CAPITOLO

1

L’induzione elettromagnetica

Una calamita ferma dentro una bobina non fa nulla. Basta muoverla, e nel filo si mette in moto una corrente.

OBIETTIVI

1. Riconoscere nei fenomeni di induzione la variazione del flusso magnetico e i tre modi di produrla.
2. Calcolare la f.e.m. indotta media e istantanea con la legge di Faraday-Neumann, anche leggendo la pendenza del grafico del flusso.
3. Determinare il verso della corrente indotta con la legge di Lenz e giustificarla con la conservazione dell’energia.
4. Ricavare la f.e.m. cinetica vBl dalla forza di Lorentz e studiare la forza su un ramo in moto di un circuito, con il bilancio energetico.
5. Spiegare le correnti di Foucault e le loro applicazioni: freni magnetici, piani a induzione, metal detector, lamierini.

INDICE DEL CAPITOLO

1.1 Ripartiamo dal campo magnetico statico 2
1.2 Le correnti indotte 3
1.3 La legge di Faraday-Neumann 5
1.4 La legge di Lenz 10
1.5 La forza elettromotrice cinetica 13
1.6 Le correnti di Foucault 18

Fisica 5 · Parte I · L'induzione elettromagnetica · versione 1.0
Capitolo 1: L'induzione elettromagnetica · pagine 23–54 del volume completo · estratto per lo studio

Appoggia uno smartphone su una base di ricarica senza fili e la batteria comincia a caricarsi, anche se nessun filo li collega. Una ragazza in bicicletta accende la luce con una dinamo che non contiene pile; un metal detector in aeroporto «sente» una moneta dentro una tasca; la piastra a induzione di una cucina scalda la pentola e resta quasi fredda sotto le dita. Dietro tutti questi oggetti c'è un solo fenomeno, scoperto da Michael Faraday nel 1831: un campo magnetico che **cambia** nel tempo mette in moto le cariche di un circuito.

Lo scorso anno hai studiato campi elettrici prodotti da cariche ferme e campi magnetici prodotti da correnti costanti. In questo capitolo i campi cominciano a variare, e la variazione si rivela una sorgente nuova di forza elettromotrice. Partiremo dagli esperimenti di Faraday, arriveremo alla legge che dice quanto vale la forza elettromotrice indotta e alla regola di Lenz che ne dà il verso, e la ricaveremo di nuovo, in un caso semplice, dalla forza di Lorentz. Chiuderemo con le correnti che nascono dentro i blocchi di metallo, utili nei freni dei treni e dannose nei trasformatori. È il primo passo di un percorso che, nel capitolo 4, porterà alle equazioni di Maxwell.

1.1 Ripartiamo dal campo magnetico statico

Nel volume dello scorso anno (*Fisica 4*, capitoli 15 e 16) hai costruito tre strumenti che in questo capitolo userai di continuo. Il primo è il flusso del campo magnetico attraverso una superficie piana di area S, immersa in un campo uniforme:

$$\Phi(\boldsymbol{B}) = BS\cos\theta$$

dove θ è l'angolo fra $\boldsymbol{B}$ e la normale alla superficie. Il flusso si misura in weber ($1\ \text{Wb} = 1\ \text{T}\cdot\text{m}^2$) ed è massimo quando le linee di campo attraversano la superficie perpendicolarmente, nullo quando la sfiorano. Se il campo non è uniforme o la superficie non è piana, si divide la superficie in tanti pezzetti e si sommano i flussi.

Il secondo è la forza di Lorentz su una carica q in moto con velocità $\boldsymbol{v}$, $\boldsymbol{F} = q\boldsymbol{v}\times\boldsymbol{B}$, perpendicolare sia a $\boldsymbol{v}$ sia a $\boldsymbol{B}$, e la sua versione per un filo rettilineo percorso dalla corrente I, $\boldsymbol{F} = I\boldsymbol{l}\times\boldsymbol{B}$, dove $\boldsymbol{l}$ ha la lunghezza del tratto di filo e il verso della corrente. **Attenzione a una convenzione nuova:** in tutta la prima parte del volume la lettera L è riservata all'induttanza (capitolo 2), quindi la lunghezza di un filo o di una sbarretta si indica con la l minuscola.

Il terzo strumento è il quadro dei quattro enunciati sul flusso e sulla circuitazione dei campi statici, riassunto nella Tabella 1.1. Due di quegli enunciati valgono soltanto finché i campi non cambiano nel tempo. Questo capitolo mostra la prima crepa: un campo magnetico variabile produce una forza elettromotrice in un circuito chiuso, e nel capitolo 4 scopriremo che cosa significa per il campo elettrico.

Tabella 1.1 Le proprietà dei campi statici (*Fisica 4*, capitolo 16). La riga di $\boldsymbol{E}$ e quella di $\boldsymbol{B}$ diventeranno generali, con le modifiche necessarie, nel capitolo 4.

	Flusso attraverso una superficie chiusa	Circuitazione lungo una linea chiusa
Campo elettrostatico $\boldsymbol{E}$	$\Phi(\boldsymbol{E}) = Q_{\text{int}}/\varepsilon_0$: le cariche sono sorgenti	$\Gamma(\boldsymbol{E}) = 0$: il campo è conservativo
Campo magnetico $\boldsymbol{B}$ di correnti costanti	$\Phi(\boldsymbol{B}) = 0$: non esistono poli magnetici isolati	$\Gamma(\boldsymbol{B}) = \mu_0 \Sigma I_{\text{conc}}$: teorema di Ampère

1.2 Le correnti indotte

1.2.1 Gli esperimenti di Faraday

Dopo che Ørsted aveva mostrato che una corrente produce un campo magnetico, molti fisici cercarono l'effetto inverso: un campo magnetico che producesse una corrente. Per anni gli esperimenti fallirono, perché si cercava una corrente **costante** generata da una calamita **ferma**. Nel 1831 Faraday la trovò, e capì perché nessuno l'aveva vista prima.

Il suo primo apparato è schematizzato nella Figura 1.1a. Su un anello di ferro dolce sono avvolte due bobine di filo di rame isolato, A e B. La bobina A può essere collegata a una pila con un interruttore; la bobina B è chiusa su un galvanometro, lo strumento che rivela il passaggio di corrente. Quando la corrente in A è costante, l'ago del galvanometro resta fermo, anche se l'anello è percorso da un campo magnetico intenso. Ma nell'istante in cui si chiude l'interruttore l'ago scatta, poi torna a zero; quando lo si apre scatta di nuovo, in verso opposto. La corrente in B dura quanto dura il cambiamento della corrente in A.

Qualche settimana dopo Faraday ottenne lo stesso risultato senza pile: infilando una calamita in una bobina collegata al galvanometro (Figura 1.1b), l'ago deviava finché la calamita era in moto; si fermava a zero quando la calamita era ferma dentro la bobina, e deviava in verso opposto quando la calamita veniva estratta. Lo stesso accadeva tenendo ferma la calamita e muovendo la bobina. Infine mostrò che basta il campo magnetico terrestre: una bobina capovolta rapidamente fa deviare il galvanometro.

Una corrente che nasce in questo modo, senza pile né generatori nel circuito, si chiama **corrente indotta**, e il fenomeno è l'**induzione elettromagnetica**. Una corrente in un circuito di resistenza R richiede una forza elettromotrice (*Fisica 4*, capitolo 13): quella che compare nel circuito durante l'induzione è la **forza elettromotrice indotta** (abbreviata f.e.m. indotta), e si misura in volt come ogni altra forza elettromotrice. Il galvanometro rivela la corrente; se il circuito è aperto la corrente non passa, ma fra i suoi estremi un voltmetro misura la f.e.m. indotta.

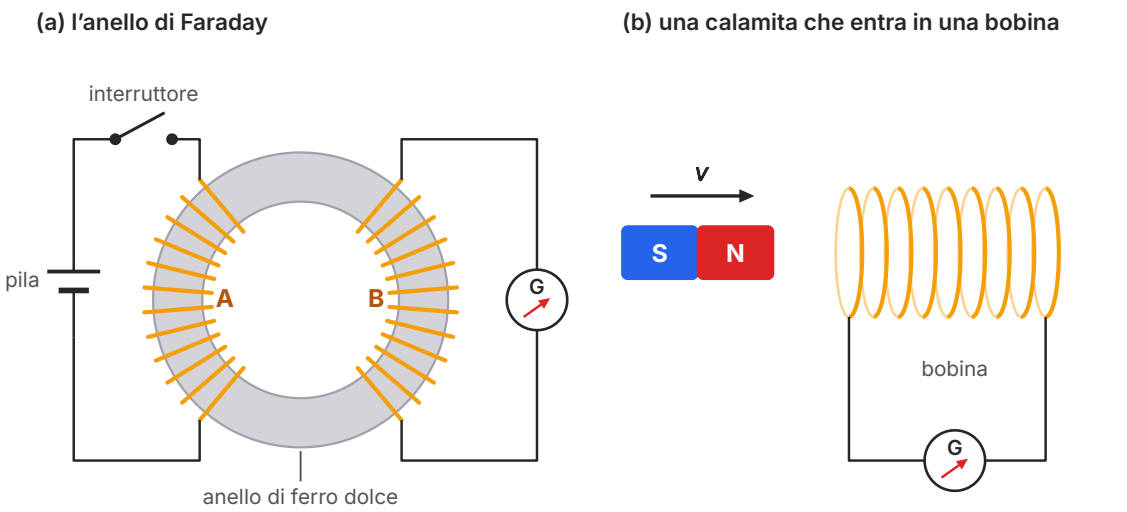

Figura 1.1 Due esperimenti di Faraday (schemi, non in scala). (a) Due bobine avvolte su un anello di ferro dolce: la bobina A è collegata a una pila con un interruttore, la bobina B a un galvanometro G; nella bobina B passa corrente solo mentre la corrente in A cambia. (b) Una calamita che entra in una bobina collegata a un galvanometro: la corrente passa solo mentre la calamita è in moto rispetto alla bobina.

1.2.2 Che cosa hanno in comune: il flusso cambia

In apparenza gli esperimenti sono molto diversi: in uno si accende una corrente, nell'altro si sposta una calamita, nel terzo si ruota una bobina. Faraday cercò l'elemento comune, e noi possiamo esprimerlo con un concetto che lui non aveva ancora formalizzato: in tutti i casi **cambia il flusso del campo magnetico attraverso il circuito**. Quando si chiude l'interruttore, il campo nell'anello cresce da zero, e cresce il flusso attraverso le spire di B. Quando la calamita si avvicina, il campo nella bobina diventa più intenso. Quando la bobina si capovolge nel campo terrestre, cambia l'angolo fra il campo e le spire.

Dalla formula $\Phi(\boldsymbol{B}) = BS\cos\theta$ si leggono subito i tre modi di far variare il flusso attraverso un circuito: cambiare l'intensità del campo, cambiare l'area del circuito attraversata dal campo, cambiare l'angolo fra il campo e la normale. La Tabella 1.2 li raccoglie con qualche esempio, e ciascuno avrà un ruolo in questa parte del libro.

La conclusione è una delle più importanti dell'elettromagnetismo: **per avere una corrente indotta serve un flusso che cambia, non un campo**. Una bobina ferma nel campo di 1,5 T del magnete di una risonanza magnetica non è percorsa da alcuna corrente indotta, per quanto intenso sia il campo; una bobina che si muove nel debolissimo campo terrestre, invece, sì. Per lo stesso motivo un trasformatore, come vedremo, non funziona con la corrente continua.

Tabella 1.2 I tre modi di far variare il flusso del campo magnetico attraverso un circuito.

Che cosa cambia	Esempi	Dove lo ritroverai
l'intensità del campo, B	una calamita che si avvicina; la corrente che cresce in una bobina vicina; un campo alternato	in questo capitolo; mutua induzione e autoinduzione nel capitolo 2; trasformatore nel capitolo 3
l'area S attraversata dal campo	una sbarretta che scorre su due binari; una spira che entra in una zona di campo	la f.e.m. cinetica, in questo capitolo
l'angolo θ fra campo e normale	una bobina che ruota in un campo uniforme	l'alternatore, nel capitolo 3

1.3 La legge di Faraday-Neumann

1.3.1 Quanto vale la forza elettromotrice indotta

Faraday stabilì anche da che cosa dipende l'intensità dell'effetto: la corrente indotta è tanto più intensa quanto più rapidamente cambia il flusso. Una calamita infilata lentamente produce una piccola deviazione che dura a lungo, la stessa calamita infilata di colpo una deviazione grande e breve. La legge quantitativa fu scritta nel 1845 dal fisico tedesco Franz Neumann, e per questo porta il nome di entrambi. Se in un intervallo di tempo Δt il flusso attraverso un circuito varia di $\Delta\Phi$, la f.e.m. indotta media nel circuito è

$$\mathcal{E} = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$$

È la **legge di Faraday-Neumann**: la forza elettromotrice indotta è uguale alla rapidità con cui cambia il flusso del campo magnetico attraverso il circuito, cambiata di segno. Il segno meno contiene il verso della corrente e lo discuteremo nel prossimo paragrafo con la legge di Lenz; per ora concentriamoci sul valore. Controlliamo le unità: $\text{Wb/s} = \text{T}\cdot\text{m}^2/\text{s} = [\text{N}/(\text{A}\cdot\text{m})]\cdot\text{m}^2/\text{s} = \text{N}\cdot\text{m}/(\text{A}\cdot\text{s}) = \text{J/C} = \text{V}$. Il rapporto fra un flusso e un tempo è davvero una tensione.

