VERIFICA

Verifica di fine parte · Il campo elettrico

Tempo indicativo: 100 minuti · Punteggio totale: 100 punti

Fisica 4 · Parte III · Il campo elettrico · versione 1.0
Verifica: Verifica di fine parte · Il campo elettrico · pagine 375–380 del volume completo · estratto per lo studio

La verifica riguarda i capitoli 9–12. È ammessa la calcolatrice scientifica. Scrivi sempre le formule che usi, i passaggi e le unità di misura: un risultato senza unità è considerato incompleto. Esprimi i risultati con un numero di cifre significative coerente con i dati. Quando usi il teorema di Gauss, indica quale simmetria permette di ricavare il campo. Puoi consultare le tabelle dell'appendice. Dove non è indicato diversamente usa $k_0 = 8{,}99 \times 10^9\ \text{N}\cdot\text{m}^2/\text{C}^2$, $\varepsilon_0 = 8{,}85 \times 10^{-12}\ \text{C}^2/(\text{N}\cdot\text{m}^2)$, $e = 1{,}60 \times 10^{-19}\ \text{C}$, $m_e = 9{,}11 \times 10^{-31}\ \text{kg}$, $m_p = 1{,}67 \times 10^{-27}\ \text{kg}$; le cariche sono nel vuoto (o nell'aria, che si comporta quasi come il vuoto) e il peso delle particelle cariche è trascurabile.

Parte A · Domande a scelta multipla (10 domande, 2 punti ciascuna)

1. ● Due piccole sfere conduttrici identiche, con cariche +8,0 nC e −2,0 nC, a distanza r si attraggono con una forza di modulo F. Si mettono a contatto e poi si riportano alla distanza r. Ora la forza fra le sfere è:

   A. 9/16 F, attrattiva
   B. nulla, perché le cariche si sono neutralizzate
   C. 3/4 F, repulsiva
   D. 9/16 F, repulsiva

2. ● A una sfera metallica neutra, su un supporto isolante, si avvicina senza toccarla una bacchetta carica negativamente. Si tocca la sfera con un dito, si toglie il dito e infine si allontana la bacchetta. Alla fine la sfera è carica:

   A. negativamente
   B. positivamente
   C. per niente: la carica indotta sparisce quando si allontana la bacchetta
   D. positivamente solo finché la bacchetta resta vicina

3. ●● Due cariche puntiformi, nel vuoto, si attraggono con una forza F_0 quando sono a distanza r. Si immergono in un olio isolante con $\varepsilon_r = 2{,}5$. Perché la forza fra di esse sia ancora F_0, la distanza deve diventare circa:

   A. 0,63 r
   B. 0,40 r
   C. 1,6 r
   D. 2,5 r

4. ●● Una carica puntiforme Q si trova al centro di un cubo. Il flusso del campo elettrico attraverso una sola faccia del cubo è:

   A. Q/ε_0
   B. $6Q/\varepsilon_0$
   C. $Q/(6\varepsilon_0)$
   D. zero, perché il campo entra da una faccia ed esce da quella opposta

5. ● Un protone, inizialmente fermo, si trova in un campo elettrico uniforme di $5{,}0 \times 10^3$ N/C. Il modulo della sua accelerazione è:

   A. $4{,}8 \times 10^8$ m/s^2
   B. $8{,}8 \times 10^{14}$ m/s^2
   C. $8{,}0 \times 10^{-16}$ m/s^2
   D. $4{,}8 \times 10^{11}$ m/s^2

6. ●● A 2,0 cm da un filo rettilineo molto lungo, carico uniformemente, il campo elettrico vale 900 N/C. A 6,0 cm dal filo, lontano dalle estremità, il campo vale:

   A. 100 N/C
   B. 300 N/C
   C. 520 N/C
   D. 900 N/C, perché il filo è infinito

7. ●● Un protone e un elettrone, partendo da fermi, sono accelerati dalla stessa differenza di potenziale. Alla fine:

   A. hanno la stessa energia cinetica, e l'elettrone è circa 43 volte più veloce
   B. hanno la stessa velocità, perché hanno cariche di uguale modulo
   C. hanno la stessa energia cinetica, e il protone è circa 43 volte più veloce
   D. l'elettrone ha un'energia cinetica circa 1800 volte maggiore

8. ●● In una regione in cui il campo elettrico è uniforme, due superfici equipotenziali piane, ai potenziali di 200 V e di 50 V, distano 3,0 cm. Il campo elettrico ha modulo:

   A. $5{,}0 \times 10^3$ V/m ed è diretto verso la superficie a 200 V
   B. 4,5 V/m ed è diretto verso la superficie a 50 V
   C. $5{,}0 \times 10^3$ V/m ed è diretto verso la superficie a 50 V
   D. $8{,}3 \times 10^3$ V/m ed è parallelo alle superfici

