VERIFICA

Verifica di fine parte · La termodinamica

Tempo indicativo: 100 minuti · Punteggio totale: 100 punti

Fisica 4 · Parte I · La termodinamica · versione 1.0
Verifica: Verifica di fine parte · La termodinamica · pagine 133–138 del volume completo · estratto per lo studio

La verifica riguarda i capitoli 1–4. È ammessa la calcolatrice scientifica. Scrivi sempre le formule che usi, i passaggi e le unità di misura: un risultato senza unità è considerato incompleto. Esprimi i risultati con un numero di cifre significative coerente con i dati. Puoi consultare le tabelle dell'appendice. Usa le convenzioni del libro: $Q > 0$ se il sistema assorbe calore, $W > 0$ se il sistema compie lavoro, $\Delta U = Q - W$; ln è il logaritmo naturale; le temperature nelle formule sono in kelvin (0 °C = 273 K). Dove non è indicato diversamente usa $R = 8{,}314$ J/(mol·K) e $k_B = 1{,}38 \times 10^{-23}$ J/K, e tratta i gas come gas perfetti.

Parte A · Domande a scelta multipla (10 domande, 2 punti ciascuna)

1. ● Un gas si espande alla pressione costante di $2{,}0 \times 10^5$ Pa, passando da un volume di 3,0 L a uno di 5,0 L. Il lavoro compiuto dal gas vale:
   A. −400 J
   B. 400 J
   C. $4{,}0 \times 10^5$ J
   D. $1{,}0 \times 10^3$ J

2. ●● Un gas compie una trasformazione ciclica che nel piano p–V è percorsa in senso antiorario. In un ciclo completo:
   A. $\Delta U < 0$, perché il gas compie lavoro
   B. il lavoro netto compiuto dal gas è positivo e uguale all'area racchiusa
   C. il gas non scambia calore, perché ritorna allo stato iniziale
   D. $\Delta U = 0$ e il gas cede all'ambiente un calore netto uguale, in valore assoluto, all'area racchiusa

3. ●● A 2,0 mol di gas perfetto monoatomico si fornisce calore a pressione costante, finché la temperatura aumenta di 10 K. Il calore assorbito dal gas è circa:
   A. 166 J
   B. 249 J
   C. 416 J
   D. 582 J

4. ●● Un gas perfetto biatomico viene compresso con un'adiabatica reversibile fino a metà del suo volume iniziale. La sua pressione diventa:
   A. circa 2,6 volte quella iniziale
   B. il doppio di quella iniziale
   C. circa 1,4 volte quella iniziale
   D. circa 3,2 volte quella iniziale

5. ● Per un gas perfetto, la relazione $\Delta U = nc_V\Delta T$ vale:
   A. solo nelle trasformazioni isocore
   B. solo nelle trasformazioni isocore e adiabatiche
   C. in qualunque trasformazione, perché l'energia interna è una funzione di stato e dipende solo dalla temperatura
   D. in qualunque trasformazione di qualunque sostanza

6. ● In ogni ciclo una macchina termica assorbe 1200 J dalla sorgente calda e cede 900 J alla sorgente fredda. Il suo rendimento è:
   A. 75%
   B. 25%
   C. 33%
   D. 133%

7. ●● Il rendimento massimo di una macchina termica che lavora fra una sorgente a 527 °C e una a 47 °C è circa:
   A. 91%
   B. 8,9%
   C. dipende dalla sostanza che percorre il ciclo
   D. 60%

8. ● 1,0 kg di ghiaccio fonde a 0 °C (calore latente di fusione $L_f = 3{,}34 \times 10^5$ J/kg). La variazione di entropia del ghiaccio è circa:
   A. $+1{,}2 \times 10^3$ J/K
   B. 0 J/K, perché la temperatura non cambia
   C. $-1{,}2 \times 10^3$ J/K
   D. $+3{,}3 \times 10^5$ J/K

