CAPITOLO

16

Le sorgenti del campo magnetico

Ogni campo magnetico, da quello di una calamita da frigorifero a quello della Terra, ha la stessa origine: cariche elettriche in movimento.

OBIETTIVI

1. Calcolare il campo magnetico di un filo rettilineo, al centro di una spira e dentro un solenoide, e trovarne il verso con la regola della mano destra.
2. Ricavare la forza fra due fili paralleli percorsi da corrente e spiegare come era definito l'ampere fino al 2019.
3. Calcolare il flusso del campo magnetico ed enunciare il teorema di Gauss per il magnetismo, collegandolo all'assenza di monopoli magnetici.
4. Calcolare la circuitazione del campo magnetico, enunciare il teorema di Ampère e usarlo per ricavare il campo di un solenoide e di un toroide.
5. Confrontare flusso e circuitazione dei campi elettrico e magnetico statici.
6. Distinguere sostanze diamagnetiche, paramagnetiche e ferromagnetiche e interpretare il ciclo di isteresi.

INDICE DEL CAPITOLO

16.1 Il campo magnetico di un filo rettilineo 2
16.2 Le forze fra due correnti 6
16.3 Il campo di una spira e di un solenoide 9
16.4 Il flusso del campo magnetico e il teorema di Gauss 12
16.5 La circuitazione del campo magnetico e il teorema di Ampère 14
16.6 Il magnetismo nella materia 21

Fisica 4 · Parte V · Il campo magnetico · versione 1.0
Capitolo 16: Le sorgenti del campo magnetico · pagine 481–512 del volume completo · estratto per lo studio

Avvicina una calamita da frigorifero a una bussola, poi avvicina la stessa bussola a un filo percorso da corrente: in entrambi i casi l'ago ruota. Nel capitolo precedente abbiamo studiato che cosa fa il campo magnetico: spinge i fili percorsi da corrente, fa ruotare le spire, curva le traiettorie delle cariche in moto. Resta la domanda opposta: **da dove viene** il campo magnetico? La risposta che la fisica ha trovato nel corso dell'Ottocento è sorprendentemente semplice. Ogni campo magnetico è prodotto da cariche elettriche in movimento: dalle correnti nei fili, e dalle correnti microscopiche che circolano dentro gli atomi, anche in quelli di una calamita.

In questo capitolo partiamo dalla sorgente più semplice, il filo rettilineo, e ne ricaviamo una conseguenza notevole: due correnti si attirano o si respingono, e per molti decenni proprio questa forza è servita a definire l'ampere. Passeremo poi alla spira e al solenoide, il dispositivo che produce un campo uniforme come il condensatore piano produce un campo elettrico uniforme. Nella seconda metà del capitolo descriveremo il campo magnetico con le stesse due grandezze che abbiamo usato per il campo elettrico nei capitoli 10 e 11, il **flusso** e la **circuitazione**: il confronto fra i due campi, riassunto in quattro relazioni, è il ponte verso le equazioni di Maxwell che studierai il prossimo anno. Chiuderemo con il magnetismo nella materia, che spiega perché il ferro si magnetizza e come funziona una calamita permanente.

16.1 Il campo magnetico di un filo rettilineo

16.1.1 Le linee di campo: circonferenze attorno al filo

Facciamo passare un lungo filo verticale attraverso un foglio di cartoncino orizzontale e spargiamo sul cartoncino un po' di limatura di ferro. Quando nel filo passa una corrente intensa, di qualche decina di ampere (bastano pochi secondi, con un alimentatore a bassa tensione adatto), e diamo qualche colpetto al cartoncino, la limatura si dispone in cerchi concentrici attorno al filo. Alcune piccole bussole appoggiate sul cartoncino si orientano tangenti a quei cerchi. Le linee del campo magnetico di un filo rettilineo sono quindi **circonferenze** che giacciono in piani perpendicolari al filo e hanno il centro sul filo (Figura 16.1a). Non hanno un punto di partenza né un punto di arrivo: si chiudono su se stesse. È una prima, importante differenza rispetto alle linee del campo elettrico di una carica puntiforme, che partono dalla carica e si allontanano in direzione radiale (capitolo 10).

Il verso delle linee dipende dal verso della corrente e si trova con la **regola della mano destra avvolgente**: si immagina di afferrare il filo con la mano destra, con il pollice disteso nel verso (convenzionale) della corrente; le altre dita, piegate attorno al filo, indicano il verso delle linee di campo. Nella Figura 16.1a la corrente esce dal foglio, verso chi guarda (simbolo ⊙): le linee, viste dall'alto, girano in verso antiorario. Se la corrente entrasse nel foglio (simbolo ⊗) gi-

rerebbero in verso orario. In ogni punto il vettore $\boldsymbol{B}$ è tangente alla circonferenza che passa per quel punto: è perpendicolare sia al filo sia al raggio che congiunge il filo al punto.

16.1.2 Quanto è intenso: la legge di Biot–Savart

Nell'autunno del 1820, pochi mesi dopo la scoperta di Ørsted, Jean-Baptiste Biot e Félix Savart misurarono come l'azione magnetica di un lungo filo rettilineo dipende dalla corrente e dalla distanza, osservando il periodo di oscillazione di un ago magnetico posto a distanze diverse dal filo. Trovarono che l'intensità del campo è **direttamente proporzionale alla corrente** I e **inversamente proporzionale alla distanza** r dal filo. Nella forma moderna:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

Questa relazione è la **legge di Biot–Savart** per il filo rettilineo. (Con lo stesso nome si indica anche una legge più generale, che dà il contributo di ogni piccolo tratto di un circuito qualsiasi; usarla richiede gli strumenti dell'analisi matematica, che studierai il prossimo anno. Qui ci servono solo alcune sue conseguenze.) La costante μ_0 è la **permeabilità magnetica del vuoto**:

$$\mu_0 = 1{,}256\,637 \times 10^{-6}\ \text{T·m/A} \approx 4\pi \times 10^{-7}\ \text{T·m/A}$$

Fino al 2019 il valore $4\pi \times 10^{-7}$ T·m/A era esatto per definizione, perché era legato alla definizione dell'ampere (lo vedremo fra poco). Con la ridefinizione del Sistema Internazionale del 2019, μ_0 è diventata una grandezza misurata: differisce da $4\pi \times 10^{-7}$ T·m/A per meno di una parte su un miliardo, e negli esercizi useremo sempre questo valore. Controlliamo le unità: (T·m/A)·A/m = T, come deve essere.

