CAPITOLO

5

Le onde elettromagnetiche

«Difficilmente possiamo evitare la conclusione che la luce consista nelle ondulazioni trasversali dello stesso mezzo che è la causa dei fenomeni elettrici e magnetici.» — James Clerk Maxwell, On Physical Lines of Force (traduzione della redazione)

OBIETTIVI

1. Spiegare perché una carica accelerata irraggia e come un circuito oscillante e un'antenna a dipolo producono onde elettromagnetiche.
2. Descrivere gli esperimenti di Hertz e il loro significato per la teoria di Maxwell.
3. Descrivere la struttura di un'onda piana nel vuoto ($\boldsymbol{E} \perp \boldsymbol{B} \perp$ direzione di propagazione, campi in fase, $E = cB$) e scriverne la funzione d'onda.
4. Calcolare la densità di energia, l'intensità e le ampiezze dei campi di un'onda, distinguendo valori di picco ed efficaci.
5. Calcolare la quantità di moto trasportata da un'onda e la pressione di radiazione su superfici che assorbono o riflettono.
6. Collegare l'indice di rifrazione alle proprietà elettriche del mezzo, spiegare la diffusione della luce e applicare l'effetto Doppler per la luce a bassa velocità.

INDICE DEL CAPITOLO

5.1 Come nasce un'onda elettromagnetica 2
5.2 La struttura dell'onda elettromagnetica 7
5.3 Energia e intensità 13
5.4 Quantità di moto e pressione di radiazione 14
5.5 Le onde elettromagnetiche nella materia 16
5.6 L'effetto Doppler per la luce 18

Fisica 5 · Parte II · Le equazioni di Maxwell e le onde elettromagnetiche · versione 1.0
Capitolo 5: Le onde elettromagnetiche · pagine 159–184 del volume completo · estratto per lo studio

In questo momento la stanza in cui ti trovi è attraversata da onde che non vedi: il segnale del tuo telefono, quello del Wi-Fi, le trasmissioni di decine di stazioni radio, il calore che arriva dal termosifone. E da onde che vedi benissimo, la luce che entra dalla finestra. Sono tutte lo stesso fenomeno, che differisce soltanto per la frequenza: un campo elettrico e un campo magnetico che oscillano insieme e si propagano, anche nel vuoto, alla velocità della luce.

Nel capitolo precedente le equazioni di Maxwell hanno previsto che campi variabili si sostengano a vicenda e si allontanino dalle cariche che li hanno prodotti. Qui vediamo come si producono queste onde e come le rivelò per primo Heinrich Hertz; com'è fatta un'onda elettromagnetica, che energia e che quantità di moto trasporta; che cosa le succede quando entra nella materia; e come il moto della sorgente ne cambia la frequenza. Nel capitolo seguente percorreremo lo spettro, banda per banda.

Ripartiamo dalla polarizzazione

Nel volume dello scorso anno (*Fisica 4*, capitolo 8) hai visto che la luce si può polarizzare: un polarizzatore trasmette metà dell'intensità della luce non polarizzata, e un secondo filtro, l'analizzatore, ruotato di un angolo θ rispetto al primo, trasmette la frazione data dalla legge di Malus:

$$I = I_0 \cos^2\theta$$

Da questo esperimento avevi concluso che la luce è un'onda **trasversale**, che oscilla perpendicolarmente alla direzione in cui si propaga. Restava aperta una domanda: che cosa oscilla, visto che la luce del Sole ci raggiunge attraverso il vuoto, dove non c'è nessun mezzo da far vibrare? Ora hai la risposta. A oscillare sono il campo elettrico e il campo magnetico, che non hanno bisogno di un mezzo per esistere.

5.1 Come nasce un'onda elettromagnetica

5.1.1 Le cariche accelerate irraggiano

Una carica ferma produce attorno a sé un campo elettrostatico, con le linee radiali che hai disegnato tante volte. Quel campo non trasporta energia lontano dalla carica: non è un'onda. Neppure una carica in moto rettilineo uniforme emette onde: il suo campo si sposta rigidamente insieme a lei. Per un osservatore che viaggia con la carica, del resto, la carica è ferma, e nel capitolo 7 vedrai perché due osservatori inerziali devono descrivere la stessa fisica.

Diverso è il caso di una carica che **accelera**. Supponi che una carica ferma venga messa bruscamente in moto. Lontano da lei il campo non può «saperlo» subito: la notizia del cambiamento si propaga alla velocità finita c. Dopo un tempo t, entro la distanza ct il campo è già quello

della carica in moto, oltre è ancora quello della carica ferma; fra le due zone le linee di campo devono raccordarsi con una piega, che corre verso l'esterno alla velocità della luce. Quella piega è una perturbazione del campo che si propaga, e porta via energia: è radiazione. Ne segue la regola generale: **una carica accelerata irraggia**, cioè emette un'**onda elettromagnetica**, una perturbazione dei campi elettrico e magnetico che si propaga sostenendosi da sola, anche nel vuoto.

Se la carica oscilla avanti e indietro con frequenza f, la sua accelerazione cambia continuamente e il campo che emette oscilla con la stessa frequenza. È la regola più importante per capire le sorgenti: **la frequenza dell'onda è la frequenza del moto delle cariche che la producono**. Le cariche che oscillano un centinaio di milioni di volte al secondo nell'antenna di un trasmettitore emettono onde radio; gli elettroni degli atomi emettono la luce, a frequenze di centinaia di migliaia di miliardi di hertz.

5.1.2 Dal circuito LC all'antenna

Come si fanno oscillare tante cariche, in modo ordinato, a una frequenza scelta? Nel capitolo 3 hai incontrato il circuito LC: l'energia passa periodicamente dal campo elettrico del condensatore al campo magnetico della bobina, e le cariche oscillano da un'armatura all'altra con la frequenza $f_0 = 1/(2\pi\sqrt{(LC)})$. Un circuito LC, però, irraggia pochissimo, perché i suoi campi sono confinati: quello elettrico fra le armature, vicinissime, quello magnetico dentro la bobina (Figura 5.1a).

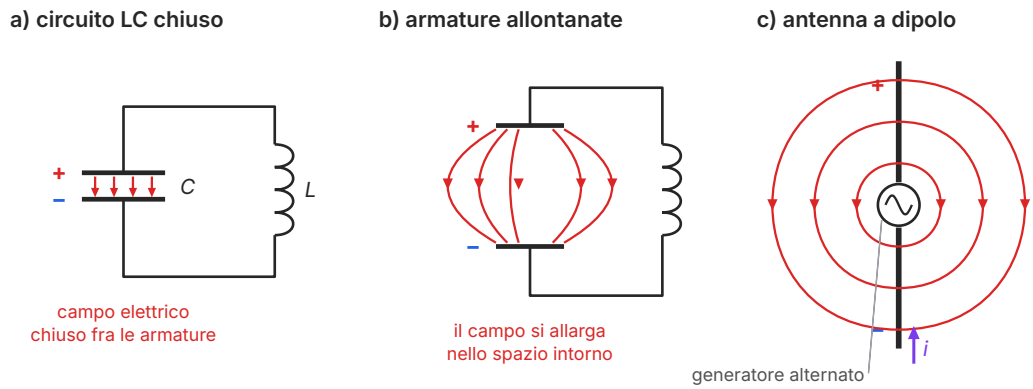

Figura 5.1 Dal circuito oscillante all'antenna (schema qualitativo). a) Nel circuito LC il campo elettrico resta fra le armature del condensatore. b) Allontanando le armature, il campo si estende nello spazio circostante. c) Nell'antenna a dipolo le cariche oscillano lungo due aste alimentate al centro da un generatore alternato; sono disegnate le linee del campo elettrico vicino all'antenna in un istante in cui l'asta superiore è positiva.

Ora immagina di allontanare le armature e di aprirle (Figura 5.1b): il campo elettrico non è più chiuso in una fessura, ma si allarga nello spazio. Spingendo l'idea fino in fondo, le armature diventano due aste conduttrici allineate, alimentate al centro da un generatore di tensione alter-

nata (Figura 5.1c). È un'**antenna a dipolo**. Le cariche corrono avanti e indietro lungo le aste: in un istante l'estremo superiore è positivo e quello inferiore negativo, mezzo periodo dopo il contrario. L'antenna è un dipolo elettrico il cui momento oscilla nel tempo, e la corrente che la percorre produce un campo magnetico con linee circolari attorno alle aste (*Fisica 4*, capitolo 16). In generale, un'**antenna** è un conduttore progettato per trasformare correnti oscillanti in onde elettromagnetiche, quando trasmette, e onde in correnti, quando riceve.

La Figura 5.2 mostra le linee del campo elettrico di un dipolo oscillante in un istante, calcolate dalle equazioni di Maxwell. Vicino all'antenna le linee vanno dalle cariche positive a quelle negative. Quando le cariche si invertono, le linee che non fanno in tempo a rientrare si chiudono su sé stesse e formano anelli, che si staccano e si allontanano alla velocità c: il campo, ormai, non ha più bisogno delle cariche. Due anelli consecutivi, con versi opposti del campo, distano mezza lunghezza d'onda. Il campo magnetico, che non è disegnato, ha linee circolari attorno all'asse, perpendicolari al piano della figura.

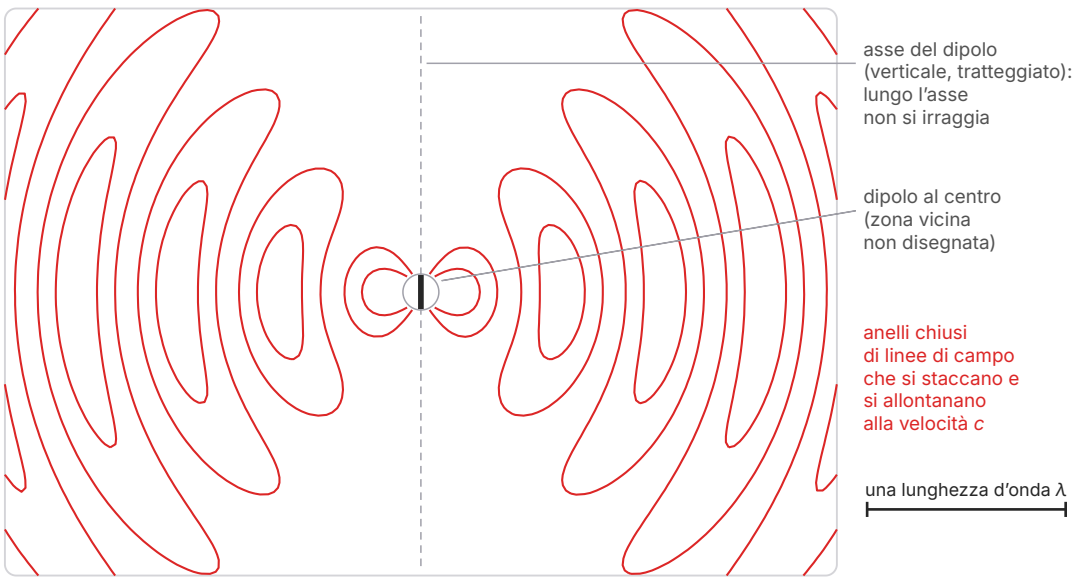

Figura 5.2 Linee del campo elettrico di un dipolo oscillante, calcolate in un piano che contiene l'asse dell'antenna (tratteggiato) in un istante fissato. La zona più vicina all'antenna, dove le linee si addensano, non è disegnata. Gli anelli chiusi si staccano e si allontanano a velocità c; lungo l'asse il campo irraggiato è nullo.

La figura mostra anche una proprietà importante dell'antenna: **lungo il proprio asse non irraggia**. In quella direzione le cariche si muovono verso l'osservatore e indietro, e un campo che oscilla lungo la direzione di propagazione non è un'onda trasversale. L'intensità emessa è massima nel piano perpendicolare all'antenna, e diminuisce avvicinandosi all'asse. Lontano dall'antenna, la potenza si distribuisce su sfere sempre più grandi e l'intensità diminuisce come

$1/r^2$ (legge dell'inverso del quadrato, *Fisica 4*, capitolo 5): l'ampiezza del campo, quindi, diminuisce come $1/r$.

Un'antenna funziona meglio quando la sua lunghezza è circa mezza lunghezza d'onda: è l'**antenna a mezz'onda**. Il motivo è una risonanza, come per la corda di una chitarra. Agli estremi delle aste la corrente è nulla, perché le cariche non possono uscire dal conduttore, e lungo l'antenna si forma un'onda stazionaria di corrente con un nodo per estremità: la più semplice ha l'antenna lunga $\lambda/2$ (*Fisica 4*, capitolo 6). Per una stazione FM a 100 MHz, $\lambda = c/f = 3{,}0$ m, e l'antenna a mezz'onda è lunga 1,5 m; per il Wi-Fi a 2,4 GHz, $\lambda = 12{,}5$ cm, e bastano pochi centimetri.