Una bobina è fatta di N spire avvolte in serie: in ciascuna si induce la stessa f.e.m., e le f.e.m. si sommano come quelle di N pile in serie. La quantità $N\Phi$, il flusso attraverso una spira moltiplicato per il numero di spire, si chiama **flusso concatenato** con la bobina, e la legge diventa

$$\mathcal{E} = -N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$$

dove ora Φ è il flusso attraverso una sola spira. Con 500 spire, un flusso per spira che passa da 0 a $2{,}0 \times 10^{-4}$ Wb in 0,050 s induce una f.e.m. media di $500 \times (2{,}0 \times 10^{-4}\ \text{Wb})/(0{,}050\ \text{s}) = 2{,}0$ V: la ragione per cui i generatori, i microfoni e i sensori a induzione usano bobine con moltissime spire.

1.3.2 La f.e.m. istantanea: la pendenza del grafico del flusso

La formula con i Δ dà la **forza elettromotrice media** nell'intervallo Δt. Se il flusso non varia in modo uniforme, la f.e.m. cambia da un istante all'altro, e conviene ragionare come hai fatto in cinematica per passare dalla velocità media alla velocità istantanea (*Fisica 1*). Sul grafico di Φ in funzione di t, il rapporto $\Delta\Phi/\Delta t$ è la pendenza della retta secante fra due punti del grafico; se si fa tendere Δt a zero, la secante diventa la retta tangente nel punto considerato. La **forza elettromotrice istantanea** è quindi l'opposto della pendenza della retta tangente al grafico del flusso concatenato in quell'istante. È la derivata del flusso rispetto al tempo, che stai studiando in matematica, e si scrive anche così:

$$\varepsilon = -N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \quad (\text{per } \Delta t \to 0) \quad \text{ovvero} \quad \varepsilon = -N\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}$$

La Figura 1.2 mostra che cosa significa in pratica. In alto c'è il flusso concatenato con una bobina mentre una calamita le passa accanto; in basso la f.e.m. indotta, ottenuta dalla pendenza punto per punto. Si notano tre fatti che spesso sorprendono. Primo: la f.e.m. è massima dove il flusso cresce più rapidamente, non dove il flusso è più grande. Secondo: nell'istante in cui il flusso è massimo la tangente è orizzontale e la f.e.m. è **nulla**. Terzo: quando il flusso torna a diminuire, la f.e.m. cambia segno.

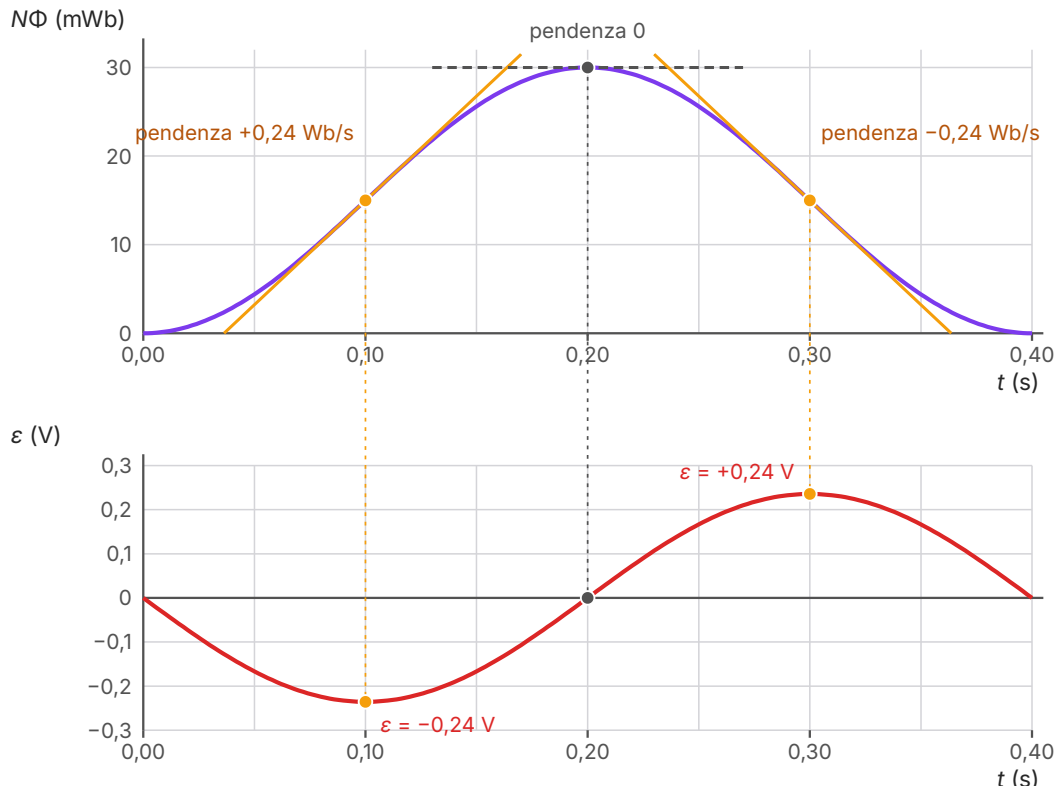

Figura 1.2 In alto: il flusso concatenato $N\Phi$ con una bobina, che cresce da 0 a 30 mWb e torna a zero in 0,40 s (calcolato con $N\Phi = 30\ \text{mWb} \cdot \text{sen}^2(\pi t/0{,}40\ \text{s})$), con le rette tangenti in t = 0,10 s, 0,20 s e 0,30 s. In basso: la f.e.m. indotta $\varepsilon = -N\Delta\Phi/\Delta t$ per $\Delta t \to 0$, cioè l'opposto della pendenza della tangente. Dove il flusso è massimo la f.e.m. è nulla.

ESEMPIO SVOLTO

Leggere la f.e.m. dal grafico del flusso

Problema. La bobina della Figura 1.2 è collegata a un circuito di resistenza totale $R = 5{,}0\ \Omega$. Usando solo il grafico in alto, determina: a) la f.e.m. media fra 0 e 0,20 s; b) la f.e.m. istantanea in $t = 0{,}10$ s e in $t = 0{,}20$ s; c) la corrente massima; d) la carica che attraversa il circuito fra 0 e 0,20 s.

Passo 1: la f.e.m. media. Fra 0 e 0,20 s il flusso concatenato passa da 0 a 30 mWb: $\mathcal{E}_{\text{media}} = -(30 \times 10^{-3}\ \text{Wb})/(0{,}20\ \text{s}) = -0{,}15\ \text{V}$. È la pendenza della secante fra i due punti, cambiata di segno.

Passo 2: la f.e.m. in 0,10 s. Si legge la pendenza della tangente scegliendo su di essa due punti lontani: la tangente arancione in $t = 0{,}10$ s taglia l'asse dei tempi a circa 0,036 s e la retta $N\Phi = 30$ mWb a circa 0,164 s. La pendenza è $(30\ \text{mWb})/(0{,}128\ \text{s}) \approx 0{,}23\ \text{Wb/s}$, quindi $\mathcal{E}(0{,}10\ \text{s}) \approx -0{,}23\ \text{V}$. Il valore calcolato con la formula del grafico è −0,236 V: la lettura grafica ha un errore di qualche per cento, normale per un grafico.

Passo 3: la f.e.m. in 0,20 s. In 0,20 s il flusso è massimo e la tangente è orizzontale: pendenza zero, $\mathcal{E} = 0$. Proprio quando il flusso è più grande, nel circuito non c'è f.e.m.

Passo 4: la corrente massima. La f.e.m. ha il valore assoluto massimo dove la pendenza è massima, in 0,10 s e in 0,30 s: $|i|_{\max} = |\mathcal{E}|_{\max}/R \approx (0{,}236\ \text{V})/(5{,}0\ \Omega) \approx 47\ \text{mA}$.

Passo 5: la carica. In ogni piccolo intervallo passa la carica $\Delta q = i\Delta t = (\mathcal{E}/R)\Delta t = -N\Delta\Phi/R$; sommando su tutti gli intervalli fra 0 e 0,20 s, le variazioni $\Delta\Phi$ si sommano nella variazione totale: $|Q| = (30 \times 10^{-3}\ \text{Wb})/(5{,}0\ \Omega) = 6{,}0 \times 10^{-3}\ \text{C}$.

Controllo. La f.e.m. media (0,15 V in valore assoluto) è minore di quella massima (0,236 V), come deve essere: nell'intervallo la pendenza cresce da zero al massimo e torna a zero. Con la f.e.m. media la carica si ritrova anche come $|\mathcal{E}_{\text{media}}|\Delta t/R = 0{,}15\ \text{V} \times 0{,}20\ \text{s}/(5{,}0\ \Omega) = 6{,}0 \times 10^{-3}\ \text{C}$.

1.3.3 Corrente indotta e carica che attraversa il circuito

Se il circuito è chiuso e ha resistenza totale R (quella della bobina più quella del resto del circuito), la f.e.m. indotta fa passare la corrente indotta $i = \mathcal{E}/R$, come una pila con la stessa f.e.m. Il passo 5 dell'esempio contiene un risultato generale. In ogni piccolo intervallo Δt attraversa il circuito la carica $\Delta q = i\Delta t = -(N\Delta\Phi/\Delta t)(\Delta t/R) = -N\Delta\Phi/R$: il tempo si semplifica. Sommando tutti i contributi, la carica totale che attraversa il circuito mentre il flusso per spira passa da Φ_i a Φ_f è, in valore assoluto,

$$|Q| = \frac{N\,|\Phi_f - \Phi_i|}{R}$$

Il risultato **non dipende da quanto rapidamente cambia il flusso**, ma solo dal flusso iniziale e da quello finale. Se la calamita entra nella bobina in metà tempo, la f.e.m. e la corrente sono in media doppie, ma durano la metà, e la carica è la stessa. Su questa proprietà si basavano i vec-

chi galvanometri balistici, che misuravano una carica e quindi una variazione di flusso; e la ritroverai nell'attività di laboratorio di questo capitolo, in cui le aree dei lobi della f.e.m. restano uguali a qualunque velocità.

ESEMPIO SVOLTO

Misurare il campo terrestre capovolgendo una bobina

Problema. Una bobina piatta di $N = 400$ spire quadrate di lato 10,0 cm è appoggiata su un tavolo, con l'asse verticale, e collegata a un misuratore di carica; la resistenza totale del circuito è $R = 20{,}0\ \Omega$. Capovolgendo rapidamente la bobina di 180°, lo strumento misura una carica $|Q| = 1{,}56 \times 10^{-5}$ C. a) Calcola la componente verticale del campo magnetico terrestre. b) Calcola la f.e.m. media se il capovolgimento dura 0,10 s, e se dura 0,050 s. c) La carica misurata cambia nei due casi?

Passo 1: la variazione di flusso. Prima del capovolgimento la normale alle spire, orientata verso l'alto, forma con la componente verticale del campo, B_v, un angolo di 0° o di 180° (il segno dipende dall'emisfero e non conta qui): il flusso per spira è $\pm B_v S$. Dopo il capovolgimento la stessa normale punta dall'altra parte e il flusso cambia segno. La variazione per spira, in valore assoluto, è $|\Delta\Phi| = 2B_v S$. La componente orizzontale del campo è parallela alle spire prima e dopo, e non contribuisce al flusso.

Passo 2: il campo dalla carica. Da $|Q| = N|\Delta\Phi|/R = 2NB_v S/R$, con $S = (0{,}100\ \text{m})^2 = 1{,}00 \times 10^{-2}\ \text{m}^2$:

$$B_v = \frac{|Q|R}{2NS} = \frac{1{,}56 \times 10^{-5}\ \text{C} \times 20{,}0\ \Omega}{2 \times 400 \times 1{,}00 \times 10^{-2}\ \text{m}^2} = 3{,}90 \times 10^{-5}\ \text{T}$$

Passo 3: la f.e.m. media. $|\varepsilon| = N|\Delta\Phi|/\Delta t = 2NB_v S/\Delta t = (2 \times 400 \times 3{,}90 \times 10^{-5}\ \text{T} \times 1{,}00 \times 10^{-2}\ \text{m}^2)/(0{,}10\ \text{s}) = 3{,}1 \times 10^{-3}\ \text{V} = 3{,}1\ \text{mV}$. In 0,050 s la f.e.m. media raddoppia: 6,2 mV.

Passo 4: la carica. Non cambia: la f.e.m. doppia fa passare una corrente doppia per metà del tempo. Proprio per questo il metodo funziona anche capovolgendo la bobina a mano, senza controllare la durata del movimento.

Controllo. In Italia il campo terrestre ha un'intensità di circa $4{,}6 \times 10^{-5}$ T ed è inclinato di circa 55°–60° sull'orizzontale; la sua componente verticale è circa 4×10^{-5} T, in accordo con il risultato. Le f.e.m. di pochi millivolt spiegano perché, con il solo campo terrestre, servono bobine di molte spire e uno strumento sensibile.

COLLEGAMENTI

La chitarra elettrica e il microfono dinamico

Sotto le corde di una chitarra elettrica ci sono i **pick-up**: piccole calamite permanenti avvolte da una bobina di migliaia di spire. La calamita magnetizza il tratto di corda d'acciaio che le sta sopra; quando la corda vibra, la sua distanza dalla bobina cambia periodicamente, e con essa il flusso attraverso le spire. Nella bobina si induce una f.e.m. alternata che ha la stessa frequenza della corda: l'amplificatore la rende udibile. Le corde di nylon di una chitarra classica, che non si magnetizzano, non funzionerebbero.