La formula vale per un filo **molto lungo** rispetto alla distanza r, che si misura dall'asse del filo, in un punto esterno al filo. Alcuni numeri danno l'idea delle intensità in gioco. Un filo percorso da 10 A produce a 1 cm di distanza un campo $B = (2 \times 10^{-7}\ \text{T·m/A}) \times (10\ \text{A})/(0{,}01\ \text{m}) = 2 \times 10^{-4}$ T, circa quattro volte il campo magnetico terrestre (Tabella A.9); a 1 m il campo si riduce a 2×10^{-6} T, una ventina di volte meno del campo terrestre. Per questo l'esperimento di Ørsted riesce solo con la bussola vicina al filo. Il grafico di B in funzione di r (Figura 16.1b) è un ramo di iperbole equilatera, perché il prodotto $B \cdot r = \mu_0 I/(2\pi)$ è costante: raddoppiando la distanza il campo si dimezza.

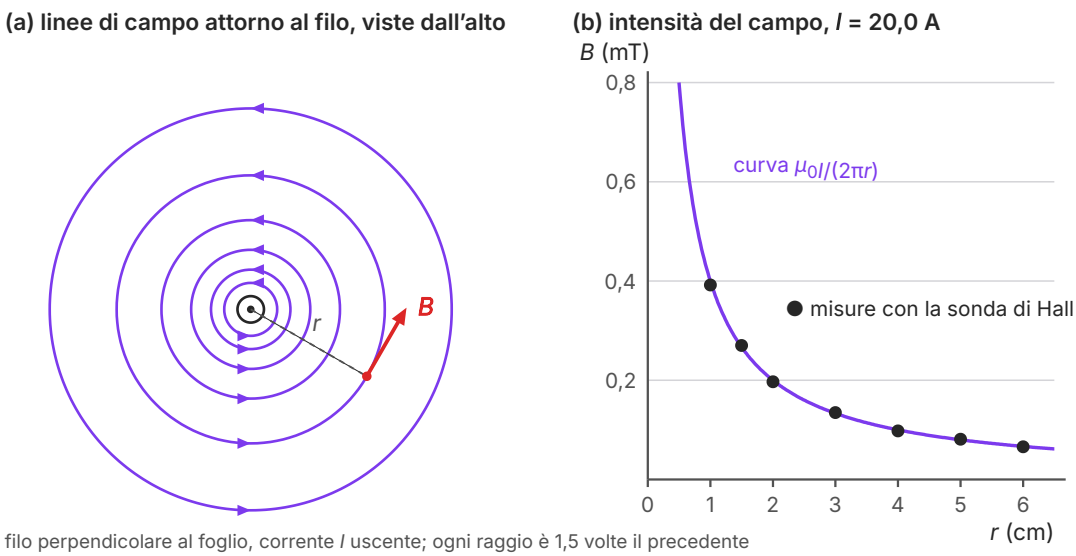


Figura 16.1 Il campo magnetico di un lungo filo rettilineo. (a) Le linee di campo, viste dall'alto, sono circonferenze centrate sul filo; la corrente esce dal foglio e le linee girano in verso antiorario (regola della mano destra avvolgente). Il vettore $\vec{B}$ è tangente alla linea, perpendicolare al raggio r. I raggi crescono in progressione geometrica, così la densità delle linee diminuisce come $1/r$, come l'intensità del campo. (b) B in funzione di r per I = 20,0 A: la curva è calcolata con la legge di Biot–Savart, i punti sono le misure della Tabella 16.1.

Nella Figura 16.1a i raggi delle circonferenze crescono ogni volta di un fattore 1,5: la distanza fra due linee vicine è proporzionale a r, quindi il numero di linee per unità di lunghezza, nella direzione radiale, diminuisce come $1/r$. Il disegno rispetta così la regola già usata per il campo elettrico: dove le linee sono più fitte il campo è più intenso.

Se i fili sono più di uno, vale il principio di sovrapposizione nella forma che abbiamo usato per il campo elettrico (capitolo 10): il campo magnetico in un punto è la somma **vettoriale** dei campi prodotti nello stesso punto dai singoli fili, ciascuno calcolato come se fosse da solo.

ESEMPIO SVOLTO

Misurare μ_0 con un filo e una sonda di Hall

Problema. Un lungo filo rettilineo è percorso da una corrente $I = (20{,}0 \pm 0{,}1)$ A. Con una sonda di Hall (capitolo 15), azzerata a corrente spenta per eliminare il campo terrestre, si misura il campo a diverse distanze dall'asse del filo (Tabella 16.1). Verifica che B è inversamente proporzionale a r e ricava dai dati una stima di μ_0.

Tabella 16.1 Campo magnetico a distanza r dall'asse di un filo percorso da 20,0 A (dati tipici; r ± 0,05 cm, B ± 1%).

r (cm)	$1/r$ (m^{-1})	B (mT)	$B \cdot r$ (10^{-6} T·m)
1,0	100	0,392	3,92
1,5	66,7	0,270	4,05
2,0	50,0	0,197	3,94
3,0	33,3	0,135	4,05
4,0	25,0	0,098	3,92
5,0	20,0	0,081	4,05
6,0	16,7	0,066	3,96

Passo 1: che cosa aspettarsi. Se vale la legge di Biot–Savart, $B = [\mu_0 I/(2\pi)] \cdot (1/r)$: il grafico di B in funzione di $1/r$ deve essere una retta passante per l'origine, e il prodotto $B \cdot r$ deve essere lo stesso per tutte le misure.