9. ●● Cinque molecole si muovono in una scatola divisa idealmente in due metà uguali. La probabilità che, in un istante qualsiasi, si trovino tutte e cinque nella metà di sinistra è:
   A. 1/5
   B. 1/10
   C. 1/32
   D. 1/2

10. ●● Mentre un frigorifero è in funzione, l'aria al suo interno si raffredda e la sua entropia diminuisce. Quale affermazione è corretta?
    A. il frigorifero viola il secondo principio, che però vale solo per i gas perfetti
    B. è possibile, perché l'interno non è un sistema isolato: l'entropia dell'ambiente esterno aumenta più di quanto diminuisca quella dell'interno
    C. è possibile, perché l'energia elettrica assorbita ha entropia negativa
    D. in realtà l'entropia dell'interno non diminuisce, perché la sua temperatura resta molto sopra 0 K

Parte B · Esercizi (5 esercizi, 6 punti ciascuno)

11. ●● Un gas perfetto passa dallo stato A (p_A = 400 kPa, V_A = 1,50 L) allo stato B (p_B = 100 kPa, V_B = 6,00 L) lungo due percorsi diversi: il percorso 1 è un'isocora seguita da un'isobara, il percorso 2 un'isobara seguita da un'isocora. a) Calcola il lavoro compiuto dal gas lungo i due percorsi (2 punti). b) Mostra che A e B si trovano sulla stessa isoterma; calcola ΔU e il calore Q assorbito lungo ciascun percorso (2 punti). c) Calcola il lavoro lungo l'isoterma reversibile che collega A e B e spiega perché è compreso fra i due valori del punto a) (2 punti).

12. ●● 0,500 mol di aria, che tratti come gas perfetto biatomico, si trovano in un cilindro alla temperatura di 300 K e alla pressione di $1{,}00 \times 10^5$ Pa. Il gas viene compresso con un'adiabatica reversibile fino a un decimo del volume iniziale, come in un motore diesel. a) Calcola il volume iniziale e la temperatura finale T_{fin} (2 punti). b) Calcola la pressione finale (2 punti). c) Calcola ΔU e il lavoro W compiuto dal gas, e controlla i segni con il primo principio (2 punti).

13. ●● Una pompa di calore riscalda una casa cedendo all'acqua dei termosifoni una potenza termica di 12 kW; il suo coefficiente di prestazione COP_{pdc} vale 4,0. L'aria esterna è a −5 °C e l'acqua dell'impianto a 40 °C. a) Calcola la potenza elettrica assorbita e la potenza termica prelevata dall'aria esterna (2 punti). b) Calcola il coefficiente di prestazione massimo di una pompa di calore che lavori fra le stesse temperature, e il rapporto fra il COP reale e quello massimo (2 punti). c) Un vicino sostiene che una macchina che cede più energia di quella elettrica che consuma viola la conservazione dell'energia. Rispondigli in poche righe (2 punti).

14. ●● Un blocco di rame di 0,50 kg (calore specifico 385 J/(kg·K)), alla temperatura di 100 °C, viene immerso in un lago a 10 °C, che si comporta come una sorgente di calore. a) Calcola il calore ceduto dal blocco fino all'equilibrio (1 punto). b) Calcola la variazione di entropia del blocco (2 punti). c) Calcola la variazione di entropia del lago (1 punto). d) Calcola la variazione di entropia dell'universo e l'energia degradata; commenta il segno di $\Delta S_{universo}$ (2 punti).

15. ●● In un recipiente rigido ci sono 0,100 mol di un gas sconosciuto. Si fornisce al gas una quantità di calore nota e si misura l'aumento di temperatura; i dati sono nella Tabella V1.1. a) Ricava dai dati il calore specifico molare c_V del gas (2 punti). b) Il gas è monoatomico o biatomico? Giustifica la risposta (1 punto). c) Calcola c_p e γ (2 punti). d) Quanto calore occorre per scaldare di 10 K la stessa quantità di gas a pressione costante, e quanto lavoro compie il gas? (1 punto)

Tabella V1.1 Esercizio sul gas sconosciuto: calore fornito a volume costante e aumento di temperatura misurato (dati tipici).

