 × 10^{24} × 1,17 × 10^{-4} = 2,52 × 10^{20}. b) λ = 0,693/(1,25 × 10^9 × 3,156 × 10^7 s) = 1,76 × 10^{-17} s^{-1}; $R = \lambda N$ = 4,4 × 10^3 Bq. c) In 8 h = 2,88 × 10^4 s, a parità di attività (il tempo di dimezzamento è enorme rispetto a una notte): 4,4 × 10^3 s^{-1} × 2,88 × 10^4 s = 1,3 × 10^8 decadimenti.

26. a) M = 1,4 × 1,99 × 10^{30} kg = 2,79 × 10^{30} kg. Dalla definizione di densità $V = M/\rho$, e $R = (3M/(4\pi\rho))^{1/3}$ = (3 × 2,79 × 10^{30}/(4π × 2,3 × 10^{17}))$^{1/3}$ m = 1,4 × 10^4 m ≈ 14 km. b) Per la legge di gravitazione $g = GM/R^2$ = 6,67 × 10^{-11} × 2,79 × 10^{30}/(1,43 × 10^4)^2 m/s^2 = 9 × 10^{11} m/s^2, quasi cento miliardi di volte quella terrestre. c) Per la conservazione dell'energia (*Fisica 3*), v_{fuga} = $\sqrt{(2GM/R)}$ = 1,6 × 10^8 m/s ≈ 0,54c. Una velocità confrontabile con quella della luce indica che la gravitazione di Newton, insieme alla meccanica classica, non è più adeguata: serve la relatività generale, che tratta la gravità come curvatura dello spazio-tempo. Il valore ottenuto va preso solo come ordine di grandezza (le stelle di neutroni reali hanno raggi di circa 10–15 km).

27. a) Conteggi netti: (520 − 180)/(100 s) = 3,40 s^{-1}. Le incertezze dei due conteggi, $\sqrt{520}$ = 22,8 e $\sqrt{180}$ = 13,4, si sommano (in quadratura, $\sqrt{(520 + 180)}$ = 26,5, oppure linearmente, 36): l'incertezza è circa 0,3 s^{-1}. Risultato: (3,4 ± 0,3) s^{-1}. b) L'intervallo 3,1–3,7 s^{-1} contiene 3,2 s^{-1}: la misura è compatibile. c) Un'incertezza relativa $1/\sqrt{N}$ = 0,02 richiede N = 2500 conteggi; con 5,2 conteggi al secondo servono 2500/5,2 s ≈ 480 s, cioè 8 minuti.

28. N_0/N_U = 1 + 0,25 = 1,25; $t = T_{1/2}$ ln 1,25/ln 2 = 4,47 × 10^9 anni × 0,322 = 1,44 × 10^9 anni. Frazione decaduta: N_{Pb}/N_0 = 0,25/1,25 = 0,20, cioè il 20%.

29. *Traccia di risposta.* Le masse della tabella sono atomiche e includono Z elettroni. Nel difetto di massa servono Z protoni: usando Z atomi di ^{1}H si aggiungono esattamente Z elettroni, che si compensano con quelli dell'atomo. Nel β^+ il figlio ha un protone in meno, quindi l'atomo neutro figlio ha un elettrone in meno del genitore: il genitore «avanza» un elettrone, e inoltre si crea un positrone, di massa uguale. In tutto, a destra c'è una massa di $2m_e$ che la differenza fra le masse atomiche non conteggia, e va sottratta: 1,022 MeV.

30. Carbonio nel corpo: 0,18 × 70 kg ≈ 13 kg = 1,3 × 10^4 g. Attività: 1,3 × 10^4 g × 0,23 Bq/g ≈ 3 × 10^3 Bq. È dello stesso ordine di grandezza dell'attività del potassio-40 (circa 4 × 10^3 Bq): in tutto nel corpo avvengono alcune migliaia di decadimenti al secondo.

31. La prima affermazione confonde un decadimento esponenziale con uno lineare: in ogni tempo di dimezzamento decade metà dei nuclei **presenti**, non metà di quelli iniziali. Dopo 16 giorni resta un quarto dei nuclei, dopo 24 giorni un ottavo, e così via. La seconda attribuisce memoria ai nuclei: la probabilità di decadere nel prossimo giorno è sempre la stessa, 1 − $(½)^{1/8}$ ≈ 8%, per un nucleo appena prodotto come per uno che è sopravvissuto 40 giorni. La costante di decadimento non dipende dall'età del nucleo.