Passo 2: il controllo sui dati. L'ultima colonna della tabella riporta $B \cdot r$, con B in tesla e r in metri (per esempio $0{,}392 \times 10^{-3}$ T × 0,010 m = $3{,}92 \times 10^{-6}$ T·m). Mentre r cresce di un fattore 6, i sette prodotti restano fra 3,92 e 4,05 (× 10^{-6} T·m): oscillano di circa ±1,6% attorno alla media, quanto ci si aspetta dalle incertezze di misura (1% su B, fino al 5% su r per il punto più vicino). I dati sono quindi compatibili con $B \propto 1/r$; nella Figura 16.1b i punti cadono infatti sulla curva calcolata.

Passo 3: la stima di μ_0. La media dei prodotti è $B \cdot r = 3{,}98 \times 10^{-6}$ T·m. Da $B \cdot r = \mu_0 I/(2\pi)$:

$$\mu_0 = \frac{2\pi\,(B \cdot r)}{I} = \frac{2\pi \times 3{,}98 \times 10^{-6}\ \text{T·m}}{20{,}0\ \text{A}} = 1{,}25 \times 10^{-6}\ \text{T·m/A}$$

Passo 4: l'incertezza e il confronto. L'incertezza relativa della media è circa il 2% (la semidispersione dei prodotti, 1,6%, più lo 0,5% della corrente), quindi $\mu_0 = (1{,}25 \pm 0{,}03) \times 10^{-6}$ T·m/A. Il valore accettato, $1{,}257 \times 10^{-6}$ T·m/A, è dentro l'intervallo: la misura è compatibile.

Controllo. Con il valore accettato, a $r = 2{,}0$ cm la legge prevede $B = 2 \times 10^{-7} \times 20{,}0/0{,}020$ T $= 2{,}00 \times 10^{-4}$ T $= 0{,}200$ mT; la misura, 0,197 mT, differisce dell'1,5%.

16.2 Le forze fra due correnti

16.2.1 Due fili paralleli

Nel settembre del 1820 André-Marie Ampère mostrò all'Accademia delle Scienze di Parigi che due fili paralleli percorsi da corrente esercitano l'uno sull'altro una forza, anche senza calamite nelle vicinanze: si **attraggono** se le correnti hanno lo stesso verso (correnti *concordi*), si **respingono** se hanno versi opposti (correnti *discordi*). Con i risultati che abbiamo possiamo ricavare questa forza.

Consideriamo due lunghi fili paralleli, a distanza d, percorsi dalle correnti I_1 e I_2 (Figura 16.2). Il filo 1 produce, nei punti del filo 2, un campo di intensità

$$B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi d}$$

Le linee del campo del filo 1 sono circonferenze centrate sul filo 1, e il filo 2 le attraversa perpendicolarmente: $\boldsymbol{B}_1$ è perpendicolare al filo 2 in ogni suo punto. Su un tratto di lunghezza L del filo 2 agisce allora la forza studiata nel capitolo 15, $\boldsymbol{F} = I\,\boldsymbol{L} \times \boldsymbol{B}$, con $\operatorname{sen}\theta = \operatorname{sen} 90° = 1$. La sua intensità è $F = I_2 L B_1$, e quindi la forza per unità di lunghezza è

$$\frac{F}{L} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d}$$

Ripetendo il ragionamento per la forza che il filo 2 esercita sul filo 1 si ottiene la stessa espressione, perché I_1 e I_2 compaiono in modo simmetrico: le due forze hanno la stessa intensità e versi opposti, come vuole il terzo principio della dinamica. Questo vale anche quando le correnti sono diverse e, di conseguenza, il filo 1 «sente» un campo diverso da quello che sente il filo 2.

Il verso si trova con le regole della mano destra, come nella Figura 16.2. Nel caso (a) entrambe le correnti salgono. Il campo del filo 1 nella posizione del filo 2, che sta alla sua destra, entra nel foglio (⊗); la forza $\boldsymbol{F}_2 = I_2\boldsymbol{L} \times \boldsymbol{B}_1$, con $\boldsymbol{L}$ verso l'alto e $\boldsymbol{B}_1$ entrante, punta verso sinistra, cioè verso il filo 1. Nel caso (b) la corrente del filo 2 scende, $\boldsymbol{L}$ cambia verso e la forza si inverte: i fili si respingono.