ΔT (K)	Q (J)
4,0	8,4
8,0	16,5
12,0	25,1
16,0	33,2

Parte C · Problemi (3 problemi, 50 punti in totale)

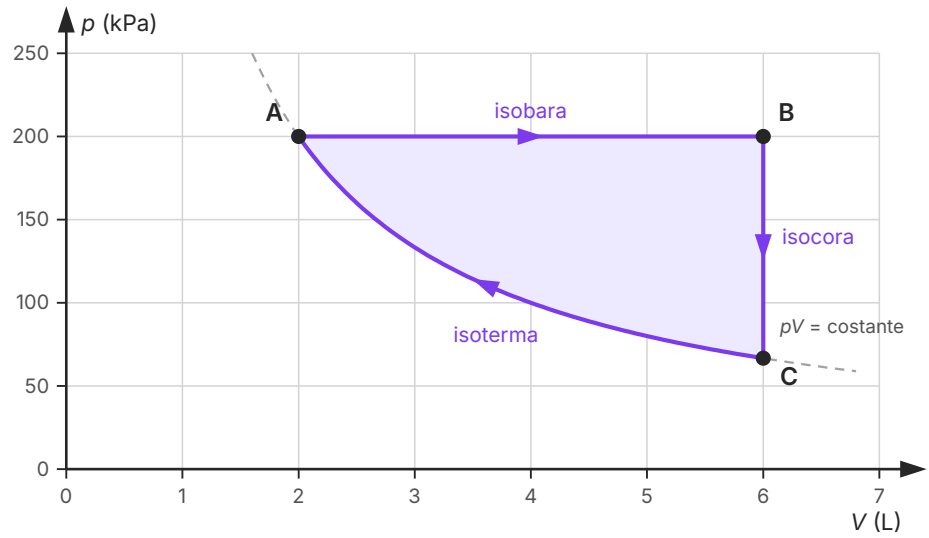

Figura V1.1 Il ciclo del problema 16 nel piano p–V: un'isobara A → B, un'isocora B → C e un'isoterma C → A. L'area colorata è il lavoro netto del ciclo; la linea tratteggiata prolunga l'isoterma.

16. ●●● **(18 punti)** 0,120 mol di gas perfetto monoatomico percorrono il ciclo della Figura V1.1: un'espansione isobara da A (p_A = 200 kPa, V_A = 2,00 L) a B (V_B = 6,00 L), un raffreddamento isocoro fino allo stato C, e una compressione isoterma reversibile che riporta il gas in A. a) Calcola le temperature T_A, T_B, T_C e la pressione p_C (3 punti). b) Per ciascuna delle tre trasformazioni calcola Q, W e ΔU, con il loro segno (6 punti). c) Calcola il lavoro netto del ciclo e verifica che è uguale al calore netto scambiato; il ciclo è percorso in senso orario o antiorario? (3 punti) d) Calcola il rendimento della macchina che percorre questo ciclo (3 punti). e) Confronta il rendimento con quello di una macchina di Carnot che lavori fra la temperatura massima e la temperatura minima raggiunte dal gas nel ciclo, e spiega da dove nasce la differenza (3 punti).