9. ● Due condensatori, $C_1 = 2{,}0$ μF e $C_2 = 3{,}0$ μF, sono collegati in serie a una batteria da 10 V. La carica sulle armature è:

   A. 20 μC su C_1 e 30 μC su C_2
   B. 50 μC su ciascuno
   C. 6,0 μC su ciascuno
   D. 12 μC su ciascuno

10. ●● Un condensatore piano carico è isolato (scollegato dalla batteria). Si allontanano le armature fino a raddoppiarne la distanza. L'energia immagazzinata nel condensatore:

A. si dimezza

B. raddoppia: l'energia in più è il lavoro di chi allontana le armature

C. resta la stessa, perché la carica non cambia

D. quadruplica

Parte B · Esercizi (5 esercizi, 6 punti ciascuno)

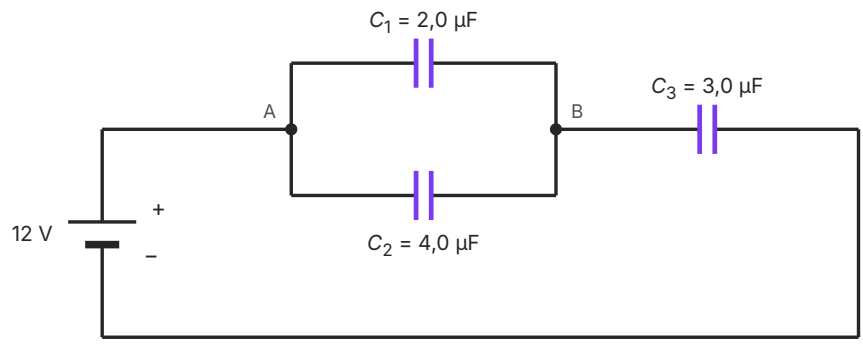


Figura V3.1 Il circuito dell'esercizio 14: C_1 e C_2 sono collegati fra i nodi A e B; il blocco è in serie con C_3 e con la batteria da 12 V.

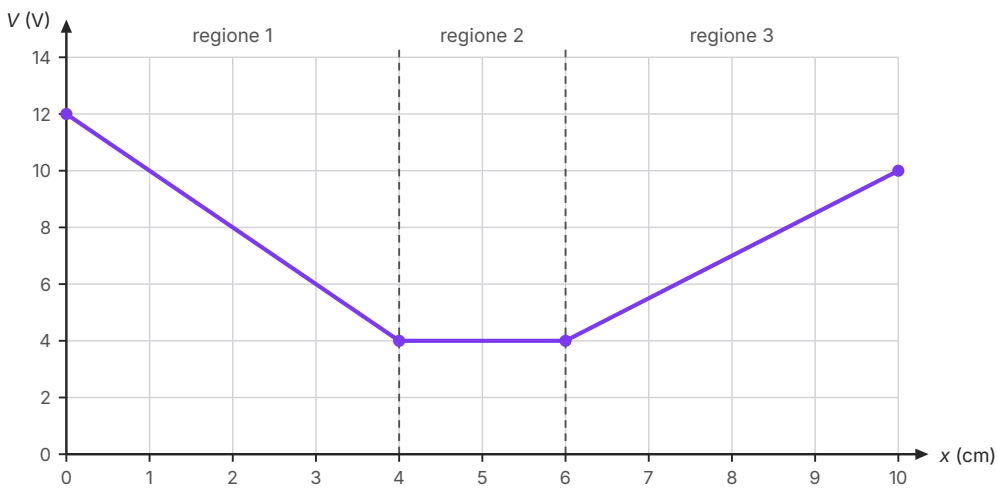


Figura V3.2 Il potenziale elettrico misurato lungo l'asse x (esercizio 15): i punti sono uniti da tratti rettilinei, perché in ciascuna regione il campo è uniforme.

11. ●● Nel piano xy tre cariche puntiformi sono fisse: $q_A = +2{,}0\ \mu C$ nell'origine, $q_B = -3{,}0\ \mu C$ nel punto (0,40 m; 0) e $q_C = +1{,}0\ \mu C$ nel punto (0; 0,30 m). a) Calcola il modulo della forza che ciascuna delle altre due cariche esercita su q_C e indica se è attrattiva o repulsiva (2 punti). b) Scomponi le due forze lungo gli assi e calcola le componenti della forza totale su q_C (2 punti). c) Calcola il modulo della forza totale e l'angolo che forma con l'asse x (2 punti).