Il **microfono dinamico** usa lo stesso principio al contrario: le onde sonore fanno vibrare una membrana leggera a cui è attaccata una piccola bobina, immersa nel campo di una calamita fissa. La bobina in moto è attraversata da un flusso che cambia, e la f.e.m. indotta riproduce l'andamento della pressione sonora. Nel capitolo 3 vedrai che anche le centrali elettriche producono energia così, con bobine enormi che ruotano in un campo magnetico.

1.4 La legge di Lenz

1.4.1 Il verso della corrente indotta

La legge di Faraday-Neumann dice quanto vale la f.e.m.; resta da capire in quale verso circola la corrente indotta. La risposta fu data nel 1834 dal fisico russo di origine tedesca Heinrich Lenz, ed è la **legge di Lenz**: **la corrente indotta circola in un verso tale che il campo magnetico da essa prodotto si oppone alla variazione del flusso che l'ha generata**. Il segno meno nella formula $\mathcal{E} = -\Delta\Phi/\Delta t$ è la traduzione matematica di questa opposizione.

La parola decisiva è *variazione*. La corrente indotta non si oppone al campo esterno né al flusso: si oppone al loro **cambiamento**. Se il flusso sta crescendo, il campo della corrente indotta, dentro il circuito, ha verso opposto al campo esterno e «frena» la crescita; se il flusso sta diminuendo, il campo indotto ha lo stesso verso del campo esterno e «sostiene» il flusso che se ne va. In entrambi i casi il circuito si comporta come se volesse mantenere il flusso che aveva.

DA RICORDARE

Il verso della corrente indotta in tre passi

1. Individua il verso del campo esterno $\boldsymbol{B}$ attraverso il circuito e stabilisci se il flusso (in valore assoluto) sta crescendo o diminuendo.

2. Il campo indotto $\boldsymbol{B}_{\text{ind}}$, all'interno del circuito, ha verso **opposto** a $\boldsymbol{B}$ se il flusso cresce, **uguale** se diminuisce. Se il flusso non cambia, non c'è corrente.

3. Con la regola della mano destra (pollice nel verso di $\boldsymbol{B}_{\text{ind}}$, dita piegate) trovi il verso della corrente nelle spire. La faccia della spira da cui escono le linee di $\boldsymbol{B}_{\text{ind}}$ è un polo nord.

1.4.2 Calamite che si avvicinano e si allontanano

La Figura 1.3 applica la regola ai quattro casi di una calamita che si muove lungo l'asse di una spira. Nel caso (a) il polo nord si avvicina: il campo della calamita nella spira, diretto in verso uscente dal polo nord, diventa più intenso e il flusso cresce. Il campo indotto deve opporsi, quindi è rivolto verso la calamita: la faccia della spira rivolta alla calamita diventa un polo nord, e la calamita viene **respinta**. Guardando la spira dal punto in cui si trova la calamita, la corrente circola in verso antiorario.

Nel caso (b) lo stesso polo nord si allontana. Il flusso diminuisce, il campo indotto ha lo stesso verso di quello della calamita, e la faccia rivolta alla calamita diventa un polo sud: la calamita in fuga viene **attratta**, e la corrente circola in verso orario. Nei casi (c) e (d), con il polo sud, tutti i versi si invertono, ma la conclusione resta la stessa: la spira respinge una calamita che si avvicina e attrae una calamita che si allontana, qualunque sia il polo. Il moto relativo viene sempre ostacolato.

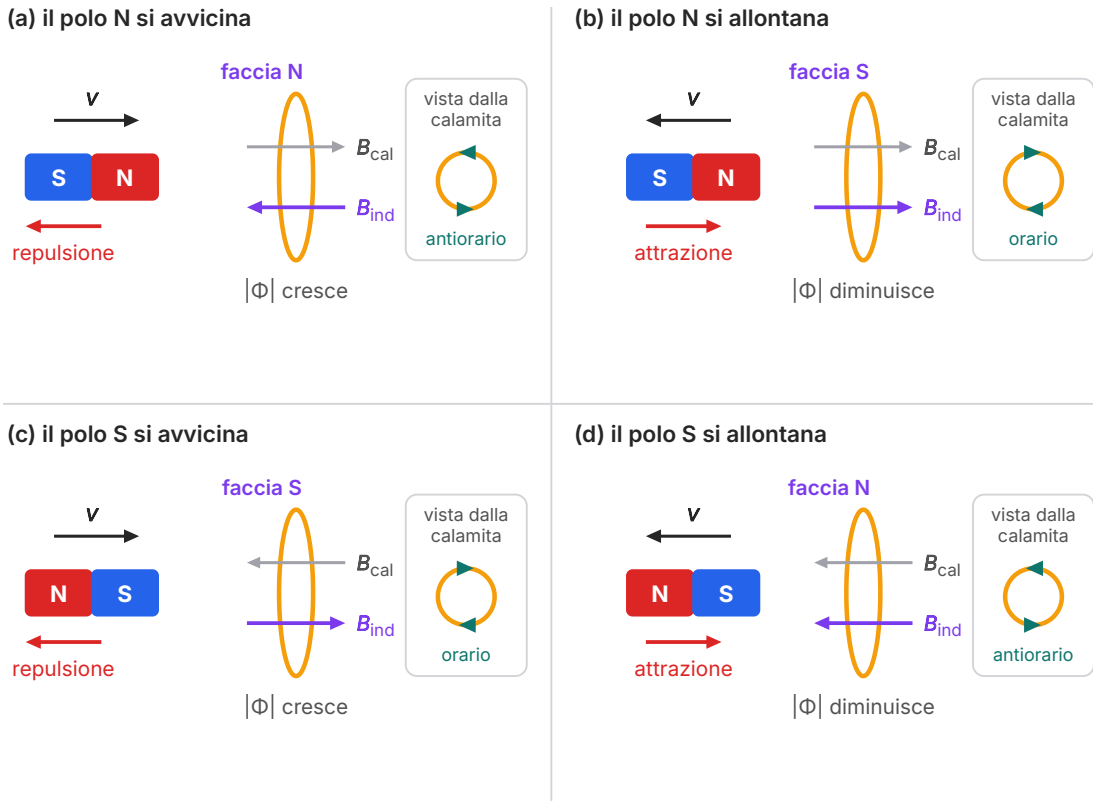

Figura 1.3 La legge di Lenz per una calamita che si muove lungo l'asse di una spira (vista di taglio). In grigio il campo della calamita B_{cal} nella spira, in viola il campo della corrente indotta B_{ind}, che si oppone alla **variazione** del flusso. A destra di ogni schema, la spira vista dalla posizione della calamita, con il verso della corrente indotta. (a) e (c): la calamita si avvicina, il flusso cresce in valore assoluto e la calamita è respinta. (b) e (d): la calamita si allontana, il flusso diminuisce e la calamita è attratta.

1.4.3 Lenz e la conservazione dell'energia

La legge di Lenz non è una regola in più da imparare: è una conseguenza della conservazione dell'energia. Immagina che la corrente indotta avesse il verso opposto, cioè che la spira attraesse la calamita che le si avvicina. Basterebbe allora dare alla calamita una piccola spinta verso la spira: la corrente indotta la attirerebbe, la calamita accelererebbe, la corrente indotta crescerebbe e la attirerebbe ancora di più. Si otterrebbero energia cinetica sempre maggiore e calore nel filo (la corrente dissipa la potenza Ri^2) senza spendere nulla: un moto perpetuo, che la conservazione dell'energia esclude.

Con il verso dato da Lenz accade il contrario: chi spinge la calamita verso la spira deve vincere una forza repulsiva e quindi compiere un lavoro, e questo lavoro è esattamente l'energia che ricompare come calore nel circuito. Se il circuito è aperto la corrente non passa, la forza

non c'è e non si compie lavoro: la f.e.m. si induce comunque, ma nessuna energia viene trasferita. Nel prossimo paragrafo faremo il bilancio energetico in modo quantitativo.

ERRORE FREQUENTE

«La corrente indotta produce sempre un campo opposto a quello della calamita.» **No.** Si oppone alla **variazione** del flusso. Quando la calamita si allontana il flusso diminuisce, e il campo indotto ha lo stesso verso di quello della calamita: la spira la attrae. Prima di applicare la regola chiediti sempre: il flusso cresce o diminuisce?

«Un campo magnetico intenso induce una f.e.m. grande.» **No.** La f.e.m. dipende dalla rapidità con cui cambia il flusso, non dal valore del flusso. Nell'istante in cui il flusso è massimo la f.e.m. può essere nulla (Figura 1.2); un campo intenso e costante, con il circuito fermo, non induce nulla.

«Nella legge $\varepsilon = -\Delta\Phi/\Delta t$ il segno meno significa che la f.e.m. è negativa.» **No.** La f.e.m. ha il segno opposto a quello di $\Delta\Phi$: è negativa quando il flusso cresce e positiva quando diminuisce, rispetto a un verso di percorrenza del circuito scelto in accordo con la normale tramite la regola della mano destra. Negli esercizi conviene calcolare il valore assoluto con la legge di Faraday-Neumann e trovare il verso con la regola di Lenz.

1.5 La forza elettromotrice cinetica

1.5.1 Una sbarretta che scorre su due binari

Il secondo modo di cambiare il flusso, variare l'area del circuito, si realizza con un dispositivo semplicissimo (Figura 1.4). Due binari conduttori paralleli, distanti l, sono chiusi a un estremo da un resistore di resistenza R; una sbarretta conduttrice appoggiata sui binari chiude il circuito e scorre con velocità $\boldsymbol{v}$. Tutto è immerso in un campo magnetico uniforme $\boldsymbol{B}$ perpendicolare al piano dei binari. Trascuriamo la resistenza dei binari e della sbarretta, che consideriamo inclusa in R.

Se la sbarretta si trova a distanza x dal resistore, l'area del circuito è lx e il flusso è $\Phi = Blx$. In un intervallo Δt la sbarretta avanza di $\Delta x = v\Delta t$, e il flusso cresce di $\Delta\Phi = Bl\Delta x$. Per la legge di Faraday-Neumann, in valore assoluto,

$$|\varepsilon| = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = \frac{Bl\Delta x}{\Delta t} = vBl$$

Una f.e.m. che nasce dal moto di un conduttore in un campo magnetico si chiama **forza elettromotrice cinetica** (o di movimento). Con $l = 0{,}50$ m, $v = 2{,}0$ m/s e $B = 0{,}40$ T si ottiene $\varepsilon = 2{,}0 \times 0{,}40 \times 0{,}50$ V $= 0{,}40$ V. La formula $\varepsilon = vBl$ vale quando $\boldsymbol{v}$, $\boldsymbol{B}$ e la sbarretta sono perpendicolari a due a due; in generale conta solo la componente della velocità perpendicolare sia al campo sia alla

sbarretta, e se la sbarretta si muove parallelamente al campo, o lungo sé stessa, la f.e.m. è nulla.

1.5.2 La stessa f.e.m. dalla forza di Lorentz

Il risultato si può ottenere anche senza parlare di flusso, ed è istruttivo farlo. Le cariche libere dentro la sbarretta si muovono insieme a essa con velocità $\boldsymbol{v}$; su ciascuna agisce la forza di Lorentz $q\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B}$. Con $\boldsymbol{v}$ verso destra e $\boldsymbol{B}$ entrante nel foglio, come nella Figura 1.4, la forza su una carica positiva è diretta lungo la sbarretta, verso l'alto, e ha intensità qvB. (Nei metalli le cariche mobili sono elettroni, spinti verso il basso: l'effetto sul circuito è lo stesso.) La forza di Lorentz fa quindi da «pompa» di carica lungo la sbarretta, come le reazioni chimiche dentro una pila.

La forza elettromotrice è il lavoro compiuto sull'unità di carica lungo il circuito (*Fisica 4*, capitolo 13). La forza di Lorentz lavora solo lungo la sbarretta, dove è parallela allo spostamento della carica rispetto al conduttore; nel tratto lungo l il lavoro è $qvBl$, e il lavoro per unità di carica è vBl: lo stesso risultato ottenuto con il flusso. Il verso torna con Lenz: la corrente sale nella sbarretta e circola in verso antiorario nel foglio, quindi produce all'interno del circuito un campo uscente, che si oppone alla crescita del flusso entrante.

Se il circuito è aperto, per esempio una sbarretta isolata che si muove nel campo, le cariche si accumulano agli estremi (positive in alto, negative in basso) finché il campo elettrico che producono, di intensità $E = vB$, non bilancia la forza di Lorentz. Fra gli estremi rimane una differenza di potenziale vBl, ma non circola corrente: è la situazione dell'effetto Hall (*Fisica 4*, capitolo 15), con il conduttore che si muove invece delle cariche al suo interno.