17. ●●● **(16 punti)** Una macchina termica lavora fra una sorgente calda a 500 K e una sorgente fredda a 300 K, e in ogni ciclo assorbe 1000 J dalla sorgente calda. a) Calcola il rendimento di Carnot e il massimo lavoro che la macchina può compiere in un ciclo (3 punti). b) La macchina reale compie 300 J di lavoro per ciclo. Calcola il calore ceduto alla sorgente fredda e la variazione di entropia delle due sorgenti e dell'universo in un ciclo (4 punti). c) Calcola l'energia degradata in un ciclo e confrontala con il lavoro perduto rispetto alla macchina di Carnot (3 punti). d) Un inventore dichiara di aver costruito una macchina che, fra le stesse sorgenti, compie 450 J per ciclo con 1000 J assorbiti. Mostra con il bilancio dell'entropia che la sua affermazione è falsa; poi spiega in poche righe, in generale, perché nessuna macchina che lavora fra due sorgenti può superare il rendimento $\eta_C = 1 - T_f/T_c$ (6 punti).

18. ●●● **(16 punti)** Un recipiente con pareti rigide e isolanti è diviso da un setto in due metà uguali di 5,00 L ciascuna. A sinistra ci sono 0,250 mol di gas perfetto a 400 K, a destra il vuoto. Il setto viene rimosso e il gas occupa tutto il recipiente. a) Calcola Q, W, ΔU e la temperatura finale del gas, giustificando ciascun valore (3 punti). b) Calcola la variazione di entropia del gas scegliendo un percorso reversibile sostitutivo, e spiega perché non si può usare $\Delta S = Q/T$ lungo il processo reale (4 punti). c) Considera un modello con sole 8 molecole. Calcola il numero di microstati di ciascun macrostato (0, 1, …, 8 molecole a sinistra), la probabilità che le 8 molecole tornino tutte a sinistra e quella del macrostato «4 a sinistra, 4 a destra» (5 punti). d) Ritrova il risultato del punto b) con la formula di Boltzmann $S = k_B \ln W$ (qui W è il numero di microstati), e spiega in poche righe perché il gas non torna mai da solo nella metà di sinistra, anche se questo non violerebbe la conservazione dell'energia (4 punti).

Griglia di valutazione Punti per sezione.

Sezione	Contenuto	Punti
Parte A	domande 1–10 × 2 punti	20
Parte B	esercizi 11–15 × 6 punti	30
Parte C	problema 16 (18), problema 17 (16), problema 18 (16)	50
Totale		**100**

Dal punteggio al voto Corrispondenza indicativa fra punteggio e voto in decimi.

Punteggio	0–24	25–34	35–44	45–54	55–64	65–74	75–84	85–94	95–100
Voto	2	3	4	5	6	7	8	9	10

Soluzioni

1. B (2 punti). $W = p\Delta V = 2{,}0 \times 10^5$ Pa × (5,0 − 3,0) × 10^{-3} m^3 = 400 J, positivo perché il gas si espande.

2. D (2 punti). In un ciclo il gas torna allo stato iniziale, quindi $\Delta U = 0$ e $Q_{\text{netto}} = W_{\text{netto}}$. In senso antiorario il lavoro netto è negativo (l'ambiente compie lavoro sul gas) e in valore assoluto è l'area racchiusa; dunque anche $Q_{\text{netto}} < 0$: il gas cede calore.

3. C (2 punti). A pressione costante $Q = nc_p\Delta T$, con $c_p = (5/2)R$ per un gas monoatomico: Q = 2,0 mol × 20,8 J/(mol·K) × 10 K ≈ 416 J. (249 J sarebbe il calore a volume costante, 166 J il solo lavoro $nR\Delta T$.)

4. A (2 punti). Per l'equazione di Poisson pV^γ = costante: $p_f/p_i = (V_i/V_f)^\gamma = 2^{1,4} \approx 2{,}64$. L'adiabatica è più ripida dell'isoterma, che darebbe solo 2; 3,2 vale per un gas monoatomico ($\gamma = 5/3$).

5. C (2 punti). L'energia interna di un gas perfetto dipende solo da T ed è una funzione di stato: ΔU è lo stesso che lungo un'isocora fra le stesse temperature, cioè $nc_V\Delta T$, qualunque sia la trasformazione. Non vale invece per sostanze qualsiasi.