12. ●● Una sfera isolante di raggio 5,0 cm porta una carica di +20 nC distribuita uniformemente in tutto il volume. a) Calcola il campo elettrico a 2,0 cm, a 5,0 cm e a 10 cm dal centro (3 punti). b) A quale distanza dal centro, fuori dalla sfera, il campo ha lo stesso modulo che a 2,0 cm dal centro? (1 punto) c) Calcola il flusso del campo elettrico attraverso una superficie sferica di raggio 2,0 cm concentrica alla sfera (2 punti).

13. ●● Sull'asse x la carica $q_1 = +6{,}0$ nC è fissa nell'origine e la carica $q_2 = -2{,}0$ nC nel punto $x = 0{,}40$ m. a) Calcola il potenziale nel punto medio M del segmento che le unisce (2 punti). b) Trova il punto P, fra le due cariche, in cui il potenziale è nullo (2 punti). c) Calcola il lavoro compiuto dal campo su una carica di +1,0 nC che si sposta da M a P. In P il campo elettrico è nullo? Giustifica la risposta con un calcolo (2 punti).

14. ●● Nel circuito della Figura V3.1 i condensatori, inizialmente scarichi, vengono caricati dalla batteria da 12 V. a) Calcola la capacità equivalente del circuito, descrivendo la riduzione passo per passo (2 punti). b) Calcola la carica e la differenza di potenziale di ciascun condensatore (3 punti). c) Calcola l'energia immagazzinata in tutto il circuito e verifica che è la somma delle energie dei tre condensatori (1 punto).

15. ●● Il grafico della Figura V3.2 riporta il potenziale elettrico misurato lungo l'asse x, in una regione in cui il campo è diretto lungo l'asse. a) Calcola il campo elettrico (modulo, direzione e verso) in ciascuna delle tre regioni (3 punti). b) Nella regione 2 si trova un oggetto: di che tipo di oggetto può trattarsi? Motiva la risposta (1 punto). c) Calcola il lavoro compiuto dal campo su un elettrone che va da $x = 0$ a $x = 10$ cm, in joule e in elettronvolt (2 punti).

Parte C · Problemi (3 problemi, 50 punti in totale)

16. ●●● **(18 punti)** (Capitoli 10, 11 e 12.) Un condensatore piano in aria ha armature di area $2{,}0 \times 10^{-2}$ m^2 distanti 4,0 mm ed è collegato a una batteria da 200 V. a) Calcola la capacità, la carica sulle armature, il campo elettrico fra le armature e la densità superficiale di carica (4 punti). b) Un protone viene lasciato libero, da fermo, accanto all'armatura positiva. Calcola la forza che subisce, confrontala con il suo peso, e calcola l'accelerazione e il tempo che impiega a raggiungere l'altra armatura (5 punti). c) Calcola, con la conservazione dell'energia, la velocità del protone quando raggiunge l'armatura negativa, e verifica il risultato con le leggi del moto uniformemente accelerato. Quale energia cinetica, in elettronvolt, e quale velocità avrebbe un elettrone lasciato libero accanto all'armatura negativa, quando raggiunge l'altra? (4 punti) d) Si stacca la batteria e si allontanano le armature fino a 8,0 mm. Calcola la nuova capacità, la carica, la differenza di potenziale, il campo e l'energia immagazzinata; verifica l'energia con la densità di energia del campo. Che energia cinetica, in elettronvolt, acquisterebbe ora il protone della domanda b)? (5 punti)

17. ●●● **(16 punti)** (Capitoli 10 e 12.) Una sfera metallica cava, di raggio 25 cm e con le pareti sottili, è isolata nell'aria e porta una carica di +50 nC; il sistema è in equilibrio elettrostatico. a) Calcola la densità superficiale di carica e il campo elettrico appena fuori dalla superficie, in due modi: con il teorema di Coulomb e con il teorema di Gauss (4 punti). b) Calcola il potenziale della sfera e la sua capacità. Quanto valgono il campo e il potenziale a 10 cm e a 50 cm dal centro? (4 punti) c) Spiega perché, in equilibrio elettrostatico, il campo elettrico è nullo dentro il metallo, perché la carica in eccesso si trova sulla superficie esterna e perché è nullo anche nella cavità vuota; spiega infine perché un piccolo elettroscopio posto dentro la sfera non rivela nulla, neppure se all'esterno si avvicina un corpo carico (5 punti). d) Con un lungo filo conduttore si collega la sfera al terreno, cioè alla Terra, che si può trattare come una sfera conduttrice di raggio $6{,}37 \times 10^{6}$ m. Quanta carica resta sulla sfera metallica? A quanti elettroni corrisponde? (3 punti)