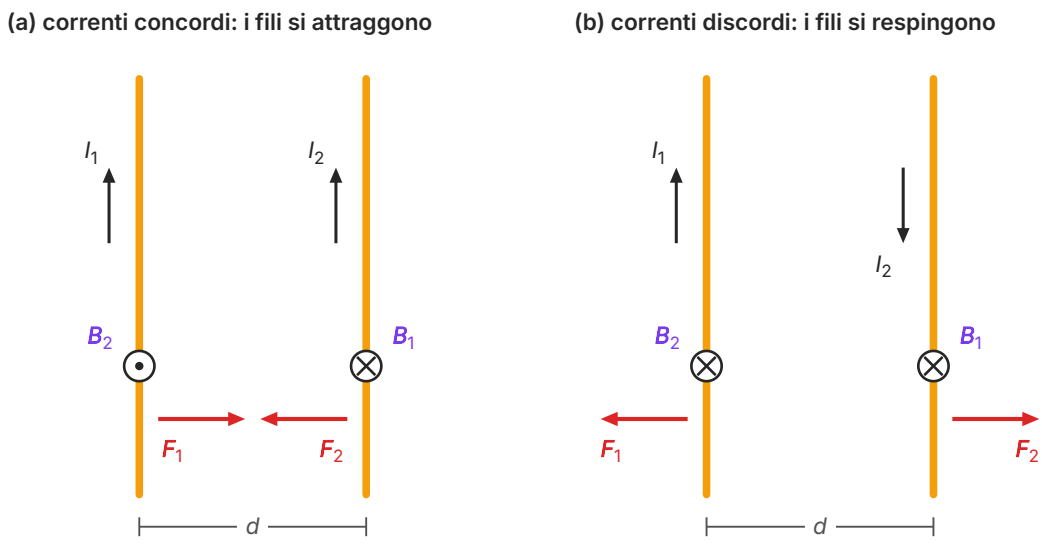


Figura 16.2 Forze fra due lunghi fili paralleli a distanza d. In ciascun filo è indicato il campo prodotto dall'altro filo (⊙ uscente dal foglio, ⊗ entrante) e la forza che ne risulta, calcolata con $\boldsymbol{F} = I\boldsymbol{L} \times \boldsymbol{B}$. (a) Correnti concordi: i fili si attraggono. (b) Correnti discordi: i fili si respingono. In entrambi i casi le due forze hanno la stessa intensità $\mu_0 I_1 I_2 L/(2\pi d)$.

ERRORE FREQUENTE

«Correnti nello stesso verso si respingono, come cariche dello stesso segno.» **No:** per le correnti la regola è opposta a quella delle cariche. Due cariche positive ferme si respingono; due fili con correnti concordi si attraggono, e si respingono quelli con correnti discordi. Le due regole non si contraddicono, perché descrivono interazioni diverse: la forza elettrica agisce fra cariche, anche ferme; la forza magnetica fra cariche in moto.

Un secondo errore è pensare che il filo con la corrente più intensa eserciti una forza maggiore sull'altro di quella che riceve. La formula $F/L = \mu_0 I_1 I_2/(2\pi d)$ è simmetrica: con 10 A e 1 A, le forze sui due fili sono uguali e opposte.

ESEMPIO SVOLTO

Due fili paralleli: campi, forza e punto di campo nullo

Problema. Due lunghi fili paralleli, distanti $d = 8{,}0$ cm, sono percorsi da correnti concordi $I_1 = 30$ A e $I_2 = 50$ A. Calcola: a) il campo che ciascun filo produce nella posizione dell'altro; b) la forza per metro di lunghezza fra i fili, dicendo se è attrattiva o repulsiva; c) in quale punto del segmento che congiunge i fili il campo magnetico totale è nullo.

Soluzione. a) Per la legge di Biot–Savart, con $\mu_0/(2\pi) = 2 \times 10^{-7}$ T·m/A:

$$B_1 = 2 \times 10^{-7}\ \text{T·m/A} \times \frac{30\ \text{A}}{0{,}080\ \text{m}} = 7{,}5 \times 10^{-5}\ \text{T} \qquad B_2 = 2 \times 10^{-7}\ \text{T·m/A} \times \frac{50\ \text{A}}{0{,}080\ \text{m}} = 1{,}25 \times 10^{-4}\ \text{T}$$

b) Sul filo 2 agisce, per metro, $F/L = I_2 B_1 = 50\ \text{A} \times 7{,}5 \times 10^{-5}\ \text{T} = 3{,}75 \times 10^{-3}$ N/m $\approx 3{,}8 \times 10^{-3}$ N/m. Sul filo 1 agisce $I_1 B_2 = 30\ \text{A} \times 1{,}25 \times 10^{-4}\ \text{T} = 3{,}75 \times 10^{-3}$ N/m: lo stesso valore, anche se i due campi sono diversi. Le correnti sono concordi: la forza è attrattiva.

c) Fra i due fili i campi hanno versi opposti: con la regola della mano destra avvolgente, se i fili sono verticali e le correnti salgono, alla destra del filo 1 il suo campo entra nel foglio, mentre alla sinistra del filo 2 il campo del filo 2 esce dal foglio. Il campo totale si annulla nel punto, a distanza x dal filo 1, in cui le due intensità sono uguali:

$$\frac{\mu_0 I_1}{2\pi x} = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi (d - x)} \Rightarrow x = \frac{I_1}{I_1 + I_2} d = \frac{30}{80} \times 8{,}0\ \text{cm} = 3{,}0\ \text{cm}$$

Controllo. Il punto è più vicino al filo con la corrente minore, come deve essere: per compensare il campo del filo più «forte» bisogna stare più lontani da esso. Verifica numerica: $2 \times 10^{-7} \times 30/0{,}030 = 2{,}0 \times 10^{-4}$ T e $2 \times 10^{-7} \times 50/0{,}050 = 2{,}0 \times 10^{-4}$ T.

APPROFONDIMENTO

Come si definisce l'ampere

Per buona parte del Novecento, fino al 2019, l'ampere è stato definito proprio a partire dalla forza fra due fili: un ampere era la corrente costante che, mantenuta in due conduttori rettilinei paralleli, di lunghezza infinita e sezione trascurabile, posti nel vuoto a 1 m di distanza, produce fra di essi una forza di 2×10^{-7} N per ogni metro di lunghezza. Sostituendo $I_1 = I_2 = 1$ A e $d = 1$ m nella formula della forza si ottiene $F/L = \mu_0/(2\pi) \times 1\ \text{A}^2/\text{m}$: perché valga 2×10^{-7} N/m, μ_0 deve essere esattamente $4\pi \times 10^{-7}$ T·m/A. Ecco perché, con quella definizione, μ_0 era un numero esatto.

La definizione era elegante, ma difficile da realizzare: nessun filo è infinito, e le forze in gioco sono piccolissime. Dal 2019 il Sistema Internazionale fissa invece il valore esatto della carica elementare, $e = 1{,}602\ 176\ 634 \times 10^{-19}$ C, e l'ampere è la corrente che corrisponde al passaggio di $1/(1{,}602\ 176\ 634 \times 10^{-19}) \approx 6{,}24 \times 10^{18}$ cariche elementari al secondo (capitolo 13). Il prezzo da pagare è che μ_0 è diventata una grandezza da misurare; il guadagno è che l'unità di corrente non dipende più da un esperimento ideale impossibile da costruire, ma da una costante della natura.