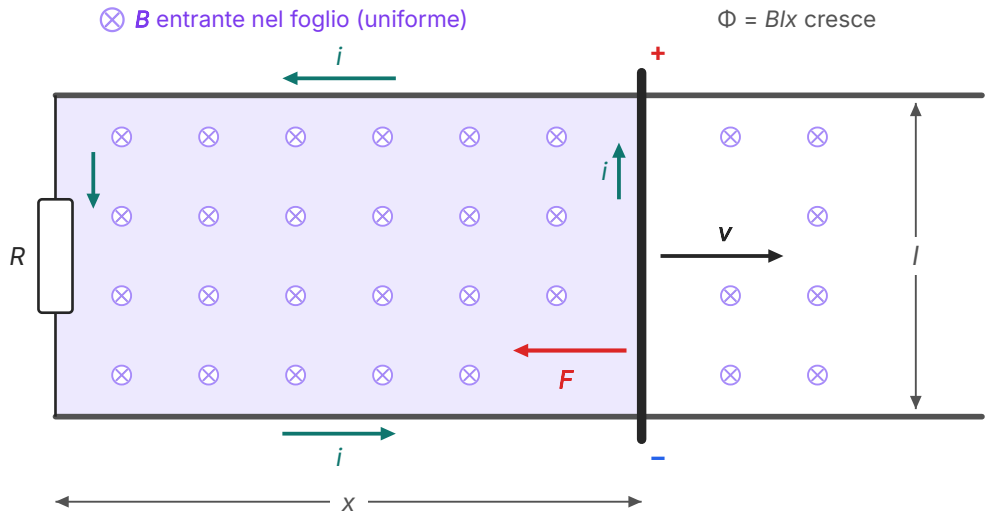

Figura 1.4 Una sbarretta di lunghezza l scorre con velocità $\boldsymbol{v}$ su due binari chiusi dal resistore R, in un campo uniforme $\boldsymbol{B}$ entrante nel foglio. Il flusso attraverso il circuito (area colorata) cresce; la corrente indotta i sale nella sbarretta e circola in verso antiorario, producendo all'interno un campo uscente (legge di Lenz). La forza $\boldsymbol{F} = i\boldsymbol{l} \times \boldsymbol{B}$ sulla sbarretta è opposta alla velocità.

1.5.3 La forza sulla sbarretta e il bilancio energetico

Ora che nella sbarretta passa la corrente $i = vBl/R$, il campo magnetico agisce su di essa con la forza $\boldsymbol{F} = i\boldsymbol{l} \times \boldsymbol{B}$ (*Fisica 4*, capitolo 15). Con la corrente verso l'alto e il campo entrante, la forza è diretta verso sinistra, cioè **opposta alla velocità**: è la legge di Lenz vista in termini di forze. La sua intensità è

$$F = ilB = \frac{B^2 l^2 v}{R}$$

Questa forza è proporzionale alla velocità, come una forza di attrito viscoso: raddoppiando la velocità raddoppia la forza frenante. Per mantenere la sbarretta in moto uniforme, qualcuno (una mano, un motore, il peso) deve applicare una forza esterna uguale e opposta; l'esempio svolto che segue mostra dove va a finire il lavoro di questa forza. È la situazione che le prove d'esame descrivono come la forza che agisce su un ramo in moto di un circuito percorso da corrente indotta.

ESEMPIO SVOLTO

Il bilancio energetico della sbarretta, passo per passo

Problema. Nel dispositivo della Figura 1.4 una forza esterna mantiene la sbarretta in moto con velocità costante v. Ricava la potenza della forza esterna e la potenza dissipata nel resistore, e mostra che sono uguali. Poi calcola le due potenze con $l = 0{,}50$ m, $B = 0{,}40$ T, $v = 2{,}0$ m/s, $R = 0{,}20$ Ω.

Passo 1: la f.e.m. e la corrente. $\varepsilon = vBl$, dalla forza di Lorentz sulle cariche della sbarretta; $i = \varepsilon/R = vBl/R$.

Passo 2: la forza magnetica sulla sbarretta. $F_m = ilB = B^2l^2v/R$, opposta a $\boldsymbol{v}$ per la legge di Lenz.

Passo 3: la forza esterna. La velocità è costante, quindi la forza risultante è nulla (primo principio della dinamica): la forza esterna ha intensità $F_{est} = B^2l^2v/R$, nel verso del moto.

Passo 4: la potenza della forza esterna. La potenza di una forza costante parallela alla velocità è forza per velocità:

$$P_{est} = F_{est}v = \frac{B^2l^2v^2}{R}$$

Passo 5: la potenza dissipata. Per l'effetto Joule $P_J = Ri^2 = R(vBl/R)^2 = B^2l^2v^2/R$, che si può scrivere anche $\varepsilon i = \varepsilon^2/R$.

Passo 6: il confronto. Le due espressioni coincidono: $F_{est}v = \varepsilon i = \varepsilon^2/R$. Tutto il lavoro della forza esterna diventa energia elettrica, e questa diventa calore nel resistore. La sbarretta è un generatore elementare che trasforma lavoro meccanico in energia elettrica: il principio di tutte le centrali elettriche.

Passo 7: i numeri. $\varepsilon = 2{,}0$ m/s × 0,40 T × 0,50 m = 0,40 V; $i = 0{,}40$ V/(0,20 Ω) = 2,0 A; $F = 2{,}0$ A × 0,50 m × 0,40 T = 0,40 N; $P_{est} = 0{,}40$ N × 2,0 m/s = 0,80 W; $P_J = (0{,}40\text{ V})^2/(0{,}20\ \Omega) = 0{,}80$ W.

Controllo. Se la potenza dissipata fosse maggiore di quella fornita, l'energia verrebbe dal nulla; se fosse minore, la corrente indotta dovrebbe aiutare il moto. Il segno della legge di Lenz è proprio quello che rende uguali le due potenze. Unità: $T^2\cdot m^2\cdot(m/s)^2/\Omega = (V\cdot s/m^2)^2\cdot m^4/s^2/\Omega = V^2/\Omega = W$.

1.5.4 Una sbarretta che cade: la velocità limite

Se i binari sono verticali e la sbarretta, lasciata libera, cade sotto l'azione del proprio peso, la forza esterna è il peso stesso. All'inizio la sbarretta è ferma, non c'è corrente e cade con l'accelerazione g. Man mano che accelera, la f.e.m. e la corrente crescono e la forza magnetica verso l'alto aumenta; l'accelerazione diminuisce finché la forza magnetica non bilancia il peso. Da quel momento la sbarretta scende a velocità costante, la velocità limite, come un paracadutista nell'aria.

ESEMPIO SVOLTO

La velocità limite di una sbarretta su binari verticali

Problema. Una sbarretta di rame di massa $m = 20$ g scivola senza attrito, rimanendo orizzontale, lungo due binari verticali distanti $l = 0{,}50$ m, chiusi in alto da un resistore $R = 0{,}40\ \Omega$ (le altre resistenze sono trascurabili). Il campo magnetico, uniforme e orizzontale, è perpendicolare al piano dei binari e vale $B = 0{,}80$ T. a) Calcola la velocità limite. b) Calcola la corrente e la f.e.m. alla velocità limite. c) Verifica il bilancio energetico. d) Stima in quanto tempo la sbarretta raggiunge quasi la velocità limite.

Passo 1: le forze. Sulla sbarretta agiscono il peso mg, verso il basso, e la forza magnetica B^2l^2v/R, verso l'alto: per la legge di Lenz la forza magnetica si oppone alla caduta, che fa crescere l'area del circuito sotto il resistore e quindi il flusso. Per il secondo principio della dinamica $ma = mg - B^2l^2v/R$.

Passo 2: la velocità limite. La velocità smette di crescere quando $a = 0$, cioè quando la forza magnetica uguaglia il peso:

$$v_L = \frac{mgR}{B^2l^2} = \frac{0{,}020\ \text{kg} \times 9{,}8\ \text{m/s}^2 \times 0{,}40\ \Omega}{(0{,}80\ \text{T})^2 \times (0{,}50\ \text{m})^2} = 0{,}49\ \text{m/s}$$

Passo 3: corrente e f.e.m. $\varepsilon = v_L Bl = 0{,}49\ \text{m/s} \times 0{,}80\ \text{T} \times 0{,}50\ \text{m} = 0{,}196\ \text{V} \approx 0{,}20\ \text{V}$; $i = \varepsilon/R = 0{,}49\ \text{A}$. Controllo: $ilB = 0{,}49\ \text{A} \times 0{,}50\ \text{m} \times 0{,}80\ \text{T} = 0{,}196\ \text{N}$, uguale al peso $mg = 0{,}020\ \text{kg} \times 9{,}8\ \text{m/s}^2 = 0{,}196\ \text{N}$.

Passo 4: il bilancio energetico. A velocità costante l'energia cinetica non cambia: per la conservazione dell'energia, tutta l'energia potenziale gravitazionale persa diventa calore. Potenza del peso: $mgv_L = 0{,}196\ \text{N} \times 0{,}49\ \text{m/s} = 0{,}096\ \text{W}$; potenza dissipata: $Ri^2 = 0{,}40\ \Omega \times (0{,}49\ \text{A})^2 = 0{,}096\ \text{W}$. Coincidono.

Passo 5: quanto tempo ci vuole. All'inizio la sbarretta cade con accelerazione g; se continuasse così, raggiungerebbe v_L dopo il tempo $v_L/g = (0{,}49\ \text{m/s})/(9{,}8\ \text{m/s}^2) = 0{,}050$ s. In realtà l'accelerazione diminuisce man mano, e un calcolo numerico passo per passo (con intervalli di 0,01 s, aggiornando ogni volta la velocità con l'accelerazione $g - (B^2l^2/mR)v$) dà circa 0,33 m/s dopo 0,05 s, 0,44 m/s dopo 0,10 s e 0,47 m/s dopo 0,15 s: in un paio di decimi di secondo la sbarretta è praticamente alla velocità limite.

Controllo. La velocità limite cresce con la massa e con la resistenza (meno corrente, meno freno) e diminuisce rapidamente con il campo e con la distanza fra i binari, che compaiono al quadrato. Se il circuito fosse aperto ($R \to \infty$) non ci sarebbe freno e la sbarretta cadrebbe liberamente.

1.6 Le correnti di Foucault

1.6.1 Correnti dentro i blocchi di metallo

Finora le correnti indotte scorrevano in fili e circuiti ben definiti. Ma la legge di Faraday-Neumann vale per qualunque percorso chiuso, anche per quelli che si possono immaginare dentro un pezzo di metallo. Quando un blocco conduttore si muove in un campo magnetico non uniforme, o è fermo in un campo che cambia, il flusso attraverso le linee chiuse al suo interno varia, e nel metallo circolano correnti indotte a vortice. Si chiamano **correnti di Foucault**, dal fisico francese Léon Foucault che le studiò, o **correnti parassite**, perché in molti dispositivi sono un disturbo.

Le correnti di Foucault obbediscono alla legge di Lenz: si oppongono alla variazione del flusso che le genera, e quindi al moto relativo fra il metallo e il campo. Nella Figura 1.5a una lastra di rame entra in una zona di campo uniforme: nella parte della lastra che attraversa il bordo della zona il flusso cresce, la corrente circola in verso antiorario e il tratto di corrente che si trova nel campo subisce una forza opposta alla velocità. Più la lastra è veloce, più la forza è grande; e poiché il rame ha una resistività piccolissima, le correnti possono essere molto intense.

1.6.2 Il freno magnetico

Una lastra di rame appesa come un pendolo, che oscilla fra le espansioni polari di un'elettrocalamita, si ferma quasi di colpo appena si accende il campo. Una calamita lasciata cadere in un tubo verticale di rame o di alluminio scende lentamente, a velocità costante, e impiega diversi secondi a percorrere un metro, mentre in un tubo di plastica cade in meno di mezzo secondo. Il rame e l'alluminio non sono attratti dalla calamita: la frenatura non è dovuta a una forza magnetica statica, ma alle correnti indotte nelle pareti del tubo, sopra e sotto la calamita in moto. È lo stesso fenomeno della sbarretta che cade, con il tubo al posto del circuito: la calamita raggiunge una velocità limite, alla quale il lavoro del peso diventa calore nel tubo.

Se si praticano nella lastra del pendolo una serie di tagli paralleli, la frenatura diventa molto più debole: i tagli interrompono i percorsi lungo cui le correnti potrebbero circolare. Lo stesso accade a una calamita che cade in un tubo di rame tagliato per tutta la lunghezza da una fessura: rallenta, ma meno, perché le correnti non possono più fare il giro completo del tubo. Il **freno elettromagnetico** (o freno a correnti parassite) sfrutta questo effetto: dischi o lamine metalliche solidali con le ruote, o con un vagone, si muovono nel campo di elettrocalamite o di calamite permanenti, e le correnti indotte trasformano energia cinetica in calore senza alcun contatto e senza usura.

1.6.3 Quando le correnti parassite sono un difetto

Nei motori elettrici e nei trasformatori i nuclei di ferro sono attraversati da campi magnetici che cambiano continuamente. In un nucleo pieno si indurrebbero grandi correnti di Foucault, che riscalderebbero il ferro e sprecherebbero energia. Per questo i nuclei si costruiscono con **lamierini**: sottili fogli di ferro, isolati l'uno dall'altro da uno strato di vernice o di ossido e disposti paralleli al campo (Figura 1.5b). Le correnti indotte restano confinate dentro ciascun lamierino, in percorsi stretti e ad alta resistenza, e la potenza dissipata si riduce drasticamente. Ritroverai i lamierini nel trasformatore del capitolo 3.