18. ●●● **(16 punti)** (Capitoli 9, 10 e 11.) Su un piano orizzontale isolante due cariche puntiformi uguali, $Q = +2{,}0$ nC, sono fisse nei punti A(−3,0 cm; 0) e B(+3,0 cm; 0). Una perlina di massa 1,0 g e carica $q = -1{,}0$ nC può scorrere senza attrito lungo una guida rettilinea isolante, orizzontale, che coincide con l'asse y. a) Calcola la forza che ciascuna carica esercita sulla perlina quando questa si trova nel punto P(0; 4,0 cm); scomponila lungo gli assi e calcola la forza totale (5 punti). b) Ricava dalla risposta a) il campo elettrico in P, in modulo, direzione e verso (2 punti). c) Calcola il potenziale elettrico in P e nell'origine O (3 punti). d) La perlina viene lasciata libera, da ferma, in P. Calcola la sua velocità quando passa per O (3 punti). e) Descrivi il moto della perlina dopo il passaggio per O e giustificalo con la conservazione dell'energia. In O il campo è nullo: perché il potenziale non lo è? (3 punti)

Griglia di valutazione Punti per sezione.

Sezione	Contenuto	Punti
Parte A	domande 1–10 × 2 punti	20
Parte B	esercizi 11–15 × 6 punti	30
Parte C	problema 16 (18), problema 17 (16), problema 18 (16)	50
Totale		**100**

Dal punteggio al voto Corrispondenza indicativa fra punteggio e voto in decimi.

Punteggio	0–24	25–34	35–44	45–54	55–64	65–74	75–84	85–94	95–100
Voto	2	3	4	5	6	7	8	9	10

Soluzioni

1. D (2 punti). Per la conservazione della carica, dopo il contatto le due sfere identiche si dividono la carica totale, +6,0 nC: +3,0 nC ciascuna. La forza è proporzionale a $|q_1 q_2|$: $F'/F = (3{,}0 \times 3{,}0)/(8{,}0 \times 2{,}0) = 9/16$, e ora le cariche hanno lo stesso segno, quindi la forza è repulsiva.

2. B (2 punti). La bacchetta negativa respinge elettroni liberi della sfera; toccando la sfera, una parte di questi elettroni scende a terra attraverso il corpo. Tolto il dito, gli elettroni non possono tornare: la sfera resta con un difetto di elettroni, cioè carica positivamente, anche dopo che la bacchetta è stata allontanata (elettrizzazione per induzione).

3. A (2 punti). Nell'olio $F = k_0|q_1 q_2|/(\varepsilon_r r'^2)$; perché sia uguale a $F_0 = k_0|q_1 q_2|/r^2$ serve $r' = r/\sqrt{\varepsilon_r} = r/\sqrt{2{,}5} \approx 0{,}63\ r$.

4. C (2 punti). Per il teorema di Gauss il flusso attraverso tutto il cubo è Q/ε_0; la carica è al centro, quindi per simmetria le sei facce sono attraversate dallo stesso flusso: $Q/(6\varepsilon_0)$.

5. D (2 punti). $a = eE/m_p = 1{,}60 \times 10^{-19}$ C $\times\ 5{,}0 \times 10^3$ N/C / $1{,}67 \times 10^{-27}$ kg $\approx 4{,}8 \times 10^{11}$ m/s^2. (B è l'accelerazione di un elettrone nello stesso campo; C è il modulo della forza, $8{,}0 \times 10^{-16}$ N, con un'unità sbagliata.)

6. B (2 punti). Per un filo infinito $E = \lambda/(2\pi\varepsilon_0 r)$ è inversamente proporzionale alla distanza: triplicando la distanza il campo diventa un terzo, 900 N/C / 3 = 300 N/C.

7. A (2 punti). Ciascuna particella acquista l'energia cinetica $|q|\Delta V = e\Delta V$, uguale per entrambe. Da $\frac{1}{2}mv^2$ uguale segue $v_e/v_p = \sqrt{(m_p/m_e)} = \sqrt{(1{,}67 \times 10^{-27}/9{,}11 \times 10^{-31})} \approx 43$.

8. C (2 punti). $E = \Delta V/d = (200\text{ V} - 50\text{ V})/0{,}030\text{ m} = 5{,}0 \times 10^3$ V/m; il campo è perpendicolare alle superfici equipotenziali e punta verso il potenziale minore, cioè verso la superficie a 50 V.

9. D (2 punti). In serie i condensatori hanno la stessa carica. $1/C_{eq} = 1/(2{,}0\ \mu\text{F}) + 1/(3{,}0\ \mu\text{F})$, $C_{eq} = 1{,}2\ \mu$F; $Q = C_{eq}\Delta V = 1{,}2\ \mu\text{F} \times 10\text{ V} = 12\ \mu$C su ciascuno.

10. B (2 punti). Il condensatore è isolato, quindi Q resta costante; $C = \varepsilon_0 S/d$ si dimezza e $U = Q^2/(2C)$ raddoppia. Le armature con cariche opposte si attraggono: per allontanarle bisogna compiere un lavoro, che diventa energia del campo (il campo resta lo stesso, ma occupa un volume doppio).