16.3 Il campo di una spira e di un solenoide

16.3.1 Il campo al centro di una spira

Pieghiamo il filo a formare una circonferenza di raggio R: otteniamo una spira circolare. Applicando a ciascun tratto della spira la regola della mano destra avvolgente si vede che, al centro, tutti i tratti producono un campo nella **stessa** direzione, perpendicolare al piano della spira, e con lo stesso verso: i contributi si sommano senza annullarsi. Con la legge di Biot–Savart generale si ricava che l'intensità del campo al centro è

$$B = \frac{\mu_0 I}{2R}$$

(lo dimostrerai con gli strumenti dell'analisi matematica). Se la bobina è formata da N spire sovrapposte, i contributi si sommano e $B = \mu_0 NI/(2R)$. Il risultato è plausibile: un filo rettilineo a distanza R dà $\mu_0 I/(2\pi R)$, mentre nella spira tutto il filo si trova alla distanza R dal centro e tutti i contributi hanno lo stesso verso; il campo è π volte più intenso. Per esempio, una spira di raggio 5,0 cm percorsa da 10 A produce al centro $B = 4\pi \times 10^{-7} \times 10/(2 \times 0{,}050)\ \text{T} = 1{,}3 \times 10^{-4}$ T.

Anche il verso si trova con la mano destra, usata «al contrario» rispetto al filo: si piegano le dita nel verso in cui la corrente percorre la spira, e il pollice indica il verso del campo al centro e lungo l'asse.

16.3.2 Una spira è una piccola calamita

La Figura 16.3a mostra le linee del campo di una spira, calcolate punto per punto con la legge di Biot–Savart, in un piano che contiene l'asse. Vicino al filo sono quasi circonferenze, come quelle di un filo rettilineo; al centro sono quasi parallele all'asse; lontano dalla spira assomigliano in modo impressionante a quelle di un piccolo ago magnetico. Le linee escono da una faccia della spira e rientrano dall'altra: la faccia da cui escono si comporta come un polo nord, l'altra come un polo sud. Guardando la spira dal lato della faccia nord, la corrente gira in verso antiorario.

L'analogia non è solo di forma. Nel capitolo 15 abbiamo visto che una spira in un campo esterno subisce un momento torcente che tende ad allineare il suo momento magnetico $\boldsymbol{m}$, perpendicolare alla spira e orientato con la regola della mano destra, al campo $\boldsymbol{B}$. Il momento magnetico punta proprio dalla faccia sud alla faccia nord: una spira libera di ruotare si orienta come l'ago di una bussola. E due spire coassiali percorse da correnti nello stesso verso si attraggono, come due calamite affacciate con poli opposti: è la stessa attrazione fra correnti concordi del paragrafo precedente.

16.3.3 Il solenoide

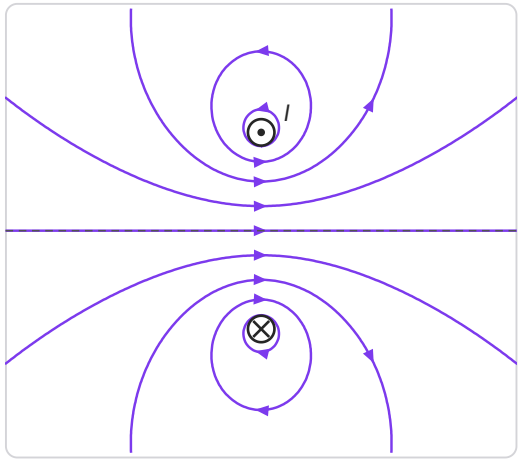
Un **solenoide** è un filo avvolto ad elica in molte spire vicine, su una lunghezza grande rispetto al raggio delle spire. Il suo campo è la somma dei campi delle singole spire (Figura 16.3b). All'interno i campi delle spire hanno tutti lo stesso verso e si rinforzano: il campo è intenso, diretto lungo l'asse e quasi **uniforme**. All'esterno i contributi delle spire tendono a compensarsi e il campo è debole. Le linee escono da un'estremità e rientrano dall'altra dopo un ampio giro all'esterno: fuori dal solenoide il disegno è quello di una calamita a sbarra, con il polo nord all'estremità da cui le linee escono.

Per un solenoide lungo, lontano dalle estremità, l'intensità del campo interno è

$$B = \mu_0 n I \qquad \text{con } n = \frac{N}{L}$$

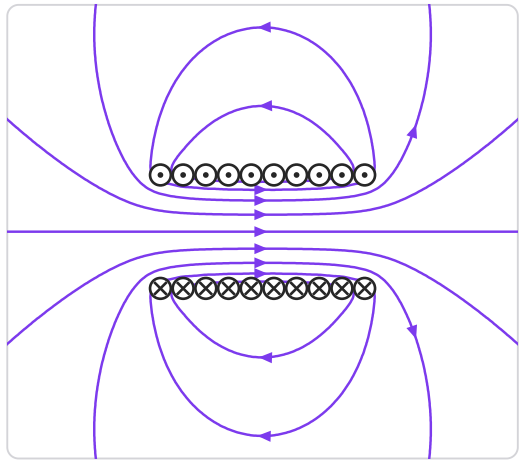
dove n è il numero di spire per metro (N spire su una lunghezza L). La dimostreremo più avanti con il teorema di Ampère. Due fatti meritano subito attenzione: il campo non dipende dal raggio delle spire, e non dipende dalla posizione all'interno, purché si resti lontani dalle estremità. Un solenoide di 1000 spire su 50 cm (n = 2000 spire/m) percorso da 2,0 A produce $B = 4\pi \times 10^{-7} \times 2000 \times 2{,}0\ \text{T} = 5{,}0 \times 10^{-3}\ \text{T}$, un centinaio di volte il campo terrestre. Il solenoide è per il campo magnetico ciò che il condensatore piano è per il campo elettrico (capitolo 12): il modo più semplice di produrre un campo uniforme e di intensità nota.