6. B (2 punti). $W = Q_c - |Q_f|$ = 1200 J − 900 J = 300 J; $\eta = W/Q_c$ = 300/1200 = 0,25 = 25%.

7. D (2 punti). $\eta_C = 1 - T_f/T_c$ con le temperature in kelvin: 1 − 320 K/800 K = 0,60 = 60%. Usare i gradi Celsius darebbe il valore sbagliato 91%; per il teorema di Carnot il limite non dipende dalla sostanza.

8. A (2 punti). La fusione avviene a temperatura costante assorbendo calore: $\Delta S = mL_f/T$ = 1,0 kg × 3,34 × 10^5 J/kg / 273 K ≈ +1,2 × 10^3 J/K. La temperatura costante non rende nulla la variazione di entropia; il segno è positivo perché il ghiaccio assorbe calore.

9. C (2 punti). Ogni molecola ha 2 posizioni possibili, quindi i microstati sono 2^5 = 32, tutti ugualmente probabili; il macrostato «tutte a sinistra» è realizzato da un solo microstato: probabilità 1/32 ≈ 3%.

10. B (2 punti). Il secondo principio impone $\Delta S \geq 0$ solo a un sistema isolato. L'interno del frigorifero cede calore al circuito, che lo riversa nella cucina insieme all'energia del lavoro elettrico: l'entropia della cucina aumenta più di quanto diminuisca quella dell'interno, e $\Delta S_{\text{universo}} > 0$. Il secondo principio vale per qualunque sistema, non solo per i gas perfetti.

11. a) Percorso 1: l'isocora a 1,50 L non dà lavoro; l'isobara a 100 kPa da 1,50 L a 6,00 L dà W_1 = 100 kPa × 4,50 L = 450 J (1 punto). Percorso 2: l'isobara a 400 kPa dà W_2 = 400 kPa × 4,50 L = 1800 J = 1,80 kJ, poi l'isocora nessun lavoro (1 punto). Ricorda 1 kPa·L = 1 J. b) p_AV_A = 400 kPa × 1,50 L = 600 J e p_BV_B = 100 kPa × 6,00 L = 600 J: poiché $pV = nRT$, le temperature in A e B sono uguali (1 punto). Per un gas perfetto ΔU dipende solo da T: $\Delta U = 0$ lungo entrambi i percorsi, e per il primo principio $Q = W$: Q_1 = +450 J, Q_2 = +1800 J, calore assorbito in entrambi i casi (1 punto). c) $W = nRT\ln(V_B/V_A) = p_AV_A \ln 4$ = 600 J × 1,386 ≈ 832 J (1 punto). Il lavoro è l'area sotto la curva nel piano p–V: l'isoterma, che scende con continuità da 400 kPa a 100 kPa, sta sopra l'isobara a 100 kPa e sotto quella a 400 kPa, quindi la sua area è compresa fra le altre due; il lavoro dipende dal percorso (1 punto).

12. a) $V_i = nRT_i/p_i$ = 0,500 mol × 8,314 J/(mol·K) × 300 K / 1,00 × 10^5 Pa = 1,25 × 10^{-2} m^3 = 12,5 L (1 punto). Con $\gamma = 7/5$ e $TV^{\gamma-1}$ = costante: T_{fin} = 300 K × $10^{0,4}$ = 300 K × 2,512 ≈ 754 K (1 punto). b) pV^γ = costante: p_f = 1,00 × 10^5 Pa × $10^{1,4}$ ≈ 2,51 × 10^6 Pa (2 punti). Controllo: $p_fV_f/(nR)$ = 2,51 × 10^6 Pa × 1,247 × 10^{-3} m^3/(0,500 × 8,314 J/K) ≈ 754 K. c) $\Delta U = nc_V\Delta T$ = 0,500 mol × (5/2) × 8,314 J/(mol·K) × 454 K ≈ +4,71 × 10^3 J (1 punto). Per il primo principio, con $Q = 0$ (adiabatica): $W = -\Delta U \approx -4{,}71 \times 10^3$ J: il lavoro compiuto dal gas è negativo perché il gas è compresso, e l'energia ricevuta come lavoro ne aumenta l'energia interna e la temperatura. Stesso risultato con $(p_iV_i - p_fV_f)/(\gamma - 1)$ = (1247 J − 3132 J)/0,4 ≈ −4,71 kJ (1 punto).