11. a) Distanza A–C: 0,30 m; distanza B–C: $\sqrt{(0{,}40^2 + 0{,}30^2)}$ m = 0,50 m. $F_{AC} = k_0|q_A q_C|/r^2 = 8{,}99 \times 10^9 \times 2{,}0 \times 10^{-6} \times 1{,}0 \times 10^{-6} / 0{,}30^2$ N $\approx 0{,}20$ N, repulsiva (cariche positive); $F_{BC} = 8{,}99 \times 10^9 \times 3{,}0 \times 10^{-6} \times 1{,}0 \times 10^{-6} / 0{,}50^2$ N $\approx 0{,}11$ N, attrattiva (1 punto ciascuna). b) $\boldsymbol{F}_{AC}$ punta lungo $+y$: (0; 0,200 N). $\boldsymbol{F}_{BC}$ punta da C verso B, nella direzione del versore $(0{,}40; -0{,}30)/0{,}50 = (0{,}80; -0{,}60)$: (0,108 N × 0,80; −0,108 N × 0,60) = (0,086 N; −0,065 N) (1 punto). Per il principio di sovrapposizione $F_x = 0{,}086$ N, $F_y = 0{,}200\text{ N} - 0{,}065\text{ N} = 0{,}135$ N (1 punto). c) $F = \sqrt{(0{,}086^2 + 0{,}135^2)}$ N $\approx 0{,}16$ N; $\tan\alpha = 0{,}135/0{,}086$, $\alpha \approx 57°$ sopra l'asse x positivo (2 punti).

12. a) La distribuzione ha simmetria sferica: il campo è radiale e ha lo stesso modulo su ogni sfera concentrica, quindi il teorema di Gauss su una superficie sferica di raggio r dà $E \cdot 4\pi r^2 = Q_{int}/\varepsilon_0$. Dentro, $Q_{int} = Q(r/R)^3$ e $E = k_0 Qr/R^3$: a 2,0 cm $E = 8{,}99 \times 10^9 \times 20 \times 10^{-9} \times 0{,}020 / 0{,}050^3$ N/C $\approx 2{,}9 \times 10^4$ N/C. Sulla superficie $E = k_0 Q/R^2 = 179{,}8$ N·m^2/C / $0{,}050^2$ m^2 $\approx 7{,}2 \times 10^4$ N/C. A 10 cm, fuori, $E = k_0 Q/r^2 = 179{,}8/0{,}10^2$ N/C $\approx 1{,}8 \times 10^4$ N/C (1 punto ciascuno). b) $k_0 Q/r^2 = 2{,}88 \times 10^4$ N/C dà $r = \sqrt{(179{,}8/2{,}88 \times 10^4)}$ m $\approx 0{,}079$ m = 7,9 cm (1 punto). c) $Q_{int} = 20\text{ nC} \times (2{,}0/5{,}0)^3 = 1{,}28$ nC; $\Phi(\boldsymbol{E}) = Q_{int}/\varepsilon_0 = 1{,}28 \times 10^{-9}$ C / $8{,}85 \times 10^{-12}$ C^2/(N·m^2) $\approx 1{,}4 \times 10^2$ N·m^2/C (2 punti).

13. a) M dista 0,20 m da entrambe le cariche; i potenziali si sommano come numeri: $V_M = k_0(q_1 + q_2)/r = 8{,}99 \times 10^9 \times (6{,}0 - 2{,}0) \times 10^{-9} / 0{,}20\text{ V} \approx 1{,}8 \times 10^2$ V (2 punti). b) Con P in x: $k_0 q_1/x + k_0 q_2/(0{,}40\text{ m} - x) = 0$, cioè $6{,}0/x = 2{,}0/(0{,}40\text{ m} - x)$, da cui $2{,}4\text{ m} = 8{,}0x$ e $x =$

0,30 m (2 punti). c) $W = q(V_M - V_P) = 1{,}0 \times 10^{-9}$ C × (180 V − 0 V) ≈ $1{,}8 \times 10^{-7}$ J, positivo: la carica positiva va spontaneamente verso il potenziale minore (1 punto). In P il campo non è nullo: il campo di q_1 (uscente) e quello di q_2 (entrante) puntano entrambi verso $+x$, e $E = 8{,}99 \times 10^9 \times (6{,}0 \times 10^{-9}/0{,}30^2 + 2{,}0 \times 10^{-9}/0{,}10^2)$ N/C ≈ $2{,}4 \times 10^3$ N/C verso $+x$: potenziale nullo non vuol dire campo nullo (1 punto).