La stessa antenna funziona anche al contrario. Quando un'onda la investe, il campo elettrico dell'onda spinge avanti e indietro gli elettroni lungo le aste e produce una corrente oscillante, che il ricevitore amplifica. L'effetto è massimo quando l'antenna è parallela al campo elettrico dell'onda, e nullo quando gli è perpendicolare: per questo l'orientazione di un'antenna conta.

5.1.3 Gli esperimenti di Hertz

Maxwell morì senza vedere confermata la sua previsione. La prova arrivò fra il 1886 e il 1888, quando Heinrich Hertz, a Karlsruhe, produsse e rivelò onde elettromagnetiche in laboratorio. Il suo **oscillatore** (Figura 5.3) era formato da due aste metalliche allineate, con due grandi sfere o lastre agli estremi e due piccole sfere affacciate al centro, separate da pochi millimetri d'aria: uno **spinterometro**. Un rocchetto a induzione caricava le due metà con tensioni di migliaia di volt, finché l'aria fra le sfere diventava conduttrice e scoccava una scintilla. Per il breve tempo della scintilla le due metà formavano un circuito LC aperto, in cui la capacità era quella delle sfere e l'induttanza quella delle aste: le cariche oscillavano rapidamente, dell'ordine di cento milioni di volte al secondo, e l'oscillazione si smorzava presto.

Per rivelare le onde Hertz usò un **risonatore**: un anello di filo interrotto da una minuscola fessura. Quando l'onda lo attraversava, la forza elettromotrice indotta nell'anello faceva scoccare nella fessura scintille deboli, che si osservavano al buio, a metri di distanza dall'oscillatore. Nessun filo collegava i due apparecchi.

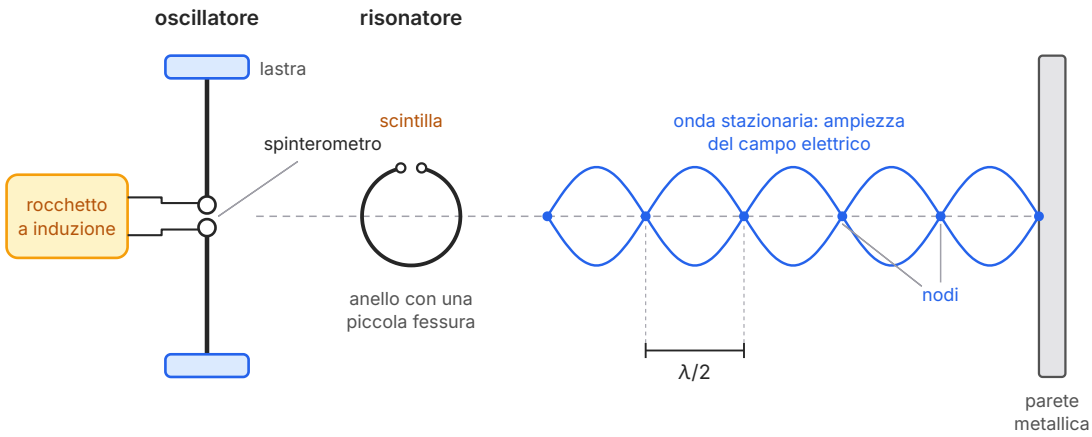

Figura 5.3 Schema degli esperimenti di Hertz (non in scala). L'oscillatore, caricato da un rocchetto a induzione, produce oscillazioni rapide a ogni scintilla; il risonatore rivela l'onda con piccole scintille nella sua fessura. La parete metallica riflette l'onda, e davanti a essa si forma un'onda stazionaria, con un nodo del campo elettrico sulla parete e nodi successivi a distanza $\lambda/2$.

Poi Hertz fece riflettere le onde su una grande lastra metallica fissata a una parete. L'onda riflessa si sovrapponeva a quella incidente e formava un'onda stazionaria: spostando il risonatore lungo la direzione di propagazione, trovava punti in cui le scintille sparivano, i nodi, distanti mezza lunghezza d'onda. Così misurò la lunghezza d'onda, di qualche metro. La frequenza la calcolò dalle dimensioni dell'oscillatore, e il prodotto λf gli diede una velocità dello stesso ordine di quella della luce. In esperimenti successivi, con oscillatori più piccoli e onde di alcune decine di centimetri, mostrò che queste onde si riflettono su specchi concavi, si rifrangono attraversando un grande prisma di pece e si polarizzano con una griglia di fili metallici paralleli, proprio come la luce.

APPROFONDIMENTO

Hertz e le onde «inutili»

Hertz considerava i suoi esperimenti una verifica della teoria di Maxwell, non l'inizio di una tecnologia. Secondo un aneddoto molto citato, a chi gli chiedeva a che cosa potessero servire quelle onde rispose che non servivano a nulla: dimostravano soltanto che Maxwell aveva ragione. Pochi anni dopo, le stesse onde trasportavano messaggi attraverso l'oceano.

Negli stessi esperimenti, nel 1887, Hertz notò un fatto curioso che non sapeva spiegare: le scintille nel risonatore scoccavano più facilmente quando la fessura era illuminata dalla luce ultravioletta della scintilla dell'oscillatore. Era il primo segno dell'effetto fotoelettrico, che nel capitolo 11 ci porterà al fotone: l'esperimento che confermò la teoria ondulatoria della luce conteneva già l'indizio dei suoi limiti. Al nome di Hertz è dedicata l'unità di misura della frequenza.

COLLEGAMENTI

Da Marconi al Wi-Fi

Guglielmo Marconi intuì che le onde di Hertz potevano trasportare messaggi. Nel 1895, nella villa di famiglia a Pontecchio, vicino a Bologna, trasmise segnali in alfabeto Morse oltre una collina, migliorando la portata con un'antenna verticale molto più alta e collegata a terra. Nel 1901 un segnale partito dalla Cornovaglia fu ricevuto a Terranova, dall'altra parte dell'Atlantico. La radiotelegrafia cambiò la navigazione: una nave in difficoltà, per la prima volta, poteva chiedere aiuto.

Ogni comunicazione senza fili di oggi, dalla radio al telefono cellulare, dal Wi-Fi al GPS, discende da quegli esperimenti: un circuito oscillante, un'antenna che trasmette, un'antenna che riceve. Cambiano la frequenza, che sale fino a miliardi di hertz, e il modo di imprimere l'informazione sull'onda, che vedremo nel capitolo 6.

5.2 La struttura dell'onda elettromagnetica

5.2.1 Lontano dalla sorgente: l'onda piana

Lontano dall'antenna, una piccola porzione del fronte d'onda è praticamente piana, come la superficie della Terra sembra piatta a chi ci cammina sopra. Nel capitolo 4 hai ricavato, con un fronte d'onda piano e le due leggi di circuitazione, che la perturbazione avanza a velocità $c = 1/\sqrt{(\varepsilon_0\mu_0)}$ e che i suoi campi stanno nel rapporto $E = cB$. Le equazioni di Maxwell, applicate a un'onda piana nel vuoto di forma qualsiasi, danno cinque proprietà, che riassumiamo:

1. i campi $\boldsymbol{E}$ e $\boldsymbol{B}$ sono entrambi **perpendicolari** alla direzione di propagazione: l'onda è trasversale;
2. $\boldsymbol{E}$ e $\boldsymbol{B}$ sono **perpendicolari fra loro**, e la direzione di propagazione è quella del prodotto vettoriale $\boldsymbol{E} \times \boldsymbol{B}$ (regola della mano destra: le dita ruotano da $\boldsymbol{E}$ a $\boldsymbol{B}$, il pollice indica dove va l'onda);
3. i due campi oscillano **in fase**: sono massimi negli stessi punti e negli stessi istanti, e si annullano insieme;
4. in ogni punto e in ogni istante i loro moduli sono legati da $E = cB$;
5. l'onda si propaga alla velocità $c = 1/\sqrt{(\varepsilon_0\mu_0)} \approx 3{,}00 \times 10^8$ m/s, la stessa per tutte le frequenze.

La Figura 5.4 mostra un'onda piana sinusoidale che si propaga lungo l'asse x, con il campo elettrico parallelo all'asse y e quello magnetico parallelo all'asse z. Le funzioni d'onda hanno la forma che conosci dalle onde meccaniche (*Fisica 4*, capitolo 5):

$$E_y(x, t) = E_0 \operatorname{sen}(kx - \omega t) \qquad B_z(x, t) = B_0 \operatorname{sen}(kx - \omega t) \qquad B_0 = \frac{E_0}{c}$$

con il numero d'onda $k = 2\pi/\lambda$, la pulsazione $\omega = 2\pi f$ e $c = \lambda f = \omega/k$. La relazione $E = cB$ si può controllare con le dimensioni: il campo elettrico si misura in N/C, il campo magnetico in T = N/(A·m) = N·s/(C·m), e il rapporto (N/C)/(N·s/(C·m)) = m/s è proprio una velocità. Attenzione a non leggere $E = cB$ come «il campo elettrico è 300 milioni di volte più grande del campo magnetico»: le due grandezze hanno unità diverse e non si confrontano così. Vedremo nel paragrafo successivo che i due campi trasportano esattamente la stessa energia.

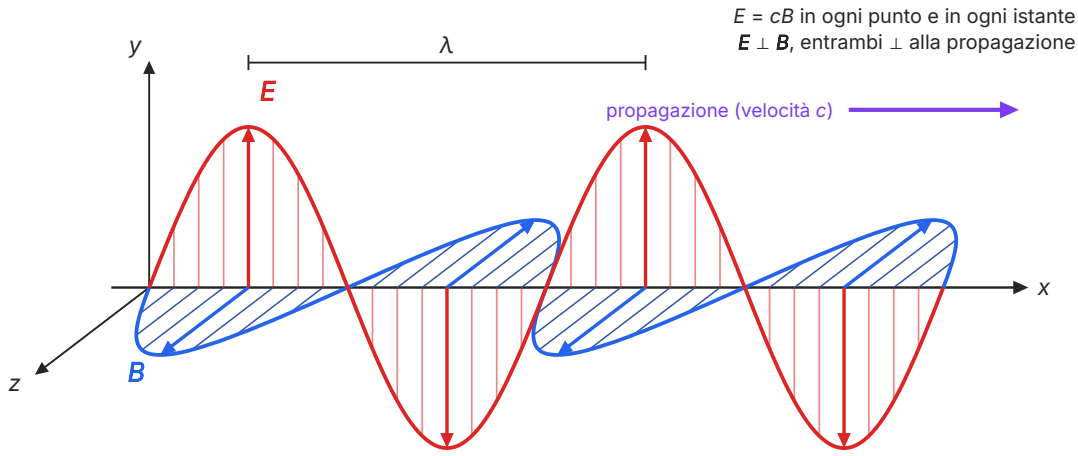

Figura 5.4 Un'onda elettromagnetica piana sinusoidale, calcolata in un istante lungo l'asse x (vista in prospettiva). Il campo elettrico (rosso) oscilla nel piano xy, il campo magnetico (blu) nel piano xz; i due campi sono in fase, perpendicolari fra loro e alla direzione di propagazione, che è quella di $\vec{E} \times \vec{B}$. I vettori sono disegnati in alcuni punti dell'asse x; la scala delle frecce di $\vec{B}$ è scelta in modo che abbiano la stessa lunghezza di quelle di $\vec{E}$.

ESEMPIO SVOLTO

Leggere due fotografie di un'onda

Problema. Un grafico del campo in funzione della posizione, a un istante fissato, è una fotografia dell'onda. La Figura 5.5 mostra la componente E_y del campo elettrico di un'onda piana nel vuoto, polarizzata lungo y, in funzione di x, all'istante $t = 0$ (curva continua) e all'istante $t = 0{,}50$ ns (curva tratteggiata). Ricava a) la lunghezza d'onda e l'ampiezza E_0; b) la direzione di propagazione, verificando che lo spostamento sia compatibile con la velocità c; c) la frequenza e il periodo; d) l'ampiezza del campo magnetico e la sua direzione nel punto $x = 0{,}15$ m all'istante $t = 0$.