13. a) $\text{COP}_{\text{pdc}} = |Q_c|/|W|$, e lo stesso vale per le potenze: P_{el} = 12 kW/4,0 = 3,0 kW (1 punto). Bilancio del

ciclo, $|Q_c| = Q_f + |W|$: la potenza prelevata dall'aria esterna è 12 kW − 3,0 kW = 9,0 kW (1 punto). b) T_f = 268 K, T_c = 313 K: $COP_{pdc,max} = T_c/(T_c - T_f)$ = 313 K/45 K ≈ 7,0 (1 punto). Rapporto 4,0/7,0 ≈ 0,57: la pompa reale raggiunge circa il 57% del limite ideale (1 punto). c) Traccia: la pompa non crea energia. Dei 12 kW ceduti alla casa, solo 3,0 kW arrivano dalla rete elettrica; gli altri 9,0 kW sono calore prelevato dall'aria esterna, più fredda, e «pompato» verso l'acqua più calda grazie al lavoro. Il bilancio $|Q_c| = Q_f + |W|$ rispetta il primo principio; il lavoro speso è proprio ciò che il secondo principio (enunciato di Clausius) richiede per far passare calore dal freddo al caldo (2 punti).

14. a) Il blocco si raffredda fino a 10 °C (il lago, enorme, non cambia temperatura): calore ceduto 0,50 kg × 385 J/(kg·K) × 90 K ≈ $1{,}73 \times 10^4$ J; il blocco ha $Q \approx -1{,}73 \times 10^4$ J, il lago lo stesso valore positivo (1 punto). b) Percorso reversibile sostitutivo: un raffreddamento lento a contatto con sorgenti via via più fredde. $\Delta S_{blocco} = mc \ln(T_{fin}/T_i)$ = 0,50 kg × 385 J/(kg·K) × ln(283 K/373 K) = 192,5 J/K × (−0,276) ≈ −53,1 J/K (2 punti). c) Il lago è una sorgente a temperatura costante: $\Delta S_{lago} = Q/T = 1{,}73 \times 10^4$ J/283 K ≈ +61,2 J/K (1 punto). d) $\Delta S_{universo}$ = −53,1 J/K + 61,2 J/K ≈ +8,1 J/K (1 punto). È positiva, come richiede il secondo principio per un processo irreversibile (passaggio di calore con una differenza finita di temperatura); l'entropia del blocco diminuisce, ma quella del lago aumenta di più. Energia degradata: $T_0 \Delta S_{universo}$ = 283 K × 8,06 J/K ≈ $2{,}3 \times 10^3$ J, il lavoro che una macchina reversibile fra blocco e lago avrebbe potuto ricavare (1 punto).

15. a) A volume costante $Q = nc_V \Delta T$, quindi $Q/\Delta T = nc_V$. Dai dati $Q/\Delta T$ = 2,10; 2,06; 2,09; 2,08 J/K, media 2,08 J/K (oppure pendenza della retta Q–ΔT passante per l'origine) (1 punto); c_V = 2,08 J/K / 0,100 mol ≈ 20,8 J/(mol·K) (1 punto). b) c_V/R = 20,8/8,314 ≈ 2,50: è il valore (5/2)R previsto per un gas biatomico, mentre un monoatomico avrebbe (3/2)R = 12,5 J/(mol·K) (1 punto). c) Relazione di Mayer: $c_p = c_V + R$ ≈ 29,1 J/(mol·K) (1 punto); $\gamma = c_p/c_V \approx 1{,}40$ (1 punto). d) $Q = nc_p \Delta T$ = 0,100 mol × 29,1 J/(mol·K) × 10 K ≈ 29 J; $W = p\Delta V = nR\Delta T$ = 0,100 × 8,314 × 10 J ≈ 8,3 J. Controllo: $\Delta U = Q - W \approx 21$ J = $nc_V \Delta T$ (1 punto).