14. a) C_1 e C_2 sono fra gli stessi due nodi A e B, quindi in parallelo: C_{12} = 2,0 μF + 4,0 μF = 6,0 μF. C_{12} è in serie con C_3: $1/C_{eq} = 1/(6{,}0\ \mu F) + 1/(3{,}0\ \mu F)$, C_{eq} = 2,0 μF (2 punti). b) $Q = C_{eq}\Delta V$ = 2,0 μF × 12 V = 24 μC: in serie C_3 e il blocco C_{12} hanno la stessa carica. ΔV_3 = 24 μC / 3,0 μF = 8,0 V; ΔV_{12} = 24 μC / 6,0 μF = 4,0 V, e 8,0 V + 4,0 V = 12 V. In parallelo C_1 e C_2 hanno la stessa ΔV = 4,0 V: Q_1 = 2,0 μF × 4,0 V = 8,0 μC, Q_2 = 4,0 μF × 4,0 V = 16 μC, e 8,0 μC + 16 μC = 24 μC (3 punti). c) $U = \frac{1}{2}C_{eq}\Delta V^2 = \frac{1}{2} \times 2{,}0 \times 10^{-6}$ F × $(12\ V)^2 = 1{,}44 \times 10^{-4}$ J; somma: ½ × 2,0 μF × $(4{,}0\ V)^2$ + ½ × 4,0 μF × $(4{,}0\ V)^2$ + ½ × 3,0 μF × $(8{,}0\ V)^2$ = 16 μJ + 32 μJ + 96 μJ = 144 μJ (1 punto).

15. a) Il campo è $E_x = -\Delta V/\Delta x$ e punta verso il potenziale minore. Regione 1: $\Delta V/\Delta x$ = (4 V − 12 V)/0,04 m = −200 V/m, quindi $E = 2{,}0 \times 10^2$ V/m verso $+x$. Regione 2: V costante, E = 0. Regione 3: (10 V − 4 V)/0,04 m = +150 V/m, quindi $E = 1{,}5 \times 10^2$ V/m verso $-x$ (1 punto ciascuna). b) Un tratto lungo 2 cm in cui il campo è nullo e il potenziale costante: può essere un conduttore in equilibrio elettrostatico (per esempio una lastra metallica), che è un volume equipotenziale con campo interno nullo (1 punto). c) $W = q(V_{iniziale} - V_{finale})$ = $(-1{,}60 \times 10^{-19}$ C) × (12 V − 10 V) = $-3{,}2 \times 10^{-19}$ J = −2,0 eV. Il lavoro dipende solo dai potenziali degli estremi, non dal percorso; è negativo perché l'elettrone finisce a un potenziale minore di quello di partenza (2 punti).