32. a) Si riporta ln R in funzione di t (o R su un asse logaritmico): ln R = 6,59; 6,36; 6,15; 5,89; 5,68; 5,20. I punti sono allineati, entro le fluttuazioni: il decadimento è esponenziale, perché $\ln R = \ln R_0 - \lambda t$ è lineare in t. b) La retta dei minimi quadrati ha pendenza −0,116 h^{-1} (con primo e ultimo punto: (5,20 − 6,59)/12,0 h = −0,116 h^{-1}): λ = 0,116 h^{-1} = 3,23 × 10^{-5} s^{-1}; $T_{1/2} = \ln 2/\lambda$ = 0,693/(0,116 h^{-1}) = 5,96 h ≈ 6,0 h. È il tecnezio-99m. c) Dalla definizione di attività $N_0 = R_0/\lambda$ = 7,31 × 10^8 s^{-1}/(3,23 × 10^{-5} s^{-1}) = 2,3 × 10^{13} nuclei. d) 24 h sono circa 4 tempi di dimezzamento: R = 731 MBq × (½)$^{24/6,0}$ ≈ 46 MBq. Un tempo di dimezzamento di qualche ora lascia il tempo di preparare il radiofarmaco e di eseguire l'esame, ma in un giorno l'attività scende a circa 1/16 e in pochi giorni diventa trascurabile: il paziente riceve una dose piccola. Un nuclide di vita molto più lunga continuerebbe a irraggiarlo per settimane; uno di vita molto più breve decadrebbe prima di arrivare in reparto. *Indicatori*: a) Interpretare/elaborare i dati; b) Sviluppare il processo risolutivo e Analizzare; c) Sviluppare il processo risolutivo; d) Argomentare.

33. a) $^{238}_{94}$Pu → $^{234}_{92}$U + $^{4}_{2}$He (238 = 234 + 4, 94 = 92 + 2). Con le masse atomiche, che si compensano negli elettroni, Q = (238,049 560 − 234,040 952 − 4,002 603) u · c^2 = 0,006 005 × 931,5 MeV = 5,59 MeV. Per la conservazione della quantità di moto $K_\alpha = Q \times 234/238$ = 5,50 MeV. b) N = (1000 g/238 g/mol) × 6,02 × 10^{23} mol^{-1} = 2,53 × 10^{24}; λ = 0,693/(87,7 × 3,156 × 10^7 s) = 2,50 × 10^{-10} s^{-1}; $R = \lambda N$ = 6,34 × 10^{14} Bq. Le particelle α si fermano nel combustibile, quindi tutta l'energia diventa calore: $P = RQ$ = 6,34 × 10^{14} s^{-1} × 5,59 × 10^6 × 1,60 × 10^{-19} J = 567 W ≈ 5,7 × 10^2 W. c) Potenza termica di 4,8 kg: 2,72 × 10^3 W; elettrica: 0,060 × 2,72 × 10^3 W = 1,6 × 10^2 W. Dopo 20 anni la potenza è ridotta del fattore (½)$^{20/87,7}$ = 0,854: 1,4 × 10^2 W (in una sonda reale anche le termocoppie invecchiano). Per l'equivalenza massa-energia, la massa persa in un anno è $\Delta m = Pt/c^2$ = 2,72 × 10^3 W × 3,156 × 10^7 s/(9,00 × 10^{16} m^2/s^2) = 9,5 × 10^{-7} kg, circa 1 mg. d) Le particelle α depositano tutta la loro energia nel combustibile stesso, trasformandola in calore, e bastano schermature leggere per proteggere gli strumenti; un emettitore γ disperderebbe gran parte dell'energia fuori dalla sorgente e richiederebbe schermature pesanti. Il tempo di dimezzamento deve essere lungo rispetto alla durata della missione (decenni), perché la potenza resti quasi costante, ma non troppo lungo: la potenza per kilogrammo è proporzionale a λ, e un nuclide con tempo di dimezzamento di milioni di anni darebbe una potenza migliaia di volte minore. Un nuclide di qualche giorno si esaurirebbe prima dell'arrivo. *Indicatori*: a) Analizzare e Sviluppare il processo risolutivo; b) Sviluppare il processo risolutivo; c) Interpretare/elaborare i dati; d) Argomentare.