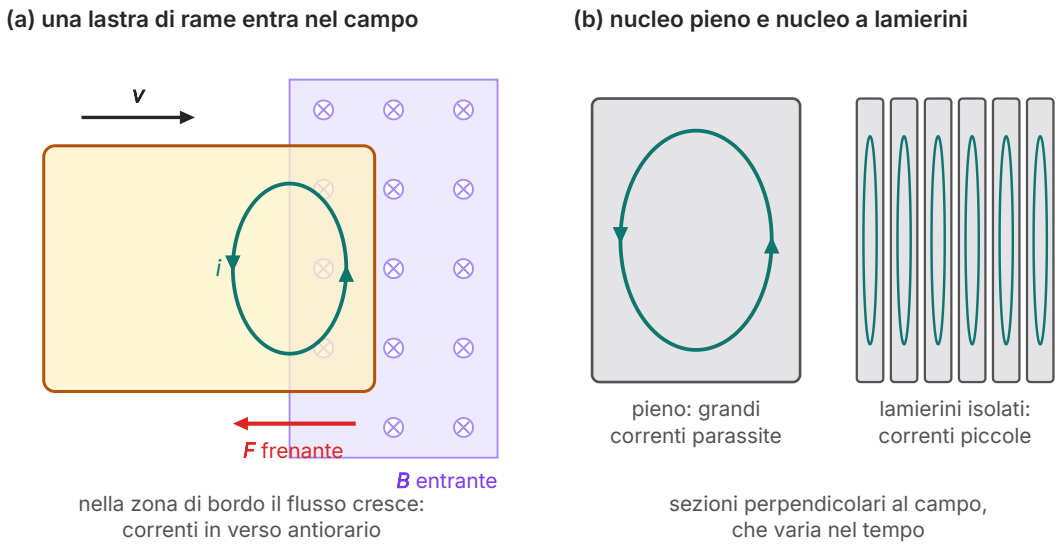

Figura 1.5 Le correnti di Foucault (schemi). (a) Una lastra di rame entra con velocità v in una zona di campo uniforme entrante nel foglio: nella regione di bordo il flusso cresce e la corrente indotta i circola in verso antiorario; la forza sul tratto di corrente immerso nel campo frena la lastra. (b) Sezione di un nucleo di ferro attraversato da un campo variabile perpendicolare al foglio: nel nucleo pieno le correnti parassite percorrono anelli ampi; nel nucleo fatto di lamierini isolati restano confinate in percorsi stretti e molto più deboli.

COLLEGAMENTI

Piani a induzione, metal detector e treni

Una **piastra a induzione** contiene, sotto il vetro, una bobina percorsa da una corrente alternata di decine di kilohertz. Il campo magnetico variabile induce correnti di Foucault nel fondo della pentola, che si scalda per effetto Joule: il calore nasce nella pentola stessa, e il vetro si scalda soltanto perché la pentola calda gli sta sopra. Per questo funzionano bene le pentole di materiale ferromagnetico, come la ghisa e gli acciai adatti, nei quali il campo si concentra in uno strato sottile e le correnti incontrano una resistenza maggiore; una pentola di vetro o di ceramica resta fredda.

Un **metal detector** contiene una bobina trasmittente percorsa da corrente variabile e un sistema che rileva il campo magnetico nei dintorni. Un oggetto metallico vicino è attraversato da un flusso variabile, e le correnti di Foucault che vi si inducono producono a loro volta un campo magnetico che modifica il segnale ricevuto: lo strumento «sente» il metallo, anche se non è ferromagnetico, come una moneta di rame o un oggetto d'oro. Funzionano così i portali degli aeroporti e i rilevatori usati in archeologia e per lo sminamento.

Alcuni treni ad alta velocità e molte montagne russe usano freni a correnti parassite, che non si consumano e lavorano bene alle alte velocità. Hanno però un limite che discende dalla fisica: la forza frenante è proporzionale alla velocità, quindi diventa piccolissima quando il veicolo è quasi fermo. Per l'arresto completo e per tenere fermo il veicolo serve un freno meccanico.

APPROFONDIMENTO

Il diario di Faraday e la scoperta contesa

Michael Faraday, figlio di un fabbro e apprendista rilegatore senza studi universitari, era entrato alla Royal Institution di Londra come assistente di laboratorio e ne divenne il fisico più celebre. Teneva un diario di laboratorio meticoloso, in cui annotava ogni esperimento, anche quelli falliti. La pagina del 29 agosto 1831 descrive l'anello di ferro dolce, largo una quindicina di centimetri, con le due bobine, chiamate A e B: alla chiusura del circuito l'ago magnetico si muove in modo ben visibile, oscilla e torna alla posizione iniziale. Faraday capì subito che l'effetto era transitorio, e nelle settimane successive lo produsse in molti modi, fino alla calamita infilata nella bobina e al disco di rame ruotato fra i poli di una calamita, la prima dinamo. I risultati furono presentati alla Royal Society alla fine del 1831, nella prima serie delle sue *Experimental Researches in Electricity*.

Negli Stati Uniti Joseph Henry, professore ad Albany, lavorava con potenti elettrocalamite e, secondo i suoi resoconti, aveva già osservato fenomeni simili; ma pubblicò i suoi risultati solo nel 1832, dopo aver letto la notizia della scoperta di Faraday. Henry notò anche un fatto nuovo: una corrente indotta compare nello stesso circuito in cui cambia la corrente, e si manifesta con una scintilla quando il circuito viene aperto. È l'autoinduzione, che studierai nel capitolo 2; in suo onore l'unità di misura dell'induttanza si chiama henry. La storia della doppia scoperta mostra quanto conti, nella scienza, la pubblicazione: la priorità è andata a chi ha comunicato per primo i risultati, in modo che altri potessero riprodurli.

COLLEGAMENTI

In laboratorio: una calamita che cade attraverso una bobina

Materiali. Una piccola calamita al neodimio (un cilindretto di circa 1 cm); un tubo verticale di plastica lungo circa 60 cm, con una scala graduata, su cui è avvolta, all'altezza del fondo, una bobina di $N = 200$ spire di raggio 1,5 cm; un sensore di tensione collegato a un sistema di acquisizione dati con frequenza di campionamento di almeno 10 kHz (in alternativa, lo smartphone con un'app di registrazione e un adattatore per l'ingresso audio); un tubo di rame e uno di plastica della stessa lunghezza (1,00 m) e un cronometro.

Procedimento. 1) Collega gli estremi della bobina al sensore di tensione: lo strumento ha una resistenza interna molto grande, quindi nella bobina passa una corrente trascurabile e la calamita cade liberamente. 2) Lascia cadere la calamita dentro il tubo, con il polo nord in basso, da un'altezza h sopra il centro della bobina, misurata con un'incertezza di ±0,5 cm; avvia l'acquisizione poco prima del rilascio. 3) Ripeti per $h = 10$, 20, 30 e 40 cm. 4) Per ogni registrazione individua i due lobi della f.e.m. (uno mentre la calamita entra nella bobina, l'altro mentre ne esce), leggi il picco del secondo lobo e calcola con il software l'area di ciascun lobo, cioè la somma $\Sigma \varepsilon \Delta t$. 5) Lascia cadere la calamita nei tubi di rame e di plastica lunghi 1,00 m e misura i tempi di caduta, cinque volte ciascuno.

Tabella 1.3 Picchi e aree dei lobi della f.e.m. per diverse altezze di caduta (dati tipici). $v = \sqrt{(2gh)}$ è la velocità prevista della calamita al centro della bobina. Incertezze: h ± 0,5 cm; picco ± 0,02 V; aree ± 0,2 mV·s.

h (cm)	v (m/s)	picco di ε (V)	area del 1° lobo (mV·s)	area del 2° lobo (mV·s)	picco/v (V·s/m)
10,0	1,40	0,67	−7,8	+8,0	0,48
20,0	1,98	0,91	−8,0	+7,9	0,46
30,0	2,42	1,13	−7,9	+8,1	0,47
40,0	2,80	1,28	−8,0	+7,9	0,46

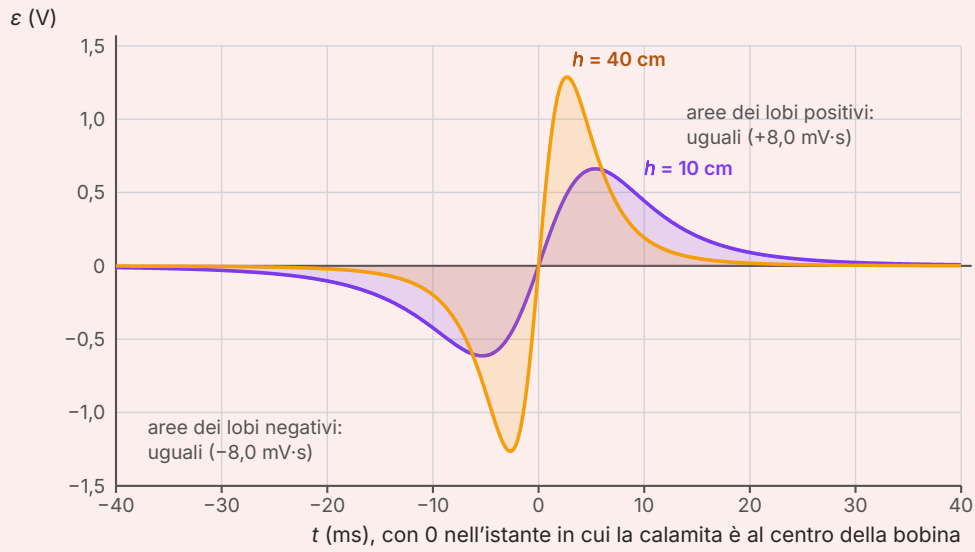

Figura 1.6 La f.e.m. indotta in una bobina di 200 spire da una calamita che la attraversa cadendo da 10 cm e da 40 cm (andamento calcolato con un modello di dipolo magnetico; i dati della Tabella 1.3 sono dati tipici dello stesso esperimento). Il primo lobo corrisponde alla calamita che entra, il secondo a quella che esce. Cadendo da più in alto la calamita è più veloce: i picchi sono più alti e i lobi più stretti, ma le aree colorate, uguali a $N\Delta\Phi$, restano le stesse.

Che cosa concludere. Ogni registrazione ha la forma della Figura 1.6: un lobo di un segno mentre il flusso cresce, uno di segno opposto mentre diminuisce, come vuole la legge di Lenz. Il secondo lobo è un po' più alto e più stretto del primo, perché mentre attraversa la bobina la calamita accelera. Nella Tabella 1.3 i picchi crescono con l'altezza di caduta, ma il rapporto fra il picco e la velocità resta circa lo stesso, fra 0,46 e 0,48 V·s/m: a parità di posizione, la f.e.m. è proporzionale alla rapidità con cui cambia il flusso, cioè alla velocità. Le aree, invece, sono tutte uguali entro l'incertezza: l'area del lobo, $\Sigma\varepsilon\Delta t$, è uguale a N volte la variazione del flusso per spira, che dipende solo dalla calamita e dalla bobina e non dalla velocità. Il valor medio, 7,95 mV·s $\approx 8{,}0 \times 10^{-3}$ Wb, dà un flusso massimo per spira di $4{,}0 \times 10^{-5}$ Wb.

Nei tubi lunghi 1,00 m la calamita impiega (0,45 ± 0,02) s in quello di plastica, come prevede la caduta libera, $\sqrt{(2 \times 1{,}00\ \text{m}/9{,}8\ \text{m/s}^2)} = 0{,}452$ s, e (4,8 ± 0,2) s in quello di rame: una velocità media di circa 0,21 m/s, segno che nel rame la calamita raggiunge subito una velocità limite.

Confronto teoria–esperimento. La teoria prevede che il rapporto fra i picchi a 40 cm e a 10 cm sia circa uguale al rapporto fra le velocità, $\sqrt{(40/10)} = 2{,}00$; con l'incertezza sulle altezze (metà della somma delle incertezze relative, 0,5/40 + 0,5/10, cioè il 3%) la previsione è 2,00 ± 0,06. Il rapporto misurato è 1,28/0,67 = 1,91, con incertezza relativa 0,02/1,28 + 0,02/0,67 ≈ 4,6%, cioè 1,91 ± 0,09. La differenza, 0,09, è minore della somma delle incertezze, 0,15: i due valori sono compatibili. La piccola differenza ha anche una causa fisica, l'accelerazione della calamita dentro la bobina, che pesa di più quando la velocità di arrivo è piccola. Le otto aree differisco-

no dalla loro media al massimo di 0,15 mV·s, meno della loro incertezza (0,2 mV·s): anche questa previsione è confermata.

Sicurezza. Le calamite al neodimio sono molto forti: tienile lontane da telefoni, carte magnetiche, pacemaker e da altre calamite, che possono attirarsi di colpo e scheggiarsi o pizzicare le dita. Nell'esperimento le tensioni sono di pochi volt: non collegare mai la bobina alla rete elettrica.

Per la relazione. Segui lo schema di *Fisica 1*. Riporta una registrazione completa e spiega con la legge di Lenz il segno dei due lobi; costruisci il grafico del picco in funzione di v e il grafico delle aree in funzione di h, con le barre d'errore. Spiega perché è importante che nella bobina non passi corrente durante la misura, e prevedi che cosa cambierebbe collegando la bobina a un resistore di pochi ohm. Infine spiega perché nel tubo di rame la calamita cade a velocità costante.

DA RICORDARE

Verso l'esame: l'induzione nella seconda prova

L'induzione appartiene al nucleo tematico **Forze e campi**, e due obiettivi del quadro di riferimento la riguardano direttamente: calcolare correnti e forze elettromotrici indotte, e determinare la forza che agisce su un ramo in moto di un circuito percorso da corrente indotta. Le situazioni tipiche sono la sbarretta sui binari (anche inclinati o verticali, con la velocità limite), la spira che entra ed esce da una zona di campo, la bobina in un campo che varia secondo un grafico o una tabella.

Le insidie ricorrenti: confondere il flusso con la sua variazione; dimenticare il numero di spire; usare la f.e.m. massima al posto di quella media (o viceversa); sbagliare il verso della corrente perché si applica Lenz al campo invece che alla variazione del flusso. Nei bilanci energetici controlla sempre che la potenza meccanica fornita sia uguale alla potenza dissipata: è il controllo più rapido e più convincente. Quando ti viene chiesto di argomentare, la conservazione dell'energia è quasi sempre la chiave della legge di Lenz.