16. a) $C = \varepsilon_0 S/d = 8{,}85 \times 10^{-12} \times 2{,}0 \times 10^{-2} / 4{,}0 \times 10^{-3}$ F ≈ $4{,}4 \times 10^{-11}$ F = 44 pF (1 punto); $Q = C\Delta V = 4{,}43 \times 10^{-11}$ F × 200 V ≈ $8{,}9 \times 10^{-9}$ C (1 punto); il campo fra le armature è uniforme: $E = \Delta V/d$ = 200 V / $4{,}0 \times 10^{-3}$ m = $5{,}0 \times 10^4$ V/m (1 punto); $\sigma = Q/S \approx 4{,}4 \times 10^{-7}$ C/m², e infatti $\sigma/\varepsilon_0 = 5{,}0 \times 10^4$ V/m, il campo di due lastre con cariche opposte (1 punto). b) $F = eE = 1{,}60 \times 10^{-19}$ C × $5{,}0 \times 10^4$ N/C = $8{,}0 \times 10^{-15}$ N, diretta dall'armatura positiva a quella negativa; il peso $m_p g \approx 1{,}6 \times 10^{-26}$ N è circa 5×10^{11} volte minore ed è trascurabile (2 punti). Per il secondo principio della dinamica, con una forza costante: $a = F/m_p \approx 4{,}8 \times 10^{12}$ m/s² (1 punto); il moto è uniformemente accelerato da fermo: $d = \frac{1}{2}at^2$, $t = \sqrt{(2d/a)} = \sqrt{(2 \times 4{,}0 \times 10^{-3}\ m / 4{,}79 \times 10^{12}\ m/s^2)} \approx 4{,}1 \times 10^{-8}$ s (2 punti). c) Agisce solo la forza elettrica, conservativa: $\Delta K = -q\Delta V = e \times 200$ V = 200 eV = $3{,}2 \times 10^{-17}$ J; $v = \sqrt{(2e\Delta V/m_p)} = \sqrt{(2 \times 3{,}2 \times 10^{-17}\ J / 1{,}67 \times 10^{-27}\ kg)} \approx 2{,}0 \times 10^5$ m/s (1 punto). Verifica: $v = at$ = $4{,}79 \times 10^{12}$ m/s² × $4{,}09 \times 10^{-8}$ s ≈ $2{,}0 \times 10^5$ m/s, lo stesso valore (1 punto). L'elettrone, negativo, va spontaneamente verso il potenziale maggiore: attraversando gli stessi 200 V acquista ancora 200 eV = $3{,}2 \times 10^{-17}$ J, e $v = \sqrt{(2 \times 3{,}2 \times 10^{-17}\ J / 9{,}11 \times 10^{-31}\ kg)} \approx 8{,}4 \times 10^6$ m/s, molto minore di c, quindi la formula classica è adeguata (2 punti). d) $C' = \varepsilon_0 S/(2d) \approx 22$ pF; il condensatore è isolato, quindi per la conservazione della carica $Q = 8{,}9 \times 10^{-9}$ C non cambia; $\Delta V' = Q/C' = 400$ V (1 punto). Anche σ non cambia, quindi il campo resta $E = \sigma/\varepsilon_0 = 5{,}0 \times 10^4$ V/m (e infatti 400 V / $8{,}0 \times 10^{-3}$ m = $5{,}0 \times 10^4$ V/m) (1 punto). Energia: prima $U = \frac{1}{2}Q\Delta V$ = ½ × $8{,}85 \times 10^{-9}$ C × 200 V ≈ $8{,}9 \times 10^{-7}$ J, ora U' = ½ × $8{,}85 \times 10^{-9}$ C × 400 V ≈ $1{,}8 \times 10^{-6}$ J, il doppio (1 punto). Verifica: $u = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2$ = ½ × $8{,}85 \times 10^{-12} \times (5{,}0 \times 10^4)^2$ J/m³ ≈ $1{,}1 \times 10^{-2}$ J/m³, per il volume $S \cdot 2d = 1{,}6 \times 10^{-4}$ m³ dà $1{,}8 \times 10^{-6}$ J: la stessa densità di energia occupa un volume doppio (1 punto). Il protone attraversa ora 400 V e acquista 400 eV ($6{,}4 \times 10^{-17}$ J): stessa forza, ma percorso doppio (1 punto).

17. a) $\sigma = Q/(4\pi R^2) = 50 \times 10^{-9}$ C / $(4\pi \times 0{,}25^2\ m^2) \approx 6{,}4 \times 10^{-8}$ C/m²; la sfera isolata ha la carica distribuita uniformemente, per simmetria (1 punto). Teorema di Coulomb: $E = \sigma/\varepsilon_0 = 6{,}37 \times 10^{-8} / 8{,}85 \times 10^{-12}$ N/C ≈ $7{,}2 \times 10^3$ N/C, perpendicolare alla superficie e uscente (1 punto). Teorema di Gauss: per la simmetria sferica il campo è radiale e uguale in tutti i punti di una sfera gaussiana concentrica di raggio appena maggiore di R, quindi $E \cdot 4\pi R^2 = Q/\varepsilon_0$ ed $E = k_0 Q/R^2 = 8{,}99 \times 10^9 \times 50 \times 10^{-9} / 0{,}25^2$ N/C ≈ $7{,}2 \times 10^3$ N/C, lo stesso valore (2 punti). b) $V = k_0 Q/R = 8{,}99 \times 10^9 \times 50 \times 10^{-9} / 0{,}25$ V ≈ $1{,}8 \times 10^3$ V; $C = 4\pi\varepsilon_0 R = Q/V$ = 50×10^{-9} C / 1798 V ≈ $2{,}8 \times 10^{-11}$ F = 28 pF (2 punti). A 10 cm, dentro la sfera: E = 0 e $V = 1{,}8 \times 10^3$ V, lo stes-