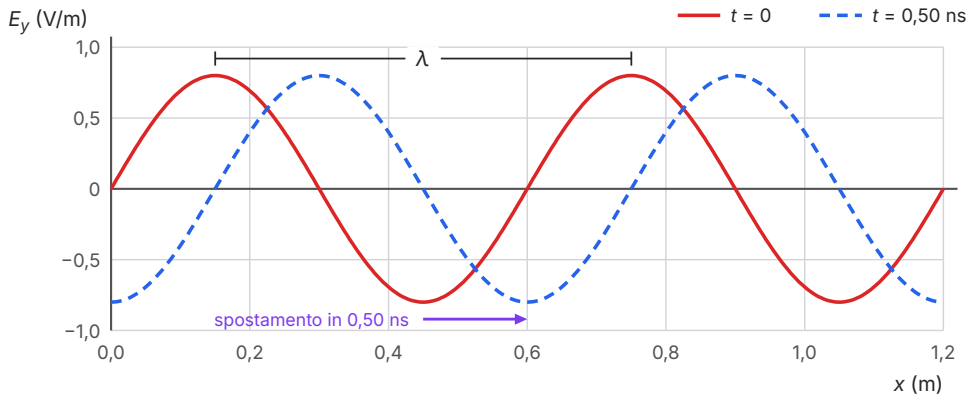

Figura 5.5 Componente E_y del campo elettrico di un'onda piana, calcolata in funzione della posizione agli istanti $t = 0$ e $t = 0{,}50$ ns.

a) Due creste consecutive della curva continua si trovano a $x = 0{,}15$ m e $x = 0{,}75$ m: $\lambda = 0{,}60$ m. Il valore massimo del campo è $E_0 = 0{,}80$ V/m.

b) In 0,50 ns ogni punto della curva si è spostato di 0,15 m verso le x positive: la valle da 0,45 m a 0,60 m, la cresta da 0,75 m a 0,90 m. Nel vuoto l'onda percorre in quel tempo $c\Delta t = 3{,}00 \times 10^8$ m/s $\times$ $0{,}50 \times 10^{-9}$ s = 0,15 m: l'onda si propaga nel verso positivo dell'asse x. A rigore, la stessa curva tratteggiata si otterrebbe anche spostando quella continua di 0,45 m verso sinistra (0,15 m − λ), ma in 0,50 ns nessuna onda elettromagnetica percorre 0,45 m nel vuoto.

c) $f = c/\lambda = (3{,}00 \times 10^8 \text{ m/s})/(0{,}60 \text{ m}) = 5{,}0 \times 10^8$ Hz = 500 MHz; $T = 1/f = 2{,}0$ ns.

d) $B_0 = E_0/c = (0{,}80 \text{ V/m})/(3{,}00 \times 10^8 \text{ m/s}) = 2{,}7 \times 10^{-9}$ T. A $x = 0{,}15$ m e $t = 0$ il campo elettrico è massimo e diretto verso le y positive; il campo magnetico, in fase, è anch'esso massimo. Il suo verso è quello per cui $\boldsymbol{E} \times \boldsymbol{B}$ punta verso le x positive: poiché il versore dell'asse y per quello dell'asse z dà il versore dell'asse x, $\boldsymbol{B}$ è diretto verso le z positive. È circa ventimila volte meno del campo terrestre, eppure, come vedrai, porta tanta energia quanto il campo elettrico.

5.2.2 La polarizzazione di un'onda elettromagnetica

Per convenzione, la direzione di polarizzazione di un'onda elettromagnetica è la direzione in cui oscilla il campo **elettrico**, perché è il campo elettrico che agisce sulle cariche dei rivelatori, delle antenne e dell'occhio. Un'antenna a dipolo verticale emette onde polarizzate verticalmente, e un'antenna ricevente le capta al meglio se è verticale anche lei. La luce di una lampadina, invece, è emessa da un numero enorme di atomi indipendenti, ciascuno con la propria direzione di oscillazione: è luce non polarizzata.

Ora possiamo capire come funziona un filtro polarizzatore. Il più diffuso è un foglio di plastica che contiene lunghe catene di molecole allineate, lungo le quali gli elettroni possono muoversi. La componente del campo elettrico parallela alle catene mette in moto gli elettroni, cede loro energia e viene assorbita; la componente perpendicolare non trova cariche che possano seguirla per un tratto lungo, e passa. L'asse di trasmissione del filtro è quindi **perpendicolare** alle catene. La **griglia polarizzatrice** di Hertz, fatta di fili metallici paralleli, funziona nello stesso modo per le onde di lunghezza molto maggiore della distanza fra i fili.

ERRORE FREQUENTE

La griglia non è una staccionata

«Una corda che oscilla in verticale passa attraverso le fessure verticali di una staccionata; quindi una griglia di fili verticali lascia passare le onde polarizzate verticalmente.» Il ragionamento è sbagliato. La staccionata ferma la corda per un vincolo meccanico, la griglia ferma l'onda perché il campo elettrico mette in moto gli elettroni dei fili. Se $\boldsymbol{E}$ è parallelo ai fili, gli elettroni oscillano lungo di essi, e la griglia assorbe o riflette l'onda come uno specchio; se $\boldsymbol{E}$ è perpendicolare ai fili, gli elettroni non possono seguirlo e l'onda passa. Una griglia a fili verticali, quindi, **blocca** le onde polarizzate verticalmente, come mostra l'ultima parte del laboratorio che segue.

COLLEGAMENTI

In laboratorio: le microonde, un'onda da misurare col righello

Materiali. Un kit didattico per l'ottica delle microonde: un trasmettitore a diodo Gunn con tromba, di frequenza nominale (10,5 ± 0,1) GHz e potenza di pochi milliwatt, polarizzato verticalmente; un ricevitore con tromba e diodo rivelatore, che misura una grandezza proporzionale all'intensità quando il segnale è debole; una sonda rivelatrice (un piccolo dipolo con diodo) montata su un carrello; una lastra metallica; una griglia di fili metallici paralleli; un banco con scala millimetrata e un goniometro.

Procedimento. 1) *Onda stazionaria.* Disponi la lastra metallica di fronte al trasmettitore, a circa 50 cm. Fai scorrere la sonda lungo l'asse fra tromba e lastra e registra le posizioni x_n di nove minimi successivi della lettura. 2) *Polarizzazione.* Metti il ricevitore di fronte al trasmettitore, a 60 cm, e ruotalo attorno all'asse del fascio di un angolo θ da 0° a 90°, a passi di 15°; dividi ogni lettura per quella a 0°. Tieni il segnale debole (amplificazione bassa): solo così la lettura del diodo è proporzionale all'intensità, che è l'ipotesi su cui si basa il confronto con la legge di Malus. 3) *Griglia.* Riporta il ricevitore a 0° e inserisci la griglia fra le trombe, prima con i fili verticali, poi orizzontali.

Tabella 5.1 Posizioni di nove minimi consecutivi della sonda nell'onda stazionaria davanti alla lastra (dati tipici; incertezza di lettura ±0,05 cm).

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8
x_n (cm)	12,30	13,74	15,17	16,58	18,03	19,45	20,86	22,31	23,74

Tabella 5.2 Lettura relativa del ricevitore ruotato di θ attorno all'asse del fascio (dati tipici; incertezza ±0,02), confrontata con $\cos^2\theta$ e con $\cos\theta$.

θ	0°	15°	30°	45°	60°	75°	90°
lettura relativa	1,00	0,94	0,76	0,49	0,26	0,07	0,01
$\cos^2\theta$	1,000	0,933	0,750	0,500	0,250	0,067	0,000
$\cos\theta$	1,000	0,966	0,866	0,707	0,500	0,259	0,000

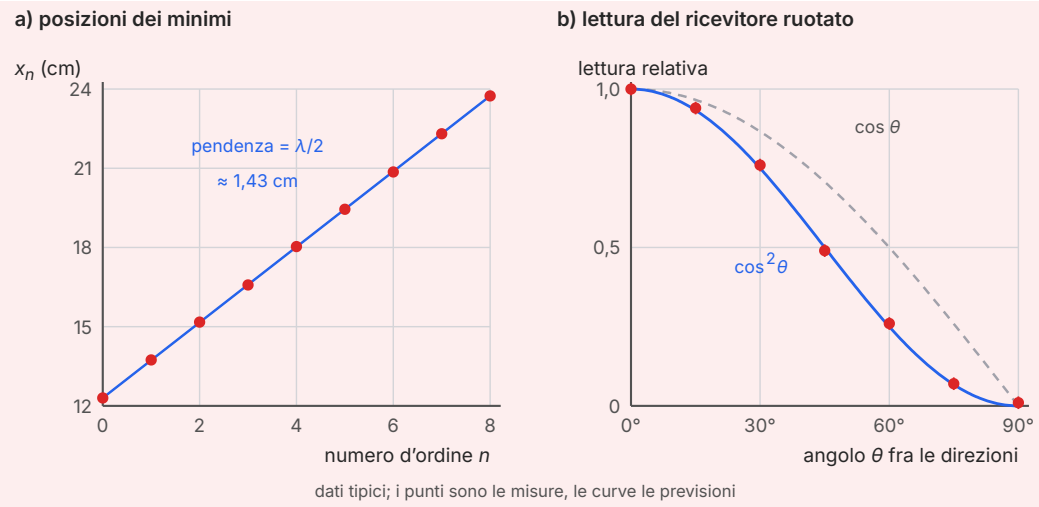

Figura 5.6 Analisi dei dati del laboratorio. a) Posizioni dei minimi in funzione del numero d'ordine: i punti sono allineati e la pendenza vale $\lambda/2$. b) Lettura relativa del ricevitore in funzione dell'angolo: le misure seguono $\cos^2\theta$ (curva continua), non $\cos\theta$ (tratteggiata).

Confronto teoria–esperimento. Fra due minimi consecutivi c'è mezza lunghezza d'onda, quindi i punti di Figura 5.6a stanno su una retta di pendenza $\lambda/2$. Dai minimi estremi: $\lambda/2 = (23{,}74 - 12{,}30)\ \text{cm}/8 = 1{,}430$ cm, con incertezza $(0{,}05 + 0{,}05)\ \text{cm}/8 \approx 0{,}013$ cm, e $\lambda = (2{,}86 \pm 0{,}03)$ cm. La teoria prevede $\lambda = c/f = 3{,}00 \times 10^8\ \text{m/s}/(10{,}5 \times 10^9\ \text{Hz}) = 2{,}857$ cm, con un'incertezza di $\pm 0{,}03$ cm dovuta a quella sulla frequenza. La differenza, 0,003 cm, è molto minore delle incertezze: le due misure sono compatibili. Rovesciando il calcolo, $c = \lambda f$, con incertezza relativa $0{,}9\% + 1{,}0\% \approx 2\%$ (in un prodotto si sommano le incertezze relative): $c = (3{,}00 \pm 0{,}06) \times 10^8$ m/s. Nella Figura 5.6b le letture coincidono con $\cos^2\theta$ entro l'incertezza a tutti gli angoli, mentre $\cos\theta$ ne è lontanissimo: a 60° prevede 0,50 e si misura $0{,}26 \pm 0{,}02$.

Che cosa concludere. Le microonde hanno lo stesso comportamento della luce, ma su una scala di centimetri: formano onde stazionarie con nodi a distanza $\lambda/2$, si propagano a velocità c e obbediscono alla legge di Malus, perché il ricevitore raccoglie soltanto la componente del campo lungo la sua direzione, $E_0 \cos\theta$, e la sua lettura, a segnale debole, è proporzionale all'intensità, cioè al quadrato di quella componente. La griglia con i fili verticali, paralleli al campo, fa crollare la lettura quasi a zero; con i fili orizzontali la lettura cambia poco: è la conferma dell'errore frequente sulla griglia.

Sicurezza. La potenza dei trasmettitori didattici è di pochi milliwatt, ma non tenere a lungo gli occhi davanti alla tromba. Non smontare mai un forno a microonde per usarne il magnetron: lavora a centinaia di watt e ad alta tensione.

Per la relazione. Riporta le due tabelle e i grafici con le barre d'incertezza; ricava λ anche con la retta di massima e minima pendenza e confronta i due metodi; spiega perché si misurano i minimi e non i massimi (vicino a un minimo la lettura, quasi nulla, cambia in proporzione

molto più in fretta, e la sua posizione si individua meglio) e perché conviene usare la distanza fra minimi lontani invece che fra minimi vicini.