IN SINTESI

Le formule del capitolo

$\Phi(\boldsymbol{B}) = BS\cos\theta$ — flusso (Wb) attraverso una superficie piana di area S in un campo uniforme; θ angolo fra $\boldsymbol{B}$ e la normale. Con N spire il flusso concatenato è $N\Phi$.

$\varepsilon = -N\Delta\Phi/\Delta t$ — legge di Faraday-Neumann: f.e.m. indotta media (V) in una bobina di N spire. Per $\Delta t \to 0$ dà la f.e.m. istantanea, $\varepsilon = -N\,\mathrm{d}\Phi/\mathrm{d}t$, l'opposto della pendenza della tangente al grafico di $N\Phi(t)$. Il segno meno è la legge di Lenz: la corrente indotta si oppone alla **variazione** del flusso.

$i = \varepsilon/R$ e $|Q| = N|\Delta\Phi|/R$ — corrente indotta in un circuito di resistenza totale R e carica totale (C) che lo attraversa quando il flusso per spira varia di $\Delta\Phi$; la carica non dipende dalla rapidità della variazione.

$\varepsilon = vBl$ — f.e.m. cinetica di una sbarretta di lunghezza l in moto con velocità v in un campo B, con velocità, campo e sbarretta perpendicolari a due a due. Si ricava dalla forza di Lorentz sulle cariche della sbarretta o dalla variazione del flusso.

$F = B^2l^2v/R$ — forza (N) sulla sbarretta percorsa dalla corrente indotta, sempre opposta alla velocità; potenza meccanica $Fv = \varepsilon i = \varepsilon^2/R$, uguale alla potenza dissipata per effetto Joule. Su binari verticali la velocità limite è $mgR/(B^2l^2)$.

SINTESI

- Un campo magnetico che cambia nel tempo genera una forza elettromotrice in un circuito: è l'induzione elettromagnetica, scoperta da Faraday nel 1831.
- Per avere una corrente indotta serve un flusso magnetico che cambia, non semplicemente un campo: un campo intenso e costante attraverso un circuito fermo non induce nulla.
- Il flusso $\Phi = BS\cos\theta$ può cambiare in tre modi: cambia l'intensità del campo, l'area del circuito attraversata dal campo o l'angolo fra campo e normale.
- La legge di Faraday-Neumann: la f.e.m. indotta media è $\varepsilon = -N\Delta\Phi/\Delta t$; il weber al secondo è un volt.
- La f.e.m. istantanea è l'opposto della pendenza della tangente al grafico del flusso concatenato, cioè della derivata del flusso: è nulla dove il flusso è massimo o minimo.
- La carica che attraversa un circuito di resistenza R è $N|\Delta\Phi|/R$ e non dipende dalla rapidità con cui il flusso cambia.
- Legge di Lenz: la corrente indotta circola in modo da opporsi alla variazione del flusso che la genera; una spira respinge una calamita che si avvicina e attrae una calamita che si allontana.
- La legge di Lenz è una conseguenza della conservazione dell'energia: con il verso opposto si potrebbe costruire un moto perpetuo.
- Una sbarretta che si muove in un campo magnetico è sede della f.e.m. cinetica $\varepsilon = vBl$, che si ricava sia dalla forza di Lorentz sia dalla variazione del flusso.
- Sulla sbarretta percorsa da corrente indotta agisce una forza opposta alla velocità, B^2l^2v/R; il lavoro necessario per mantenerla in moto diventa calore nel circuito, e su binari verticali la sbarretta raggiunge una velocità limite.
- Nei blocchi di metallo si inducono le correnti di Foucault, che frenano il moto relativo fra metallo e campo (freni magnetici, calamita in un tubo di rame) e scaldano i conduttori (piani a induzione); nei nuclei dei trasformatori si riducono con i lamierini.

ESERCIZI

Comprendere e ricordare

1. ● Una bobina è ferma in un campo magnetico uniforme e costante di 1,5 T, con le spire perpendicolari al campo. La f.e.m. indotta nella bobina:

   A. vale 1,5 V per ogni spira

   B. è nulla

   C. è proporzionale all'area delle spire

   D. è la massima possibile, perché il flusso è massimo

2. ● Il weber, unità di misura del flusso magnetico, equivale a:
   A. T/m^2
   B. V/s
   C. A·m
   D. V·s

3. ● Secondo la legge di Lenz, la corrente indotta in un circuito:
   A. produce un campo magnetico che si oppone alla variazione del flusso che l'ha generata
   B. produce sempre un campo magnetico opposto al campo esterno
   C. circola sempre in verso orario, guardando il circuito dall'alto
   D. annulla il flusso del campo esterno attraverso il circuito

4. ●● Il polo nord di una calamita si allontana da una spira chiusa, lungo il suo asse. Fra la spira e la calamita:
   A. c'è una forza repulsiva
   B. non c'è alcuna forza, perché il flusso diminuisce
   C. c'è una forza attrattiva
   D. c'è una forza attrattiva solo se la calamita è più veloce di un valore critico

5. ●● Una calamita viene infilata in una bobina collegata a un circuito chiuso, una volta lentamente e una volta in metà tempo. Nel secondo caso la carica totale che attraversa il circuito:
   A. raddoppia
   B. si dimezza
   C. resta la stessa
   D. quadruplica

6. ●● Una sbarretta scorre su due binari chiusi da un resistore, in un campo magnetico uniforme perpendicolare. Se la velocità della sbarretta raddoppia, la forza magnetica che la frena:
   A. raddoppia
   B. quadruplica
   C. si dimezza
   D. resta la stessa

7. ●● Il grafico del flusso attraverso una spira in funzione del tempo ha un massimo nell'istante t_1. In quell'istante la f.e.m. indotta:
   A. è massima
   B. vale $\Phi(t_1)/t_1$
   C. è negativa e massima in valore assoluto
   D. è nulla

8. ● I nuclei di ferro dei trasformatori sono formati da lamierini isolati fra loro per:
   A. aumentare il flusso magnetico
   B. ridurre le correnti di Foucault e le perdite di energia
   C. ridurre il peso del trasformatore
   D. aumentare la resistenza dei fili delle bobine

Vero o falso

9. ● Un campo magnetico intenso e costante, che attraversa una spira ferma, induce nella spira una corrente tanto maggiore quanto più il campo è intenso. V / F

10. ● Il weber al secondo è un volt. V / F

11. ●● Una calamita lasciata cadere in un tubo verticale di alluminio scende più lentamente che in un tubo di plastica, anche se l'alluminio non è attratto dalla calamita. V / F

12. ●● In una sbarretta conduttrice che si muove parallelamente alle linee di un campo magnetico uniforme si induce la f.e.m. vBl. V / F

Applicare

13. ● Una spira quadrata di lato 5,0 cm è immersa in un campo uniforme di 0,40 T; la normale alla spira forma un angolo di 60° con il campo. a) Calcola il flusso attraverso la spira. b) Il campo si annulla in 0,020 s: calcola la f.e.m. media indotta.

14. ● Una bobina di 250 spire, ciascuna di area 12 cm^2, è attraversata perpendicolarmente da un campo che passa da 0,10 T a 0,50 T in 0,080 s. Calcola la f.e.m. media indotta e la corrente media, se la resistenza totale del circuito è 6,0 Ω.

15. ●● La tabella riporta il flusso concatenato $N\Phi$ con una bobina, misurato a intervalli di 0,10 s: t (s) = 0; 0,10; 0,20; 0,30; 0,40; 0,50 e $N\Phi$ (mWb) = 0; 12; 24; 24; 12; 0. Il flusso varia in modo uniforme fra due misure successive. Calcola la f.e.m. indotta in ciascun intervallo e disegna il grafico di ε in funzione di t.

16. ● Una sbarretta lunga 25 cm si muove con velocità 3,0 m/s perpendicolarmente a un campo magnetico di 0,60 T, e la sbarretta è perpendicolare sia al campo sia alla velocità. Calcola la f.e.m. indotta fra i suoi estremi.

17. ● Completa. Se il polo sud di una calamita si avvicina a una spira chiusa, sulla faccia della spira rivolta verso la calamita si forma un polo _____ , e la calamita viene _____ . Se invece la calamita si allontana, sulla stessa faccia si forma un polo _____ .

18. ●● Una bobina di 80 spire, ciascuna di area 50 cm^2, è collegata a un circuito di resistenza totale 4,0 Ω ed è immersa, con le spire perpendicolari, in un campo di 0,30 T. La bobina viene estratta dal campo. Calcola la carica che attraversa il circuito e di' se dipende dalla rapidità dell'estrazione.

19. ●● Un aereo con un'apertura alare di 36 m vola orizzontalmente verso nord a 230 m/s, in una regione dell'emisfero boreale in cui la componente verticale del campo terrestre vale $4{,}2 \times 10^{-5}$ T ed è diretta verso il basso. Calcola la f.e.m. fra le estremità delle ali e di' quale estremità è a potenziale più alto.

20. ●● Una sbarretta lunga 40 cm scorre a 4,0 m/s su due binari chiusi da un resistore di 2,0 Ω, in un campo perpendicolare di 0,50 T. Calcola la f.e.m., la corrente, la forza magnetica sulla sbarretta e la potenza dissipata.

Problemi

21. ●●● Una bobina di 300 spire, ciascuna di area 80 cm^2, è appoggiata su un tavolo con l'asse verticale e collegata a un circuito di resistenza totale 12 Ω. Viene capovolta in 0,15 s, e un misuratore di carica registra $1{,}6 \times 10^{-5}$ C. a) Calcola la componente verticale del campo terrestre. b) Calcola la f.e.m. media durante il capovolgimento. c) Che cosa cambierebbe se il capovolgimento durasse 0,050 s?

22. ●●● (Con il capitolo 13 di *Fisica 4*.) Una spira quadrata di lato 10 cm è fatta con un filo di rame di sezione 1,0 mm^2 (resistività $1{,}7 \times 10^{-8}$ Ω·m). È immersa in un campo perpendicolare al suo piano, uscente dal foglio, che cresce uniformemente da 0 a 0,80 T in 0,20 s. Calcola: a) la resistenza della spira; b) la f.e.m. indotta; c) la corrente, indicandone il verso; d) l'energia dissipata nella spira durante la variazione.

23. ●● Il flusso attraverso ciascuna delle 50 spire di una bobina cresce nel tempo secondo la legge $\Phi(t) = (2{,}0 \times 10^{-3}\ \text{Wb/s}^2)\ t^2$. a) Calcola la f.e.m. media fra 0 e 1,0 s. b) Ricordando che per la legge oraria $s = kt^2$ la velocità istantanea è $2kt$ (*Fisica 1*), calcola la f.e.m. istantanea in $t = 0{,}50$ s e in $t = 1{,}0$ s. c) Confronta la f.e.m. media fra 0 e 1,0 s con quella istantanea nell'istante centrale dell'intervallo.

24. ●●● (Con *Fisica 3*, l'energia.) Una sbarretta di massa 50 g scivola senza attrito lungo due binari paralleli distanti 40 cm, inclinati di 30° sull'orizzontale e collegati in basso da un resistore di 0,20 Ω. Un campo magnetico uniforme di 0,50 T è perpendicolare al piano dei binari. a) Calcola la velocità limite della sbarretta. b) Calcola la corrente quando la sbarretta ha raggiunto la velocità limite. c) Mostra che la potenza con cui il peso compie lavoro è uguale alla potenza dissipata nel resistore, e spiega dove va l'energia potenziale persa.

25. ●● Due binari orizzontali distanti 30 cm, chiusi da un resistore di 0,90 Ω, sono immersi in un campo verticale di 1,2 T. Calcola la forza orizzontale necessaria per far scorrere una sbarretta sui binari alla velocità costante di 2,5 m/s, la corrente nel circuito e la potenza fornita. Che cosa succede alla forza se la resistenza raddoppia?

26. ●●● Una spira quadrata di lato 10 cm e resistenza 0,50 Ω si muove con velocità costante di 2,0 m/s, perpendicolarmente a un lato, e attraversa una zona larga 30 cm in cui c'è un campo uniforme di 0,40 T, entrante nel foglio e perpendicolare al piano della spira. Il lato anteriore entra nella zona all'istante $t = 0$. a) Disegna i grafici del flusso, della f.e.m. e della corrente in funzione del tempo fino a quando la spira è completamente uscita. b) Indica il verso della corrente durante l'entrata e durante l'uscita. c) Calcola la forza che bisogna applicare alla spira per mantenerne costante la velocità. d) Calcola l'energia dissipata in tutto l'attraversamento.

27. ●●● (Con il capitolo 16 di *Fisica 4*.) Una piccola bobina di 40 spire di raggio 1,0 cm è posta all'interno di un lungo solenoide con 2000 spire per metro, coassiale con esso. La corrente nel solenoide cresce uniformemente da 0 a 3,0 A in 0,050 s. Calcola: a) il campo finale nel solenoide; b) il flusso concatenato finale con la piccola bobina; c) la f.e.m. indotta nella bobina; d) il verso della corrente indotta nella bobina rispetto a quello della corrente nel solenoide.

28. ●● Nell'esperimento della calamita che cade (Tabella 1.3) l'area di ciascun lobo della f.e.m. vale circa 8,0 mV·s e la bobina ha 200 spire. a) Calcola il flusso massimo attraverso una spira. b) Se la bobina fosse chiusa su una resistenza totale di 50 Ω, quale carica la attraverserebbe durante ciascun lobo? c) Usando il rapporto fra picco e velocità della tabella, stima il picco della f.e.m. per una calamita lasciata cadere da 90 cm.