(a) una spira circolare (sezione)



a destra la faccia nord della spira, a sinistra la faccia sud (linee calcolate con la legge di Biot–Savart)

(b) un solenoide di 10 spire (sezione)



dentro il campo è quasi uniforme; fuori è debole e somiglia a quello di una calamita a sbarra

Figura 16.3 Linee del campo magnetico calcolate con la legge di Biot–Savart, nella sezione con un piano che contiene l'asse (⊙ corrente uscente dal foglio, ⊗ entrante). (a) Una spira circolare: vicino al filo le linee girano attorno a esso, al centro sono quasi parallele all'asse, lontano somigliano a quelle di un ago magnetico; la faccia di destra, da cui le linee escono, è la faccia nord. (b) Un solenoide di 10 spire, lungo quattro volte il raggio: all'interno il campo è quasi uniforme, all'esterno è debole e ha la forma di quello di una calamita a sbarra.

DA RICORDARE

Filo rettilineo. Pollice della mano destra nel verso della corrente: le dita piegate danno il verso delle linee di campo, che sono circonferenze attorno al filo.

Spira e solenoide. Dita piegate nel verso della corrente nelle spire: il pollice dà il verso del campo all'interno, quindi indica il polo nord.

Forza su un filo. $\boldsymbol{F} = I\boldsymbol{L} \times \boldsymbol{B}$, con la regola della mano destra del prodotto vettoriale (capitolo 15). Due conseguenze da tenere a mente: correnti concordi si attraggono, correnti discordi si respingono.

Simboli. ⊙ indica un vettore o una corrente che esce dal foglio, ⊗ uno che entra nel foglio.

COLLEGAMENTI

Gli elettromagneti

Se dentro un solenoide si inserisce un nucleo di ferro, il campo diventa centinaia o migliaia di volte più intenso: è un **elettromagnete**. Vedremo alla fine del capitolo perché il ferro ha questo effetto. Il vantaggio rispetto a una calamita permanente è che l'elettromagnete si accende e si spegne con un interruttore e la sua intensità si regola con la corrente.

Nei centri di raccolta dei metalli le gru sollevano rottami di ferro con grandi elettromagneti a disco e li lasciano cadere togliendo la corrente. Nei **relè** una piccola corrente in una bobina attira una lamina di ferro che chiude o apre i contatti di un secondo circuito, magari percorso da una corrente molto più grande: così l'elettronica di una caldaia o di un'automobile comanda motori e resistenze. Le serrature elettriche dei portoni, i campanelli tradizionali e le elettrovalvole funzionano allo stesso modo. Gli elettromagneti più potenti, quelli degli acceleratori di particelle e degli scanner per la risonanza magnetica, usano invece bobine superconduttrici, come vedremo nell'ultimo paragrafo.

16.4 Il flusso del campo magnetico e il teorema di Gauss

16.4.1 Il flusso attraverso una superficie piana

Nel capitolo 10 abbiamo definito il flusso del campo elettrico attraverso una superficie, per analogia con la portata di un fluido. La stessa definizione si applica al campo magnetico. Se una superficie piana di area S si trova in un campo magnetico uniforme $\boldsymbol{B}$, e θ è l'angolo fra $\boldsymbol{B}$ e la normale orientata alla superficie, il **flusso del campo magnetico** attraverso la superficie è

$$\Phi(\boldsymbol{B}) = B\,S\cos\theta$$

L'unità di misura del flusso magnetico è il **weber** (Wb): 1 Wb = 1 T·m^2. Come per il campo elettrico, il flusso conta, in proporzione, quante linee di campo attraversano la superficie (Figura 16.4a): è massimo quando la superficie è perpendicolare alle linee ($\theta = 0$), nullo quando è parallela a esse ($\theta = 90°$), negativo quando le linee la attraversano in verso opposto alla normale scelta ($\theta > 90°$). Infatti $S\cos\theta$ è l'area della proiezione della superficie su un piano perpendicolare al campo: quella che le linee «vedono».

Due esempi. In molte località dell'Italia settentrionale il campo magnetico terrestre vale circa $4{,}7 \times 10^{-5}$ T ed è inclinato di circa 60° sotto l'orizzontale. Attraverso il piano di un tavolo orizzontale di 0,96 m^2, con la normale orientata verso il basso, l'angolo fra campo e normale è $90° - 60° = 30°$ e il flusso è $\Phi = 4{,}7 \times 10^{-5}\ \text{T} \times 0{,}96\ \text{m}^2 \times \cos 30° = 3{,}9 \times 10^{-5}$ Wb; con la normale orientata verso l'alto lo stesso flusso avrebbe segno negativo. Attraverso una sezione di un solenoide con $n = 1000$ spire/m, percorso da 2,0 A e con spire di raggio 2,0 cm, il flusso è $B \cdot \pi R^2 =$

$(2{,}51 \times 10^{-3}\ \text{T}) \times (1{,}26 \times 10^{-3}\ \text{m}^2) = 3{,}2 \times 10^{-6}\ \text{Wb}$. Il flusso magnetico sarà il protagonista del quinto anno, quando studierai l'induzione elettromagnetica.

16.4.2 Il teorema di Gauss per il magnetismo

Consideriamo ora una superficie **chiusa**, come una sfera o la superficie di una scatola, con la normale orientata verso l'esterno: le linee che escono contribuiscono al flusso con segno positivo, quelle che entrano con segno negativo. Per il campo elettrico il teorema di Gauss afferma che $\Phi(\boldsymbol{E}) = Q_{\text{int}}/\varepsilon_0$: le linee nascono sulle cariche positive e muoiono su quelle negative, e il flusso uscente da una superficie chiusa misura la carica che essa contiene.