5.3 Energia e intensità

Un'onda elettromagnetica trasporta energia: è così che la luce del Sole scalda la Terra e che un forno a microonde scalda il cibo. L'energia sta nei campi. Nel volume dello scorso anno hai visto che il campo elettrico la immagazzina con densità $u_E = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2$ (*Fisica 4*, capitolo 12), e nel capitolo 2 di questo volume che il campo magnetico la immagazzina con densità $u_B = B^2/(2\mu_0)$. In un'onda ci sono entrambi i campi, e la **densità di energia dell'onda** è la loro somma. Quanta energia attraversa ogni secondo una superficie, cioè l'intensità dell'onda (*Fisica 4*, capitolo 5), si ricava da questa densità: l'esempio seguente svolge il calcolo passo per passo.

ESEMPIO SVOLTO

L'energia di un'onda e la sua intensità, passo per passo

Obiettivo. Esprimere la densità di energia e l'intensità di un'onda piana sinusoidale nel vuoto in funzione dell'ampiezza E_0 del campo elettrico.

Passo 1: le due densità. La densità di energia dell'onda è

$$u = \tfrac{1}{2}\varepsilon_0 E^2 + \frac{B^2}{2\mu_0}$$

Passo 2: le due metà sono uguali. Nell'onda $B = E/c$, e $c^2 = 1/(\varepsilon_0\mu_0)$. Il secondo termine diventa $E^2/(2\mu_0 c^2) = E^2\varepsilon_0\mu_0/(2\mu_0) = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2$, uguale al primo. In ogni punto e in ogni istante **l'energia è divisa in parti uguali fra il campo elettrico e il campo magnetico**, e

$$u = \varepsilon_0 E^2 = \frac{B^2}{\mu_0}$$

Passo 3: dall'energia all'intensità. Considera una superficie di area S perpendicolare alla propagazione. Nel tempo Δt la attraversa tutta l'energia contenuta in un cilindro di base S e lunghezza $c\Delta t$, cioè $uSc\Delta t$. Dividendo per S e per Δt: $I = cu$.

Passo 4: la media. In un'onda sinusoidale $E^2 = {E_0}^2 \operatorname{sen}^2(kx - \omega t)$ oscilla fra zero e ${E_0}^2$ in tempi brevissimi, e gli strumenti misurano la media. La media di sen^2 su un periodo vale $\frac{1}{2}$ (capitolo 3), quindi

$$I = cu_{\text{media}} = \tfrac{1}{2}\, c\varepsilon_0 {E_0}^2 = c\varepsilon_0 {E_{\text{eff}}}^2 \qquad \text{con } E_{\text{eff}} = \frac{E_0}{\sqrt{2}}$$

Controlli. Unità: $c\varepsilon_0 E^2$ si misura in $(\text{m/s}) \cdot \text{C}^2/(\text{N}\cdot\text{m}^2) \cdot \text{N}^2/\text{C}^2 = \text{N}/(\text{m}\cdot\text{s}) = (\text{J/s})/\text{m}^2 = \text{W/m}^2$, un'intensità. Proporzionalità: l'intensità cresce con il quadrato dell'ampiezza, come per ogni onda (*Fisica 4*, capitolo 5). Usando $E_0 = cB_0$ si ottiene la forma equivalente $I = c{B_0}^2/(2\mu_0)$.

Qui E_{eff} è il valore efficace del campo elettrico, definito come per la tensione alternata nel capitolo 3. Il risultato del passo 2 risponde anche alla domanda lasciata aperta dall'esempio della Figura 5.5: un campo magnetico di pochi nanotesla porta tanta energia quanto il campo elettrico che lo accompagna, perché nella densità di energia è diviso per μ_0, un numero piccolissimo.

ERRORE FREQUENTE

Picco o valore efficace?

La formula $I = \tfrac{1}{2}c\varepsilon_0 E_0^2$ contiene l'ampiezza, cioè il valore di picco del campo; il fattore ½ viene dalla media. Se un testo dà il valore efficace (spesso è così per le misure di campo elettrico vicino ad antenne e ripetitori), si usa $I = c\varepsilon_0 E_{\text{eff}}^2$, senza ½. Usare il valore efficace nella formula con ½ dimezza l'intensità; ricavare E_0 dall'intensità e chiamarlo efficace lo sovrastima del 41%. Prima di sostituire, chiediti sempre: questo numero è un picco o una media quadratica?

Applichiamo le formule alla luce del Sole. Fuori dall'atmosfera, alla distanza media della Terra dal Sole, una superficie perpendicolare ai raggi riceve circa 1,36 kW/m^2: è la **costante solare**. Il campo elettrico della luce solare ha quindi ampiezza

$$E_0 = \sqrt{(2I/(c\varepsilon_0))} = \sqrt{(2 \times 1360\ \text{W/m}^2 / (3{,}00 \times 10^8\ \text{m/s} \times 8{,}85 \times 10^{-12}\ \text{C}^2/(\text{N}\cdot\text{m}^2)))} \approx 1{,}01 \times 10^3\ \text{V/m}$$

e il campo magnetico $B_0 = E_0/c \approx 3{,}37 \times 10^{-6}$ T, circa un quindicesimo del campo magnetico terrestre. (La luce solare non è un'onda sinusoidale di una sola frequenza, ma una miscela di moltissime; i valori trovati sono quelli di un'onda sinusoidale con la stessa intensità.) La densità media di energia è $I/c \approx 4{,}5 \times 10^{-6}$ J/m^3: una quantità minuscola, ma che arriva alla velocità della luce, e ogni secondo porta su ogni metro quadrato 1360 J.

Per una sorgente che emette la potenza P in modo uniforme in tutte le direzioni vale $I = P/(4\pi r^2)$. Un trasmettitore da 10 kW, a 5 km di distanza, produce un'intensità di $3{,}2 \times 10^{-5}$ W/m^2, cioè un campo elettrico di ampiezza 0,15 V/m: abbastanza perché un buon ricevitore lo amplifichi in un suono chiaro. Al contrario, il fascio di un puntatore laser da 1,0 mW, largo 2,0 mm, concentra la sua potenza su un cerchio di raggio 1,0 mm: $I = 1{,}0 \times 10^{-3}\ \text{W}/(\pi \times (1{,}0 \times 10^{-3}\ \text{m})^2) \approx 3{,}2 \times 10^2$ W/m^2, circa un quarto della costante solare, con $E_0 \approx 4{,}9 \times 10^2$ V/m. Non ti stupirà che sia pericoloso guardarlo: il cristallino focalizza un fascio parallelo in un punto minuscolo della retina, dove l'intensità diventa enormemente più grande.

5.4 Quantità di moto e pressione di radiazione

Un'onda elettromagnetica che colpisce un corpo non gli cede soltanto energia: lo spinge. Il campo elettrico dell'onda mette in moto le cariche della superficie, e il campo magnetico, che oscilla in fase, esercita su quelle cariche in moto una forza di Lorentz diretta nel verso di propagazione. La teoria di Maxwell dà il risultato in forma semplice: un'onda che trasporta l'energia U trasporta anche una **quantità di moto della radiazione**

$$p = \frac{U}{c}$$

diretta come la propagazione. La prendiamo come risultato della teoria; nel capitolo 9 la ritroverai nella relazione fra energia e quantità di moto della relatività ristretta, e nel capitolo 11 nella quantità di moto del fotone.

Supponi che l'onda colpisca perpendicolarmente una superficie nera, che assorbe tutto (Figura 5.7a). Nel tempo Δt la superficie riceve l'energia $U = IA\Delta t$ e, con essa, la quantità di moto $p = IA\Delta t/c$. Per il teorema dell'impulso (*Fisica 3*) la forza media sulla superficie è $F = p/\Delta t = IA/c$, e la forza per unità di area, la **pressione di radiazione**, è I/c. Se invece la superficie è uno specchio perfetto (Figura 5.7b), l'onda torna indietro con quantità di moto opposta: la variazione è doppia, come per una pallina che rimbalza elasticamente su una parete invece di fermarsi. Quindi

$$\text{pressione} = \frac{I}{c} \quad \text{(superficie che assorbe)} \qquad \text{pressione} = \frac{2I}{c} \quad \text{(superficie che riflette)}$$

Per la luce solare vicino alla Terra la pressione è $1360/(3{,}00 \times 10^8)$ Pa $\approx 4{,}5 \times 10^{-6}$ Pa su una superficie nera, il doppio su uno specchio: più di dieci miliardi di volte meno della pressione atmosferica. Non stupisce che sia stata misurata soltanto all'inizio del Novecento, con delicate bilance di torsione sotto vuoto. Nello spazio, però, dove non c'è attrito e la spinta agisce per mesi, una forza minuscola produce effetti grandi.

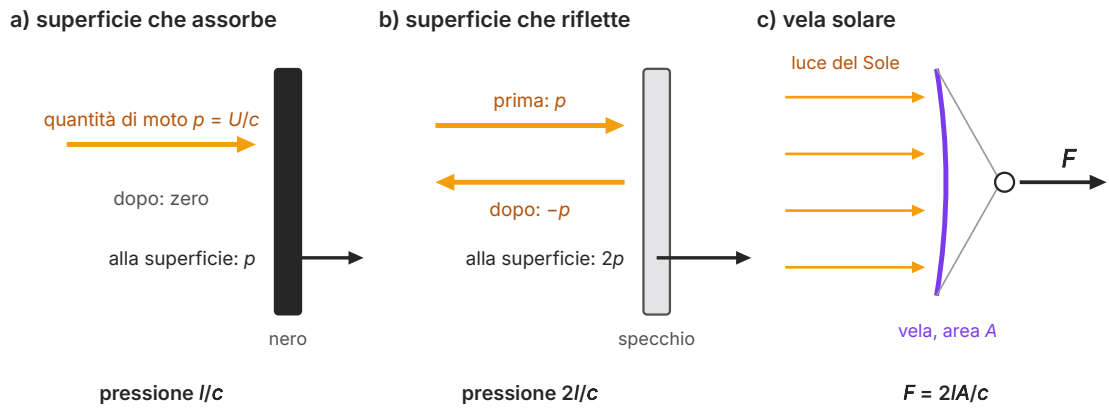

Figura 5.7 La pressione di radiazione. a) Una superficie nera assorbe l'onda e ne riceve la quantità di moto p. b) Uno specchio la riflette e riceve $2p$. c) Una vela solare riflettente, perpendicolare ai raggi del Sole, riceve la forza $F = 2IA/c$.

Su questo principio si basa la **vela solare**: un foglio molto sottile e molto riflettente, di grande superficie, che si fa spingere dalla luce del Sole. Non consuma carburante, e la sua accelerazio-

ne, per quanto piccola, dura finché c'è luce. La sonda giapponese IKAROS ha dimostrato questa forma di propulsione nello spazio interplanetario.

ESEMPIO SVOLTO

Una vela solare

Problema. Una vela quadrata di lato 32 m, perfettamente riflettente, porta una piccola sonda; la massa totale è 10 kg. La vela è perpendicolare ai raggi del Sole, alla distanza della Terra (I = 1360 W/m^2). Calcola a) la forza della radiazione; b) l'accelerazione; c) la velocità acquistata in un giorno e in un anno, se la forza restasse costante.

a) $A = (32\ \text{m})^2 = 1024\ \text{m}^2$. Superficie riflettente: $F = 2IA/c = 2 \times 1360\ \text{W/m}^2 \times 1024\ \text{m}^2/(3{,}00 \times 10^8\ \text{m/s}) = 9{,}3 \times 10^{-3}$ N: il peso, sulla Terra, di un grammo.

b) $a = F/m = 9{,}3 \times 10^{-3}\ \text{N}/10\ \text{kg} = 9{,}3 \times 10^{-4}\ \text{m/s}^2$, circa un decimillesimo di g.

c) In un giorno ($8{,}64 \times 10^4$ s): $\Delta v = a\Delta t = 9{,}3 \times 10^{-4}\ \text{m/s}^2 \times 8{,}64 \times 10^4\ \text{s} \approx 80$ m/s. In un anno ($3{,}16 \times 10^7$ s): $\Delta v \approx 2{,}9 \times 10^4$ m/s, cioè circa 29 km/s.

Commento. Il risultato in un anno è soltanto un ordine di grandezza: allontanandosi dal Sole l'intensità diminuisce come $1/r^2$, e la vela non resta sempre perpendicolare ai raggi. Mostra però perché la vela interessa: una spinta debolissima ma continua, senza propellente, accumula velocità paragonabili a quella orbitale della Terra.

COLLEGAMENTI

Le code delle comete e le pinzette di luce

Quando una cometa si avvicina al Sole, il calore libera dal nucleo gas e polvere, che formano due code distinte. La coda di polvere, curva e giallastra, è spinta dalla pressione di radiazione, che per i granelli più piccoli è paragonabile all'attrazione gravitazionale del Sole. La coda di ioni, diritta e azzurrina, è spinta invece dal vento solare, un flusso di particelle cariche. Tutte e due puntano in direzione opposta al Sole, qualunque sia il verso del moto della cometa: lo avevano notato gli astronomi molto prima che si sapesse perché.