Ragionare e argomentare

29. ●● Stima di ordine di grandezza. Un'auto viaggia in autostrada a 130 km/h, e il suo asse posteriore, d'acciaio, è lungo circa 1,5 m. Stima la f.e.m. indotta fra le estremità dell'asse dalla componente verticale del campo terrestre (circa 4×10^{-5} T). Spiega perché un voltmetro trasportato dall'auto, collegato con due fili alle estremità dell'asse, non la misurerebbe.

30. ●● Trova l'errore. «Quando avvicino il polo nord di una calamita a una spira, la corrente indotta produce un campo opposto a quello della calamita, e la spira la respinge. Quando allontano la calamita, la corrente indotta produce ancora un campo opposto a quello della calamita, quindi la spira continua a respingerla.» Correggi il ragionamento.

31. ●●● Progetta un esperimento per dimostrare che una calamita cade lentamente in un tubo di rame a causa delle correnti indotte nel tubo, e non di una forza magnetica fra la calamita e il rame. Indica quali tubi o quali modifiche del tubo useresti, che cosa misureresti e quali risultati ti aspetti.

Verso l'esame di Stato

32. ●●● **Quesito.** Una spira quadrata di lato 20 cm e resistenza 0,10 Ω è ferma in un campo magnetico uniforme perpendicolare al suo piano. La componente del campo lungo la normale alla spira varia nel tempo come in tabella, e fra un istante e il successivo varia in modo uniforme: t (s) = 0; 2,0; 4,0; 6,0 e B (mT) = 0; 100; 100; −100. a) Disegna il grafico del flusso e quello della f.e.m. indotta in funzione del tempo, fra 0 e 6,0 s. b) Calcola l'intensità della corrente in ciascun intervallo e spiega con la legge di Lenz perché fra 0 e 2,0 s e fra 4,0 e 6,0 s la corrente ha versi opposti. c) Nell'istante t = 5,0 s il campo è nullo: la f.e.m. è nulla? Argomenta. d) Calcola l'energia dissipata nella spira fra 0 e 6,0 s.

33. ●●● **Problema.** Il modello in scala di un carrello da montagne russe, di massa 2,0 kg, porta una sbarretta conduttrice lunga 0,50 m che striscia su due binari conduttori; il circuito chiuso dai binari ha resistenza totale 0,050 Ω. Il carrello entra con velocità 10 m/s in una zona di frenatura in cui c'è un campo magnetico uniforme di 1,0 T perpendicolare al piano dei binari. Trascura gli attriti. a) Calcola la f.e.m., la corrente, la forza frenante e la decelerazione all'ingresso nella zona. b) Usando il teorema dell'impulso su un piccolo intervallo, $m\Delta v = -F\Delta t$, e la relazione $v\Delta t = \Delta x$, mostra che la velocità diminuisce in proporzione allo spazio percorso, e calcola la lunghezza di frenatura necessaria per fermare il carrello. c) Calcola l'energia trasformata in calore e la velocità dopo 2,0 m di frenatura. d) Argomenta perché, nella realtà, i freni a correnti parassite sono affiancati da un freno meccanico.

PER APPROFONDIRE

- [FAR] M. Faraday, *Experimental Researches in Electricity*: la prima serie, in cui Faraday descrive l'anello di ferro, la calamita infilata nella bobina e il disco di rame che ruota fra i poli di una calamita.
- [MAX] J. C. Maxwell, *A Treatise on Electricity and Magnetism*, vol. II: i capitoli sull'induzione elettromagnetica, dove Maxwell ripercorre gli esperimenti di Faraday e li traduce nel linguaggio del flusso.
- [FEY] R. P. Feynman, R. B. Leighton, M. Sands, *La fisica di Feynman*, vol. II: i capitoli sull'induzione, con la discussione del perché la «regola del flusso» e la forza di Lorentz danno lo stesso risultato.
- [EIN] A. Einstein, L. Infeld, *L'evoluzione della fisica*: le pagine sul campo elettromagnetico, per capire perché la scoperta di Faraday cambiò il modo di pensare le forze.
- [HRW] D. Halliday, R. Resnick, J. Walker, *Fondamenti di fisica*: il capitolo sull'induzione, con molti problemi su sbarrette, spire e bilanci energetici.

Glossario del capitolo

Corrente indotta
Corrente che circola in un circuito senza generatori quando varia il flusso del campo magnetico attraverso il circuito.

Correnti di Foucault (parassite)
Correnti indotte a vortice nei blocchi di metallo attraversati da un flusso variabile; frenano il moto relativo e dissipano energia.

Flusso concatenato
Il flusso magnetico attraverso una bobina, uguale al flusso attraverso una spira moltiplicato per il numero N di spire.

Forza elettromotrice cinetica
F.e.m. indotta in un conduttore che si muove in un campo magnetico; per una sbarretta perpendicolare a $\boldsymbol{v}$ e $\boldsymbol{B}$ vale vBl.

Forza elettromotrice indotta
La f.e.m. che compare in un circuito quando il flusso magnetico che lo attraversa varia; si misura in volt.

Forza elettromotrice istantanea
Il limite di $-N\Delta\Phi/\Delta t$ per $\Delta t \to 0$: l'opposto della pendenza della tangente al grafico del flusso concatenato, cioè della sua derivata.

Forza elettromotrice media
Il rapporto $-N\Delta\Phi/\Delta t$ calcolato su un intervallo di tempo finito; corrisponde alla pendenza della secante al grafico del flusso.

Freno elettromagnetico
Freno senza contatto in cui le correnti di Foucault indotte in un disco o in una lamina in moto in un campo magnetico trasformano energia cinetica in calore.

Induzione elettromagnetica
Il fenomeno per cui un flusso magnetico variabile genera una forza elettromotrice in un circuito; scoperto da Faraday nel 1831.

Lamierini
Sottili fogli di ferro isolati che formano i nuclei di trasformatori e motori, per limitare le correnti di Foucault.

Legge di Faraday-Neumann
La f.e.m. indotta è l'opposto della rapidità di variazione del flusso concatenato: $\varepsilon = -N\Delta\Phi/\Delta t$.

Legge di Lenz
La corrente indotta circola in un verso tale che il suo campo magnetico si oppone alla variazione del flusso che l'ha generata.

Metal detector
Strumento che rivela oggetti metallici attraverso il campo magnetico prodotto dalle correnti di Foucault indotte in essi da una bobina percorsa da corrente variabile.

Pick-up
Sensore di una chitarra elettrica: una calamita avvolta da una bobina, nella quale la vibrazione della corda d'acciaio magnetizzata induce una f.e.m. alla stessa frequenza.

Soluzioni

1. B. Il flusso è costante, quindi $\Delta\Phi = 0$ e la f.e.m. è nulla: conta la variazione del flusso, non il suo valore.

2. D. Da $\varepsilon = -\Delta\Phi/\Delta t$: 1 V = 1 Wb/s, quindi 1 Wb = 1 V·s.

3. A. La corrente indotta si oppone alla variazione del flusso, non al campo: se il flusso diminuisce, il campo indotto ha lo stesso verso di quello esterno.

4. C. Il flusso diminuisce; per la legge di Lenz la faccia della spira rivolta alla calamita diventa un polo sud, che attrae il polo nord in fuga.

5. C. $|Q| = N|\Delta\Phi|/R$ dipende solo dalla variazione totale del flusso: la corrente media raddoppia ma dura la metà del tempo.

6. A. $F = B^2l^2v/R$ è proporzionale alla velocità (è la potenza dissipata a quadruplicare).

7. D. Nel massimo la tangente al grafico è orizzontale: $\Delta\Phi/\Delta t \to 0$ e la f.e.m. istantanea è nulla.

8. B. I lamierini isolati interrompono i percorsi delle correnti di Foucault, che restano piccole: si riducono il riscaldamento del nucleo e le perdite.

9. F. Se il flusso non cambia non si induce alcuna f.e.m., per quanto intenso sia il campo.

10. V. 1 Wb/s = 1 T·m^2/s = 1 N·m/(A·s) = 1 J/C = 1 V.

11. V. Il tubo di alluminio non attrae la calamita, ma la calamita in moto induce nelle pareti correnti di Foucault che, per la legge di Lenz, ne frenano la caduta.

12. F. Se $\boldsymbol{v}$ è parallela a $\boldsymbol{B}$ la forza di Lorentz $q\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B}$ è nulla e la sbarretta non spazza flusso: la f.e.m. è nulla.

13. a) $\Phi = BS\cos\theta = 0{,}40\ \text{T} \times (0{,}050\ \text{m})^2 \times \cos 60° = 0{,}40 \times 2{,}5 \times 10^{-3} \times 0{,}50\ \text{Wb} = 5{,}0 \times 10^{-4}$ Wb. b) $|\varepsilon| = |\Delta\Phi|/\Delta t = 5{,}0 \times 10^{-4}\ \text{Wb}/(0{,}020\ \text{s}) = 2{,}5 \times 10^{-2}\ \text{V} = 25$ mV. Per la legge di Lenz la corrente indotta tende a mantenere il flusso che scompare: il suo campo, nella spira, ha lo stesso verso del campo esterno.

14. $|\varepsilon| = N\Delta B\, S/\Delta t = 250 \times 0{,}40\ \text{T} \times 12 \times 10^{-4}\ \text{m}^2/(0{,}080\ \text{s}) = 1{,}5$ V; $i = 1{,}5\ \text{V}/(6{,}0\ \Omega) = 0{,}25$ A. Il flusso cresce, quindi per la legge di Lenz il campo della corrente indotta è opposto a quello esterno.

15. Fra 0 e 0,20 s: $\varepsilon = -(12 \times 10^{-3}\ \text{Wb})/(0{,}10\ \text{s}) = -0{,}12$ V in ciascuno dei due intervalli; fra 0,20 e 0,30 s il flusso è costante e $\varepsilon = 0$; fra 0,30 e 0,50 s: $\varepsilon = +(12 \times 10^{-3}\ \text{Wb})/(0{,}10\ \text{s}) = +0{,}12$ V. Il grafico è fatto di tre tratti orizzontali: −0,12 V, 0, +0,12 V. Il segno cambia perché il flusso prima cresce e poi diminuisce: per la legge di Lenz la corrente inverte il verso.

16. $\varepsilon = vBl = 3{,}0\ \text{m/s} \times 0{,}60\ \text{T} \times 0{,}25\ \text{m} = 0{,}45$ V.

17. Sud; respinta; nord. Avvicinandosi, il polo sud fa crescere il flusso e la spira gli oppone un polo sud (repulsione); allontanandosi, il flusso diminuisce e la spira gli presenta un polo nord, che lo attrae.

18. $|Q| = NBS/R = 80 \times 0{,}30\ \text{T} \times 50 \times 10^{-4}\ \text{m}^2/(4{,}0\ \Omega) = 3{,}0 \times 10^{-2}$ C. Non dipende dalla rapidità: un'estrazione più veloce dà una corrente più intensa ma più breve.

19. $\varepsilon = vBl = 230\ \text{m/s} \times 4{,}2 \times 10^{-5}\ \text{T} \times 36\ \text{m} = 0{,}35$ V. Su una carica positiva $q\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B}$, con $\boldsymbol{v}$ verso nord e $\boldsymbol{B}$ verso il basso, è diretta verso ovest: l'estremità dell'ala sinistra (a ovest) è a potenziale più alto.

20. $\varepsilon = vBl = 4{,}0 \times 0{,}50 \times 0{,}40\ \text{V} = 0{,}80$ V; $i = \varepsilon/R = 0{,}40$ A; $F = ilB = 0{,}40\ \text{A} \times 0{,}40\ \text{m} \times 0{,}50\ \text{T} = 0{,}080$ N, opposta alla velocità per la legge di Lenz; $P = \varepsilon^2/R = (0{,}80\ \text{V})^2/(2{,}0\ \Omega) = 0{,}32$ W (uguale a $Fv = 0{,}080\ \text{N} \times 4{,}0\ \text{m/s}$).

21. a) Il capovolgimento inverte il flusso: $|\Delta\Phi| = 2B_vS$ per spira, e per la relazione fra carica e variazione di flusso $|Q| = 2NB_vS/R$, quindi $B_v = |Q|R/(2NS) = 1{,}6 \times 10^{-5}\ \text{C} \times 12\ \Omega/(2 \times 300 \times 80 \times 10^{-4}\ \text{m}^2) = 4{,}0 \times 10^{-5}$ T. b) Per la legge di Faraday-Neumann $|\varepsilon| = 2NB_vS/\Delta t = 2 \times 300 \times 4{,}0 \times 10^{-5}\ \text{T} \times 8{,}0 \times 10^{-3}\ \text{m}^2/(0{,}15\ \text{s}) = 1{,}3 \times 10^{-3}$ V. c) In 0,050 s la f.e.m. media triplica (3,8 mV) e così la

corrente media, ma la carica resta $1{,}6 \times 10^{-5}$ C, perché dipende solo da $\Delta\Phi$.