Le linee del campo magnetico, invece, sono sempre **chiuse**: attorno a un filo sono circonferenze, attraverso una spira o un solenoide passano all'interno e si richiudono all'esterno. Una linea chiusa che entra in una superficie chiusa deve anche uscirne. Ogni linea, quindi, contribuisce al flusso con un ingresso e un'uscita, cioè con un contributo nullo; vale per ogni superficie chiusa e per qualunque sistema di correnti e di calamite. È il **teorema di Gauss per il magnetismo**:

$$\Phi(\boldsymbol{B}) = 0 \qquad \text{attraverso qualsiasi superficie chiusa}$$

La Figura 16.4b lo mostra per una superficie che racchiude un'estremità di un solenoide, cioè il suo polo nord: le linee che escono dalla superficie verso destra, verso l'alto e verso il basso sono esattamente quelle che vi entrano da sinistra, provenendo dall'interno del solenoide. Il polo nord non è una «sorgente» di linee come lo è una carica positiva per il campo elettrico: le linee non cominciano lì, ma continuano dentro il solenoide.

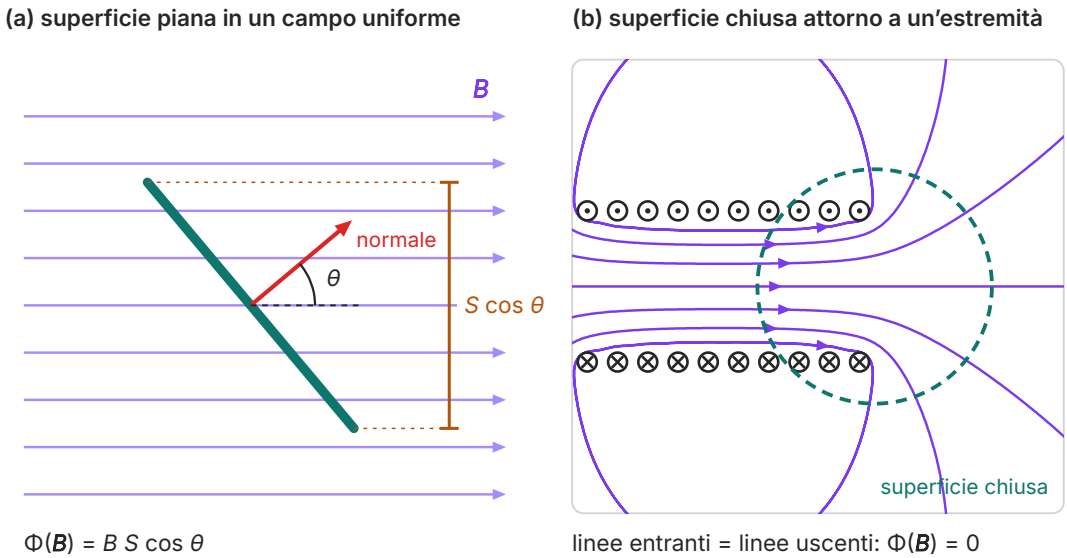


Figura 16.4 Il flusso del campo magnetico. (a) Una superficie piana, vista di taglio, in un campo uniforme: la normale forma l'angolo θ con $\boldsymbol{B}$, e il numero di linee che attraversano la superficie è proporzionale all'area proiettata $S\cos\theta$. (b) Una superficie chiusa (tratteggiata) attorno all'estremità di un solenoide di 10 spire, con linee calcolate: tutte le linee che entrano escono, e il flusso totale è zero.

Il significato fisico del teorema è profondo. Se esistesse un polo nord isolato, un monopolo magnetico (capitolo 15), una superficie chiusa che lo racchiude sarebbe attraversata da linee tutte uscenti e il flusso sarebbe diverso da zero, come per una carica elettrica. Il teorema di Gauss per il magnetismo afferma quindi che **non esistono monopoli magnetici**: è la stessa osservazione da cui siamo partiti nel capitolo 15, quando abbiamo spezzato una calamita e ottenuto due calamite, ciascuna con i suoi due poli. Molti esperimenti hanno cercato monopoli magnetici, nei raggi cosmici e negli acceleratori, e nessuno ne ha mai osservato uno.

16.5 La circuitazione del campo magnetico e il teorema di Ampère

16.5.1 La circuitazione di un campo

Nel capitolo 11 abbiamo definito la circuitazione del campo elettrostatico lungo una linea chiusa orientata: si divide la linea in tratti Δl abbastanza piccoli da considerare il campo costante su ciascuno, si moltiplica la lunghezza di ogni tratto per la componente del campo tangente alla linea, presa con il segno positivo se è concorde con il verso di percorrenza, e si sommano i prodotti. Per il campo elettrostatico il risultato è sempre zero, $\Gamma(\boldsymbol{E}) = 0$, e questa proprietà esprime il fatto che la forza elettrica è conservativa e che esiste il potenziale.

La **circuitazione del campo magnetico** lungo una linea chiusa orientata si definisce nello stesso modo:

$$\Gamma(\boldsymbol{B}) = \Sigma\, B_t\, \Delta l$$

dove B_t è la componente di $\boldsymbol{B}$ tangente alla linea nel tratto Δl. Si misura in T·m. Calcoliamola nel caso più semplice.

16.5.2 Attorno a un filo rettilineo

Scegliamo come linea chiusa una circonferenza di raggio r centrata sul filo, in un piano perpendicolare al filo, e percorriamola nel verso delle linee di campo (Figura 16.5a). In ogni punto $\boldsymbol{B}$ è tangente alla circonferenza e concorde con il verso di percorrenza, e la sua intensità è la stessa ovunque, perché tutti i punti sono alla stessa distanza dal filo. La somma è allora semplicissima: B per la lunghezza della circonferenza.

$$\Gamma(\boldsymbol{B}) = B \cdot 2\pi r = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \cdot 2\pi r = \mu_0 I$$

Il risultato non dipende dal raggio r: allontanandosi dal filo il campo diminuisce come $1/r$, ma la circonferenza si allunga in proporzione. La circuitazione dipende soltanto dalla corrente che attraversa la circonferenza. Se percorressimo la circonferenza in verso opposto, ogni B_t cambierebbe segno e otterremmo $-\mu_0 I$.