In laboratorio, un fascio laser focalizzato attraverso un obiettivo da microscopio intrappola e sposta oggetti di pochi micrometri, come batteri, cellule o sferette di plastica. Queste *pinzette ottiche* sfruttano gli scambi di quantità di moto fra la luce e l'oggetto che la devia, e si usano in biologia per misurare forze piccolissime, come quelle prodotte da una singola molecola.

5.5 Le onde elettromagnetiche nella materia

5.5.1 Velocità e indice di rifrazione

In un mezzo trasparente la luce viaggia più lentamente che nel vuoto, a velocità $v = c/n$, dove n è l'indice di rifrazione (*Fisica 2*). Le equazioni di Maxwell spiegano il perché. In un materiale iso-

lante il campo elettrico dell'onda polarizza le molecole, e l'effetto si descrive sostituendo ε_0 con $\varepsilon_0\varepsilon_r$, dove ε_r è la costante dielettrica relativa (*Fisica 4*, capitolo 9); allo stesso modo il magnetismo del materiale sostituisce μ_0 con $\mu_0\mu_r$. La velocità diventa $1/\sqrt{(\varepsilon_0\varepsilon_r\mu_0\mu_r)} = c/\sqrt{(\varepsilon_r\mu_r)}$, e quindi

$$n = \sqrt{(\varepsilon_r\mu_r)}$$

Per i materiali trasparenti comuni, che non sono magnetici, $\mu_r \approx 1$ e $n \approx \sqrt{\varepsilon_r}$. Per l'aria la previsione funziona benissimo: $\varepsilon_r = 1{,}0006$ dà $n = 1{,}0003$, il valore misurato. Per l'acqua, invece, sembra fallire clamorosamente. La sua costante dielettrica, misurata con un condensatore, vale circa 80, e $\sqrt{80} \approx 8{,}9$; ma l'indice di rifrazione dell'acqua per la luce visibile è 1,33.

Il paradosso si scioglie pensando alla frequenza. Le molecole d'acqua sono dipoli permanenti, e in un campo che cambia lentamente, come quello di un condensatore carico, ruotano per allinearsi: è questo che rende ε_r così grande. Il campo elettrico della luce visibile, però, si inverte circa 10^{15} volte al secondo, e le molecole sono troppo pesanti per seguirlo: rispondono soltanto gli elettroni, molto più leggeri. Alla frequenza della luce la costante dielettrica dell'acqua è circa $1{,}33^2 \approx 1{,}77$. La risposta di un materiale dipende dunque dalla frequenza del campo, e con essa l'indice di rifrazione: è l'origine della dispersione, per cui un prisma separa i colori (*Fisica 2*). Nel mezzo la frequenza dell'onda non cambia, perché è fissata dalla sorgente, mentre la lunghezza d'onda si riduce a λ/n (*Fisica 4*, capitolo 8).

5.5.2 La diffusione della luce e il cielo azzurro

Quando un'onda attraversa un gas, il suo campo elettrico fa oscillare gli elettroni delle molecole alla frequenza dell'onda. Ogni molecola diventa una minuscola antenna a dipolo che riemette in quasi tutte le direzioni una parte dell'energia ricevuta: è la **diffusione della luce**. Per molecole molto più piccole della lunghezza d'onda, la diffusione cresce rapidamente con la frequenza, proporzionalmente alla sua quarta potenza (il risultato lo prendiamo per buono): la luce blu, di frequenza circa 1,6 volte quella rossa, è diffusa più di sei volte di più ($1{,}6^4 \approx 6{,}6$). Per questo il cielo è azzurro, mentre il Sole al tramonto, la cui luce attraversa uno spessore d'aria molto grande e perde il blu per strada, appare rosso.

La luce diffusa è anche polarizzata. Guarda il cielo in una direzione perpendicolare a quella del Sole. Con il Sole basso sull'orizzonte, la sua luce arriva orizzontalmente e fa oscillare gli elettroni in tutte le direzioni perpendicolari ai raggi: in verticale e in orizzontale verso di te. Ma un dipolo non irraggia lungo il proprio asse, e gli elettroni che oscillano lungo la tua linea di vista non ti mandano nulla. Ti arriva soltanto la luce degli elettroni che oscillano in verticale: polarizzata. È la **polarizzazione per diffusione**. La vedi ruotando un paio di occhiali polarizzati mentre guardi il cielo; le api la percepiscono e la usano per orientarsi, e i fotografi la sfruttano con i filtri polarizzatori, che scuriscono il cielo e fanno risaltare le nuvole.

ESEMPIO SVOLTO

Tre polarizzatori

Problema. Luce non polarizzata di intensità I_0 incide su due polarizzatori con assi perpendicolari. a) Quanta luce passa? b) Fra i due si inserisce un terzo polarizzatore con l'asse a 45° rispetto al primo. Quanta luce passa ora? c) Spiega il risultato in termini di campo elettrico.

a) Il primo filtro trasmette $I_0/2$, polarizzata lungo il suo asse. Il secondo forma 90° con questa direzione: $I = (I_0/2)\cos^2 90° = 0$. Non passa nulla.

b) Dopo il primo: $I_0/2$. Il filtro intermedio forma 45° con la polarizzazione: $(I_0/2)\cos^2 45° = I_0/4$, polarizzata a 45°. L'ultimo filtro forma ancora 45° con questa nuova direzione: $(I_0/4)\cos^2 45° = I_0/8$. Passa un ottavo della luce.

c) Un filtro non «lascia o toglie» semplicemente: proietta il campo elettrico sul proprio asse, e dopo di lui l'onda è polarizzata in una nuova direzione. Fra due filtri incrociati il campo non ha componente lungo il secondo asse; il filtro a 45° crea una componente nuova, che ha a sua volta una proiezione non nulla sul terzo asse. Aggiungendo un filtro, paradossalmente, la luce aumenta.

Controllo. In ogni passaggio l'intensità non aumenta mai rispetto al passaggio precedente: $I_0 \to I_0/2 \to I_0/4 \to I_0/8$. L'energia è conservata, e quella mancante è assorbita dai filtri.

5.6 L'effetto Doppler per la luce

Hai studiato l'effetto Doppler per il suono (*Fisica 4*, capitolo 7): la sirena di un'ambulanza che si avvicina suona più acuta. Le formule del suono contengono le velocità della sorgente e dell'osservatore misurate **rispetto all'aria**, e danno risultati diversi se a muoversi è l'una o l'altro. Per la luce non c'è nessun mezzo rispetto a cui misurare le velocità: conta soltanto la velocità relativa fra sorgente e osservatore. È una conseguenza del principio di relatività, che nel capitolo 7 estenderemo a tutta la fisica.

Quando la velocità relativa v è molto minore di c, la frequenza ricevuta f' è legata a quella emessa f dalla relazione approssimata

$$f' \approx f\left(1 \pm \frac{v}{c}\right) \qquad \frac{\Delta\lambda}{\lambda} \approx \mp \frac{v}{c} \qquad (v \ll c)$$

con il segno superiore quando sorgente e osservatore si avvicinano e quello inferiore quando si allontanano; v è la componente della velocità relativa lungo la congiungente, detta velocità radiale. La formula esatta, valida a ogni velocità, la ricaverai dalla relatività nel capitolo 8.

Gli astronomi misurano così la velocità con cui le stelle e le galassie si avvicinano o si allontanano, confrontando le lunghezze d'onda delle righe spettrali di un elemento con quelle misurate in laboratorio (*Fisica 4*, capitolo 8). Se le righe compaiono a lunghezze d'onda maggiori, la

sorgente si allontana: è lo **spostamento verso il rosso**. Se compaiono a lunghezze d'onda minori, la sorgente si avvicina: **spostamento verso il blu**. Per esempio, la riga rossa dell'idrogeno, a 656,3 nm (misurata in aria), osservata a 662,9 nm nello spettro di una galassia, indica che questa si allontana alla velocità $v \approx c\,\Delta\lambda/\lambda = 3{,}00 \times 10^8$ m/s × 6,6/656,3 ≈ $3{,}0 \times 10^6$ m/s, cioè 3000 km/s. Nel capitolo 16 vedrai che quasi tutte le galassie lontane mostrano uno spostamento verso il rosso, e che cosa questo dice sull'universo. Lo stesso metodo, con una precisione di pochi metri al secondo, rivela i pianeti di altre stelle: la stella oscilla avanti e indietro mentre il pianeta le gira attorno, e le sue righe si spostano periodicamente.

Sulla Terra, l'effetto Doppler è il principio dei radar per la velocità. Un radar emette onde radio o microonde e ne rivela l'eco riflessa da un oggetto: il ritardo dell'eco dà la distanza, perché l'onda percorre andata e ritorno a velocità c, e lo spostamento di frequenza dà la velocità. Un'auto che si avvicina con velocità v riceve l'onda con frequenza $f(1 + v/c)$, come un osservatore in moto, e la rimanda indietro come una sorgente in moto: lo spostamento si applica due volte, e

$$\Delta f \approx \frac{2fv}{c}$$

Con un radar che lavora a 24,125 GHz e un'auto a 30 m/s (108 km/h), $\Delta f = 2 \times 24{,}125 \times 10^9$ Hz × 30 m/s/($3{,}00 \times 10^8$ m/s) ≈ 4,8 kHz. Lo strumento non misura le due frequenze separatamente, che differiscono di due parti su dieci milioni: sovrappone l'onda emessa e quella riflessa e ne conta i battimenti (*Fisica 4*, capitolo 7), la cui frequenza è proprio Δf. I radar meteorologici usano lo stesso principio per misurare la velocità della pioggia e dei venti all'interno dei temporali.

DA RICORDARE

Verso l'esame: le onde elettromagnetiche

Le onde elettromagnetiche compaiono nella seconda prova nei nuclei *Onde e particelle* e *Forze e campi*. L'obiettivo del Quadro di riferimento che le riguarda più da vicino è il calcolo della densità di energia dei campi e dell'energia trasportata da un'onda.

Lo schema tipico parte da una potenza o da un'intensità e chiede E_0, B_0, la pressione di radiazione o la forza su una superficie, spesso a distanza r da una sorgente, con $I = P/(4\pi r^2)$.

Le trappole sono sempre le stesse: picco o valore efficace nella formula dell'intensità; il fattore 2 per una superficie che riflette; $B = E/c$, non $E \cdot c$; la lunghezza d'onda nel mezzo, λ/n, con la frequenza che non cambia. Un controllo delle unità di misura scopre quasi tutti questi errori.

IN SINTESI

Le formule del capitolo

Una carica **accelerata** irraggia; la frequenza dell'onda è quella del moto delle cariche. Antenna a mezz'onda: lunghezza $\approx \lambda/2$; un dipolo non irraggia lungo il proprio asse.

$c = 1/\sqrt{(\varepsilon_0 \mu_0)} = \lambda f = \omega/k \approx 3{,}00 \times 10^8$ m/s — velocità di tutte le onde elettromagnetiche nel vuoto.

$E_y = E_0 \operatorname{sen}(kx - \omega t)$, $B_z = B_0 \operatorname{sen}(kx - \omega t)$, $E = cB$ — onda piana nel vuoto: $\boldsymbol{E} \perp \boldsymbol{B} \perp$ direzione di propagazione ($\boldsymbol{E} \times \boldsymbol{B}$), campi in fase. Polarizzazione = direzione di $\boldsymbol{E}$.

$u = \tfrac{1}{2}\varepsilon_0 E^2 + B^2/(2\mu_0) = \varepsilon_0 E^2$ — densità di energia (J/m^3), divisa in parti uguali fra i due campi.

$I = c u_{\text{media}} = \tfrac{1}{2} c \varepsilon_0 E_0^{\,2} = c \varepsilon_0 E_{\text{eff}}^{\,2}$ — intensità (W/m^2); E_0 è il valore di picco. Sorgente isotropa: $I = P/(4\pi r^2)$.

$p = U/c$ — quantità di moto della radiazione. Pressione di radiazione (incidenza perpendicolare): I/c se la superficie assorbe, $2I/c$ se riflette.

$n = \sqrt{(\varepsilon_r \mu_r)} \approx \sqrt{\varepsilon_r}$ — con ε_r alla frequenza dell'onda; nel mezzo $v = c/n$, $\lambda_n = \lambda/n$, f invariata.