22. a) Per la seconda legge di Ohm $R = \rho l/A = 1{,}7 \times 10^{-8}\ \Omega\cdot\text{m} \times 0{,}40\ \text{m}/(1{,}0 \times 10^{-6}\ \text{m}^2) = 6{,}8 \times 10^{-3}\ \Omega$. b) Per la legge di Faraday-Neumann $|\varepsilon| = S\Delta B/\Delta t = 0{,}010\ \text{m}^2 \times 0{,}80\ \text{T}/(0{,}20\ \text{s}) = 4{,}0 \times 10^{-2}$ V. c) $i = \varepsilon/R = 0{,}040\ \text{V}/(6{,}8 \times 10^{-3}\ \Omega) = 5{,}9$ A. Per la legge di Lenz il campo indotto, dentro la spira, deve opporsi alla crescita del campo uscente, quindi è entrante: la corrente circola in verso orario guardando il foglio. d) $E = \varepsilon i \Delta t = 0{,}040\ \text{V} \times 5{,}9\ \text{A} \times 0{,}20\ \text{s} = 4{,}7 \times 10^{-2}$ J. (Una f.e.m. piccola dà una corrente grande perché la resistenza della spira è piccolissima.)

23. a) $\Delta\Phi = 2{,}0 \times 10^{-3}$ Wb fra 0 e 1,0 s: $|\varepsilon_{\text{media}}| = N\Delta\Phi/\Delta t = 50 \times 2{,}0 \times 10^{-3}\ \text{Wb}/(1{,}0\ \text{s}) = 0{,}10$ V. b) La pendenza della tangente al grafico di $\Phi(t) = kt^2$ è $2kt$: in 0,50 s vale $2{,}0 \times 10^{-3}$ Wb/s, e $|\varepsilon| = 50 \times 2{,}0 \times 10^{-3}\ \text{V} = 0{,}10$ V; in 1,0 s vale $4{,}0 \times 10^{-3}$ Wb/s e $|\varepsilon| = 0{,}20$ V. Il flusso cresce, quindi la f.e.m. è negativa rispetto al verso associato alla normale (legge di Lenz). c) Coincidono (0,10 V): per una legge quadratica la pendenza media su un intervallo è uguale alla pendenza istantanea nell'istante centrale, come per la velocità nel moto uniformemente accelerato.

24. a) Lungo il piano agiscono la componente del peso mg sen 30°, verso il basso, e la forza magnetica B^2l^2v/R, che per la legge di Lenz si oppone alla discesa. La velocità limite si ha quando si bilanciano: $v_L = mgR \text{ sen } 30°/(B^2l^2) = 0{,}050 \times 9{,}8 \times 0{,}20 \times 0{,}50/(0{,}25 \times 0{,}16)\ \text{m/s} = 1{,}2$ m/s. b) Dall'equilibrio $ilB = mg$ sen 30°: $i = 0{,}245\ \text{N}/(0{,}40\ \text{m} \times 0{,}50\ \text{T}) = 1{,}2$ A. c) Potenza del peso: mg sen $30° \cdot v_L = 0{,}245\ \text{N} \times 1{,}225\ \text{m/s} = 0{,}30$ W; potenza dissipata: $Ri^2 = 0{,}20\ \Omega \times (1{,}225\ \text{A})^2 = 0{,}30$ W. A velocità costante l'energia cinetica non cambia (teorema dell'energia cinetica): per la conservazione dell'energia, tutta l'energia potenziale gravitazionale persa diventa energia elettrica e poi calore nel resistore.

25. $F = B^2l^2v/R = (1{,}2\ \text{T})^2 \times (0{,}30\ \text{m})^2 \times 2{,}5\ \text{m/s}/(0{,}90\ \Omega) = 0{,}36$ N, nel verso del moto (deve bilanciare la forza magnetica, che per la legge di Lenz si oppone al moto); $i = vBl/R = 2{,}5 \times 1{,}2 \times 0{,}30/0{,}90\ \text{A} = 1{,}0$ A; $P = Fv = 0{,}90$ W. Con resistenza doppia la corrente si dimezza e la forza necessaria si dimezza: 0,18 N.

26. a) Entrata, $0 \le t \le 0{,}050$ s: il flusso cresce linearmente da 0 a $BS = 0{,}40\ \text{T} \times 0{,}010\ \text{m}^2 = 4{,}0 \times 10^{-3}$ Wb; $|\varepsilon| = vBl = 2{,}0 \times 0{,}40 \times 0{,}10\ \text{V} = 0{,}080$ V; $i = 0{,}080\ \text{V}/(0{,}50\ \Omega) = 0{,}16$ A. Tutta dentro, $0{,}050\ \text{s} \le t \le 0{,}15$ s: flusso costante, $\varepsilon = 0$, $i = 0$. Uscita, $0{,}15\ \text{s} \le t \le 0{,}20$ s: il flusso diminuisce linearmente a zero, $|\varepsilon| = 0{,}080$ V e $i = 0{,}16$ A di segno opposto. b) Per la legge di Lenz: in entrata il flusso entrante cresce e la corrente produce un campo uscente, quindi circola in verso antiorario; in uscita il flusso entrante diminuisce e la corrente circola in verso orario. c) Durante l'entrata e l'uscita sul lato immerso nel campo agisce la forza $ilB = 0{,}16\ \text{A} \times 0{,}10\ \text{m} \times 0{,}40\ \text{T} = 6{,}4 \times 10^{-3}$ N, opposta al moto in entrambi i casi: la forza da applicare vale $6{,}4 \times 10^{-3}$ N nel verso del moto; quando la spira è tutta dentro non passa corrente e la forza è nulla. d) $E = 2 \times \varepsilon i \times 0{,}050\ \text{s} = 2 \times 0{,}080\ \text{V} \times 0{,}16\ \text{A} \times 0{,}050\ \text{s} = 1{,}3 \times 10^{-3}$ J, uguale al lavoro della forza applicata: $2 \times 6{,}4 \times 10^{-3}\ \text{N} \times 0{,}10\ \text{m} = 1{,}3 \times 10^{-3}$ J.

27. a) Per il campo di un solenoide (*Fisica 4*, capitolo 16) $B = \mu_0 nI = 4\pi \times 10^{-7}\ \text{T}\cdot\text{m/A} \times 2000\ \text{m}^{-1} \times 3{,}0\ \text{A} = 7{,}5 \times 10^{-3}$ T. b) $N\Phi = NB\pi r^2 = 40 \times 7{,}54 \times 10^{-3}\ \text{T} \times \pi \times (0{,}010\ \text{m})^2 = 9{,}5 \times 10^{-5}$ Wb. c) Per la legge di Faraday-Neumann $|\varepsilon| = 9{,}47 \times 10^{-5}\ \text{Wb}/(0{,}050\ \text{s}) = 1{,}9 \times 10^{-3}$ V. d) Il flusso cresce, quindi per la legge di Lenz il campo della corrente indotta, nella bobina, è opposto a quello del solenoide: la corrente indotta circola in verso opposto alla corrente del solenoide. È un primo esempio di mutua induzione (capitolo 2).

28. a) L'area del lobo è $N\Phi_{\text{max}}$: $\Phi_{\text{max}} = 8{,}0 \times 10^{-3}\ \text{Wb}/200 = 4{,}0 \times 10^{-5}$ Wb. b) $|Q| = N\Delta\Phi/R = 8{,}0 \times 10^{-3}\ \text{Wb}/(50\ \Omega) = 1{,}6 \times 10^{-4}$ C. c) $v = \sqrt{(2 \times 9{,}8\ \text{m/s}^2 \times 0{,}90\ \text{m})} = 4{,}2$ m/s; con picco/$v \approx 0{,}47\ \text{V}\cdot\text{s/m}$ il picco è circa $0{,}47 \times 4{,}2\ \text{V} \approx 2{,}0$ V. (È una stima: la tabella mostra che il rapporto diminuisce leggermente all'aumentare della velocità.)

29. 130 km/h = 36 m/s; $\varepsilon = vBl \approx 36\ \text{m/s} \times 4 \times 10^{-5}\ \text{T} \times 1{,}5\ \text{m} \approx 2 \times 10^{-3}$ V, qualche millivolt. I fili del voltmetro si muovono insieme all'asse nello stesso campo: in essi si induce una f.e.m. uguale, che nel circuito chiuso si oppone a quella dell'asse. Il flusso attraverso il circuito formato da asse, fili e voltmetro non cambia, quindi la f.e.m. totale è nulla e lo strumento segna zero.

30. L'errore è nella seconda frase: la corrente indotta non si oppone al campo della calamita ma alla **variazione** del flusso. Quando la calamita si allontana il flusso diminuisce, il campo indotto ha lo stesso verso del campo della calamita e la faccia della spira rivolta alla calamita diventa un polo sud: la spira attrae il polo nord. In entrambi i casi la spira si oppone al moto relativo.

31. Traccia di risposta. Si confrontano i tempi di caduta della stessa calamita in tubi della stessa lunghezza: plastica, rame, rame con una fessura lungo tutta la lunghezza; e, come controllo, la caduta di un cilindretto di ferro non magnetizzato, delle stesse dimensioni, nel tubo di rame. Si verifica prima, con la calamita appesa a un filo vicino al rame, che non c'è attrazione statica. Previsioni: nel tubo di plastica caduta libera; nel rame intero caduta molto lenta a velocità costante; nel rame con la fessura caduta più veloce che nel rame intero, perché le correnti non possono circolare intorno al tubo; il cilindretto di ferro cade liberamente anche nel rame, perché non c'è variazione di flusso. Si può anche raffreddare il tubo di rame (la resistività diminuisce): le correnti diventano più intense e la calamita cade ancora più lentamente. Tutti questi risultati dipendono dalle correnti indotte e dalla legge di Lenz, non da una forza statica.

32. a) $S = (0{,}20\ \text{m})^2 = 0{,}040\ \text{m}^2$. Il flusso $\Phi = BS$ cresce linearmente da 0 a $4{,}0 \times 10^{-3}$ Wb fra 0 e 2,0 s, resta costante fino a 4,0 s, poi diminuisce linearmente fino a $-4{,}0 \times 10^{-3}$ Wb in 6,0 s. Per la legge di Faraday-Neumann la f.e.m. è costante a tratti: $\varepsilon = -(4{,}0 \times 10^{-3}\ \text{Wb})/(2{,}0\ \text{s}) = -2{,}0$ mV fra 0 e 2,0 s; 0 fra 2,0 e 4,0 s; $\varepsilon = -(-8{,}0 \times 10^{-3}\ \text{Wb})/(2{,}0\ \text{s}) = +4{,}0$ mV fra 4,0 e 6,0 s. b) $i = |\varepsilon|/R$: 20 mA, poi 0, poi 40 mA. Nel primo intervallo il flusso cresce e la corrente produce un campo opposto a ***B***; nel terzo il flusso diminuisce (passa da positivo a negativo) e la corrente produce un campo nel verso iniziale di ***B***: i versi sono opposti. c) No: in 5,0 s il campo è nullo ma sta cambiando con la stessa rapidità di tutto l'intervallo, quindi $\varepsilon = +4{,}0$ mV. La f.e.m. dipende dalla rapidità di variazione del flusso, non dal suo valore. d) $E = (\varepsilon_1{}^2/R)\Delta t_1 + (\varepsilon_3{}^2/R)\Delta t_3 = [(2{,}0 \times 10^{-3})^2/0{,}10] \times 2{,}0\ \text{J} + [(4{,}0 \times 10^{-3})^2/0{,}10] \times 2{,}0\ \text{J} = 8{,}0 \times 10^{-5}\ \text{J} + 3{,}2 \times 10^{-4}\ \text{J} = 4{,}0 \times 10^{-4}\ \text{J}$. *Indicatori*: a) Interpretare/elaborare i dati; b) Sviluppare il processo risolutivo e Argomentare; c) Argomentare; d) Sviluppare il processo risolutivo.

33. a) $\varepsilon = vBl = 10\ \text{m/s} \times 1{,}0\ \text{T} \times 0{,}50\ \text{m} = 5{,}0\ \text{V}$; $i = \varepsilon/R = 5{,}0\ \text{V}/(0{,}050\ \Omega) = 1{,}0 \times 10^2\ \text{A}$; $F = ilB = 100\ \text{A} \times 0{,}50\ \text{m} \times 1{,}0\ \text{T} = 50\ \text{N}$, opposta alla velocità per la legge di Lenz; decelerazione $F/m = 25\ \text{m/s}^2$. b) La forza è $F = kv$ con $k = B^2l^2/R = 5{,}0\ \text{N·s/m}$. Per il teorema dell'impulso $m\Delta v = -kv\Delta t = -k\Delta x$, quindi $\Delta v = -(k/m)\Delta x$: la velocità diminuisce di 2,5 m/s per ogni metro percorso, in proporzione allo spazio. Per fermare il carrello servono $10\ \text{m/s}/(2{,}5\ \text{s}^{-1}) = 4{,}0$ m. c) Per la conservazione dell'energia tutta l'energia cinetica, $\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2} \times 2{,}0\ \text{kg} \times (10\ \text{m/s})^2 = 1{,}0 \times 10^2$ J, diventa calore nel circuito. Dopo 2,0 m: $v = 10\ \text{m/s} - 2{,}5\ \text{s}^{-1} \times 2{,}0\ \text{m} = 5{,}0\ \text{m/s}$. d) La forza frenante è proporzionale alla velocità: a metà frenata è già dimezzata, e quando il carrello è quasi fermo diventa piccolissima. Nel tempo la velocità decresce in modo esponenziale (la velocità perde ogni 0,4 s circa il 63% del suo valore, come la corrente nella scarica di un condensatore con $\tau = m/k = 0{,}40$ s); soprattutto, un freno a correnti parassite non può tenere fermo un veicolo: per l'arresto e lo stazionamento serve un freno meccanico. *Indicatori*: a) Analizzare e Sviluppare il processo risolutivo; b) Sviluppare il processo risolutivo; c) Interpretare/elaborare i dati; d) Argomentare.