so della superficie, perché il campo nullo non fa variare il potenziale (1 punto). A 50 cm: $E = k_0Q/r^2 = 449{,}5/0{,}25$ N/C $\approx 1{,}8 \times 10^3$ N/C e $V = k_0Q/r \approx 9{,}0 \times 10^2$ V (1 punto). c) Traccia: se nel metallo ci fosse un campo, gli elettroni liberi subirebbero la forza $-e\boldsymbol{E}$ e si muoverebbero: il conduttore non sarebbe in equilibrio. Gli elettroni si spostano finché le cariche che si accumulano producono, dentro il metallo, un campo che annulla quello esterno (2 punti). Una superficie gaussiana tutta dentro il metallo ha flusso nullo, perché il campo è nullo in ogni suo punto; per il teorema di Gauss non racchiude carica netta, quindi la carica in eccesso sta sulla superficie esterna (1 punto). Nella cavità vuota: la superficie gaussiana nel metallo dice che la carica totale sulla parete della cavità è zero; se ci fossero zone positive e negative, una linea di campo andrebbe dall'una all'altra attraverso la cavità, e un percorso chiuso lungo quella linea e di ritorno nel metallo avrebbe circuitazione diversa da zero, il che è impossibile per un campo elettrostatico. Quindi la parete della cavità è scarica e nella cavità $E = 0$ (1 punto). Avvicinando un corpo carico, le cariche della superficie esterna si ridistribuiscono finché il campo interno torna nullo: la sfera è una gabbia di Faraday e l'elettroscopio interno non rivela nulla (1 punto). d) Collegate da un filo, la sfera e la Terra diventano un unico conduttore e raggiungono lo stesso potenziale. Come per due sfere lontane collegate, $k_0Q_1/R_1 = k_0Q_2/R_2$, con $Q_1 + Q_2 = 50$ nC per la conservazione della carica (1 punto). $Q_{\text{sfera}} = Q \cdot R/(R + R_T) = 50 \times 10^{-9}$ C $\times\, 0{,}25/(6{,}37 \times 10^6) \approx 2{,}0 \times 10^{-15}$ C (1 punto), cioè $2{,}0 \times 10^{-15}$ C / $1{,}60 \times 10^{-19}$ C $\approx 1{,}2 \times 10^4$ cariche elementari (circa 12 000 elettroni in difetto): praticamente tutta la carica è passata alla Terra, ed è per questo che il collegamento a terra «scarica» un conduttore (1 punto).

18. a) Distanza di P da A e da B: $r = \sqrt{(3{,}0^2 + 4{,}0^2)}$ cm = 5,0 cm. Per la legge di Coulomb ciascuna forza ha modulo $F = k_0Q|q|/r^2 = 8{,}99 \times 10^9 \times 2{,}0 \times 10^{-9} \times 1{,}0 \times 10^{-9} / 0{,}050^2$ N $\approx 7{,}2 \times 10^{-6}$ N ed è attrattiva, diretta da P verso la carica (2 punti). La forza verso A ha componenti $(-F \cdot 3/5; -F \cdot 4/5) = (-4{,}3 \times 10^{-6}$ N; $-5{,}8 \times 10^{-6}$ N), quella verso B ($+4{,}3 \times 10^{-6}$ N; $-5{,}8 \times 10^{-6}$ N) (1 punto). Per il principio di sovrapposizione le componenti x si annullano per simmetria e $F_{\text{tot}} = 2 \times 5{,}75 \times 10^{-6}$ N $\approx 1{,}2 \times 10^{-5}$ N, lungo l'asse y, verso O (2 punti). b) $\boldsymbol{E} = \boldsymbol{F}/q$: $E = 1{,}15 \times 10^{-5}$ N / $1{,}0 \times 10^{-9}$ C $\approx 1{,}2 \times 10^4$ N/C. Poiché q è negativa, il campo è opposto alla forza: lungo l'asse y, verso le y positive, cioè lontano dalle due cariche positive (2 punti). c) I potenziali si sommano come numeri, senza tenere conto delle direzioni (1 punto): $V_P = 2k_0Q/r = 2 \times 8{,}99 \times 10^9 \times 2{,}0 \times 10^{-9} / 0{,}050$ V $\approx 7{,}2 \times 10^2$ V (1 punto); $V_O = 2k_0Q/(0{,}030\text{ m}) \approx 1{,}2 \times 10^3$ V (1 punto). d) Sulla perlina lavorano solo la forza elettrica, conservativa (il peso e la reazione della guida sono verticali e non compiono lavoro, e non c'è attrito): per la conservazione dell'energia $\frac{1}{2}mv^2 = -q(V_O - V_P) = 1{,}0 \times 10^{-9}$ C $\times$ (1199 V − 719 V) $\approx 4{,}8 \times 10^{-7}$ J (2 punti); $v = \sqrt{(2 \times 4{,}8 \times 10^{-7}\text{ J} / 1{,}0 \times 10^{-3}\text{ kg})} \approx 3{,}1 \times 10^{-2}$ m/s = 3,1 cm/s (1 punto). e) Oltre O la forza, sempre diretta verso O per simmetria, si oppone al moto: la perlina rallenta. Il potenziale è simmetrico rispetto a O, quindi la perlina si ferma dove l'energia potenziale torna uguale a quella iniziale, cioè nel punto P′(0; −4,0 cm); poi torna indietro e oscilla senza fine fra P e P′, perché non c'è attrito (2 punti). In O i campi delle due cariche sono uguali e opposti e si annullano, ma i potenziali, scalari e positivi, si sommano: campo nullo non vuol dire potenziale nullo, perché il campo dipende da come varia il potenziale vicino al punto, non dal suo valore (1 punto).