$f' \approx f(1 \pm v/c)$, $\Delta\lambda/\lambda \approx \mp v/c$ — effetto Doppler per la luce, solo per $v \ll c$ (+ avvicinamento); radar: $\Delta f \approx 2fv/c$.

SINTESI

- Le cariche ferme o in moto rettilineo uniforme non irraggiano; una carica accelerata emette un'onda elettromagnetica, che si propaga anche nel vuoto. La frequenza dell'onda è quella del moto delle cariche.
- Aprendo un circuito LC si ottiene un'antenna a dipolo, in cui le cariche oscillano lungo due aste. Le linee del campo si chiudono in anelli che si staccano e si allontanano a velocità c; l'antenna non irraggia lungo il proprio asse e funziona al meglio se lunga circa $\lambda/2$.
- Hertz (1886–1888) produsse onde con un oscillatore a scintilla e le rivelò con un risonatore; con le onde stazionarie ne misurò la lunghezza d'onda, e mostrò che si riflettono, si rifrangono e si polarizzano come la luce.
- In un'onda piana nel vuoto $\boldsymbol{E}$ e $\boldsymbol{B}$ sono perpendicolari fra loro e alla direzione di propagazione, che è quella di $\boldsymbol{E} \times \boldsymbol{B}$; oscillano in fase e $E = cB$. Dalle leggi di Faraday-Neumann e di Ampère-Maxwell segue $c = 1/\sqrt{(\varepsilon_0 \mu_0)}$.
- La direzione di polarizzazione è quella di $\boldsymbol{E}$. Un filtro polarizzatore o una griglia di fili assorbono la componente del campo parallela alle catene o ai fili e trasmettono quella perpendicolare.
- La densità di energia dell'onda è $u = \varepsilon_0 E^2$, divisa a metà fra campo elettrico e campo magnetico. L'intensità vale $I = \frac{1}{2} c \varepsilon_0 E_0^{\,2} = c \varepsilon_0 E_{\text{eff}}^{\,2}$; per la luce solare ($1{,}36\ \text{kW/m}^2$) $E_0 \approx 1{,}0\ \text{kV/m}$.
- Un'onda che trasporta l'energia U trasporta la quantità di moto U/c. La pressione di radiazione vale I/c su una superficie che assorbe e $2I/c$ su una che riflette: piccolissima, ma sufficiente a spingere le vele solari e le code di polvere delle comete.
- In un mezzo $n = \sqrt{(\varepsilon_r \mu_r)}$, con la costante dielettrica alla frequenza dell'onda: per questo l'acqua ha $n = 1{,}33$ anche se la sua costante dielettrica statica è circa 80. La dipendenza dalla frequenza produce la dispersione.
- Le molecole dell'aria diffondono la luce come piccole antenne, molto più il blu del rosso: il cielo è azzurro, e a 90° dal Sole la luce diffusa è polarizzata.
- Per la luce l'effetto Doppler dipende solo dalla velocità relativa di sorgente e osservatore: $f' \approx f(1 \pm v/c)$ per $v \ll c$. Lo spostamento verso il rosso indica allontanamento; i radar misurano la velocità con $\Delta f \approx 2fv/c$.

ESERCIZI

Comprendere e ricordare

1. ● Una carica elettrica emette onde elettromagnetiche quando:
   - **A.** è ferma in un campo elettrico uniforme
   - **B.** si muove di moto rettilineo uniforme
   - **C.** è accelerata
   - **D.** si trova all'interno di un conduttore in equilibrio

2. ● In un'onda elettromagnetica piana nel vuoto i campi $\boldsymbol{E}$ e $\boldsymbol{B}$ sono:
   - **A.** perpendicolari fra loro e alla direzione di propagazione, e in fase
   - **B.** paralleli fra loro e perpendicolari alla direzione di propagazione
   - **C.** perpendicolari fra loro e sfasati di un quarto di periodo
   - **D.** il primo perpendicolare e il secondo parallelo alla direzione di propagazione

3. ● Nel vuoto il rapporto E/B fra i moduli dei campi di un'onda elettromagnetica vale:
   - **A.** 1
   - **B.** c^2
   - **C.** $1/c$
   - **D.** c

4. ●● Un'antenna a dipolo verticale trasmette. In quale direzione l'intensità emessa è nulla?
   - **A.** In orizzontale, perpendicolarmente all'antenna
   - **B.** In verticale, lungo l'asse dell'antenna
   - **C.** In nessuna direzione: l'antenna irraggia ugualmente ovunque
   - **D.** Lungo le direzioni a 45° rispetto all'asse

5. ●● Se l'ampiezza del campo elettrico di un'onda raddoppia, l'intensità:
   - **A.** raddoppia
   - **B.** resta la stessa
   - **C.** quadruplica
   - **D.** si dimezza

6. ●● A parità d'intensità, la pressione di radiazione su uno specchio perfetto, rispetto a quella su una superficie nera, è:
   - **A.** la metà
   - **B.** uguale
   - **C.** quattro volte maggiore
   - **D.** doppia

7. ●● L'acqua ha una costante dielettrica statica di circa 80, ma per la luce visibile $n = 1{,}33$. Il motivo è che:
   - **A.** la costante dielettrica dipende dalla frequenza del campo, e alla frequenza della luce le molecole non riescono a ruotare
   - **B.** l'acqua è un materiale fortemente magnetico, con μ_r molto minore di 1
   - **C.** la relazione fra n e ε_r vale soltanto per i gas
   - **D.** la luce non è un'onda elettromagnetica quando attraversa un liquido

8. ●●● Nello spettro di una galassia le righe dell'idrogeno compaiono a lunghezze d'onda un po' maggiori di quelle misurate in laboratorio. Se ne deduce che la galassia:
   - **A.** si avvicina a noi
   - **B.** si allontana da noi
   - **C.** è più calda del Sole
   - **D.** contiene meno idrogeno del Sole

Vero o falso

9. ● Le onde elettromagnetiche, come il suono, hanno bisogno di un mezzo materiale per propagarsi. V / F

10. ● In un'onda elettromagnetica nel vuoto la densità di energia del campo magnetico è uguale a quella del campo elettrico. V / F

11. ●● Una griglia di fili metallici paralleli lascia passare le microonde il cui campo elettrico oscilla parallelamente ai fili. V / F

12. ● Per la luce l'effetto Doppler dipende soltanto dalla velocità relativa fra sorgente e osservatore, e non dalla velocità di ciascuno rispetto a un mezzo. V / F

Applicare

13. ● Una stazione radio FM trasmette alla frequenza di 98,5 MHz. Calcola la lunghezza d'onda e il periodo dell'onda, e la lunghezza di un'antenna a mezz'onda adatta a riceverla.

14. ● In un punto, in un certo istante, il campo elettrico di un'onda elettromagnetica nel vuoto vale 6,0 V/m. Quanto vale il campo magnetico nello stesso punto e nello stesso istante?

15. ● Il campo elettrico di un'onda nel vuoto è $E_y = (30\ \text{V/m})\ \text{sen}[(1{,}57 \times 10^7\ \text{m}^{-1})x - \omega t]$. Calcola la lunghezza d'onda, la frequenza, la pulsazione ω e l'ampiezza del campo magnetico; indica la direzione e il verso di propagazione.

16. ●● Il fascio di un puntatore laser da 1,0 mW ha sezione circolare di diametro 2,0 mm. Calcola l'intensità del fascio e le ampiezze E_0 e B_0 dei campi.

17. ●● Un'antenna irradia 50 kW in modo uniforme in tutte le direzioni. Calcola l'intensità e il valore efficace del campo elettrico a 10 km di distanza.

18. ●● Luce non polarizzata di intensità 60 W/m^2 attraversa tre polarizzatori; gli assi del secondo e del terzo formano 30° e 90° con quello del primo. Calcola l'intensità che esce dall'ultimo filtro.

19. ● Una piccola sorgente irradia uniformemente in tutte le direzioni. L'intensità misurata vale 7,96 W/m^2 a 1,0 m, 1,99 W/m^2 a 2,0 m, 0,884 W/m^2 a 3,0 m e 0,497 W/m^2 a 4,0 m. Verifica che i dati seguono la legge dell'inverso del quadrato e ricava la potenza della sorgente.

20. ●● Completa. Una plastica trasparente non magnetica ha, alla frequenza della luce visibile, ε_r = 2,25. Il suo indice di rifrazione è _____ , la velocità della luce al suo interno è _____ m/s, e la luce che nel vuoto ha lunghezza d'onda 600 nm vi ha lunghezza d'onda _____ nm e frequenza _____ a quella che ha nel vuoto.

Problemi

21. ●●● Su Marte, a 1,52 volte la distanza media della Terra dal Sole, un rover è alimentato da pannelli solari di 1,6 m^2. a) Calcola l'intensità della luce solare alla distanza di Marte, fuori dall'atmosfera. b) Calcola l'ampiezza del campo elettrico e del campo magnetico della luce solare in quel punto. c) Confronta l'energia che arriva in un'ora su pannelli perpendicolari ai raggi, alla distanza di Marte e alla distanza della Terra.

22. ●●● (Con *Fisica 3*, la gravitazione.) Una vela solare quadrata di lato 40 m, perfettamente riflettente, trasporta una sonda; la massa totale è 25 kg. La vela è perpendicolare ai raggi del Sole alla distanza di $1{,}50 \times 10^{11}$ m (intensità 1360 W/m^2). a) Calcola la forza della radiazione e l'accelerazione. b) Calcola la velocità acquistata in 30 giorni, supponendo la forza costante. c) Calcola la forza di attrazione gravitazionale del Sole sulla sonda ($M_S = 1{,}99 \times 10^{30}$ kg, $G = 6{,}67 \times 10^{-11}$ N·m^2/kg^2) e confrontala con quella della radiazione. d) Spiega perché il rapporto fra le due forze non dipende dalla distanza dal Sole.

23. ●● (Con il capitolo 3.) Il circuito oscillante di un piccolo trasmettitore ha L = 2,0 μH e C = 50 pF. a) Calcola la frequenza delle onde emesse. b) Calcola la lunghezza d'onda e la lunghezza di un'antenna a mezz'onda. c) Quale capacità servirebbe, con la stessa bobina, per trasmettere a una frequenza doppia?

24. ●●● Un radar per il controllo della velocità lavora a 24,125 GHz. Il segnale riflesso da un'auto che si avvicina ha una frequenza maggiore di 3,40 kHz di quella emessa. a) Calcola la velocità dell'auto, in m/s e in km/h. b) Spiega perché nella formula compare il fattore 2. c) Calcola la lunghezza d'onda del radar.

25. ●●● (Con i capitoli 1 e 3.) Una radio a onde medie riceve una stazione a 1,0 MHz con un'antenna a telaio: una bobina piatta di 100 spire circolari di raggio 5,0 cm. Nel punto in cui si trova la radio il campo elettrico dell'onda ha valore efficace 0,10 V/m. a) Calcola l'ampiezza del campo magnetico dell'onda. b) Come va orientato il piano della bobina rispetto alla direzione di propagazione e alla direzione del campo elettrico perché la forza elettromotrice indotta sia massima? c) Calcola il valore massimo della forza elettromotrice indotta, considerando il campo magnetico uniforme sulla bobina. d) Perché questa ipotesi è ragionevole? (Confronta il raggio della bobina con la lunghezza d'onda.)

26. ●●● (Con *Fisica 3*, la gravitazione.) Un granello di polvere sferico di una cometa, di densità $2{,}0 \times 10^3$ kg/m^3, assorbe tutta la luce solare che lo colpisce sulla sua sezione πr^2. a) Scrivi la forza della radiazione e la forza gravitazionale del Sole sul granello alla distanza d, sapendo che a $d_0 = 1{,}50 \times 10^{11}$ m l'intensità è 1360 W/m^2 ($GM_S = 1{,}33 \times 10^{20}$ m^3/s^2). b) Calcola il raggio per cui le due forze sono uguali. c) Che cosa succede ai granelli più piccoli? Collega la risposta alla forma della coda di polvere.

27. ●● Un trasmettitore e una lastra metallica sono affacciati; fra loro si forma un'onda stazionaria, e un rivelatore trova minimi del campo elettrico distanti 1,50 m l'uno dall'altro. a) Calcola la lunghezza d'onda e la frequenza. b) A quale distanza dalla lastra si trovano il primo minimo e il primo massimo del campo elettrico? c) Spiega perché sulla lastra il campo elettrico è nullo.

28. ●● La riga rossa dell'idrogeno, che in laboratorio si misura in aria a 656,3 nm, nello spettro di una galassia compare a 669,4 nm. a) La galassia si avvicina o si allontana? b) Calcola la sua velocità radiale. c) È lecito usare la formula approssimata? Motiva la risposta.