16. a) $T_A = p_A V_A/(nR)$ = 400 J/(0,120 mol × 8,314 J/(mol·K)) ≈ 401 K (1 punto). Lungo l'isobara T è proporzionale a V: $T_B = 3T_A \approx 1203$ K ≈ $1{,}20 \times 10^3$ K (1 punto). C e A stanno sulla stessa isoterma: $T_C = T_A \approx$ 401 K; $p_C = p_A V_A/V_C$ = 400 J/6,00 L ≈ 66,7 kPa (1 punto). b) A → B, isobara (2 punti): $W = p\Delta V$ = 200 kPa × 4,00 L = +800 J; $\Delta U = n(3/2)R\Delta T = (3/2)p\Delta V$ = +1200 J; per il primo principio $Q = \Delta U + W$ = +2000 J (assorbito; stesso valore con $nc_p\Delta T$). B → C, isocora (2 punti): $W = 0$; $\Delta U = nc_V(T_C - T_B)$ = −1200 J; $Q = \Delta U$ = −1200 J (ceduto). C → A, isoterma (2 punti): $\Delta U = 0$ perché T non cambia; $W = nRT \ln(V_A/V_C)$ = 400 J × ln(1/3) ≈ −439 J (compressione); $Q = W \approx -439$ J (ceduto). c) W_{netto} = 800 J + 0 − 439 J ≈ 361 J; Q_{netto} = 2000 J − 1200 J − 439 J ≈ 361 J: coincidono perché in un ciclo $\Delta U = 0$ (somma dei ΔU: 1200 − 1200 + 0 = 0) (2 punti). Il ciclo è percorso in senso orario (espansione in alto, compressione in basso) e il lavoro netto è positivo: è una macchina termica (1 punto). d) Il gas assorbe calore solo lungo A → B: $\eta = W_{netto}/Q_{ass}$ = 361 J/2000 J ≈ 0,180 = 18,0% (3 punti; il calore ceduto non va sottratto al denominatore). e) η_C = 1 − 401 K/1203 K = 1 − 1/3 ≈ 66,7% (1 punto). Il ciclo rende circa il 27% del limite di Carnot (1 punto). La differenza nasce dal fatto che il gas scambia calore a temperature molto diverse da quelle estreme: lungo l'isobara assorbe calore anche a temperature ben più basse di 1203 K e lungo l'isocora lo cede a temperature ben più alte di 401 K; se lo scambio avviene con sorgenti a temperatura diversa da quella del gas il processo è irreversibile, e solo una macchina che scambia calore con due sole sorgenti lungo isoterme reversibili raggiunge η_C (1 punto).

17. a) $\eta_C = 1 - T_f/T_c = 1 - 300$ K/500 K = 0,400 = 40,0% (2 punti); $W_{max} = \eta_C Q_c$ = 0,400 × 1000 J = 400 J (1 punto). b) Per il primo principio sul ciclo ($\Delta U = 0$): $|Q_f| = Q_c - W$ = 1000 J − 300 J = 700 J (1 punto). La macchina torna allo stato iniziale, quindi la sua entropia non cambia; la sorgente calda cede 1000 J: ΔS_c = −1000 J/500 K = −2,00 J/K; la sorgente fredda riceve 700 J: ΔS_f = +700 J/300 K ≈ +2,33 J/K (2 punti). $\Delta S_{universo} \approx$ +0,33 J/K > 0: la macchina è irreversibile (1 punto). c) Energia degradata: $T_0 \Delta S_{universo}$ = 300 K × 0,333 J/K = 100 J (2 punti), proprio uguale al lavoro perduto rispetto alla macchina di Carnot, 400 J − 300