Ragionare e argomentare

29. ●● L'antenna di una radio portatile è uno stilo telescopico. Spiega perché, ascoltando una stazione che trasmette con un'antenna verticale, la ricezione peggiora se inclini lo stilo in orizzontale, e perché peggiora di più se lo punti verso il trasmettitore.

30. ●● Trova l'errore. «In un'onda elettromagnetica $B = E/c$, quindi il campo magnetico è circa 300 milioni di volte più piccolo di quello elettrico: la sua energia è trascurabile, e l'intensità dell'onda è dovuta tutta al campo elettrico.» Correggi il ragionamento.

31. ●●● Stima di ordine di grandezza. Calcola la forza che la luce del Sole esercita sulla Terra, considerandola un disco che assorbe tutta la radiazione (raggio terrestre circa 6400 km), e confrontala con l'attrazione gravitazionale fra Sole e Terra ($M_T = 5{,}97 \times 10^{24}$ kg; gli altri dati nel problema sulla vela solare). La pressione di radiazione influisce sull'orbita terrestre?

Verso l'esame di Stato

32. ●●● **Quesito.** La tabella riporta l'intensità della radiazione solare, fuori dall'atmosfera, alla distanza media dal Sole di quattro pianeti (distanze in unità astronomiche, 1 UA = $1{,}50 \times 10^{11}$ m). Venere: 0,723 UA, 2,60 kW/m^2 · Terra: 1,00 UA, 1,36 kW/m^2 · Marte: 1,524 UA, 0,586 kW/m^2 · Giove: 5,20 UA, 0,0503 kW/m^2
a) Mostra che i dati sono compatibili con la legge dell'inverso del quadrato e ricava la potenza emessa dal Sole. b) Calcola l'ampiezza del campo elettrico della luce solare alla distanza di Giove. c) Calcola la pressione di radiazione su una superficie nera alla distanza di Marte. d) Una sonda verso Giove usa pannelli solari: argomenta, con i dati della tabella, di quanto devono essere più grandi di quelli che fornirebbero la stessa potenza vicino alla Terra.

33. ●●● **Problema.** (Con il capitolo 3.) Un trasmettitore radio a modulazione di frequenza usa un circuito LC con una bobina da 0,50 μH, collegato a un'antenna verticale a mezz'onda. a) Calcola la capacità che serve per trasmettere a 100 MHz. b) Calcola la lunghezza d'onda e la lunghezza dell'antenna. c) Il trasmettitore irradia 1,0 kW; supponendo per semplicità che la potenza si distribuisca uniformemente in tutte le direzioni, calcola l'intensità e l'ampiezza del campo elettrico a 20 km. d) Un ascoltatore a 20 km usa un'antenna a stilo orizzontale e riceve male; un altro, nella stessa zona ma in un punto quasi esattamente sopra il trasmettitore, su un aereo, riceve male anche con l'antenna verticale. Spiega le due osservazioni.

PER APPROFONDIRE

- [MAX] J. C. Maxwell, *A Treatise on Electricity and Magnetism*: il capitolo sulla teoria elettromagnetica della luce, dove la velocità delle onde è confrontata con le misure della velocità della luce allora disponibili.
- [FEY] R. P. Feynman, R. B. Leighton, M. Sands, *La fisica di Feynman*, vol. II: i capitoli sulle onde elettromagnetiche e sulla radiazione, con il fronte d'onda che avanza e l'energia e la quantità di moto del campo.
- [EIN] A. Einstein, L. Infeld, *L'evoluzione della fisica*: le pagine sul campo come realtà fisica e sulla luce come onda elettromagnetica.
- [HRW] D. Halliday, R. Resnick, J. Walker, *Fondamenti di fisica*: il capitolo sulle onde elettromagnetiche, per altri problemi su intensità, pressione di radiazione e polarizzazione.
- [TAY] J. R. Taylor, *Introduzione all'analisi degli errori*: il metodo dei minimi quadrati, per ricavare la lunghezza d'onda dal grafico del laboratorio con la sua incertezza.

Glossario del capitolo

Antenna
Conduttore progettato per trasformare correnti oscillanti in onde elettromagnetiche (trasmissione) e onde in correnti oscillanti (ricezione).

Antenna a dipolo
Antenna formata da due aste conduttrici allineate, alimentate al centro da una tensione alternata; è un dipolo elettrico oscillante e non irraggia lungo il proprio asse.

Antenna a mezz'onda
Antenna a dipolo lunga circa mezza lunghezza d'onda, nella quale la corrente forma un'onda stazionaria con nodi agli estremi; è la più efficiente.

Costante solare
Intensità della radiazione solare fuori dall'atmosfera, alla distanza media della Terra dal Sole, su una superficie perpendicolare ai raggi: circa 1,36 $\mathrm{kW/m^2}$.

Densità di energia dell'onda
Energia per unità di volume di un'onda elettromagnetica, $u = \tfrac{1}{2}\varepsilon_0 E^2 + B^2/(2\mu_0) = \varepsilon_0 E^2$, divisa in parti uguali fra i due campi.

Diffusione della luce
Riemissione in molte direzioni della luce da parte delle molecole, i cui elettroni oscillano sotto l'azione del campo dell'onda; per molecole piccole è molto più intensa per il blu.

Griglia polarizzatrice
Serie di fili metallici paralleli che assorbe o riflette le onde con campo elettrico parallelo ai fili e trasmette quelle con campo perpendicolare.

Onda elettromagnetica
Perturbazione dei campi elettrico e magnetico, prodotta da cariche accelerate, che si propaga sostenendosi da sola anche nel vuoto, alla velocità c.

Oscillatore di Hertz
Coppia di aste metalliche con sfere o lastre agli estremi e uno spinterometro al centro, che a ogni scintilla produce oscillazioni elettriche rapide e smorzate.

Polarizzazione per diffusione
Polarizzazione della luce diffusa, completa nella direzione perpendicolare a quella della luce incidente; spiega la polarizzazione del cielo.

Pressione di radiazione
Forza per unità di area esercitata da un'onda elettromagnetica su una superficie: I/c se la superficie assorbe, $2I/c$ se riflette (incidenza perpendicolare).

Quantità di moto della radiazione
Quantità di moto $p = U/c$ trasportata da un'onda elettromagnetica di energia U, diretta come la propagazione.

Risonatore
Anello conduttore interrotto da una piccola fessura, usato da Hertz per rivelare le onde elettromagnetiche attraverso le scintille indotte.

Spinterometro
Coppia di elettrodi affacciati a piccola distanza, fra i quali scocca una scintilla quando la tensione supera un valore critico.

Spostamento verso il blu
Diminuzione della lunghezza d'onda delle righe spettrali di una sorgente che si avvicina.

Spostamento verso il rosso
Aumento della lunghezza d'onda delle righe spettrali di una sorgente che si allontana; per $v \ll c$, $\Delta\lambda/\lambda \approx v/c$.

Vela solare
Foglio sottile, leggero e riflettente di grande area, che un veicolo spaziale usa per farsi spingere dalla pressione della luce solare.

Soluzioni

1. C. Solo una carica accelerata irraggia; una carica ferma o in moto uniforme porta con sé il proprio campo senza emettere energia.

2. A. Onda trasversale, con $\boldsymbol{E} \perp \boldsymbol{B}$, propagazione lungo $\boldsymbol{E} \times \boldsymbol{B}$ e campi in fase.

3. D. $E = cB$, quindi $E/B = c$ (in m/s).

4. B. Lungo l'asse le cariche oscillano nella direzione di propagazione, e un dipolo non irraggia lungo il proprio asse.

5. C. $I = \frac{1}{2}c\varepsilon_0 E_0^2$ è proporzionale al quadrato dell'ampiezza: $2^2 = 4$.

6. D. Lo specchio inverte la quantità di moto dell'onda, che varia di $2p$ invece che di p: pressione $2I/c$ invece di I/c.

7. A. Le molecole d'acqua, dipoli permanenti, si orientano in un campo lento ma non seguono un campo che si inverte 10^{15} volte al secondo; alla frequenza della luce $\varepsilon_r \approx 1{,}77$ e $n = \sqrt{1{,}77} \approx 1{,}33$.

8. B. Lunghezze d'onda maggiori: spostamento verso il rosso, quindi allontanamento ($\Delta\lambda/\lambda \approx v/c > 0$).

9. F. Le onde elettromagnetiche si propagano anche nel vuoto: i campi non hanno bisogno di un mezzo, come mostra la luce del Sole.

10. V. Con $B = E/c$ e $c^2 = 1/(\varepsilon_0\mu_0)$, $B^2/(2\mu_0) = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2$.

11. F. Il campo parallelo ai fili mette in moto gli elettroni lungo i fili, e la griglia assorbe o riflette l'onda; passa l'onda con il campo perpendicolare ai fili.

12. V. Non esiste un mezzo per la luce; per il principio di relatività conta solo la velocità relativa (formula approssimata per $v \ll c$, esatta nel capitolo 8).

13. $\lambda = c/f = 3{,}00 \times 10^8$ m/s/$(98{,}5 \times 10^6$ Hz) = 3,05 m; $T = 1/f = 1{,}02 \times 10^{-8}$ s; antenna a mezz'onda: $\lambda/2 \approx 1{,}52$ m.

14. $B = E/c = 6{,}0$ V/m/$(3{,}00 \times 10^8$ m/s) = $2{,}0 \times 10^{-8}$ T.

15. $\lambda = 2\pi/k = 2\pi/(1{,}57 \times 10^7\ \text{m}^{-1}) = 4{,}00 \times 10^{-7}$ m (400 nm, violetto); $f = c/\lambda = 7{,}50 \times 10^{14}$ Hz; $\omega = ck = 3{,}00 \times 10^8$ m/s $\times\ 1{,}57 \times 10^7\ \text{m}^{-1} = 4{,}71 \times 10^{15}$ rad/s; $B_0 = E_0/c =$ 30 V/m/$(3{,}00 \times 10^8$ m/s) = $1{,}0 \times 10^{-7}$ T. L'argomento $kx - \omega t$ indica propagazione lungo l'asse x, nel verso positivo.

16. $I = P/(\pi r^2) = 1{,}0 \times 10^{-3}$ W/$(\pi \times (1{,}0 \times 10^{-3}\ \text{m})^2) = 3{,}2 \times 10^2$ W/m^2; $E_0 = \sqrt{(2I/(c\varepsilon_0))} = \sqrt{(2 \times 318/(3{,}00 \times 10^8 \times 8{,}85 \times 10^{-12}))}$ V/m = $4{,}9 \times 10^2$ V/m; $B_0 = E_0/c = 1{,}6 \times 10^{-6}$ T.

17. $I = P/(4\pi r^2) = 5{,}0 \times 10^4$ W/$(4\pi \times (1{,}0 \times 10^4\ \text{m})^2) = 4{,}0 \times 10^{-5}$ W/m^2; dal valore efficace, $I = c\varepsilon_0 E_{\text{eff}}^2$: $E_{\text{eff}} = \sqrt{(I/(c\varepsilon_0))} = \sqrt{(3{,}98 \times 10^{-5}/(3{,}00 \times 10^8 \times 8{,}85 \times 10^{-12}))}$ V/m = 0,12 V/m (picco 0,17 V/m).

18. Dopo il primo filtro: 60/2 = 30 W/m^2. Secondo filtro, 30° dalla polarizzazione: $30 \times \cos^2 30° = 22{,}5$ W/m^2. Terzo filtro, a 90° dal primo e quindi a 60° dal secondo: $22{,}5 \times \cos^2 60° = 5{,}6$ W/m^2.

19. I prodotti Ir^2 valgono 7,96; 7,96; 7,96; 7,95 W: sono costanti entro l'arrotondamento, quindi $I \propto 1/r^2$. $P = 4\pi r^2 I = 4\pi \times 7{,}96$ W $\approx 1{,}0 \times 10^2$ W.

20. $n = \sqrt{(\varepsilon_r\mu_r)} = \sqrt{2{,}25} = 1{,}50$; $v = c/n = 2{,}00 \times 10^8$ m/s; $\lambda/n = 600$ nm/1,50 = 400 nm; frequenza uguale a quella nel vuoto ($5{,}00 \times 10^{14}$ Hz), perché è fissata dalla sorgente.