J = 100 J (1 punto). d) Con $W = 450$ J la macchina cederebbe 550 J alla sorgente fredda: $\Delta S_{\text{universo}} = -2{,}00$ J/K + 550 J/300 K ≈ −2,00 J/K + 1,83 J/K ≈ −0,17 J/K < 0. L'entropia del sistema isolato macchina + sorgenti diminuirebbe, contro il secondo principio: l'affermazione è falsa (il suo rendimento, 45%, supererebbe il 40% di Carnot) (3 punti). Traccia dell'argomento generale (3 punti): in un ciclo l'entropia della macchina non cambia; la sorgente calda perde Q_c/T_c, la fredda guadagna $|Q_f|/T_f$. Il secondo principio richiede $-Q_c/T_c + |Q_f|/T_f \geq 0$, cioè $|Q_f|/Q_c \geq T_f/T_c$, e quindi $\eta = 1 - |Q_f|/Q_c \leq 1 - T_f/T_c = \eta_C$, con l'uguaglianza solo per una macchina reversibile. (Equivalente: se una macchina superasse η_C, accoppiandola a una macchina di Carnot percorsa al contrario si otterrebbe come unico risultato la trasformazione in lavoro del calore di una sola sorgente, contro l'enunciato di Kelvin.)

18. a) Le pareti sono isolanti: $Q = 0$. Il gas si espande nel vuoto, senza nulla che si opponga: $W = 0$. Per il primo principio $\Delta U = Q - W = 0$; per un gas perfetto U dipende solo da T, quindi la temperatura finale resta 400 K (3 punti). b) Il processo reale è irreversibile, non passa per stati di equilibrio e non si disegna nel piano p–V; la definizione $\Delta S = \Sigma Q_{\text{rev}}/T$ vale solo lungo un percorso reversibile, e $Q = 0$ del processo reale non dà l'entropia (1 punto). Poiché l'entropia è una funzione di stato, si usa un'isoterma reversibile a 400 K fra gli stessi stati, da 5,00 L a 10,0 L: $\Delta S = nR \ln(V_f/V_i) = 0{,}250$ mol × 8,314 J/(mol·K) × ln 2 ≈ +1,44 J/K (3 punti). c) Il numero di microstati con k molecole a sinistra è il coefficiente binomiale: 1, 8, 28, 56, 70, 56, 28, 8, 1 per $k = 0, 1, \ldots, 8$, in tutto $2^8 = 256$ microstati ugualmente probabili (3 punti). Tutte a sinistra: 1/256 ≈ 0,39% (1 punto). Macrostato «4 e 4»: 70/256 ≈ 27% (1 punto). d) Ogni molecola passa da 1 a 2 posizioni possibili, quindi il numero di microstati è moltiplicato per 2^N: $\Delta S = k_B \ln(W_{\text{fin}}/W_i) = Nk_B \ln 2 = nN_A k_B \ln 2 = nR \ln 2$. Con $N = 0{,}250 \times 6{,}02 \times 10^{23} \approx 1{,}51 \times 10^{23}$ molecole: $\Delta S \approx 1{,}51 \times 10^{23} \times 1{,}38 \times 10^{-23}$ J/K × 0,693 ≈ 1,44 J/K, come al punto b) (2 punti). Traccia (2 punti): il ritorno spontaneo di tutto il gas a sinistra non viola il primo principio ($\Delta U = 0$), ma è un macrostato con un solo microstato su 2^N: con $N \approx 1{,}5 \times 10^{23}$ la sua probabilità è $2^{-1{,}5 \times 10^{23}}$, un numero così piccolo che il fatto non si osserverà mai. L'irreversibilità è un'improbabilità schiacciante: il sistema evolve verso i macrostati con molti più microstati, cioè verso l'entropia maggiore.