21. Principi usati: la legge dell'inverso del quadrato per una sorgente isotropa; la relazione fra intensità e ampiezza del campo; energia = potenza × tempo. a) L'intensità diminuisce come $1/d^2$: $I = 1360$ W/m^2/$1{,}52^2 = 589$ W/m^2. b) $E_0 = \sqrt{(2I/(c\varepsilon_0))} = \sqrt{(2 \times 589/(3{,}00 \times 10^8 \times 8{,}85 \times 10^{-12}))}$ V/m = 666 V/m; $B_0 = E_0/c = 2{,}22 \times 10^{-6}$ T. c) Energia = $IA\Delta t$: alla distanza di Marte 589 W/m^2 $\times$ 1,6 m^2 $\times$ 3600 s = $3{,}4 \times 10^6$ J; alla distanza della Terra $1360 \times 1{,}6 \times 3600$ J = $7{,}8 \times 10^6$ J, circa 2,3 volte di più ($1{,}52^2 = 2{,}31$).

22. Principi usati: la quantità di moto della radiazione e la pressione di radiazione su una superficie che riflette; il secondo principio della dinamica; la

legge di gravitazione universale (*Fisica 3*). a) $A = 1600\ \text{m}^2$; $F = 2IA/c = 2 \times 1360 \times 1600/(3{,}00 \times 10^8)\ \text{N} = 1{,}45 \times 10^{-2}\ \text{N}$; $a = F/m = 5{,}80 \times 10^{-4}\ \text{m/s}^2$. b) $\Delta v = a\Delta t = 5{,}80 \times 10^{-4}\ \text{m/s}^2 \times 30 \times 86\,400\ \text{s} = 1{,}5 \times 10^3\ \text{m/s}$. c) $F_g = GM_S m/d^2 = 6{,}67 \times 10^{-11} \times 1{,}99 \times 10^{30} \times 25/(1{,}50 \times 10^{11})^2\ \text{N} = 0{,}147\ \text{N}$: la spinta della radiazione è circa il 10% dell'attrazione del Sole. d) Sia l'intensità, e quindi la forza della radiazione, sia la forza gravitazionale diminuiscono come $1/d^2$: il loro rapporto è lo stesso a ogni distanza (finché la vela resta perpendicolare ai raggi).

23. a) $f_0 = 1/(2\pi\sqrt{(LC)}) = 1/(2\pi\sqrt{(2{,}0 \times 10^{-6}\ \text{H} \times 50 \times 10^{-12}\ \text{F})}) = 1{,}6 \times 10^7\ \text{Hz} = 16\ \text{MHz}$; la frequenza dell'onda è quella delle oscillazioni delle cariche. b) $\lambda = c/f = 3{,}00 \times 10^8/1{,}59 \times 10^7\ \text{m} = 19\ \text{m}$; antenna a mezz'onda ≈ 9,4 m. c) $f \propto 1/\sqrt{C}$: per raddoppiare f serve $C/4 = 13\ \text{pF}$ (12,5 pF).

24. Principi usati: l'effetto Doppler per la luce a bassa velocità, applicato due volte (osservatore in moto e sorgente in moto). a) $\Delta f = 2fv/c \rightarrow v = c\Delta f/(2f) = 3{,}00 \times 10^8 \times 3{,}40 \times 10^3/(2 \times 24{,}125 \times 10^9)\ \text{m/s} = 21{,}1\ \text{m/s} = 76{,}1\ \text{km/h}$. b) L'auto riceve un'onda già spostata per effetto Doppler, perché si muove verso la sorgente (osservatore in moto), e la riflette comportandosi come una sorgente in moto: lo spostamento relativo v/c si applica due volte. c) $\lambda = c/f = 1{,}24 \times 10^{-2}\ \text{m} = 1{,}24\ \text{cm}$.

25. Principi usati: $E = cB$ per l'onda; la legge di Faraday-Neumann (capitolo 1) e l'espressione della f.e.m. di una bobina in un campo che varia in modo sinusoidale (capitolo 3). a) $E_0 = \sqrt{2}\,E_{\text{eff}} = 0{,}141\ \text{V/m}$; $B_0 = E_0/c = 4{,}7 \times 10^{-10}\ \text{T}$. b) Il flusso è massimo quando $\boldsymbol{B}$ è perpendicolare al piano della bobina: il piano deve quindi contenere la direzione di propagazione e la direzione di $\boldsymbol{E}$ (bobina «di taglio» rispetto al trasmettitore, con il piano verticale se l'onda è polarizzata verticalmente). c) Il flusso è $\Phi = NB_0S$ sen ωt e oscilla con ampiezza NB_0S; come per l'alternatore, la f.e.m. massima è $NB_0S\omega = 100 \times 4{,}7 \times 10^{-10}\ \text{T} \times \pi(0{,}050\ \text{m})^2 \times 2\pi \times 1{,}0 \times 10^6\ \text{s}^{-1} = 2{,}3 \times 10^{-3}\ \text{V} \approx 2{,}3\ \text{mV}$. Per la legge di Lenz la corrente indotta si oppone alla variazione del flusso, e il suo verso si inverte ogni mezzo periodo. d) $\lambda = c/f = 300\ \text{m}$, seimila volte il raggio della bobina: su 5 cm il campo è praticamente lo stesso in ogni punto.

26. Principi usati: la pressione di radiazione su un corpo che assorbe; la legge di gravitazione (*Fisica 3*). a) $F_{\text{rad}} = (I/c)\pi r^2 = (1360\ \text{W/m}^2)(d_0/d)^2\pi r^2/c$; $F_g = GM_S(4/3)\pi r^3\rho/d^2$. Entrambe diminuiscono come $1/d^2$. b) Uguagliando, d si semplifica: $r = 3 \times 1360 \times d_0{}^2/(4c\,GM_S\,\rho) = 3 \times 1360 \times (1{,}50 \times 10^{11})^2/(4 \times 3{,}00 \times 10^8 \times 1{,}33 \times 10^{20} \times 2{,}0 \times 10^3)\ \text{m} \approx 2{,}9 \times 10^{-7}\ \text{m}$, circa 0,3 µm. c) La forza della radiazione cresce come r^2, la gravità come r^3: per granelli più piccoli prevale la spinta della luce, che li allontana dal Sole; quelli più grandi sono spinti meno e si separano lentamente dalla cometa. Per questo la coda di polvere punta in direzione opposta al Sole e, poiché i granelli conservano anche la velocità orbitale della cometa, si incurva. (Il modello è semplificato: per granelli molto più piccoli della lunghezza d'onda della luce l'assorbimento non è più quello della sezione geometrica.)

27. a) Fra due minimi consecutivi c'è mezza lunghezza d'onda: $\lambda = 2 \times 1{,}50\ \text{m} = 3{,}00\ \text{m}$; $f = c/\lambda = 1{,}00 \times 10^8\ \text{Hz} = 100\ \text{MHz}$. b) Il primo minimo del campo elettrico è sulla lastra (distanza 0); il primo massimo a $\lambda/4 = 0{,}75\ \text{m}$. c) La lastra è un conduttore: al suo interno, e quindi parallelamente alla sua superficie, il campo elettrico totale deve essere nullo, perché gli elettroni si muovono finché lo annullano. L'onda riflessa ha sulla lastra un campo opposto a quello dell'onda incidente.

28. a) Lunghezza d'onda maggiore: spostamento verso il rosso, la galassia si allontana. b) $\Delta\lambda = 669{,}4\ \text{nm} - 656{,}3\ \text{nm} = 13{,}1\ \text{nm}$; $v \approx c\Delta\lambda/\lambda = 3{,}00 \times 10^8\ \text{m/s} \times 13{,}1/656{,}3 = 5{,}99 \times 10^6\ \text{m/s} \approx 6{,}0 \times 10^3\ \text{km/s}$. c) $v/c \approx 0{,}020$: la velocità è il 2% di quella della luce, e la formula approssimata è adeguata: la formula esatta del capitolo 8 dà $5{,}93 \times 10^6\ \text{m/s}$, appena l'1% in meno.

29. L'antenna del trasmettitore è verticale, quindi l'onda è polarizzata verticalmente: il campo elettrico spinge gli elettroni dello stilo soltanto con la sua componente lungo lo stilo. Inclinando lo stilo di un angolo θ dalla verticale la componente utile si riduce di $\cos\theta$, e in orizzontale è quasi nulla (la ricezione residua è dovuta a riflessioni che cambiano la polarizzazione). Se lo stilo punta verso il trasmetti-

tore è parallelo alla direzione di propagazione, e il campo elettrico dell'onda, trasversale, è sempre perpendicolare a esso: nessuna componente lungo lo stilo.

30. L'errore è confrontare due grandezze con unità diverse: E si misura in V/m, B in T, e il rapporto $E/B = c$ dice soltanto come si convertono le unità. L'energia del campo magnetico, $B^2/(2\mu_0)$, contiene $1/\mu_0$, un numero grandissimo, e risulta esattamente uguale a quella del campo elettrico, $\frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2$. Metà dell'intensità dell'onda è dovuta al campo magnetico.

31. Traccia. $F = I\pi R^2/c = 1360 \times \pi \times (6{,}4 \times 10^6)^2/(3{,}00 \times 10^8)$ N $\approx 6 \times 10^8$ N, centinaia di milioni di newton. Attrazione gravitazionale: $GM_S M_T/d^2 = 6{,}67 \times 10^{-11} \times 1{,}99 \times 10^{30} \times 5{,}97 \times 10^{24}/(1{,}50 \times 10^{11})^2$ N $\approx 3{,}5 \times 10^{22}$ N. Rapporto $\approx 2 \times 10^{-14}$: grande in assoluto, la spinta della luce è del tutto trascurabile per l'orbita della Terra. Conta, invece, per corpi in cui il rapporto fra superficie e massa è enorme: granelli di polvere e vele solari.

32. Modello di soluzione. a) Il prodotto Id^2, con d in UA, vale $2{,}60 \times 0{,}723^2 = 1{,}36$; $1{,}36 \times 1{,}00^2 = 1{,}36$; $0{,}586 \times 1{,}524^2 = 1{,}36$; $0{,}0503 \times 5{,}20^2 = 1{,}36$ (kW/m^2·UA^2): è costante, quindi $I \propto 1/d^2$, come per una sorgente che irradia uniformemente nel vuoto. Potenza: $P = 4\pi d^2 I = 4\pi \times (1{,}50 \times 10^{11}\text{ m})^2 \times 1360$ W/m^2 $= 3{,}85 \times 10^{26}$ W. b) $E_0 = \sqrt{(2I/(c\varepsilon_0))} = \sqrt{(2 \times 50{,}3/(3{,}00 \times 10^8 \times 8{,}85 \times 10^{-12}))}$ V/m = 195 V/m (oppure $1{,}01 \times 10^3$ V/m/5,20, perché $E_0 \propto 1/d$). c) pressione $= I/c = 586/(3{,}00 \times 10^8)$ Pa $= 1{,}95 \times 10^{-6}$ Pa. d) A parità di potenza elettrica (e di rendimento) l'area dei pannelli deve essere inversamente proporzionale all'intensità: 1,36/0,0503 = 27 volte maggiore ($5{,}20^2 = 27$). In più, il freddo e la luce debole riducono il rendimento: per questo le sonde dirette oltre Giove usano generatori a radioisotopi. Indicatori: a) Interpretare/elaborare i dati; b) e c) Sviluppare il processo risolutivo; d) Argomentare.

33. Modello di soluzione. a) $f = 1/(2\pi\sqrt{(LC)}) \rightarrow C = 1/(4\pi^2 f^2 L) = 1/(4\pi^2 \times (1{,}00 \times 10^8\text{ Hz})^2 \times 0{,}50 \times 10^{-6}\text{ H}) = 5{,}1 \times 10^{-12}$ F = 5,1 pF. b) $\lambda = c/f = 3{,}00$ m; antenna a mezz'onda lunga 1,50 m. c) $I = P/(4\pi r^2) = 1{,}0 \times 10^3\text{ W}/(4\pi \times (2{,}0 \times 10^4\text{ m})^2) = 2{,}0 \times 10^{-7}$ W/m^2; $E_0 = \sqrt{(2I/(c\varepsilon_0))} = 1{,}2 \times 10^{-2}$ V/m. d) L'antenna trasmittente è verticale, quindi in direzione orizzontale l'onda è polarizzata verticalmente: uno stilo orizzontale è perpendicolare al campo elettrico e non ne riceve la spinta. Sopra il trasmettitore, invece, si è quasi lungo l'asse dell'antenna, dove un dipolo non irraggia: l'intensità è piccolissima comunque si orienti l'antenna ricevente. L'ipotesi di emissione uniforme del punto c) è quindi solo un'approssimazione. Indicatori: a) e b) Sviluppare il processo risolutivo; c) Analizzare (scelta del modello); d) Argomentare.