Che cosa succede lungo una linea chiusa che **non** gira attorno al filo? Prendiamo il percorso della Figura 16.5b, formato da due archi di circonferenza centrati sul filo, di raggi r_1 e r_2 e con lo stesso angolo al centro α (in radianti), e da due tratti radiali che li congiungono. Sui tratti radiali $\boldsymbol{B}$ è perpendicolare al percorso: $B_t = 0$ e il contributo è nullo. Sull'arco esterno, percorso nel verso delle linee di campo, il campo è tangente e costante e il contributo è $B_2 \cdot r_2\alpha = [\mu_0 I/(2\pi r_2)] \cdot r_2\alpha = \mu_0 I\alpha/(2\pi)$. Sull'arco interno, percorso in verso opposto al campo, il contributo è $-B_1 \cdot r_1\alpha = -\mu_0 I\alpha/(2\pi)$. La somma è zero: il campo sull'arco interno è più intenso, ma l'arco è più corto esattamente nella stessa proporzione.

Ogni linea chiusa nel piano perpendicolare al filo può essere approssimata quanto si vuole da una «scaletta» di archi centrati sul filo e di tratti radiali. Ripetendo il ragionamento si conclude che per un filo rettilineo la circuitazione vale $\pm\mu_0 I$ se la linea gira una volta attorno al filo, e zero se non lo fa. Se i fili sono più di uno, per il principio di sovrapposizione la circuitazione è la somma dei contributi dei singoli fili.

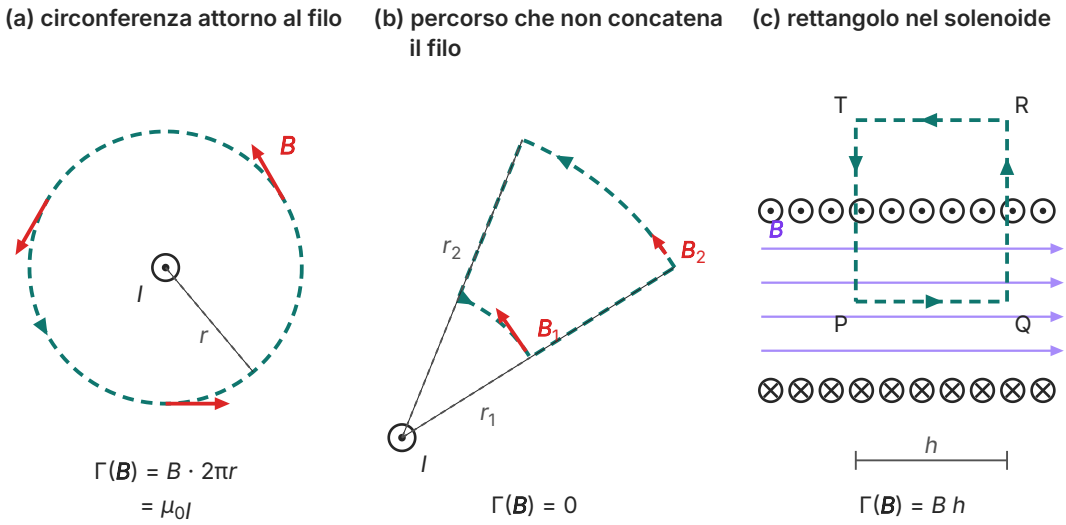


Figura 16.5 Tre linee chiuse (tratteggiate, con il verso di percorrenza) per il calcolo della circuitazione di $\boldsymbol{B}$. (a) Una circonferenza di raggio r attorno a un filo con la corrente uscente dal foglio: $\boldsymbol{B}$ è tangente e costante, e $\Gamma = B \cdot 2\pi r = \mu_0 I$. (b) Un percorso che non gira attorno al filo, fatto di due archi centrati sul filo e di due tratti radiali: sui tratti radiali $\boldsymbol{B}$ è perpendicolare al percorso, e i contributi dei due archi ($B_1 > B_2$ ma arco più corto) sono uguali e opposti. (c) Un rettangolo PQRT a cavallo delle spire di un solenoide: solo il lato PQ, interno e lungo h, dà un contributo.

16.5.3 Il teorema di Ampère

Questi risultati, verificati per il filo, valgono per qualunque distribuzione di correnti costanti nel tempo. Si dice che una corrente è **concatenata** con una linea chiusa se attraversa una qualsiasi superficie che ha quella linea come bordo, come un filo che passa attraverso un anello. Il **teorema di Ampère** afferma che la circuitazione del campo magnetico lungo una qualsiasi linea chiusa è uguale a μ_0 per la somma algebrica delle correnti concatenate con la linea:

$$\Gamma(\boldsymbol{B}) = \mu_0 \, \Sigma I_{\text{conc}}$$

Il segno di ogni corrente si stabilisce con la mano destra: si piegano le dita nel verso di percorrenza della linea; le correnti nel verso del pollice contano come positive, quelle in verso opposto come negative. Per esempio, se una linea chiusa è attraversata da un filo con 5 A nel verso del pollice e da un filo con 2 A in verso opposto, mentre un terzo filo con 4 A passa fuori, la circuitazione vale $\mu_0 \times (5\ \text{A} - 2\ \text{A}) = \mu_0 \times 3\ \text{A}$. Il teorema è utile soprattutto quando la simmetria permette di dire in anticipo che il campo, lungo un percorso ben scelto, è tangente e costante oppure perpendicolare: allora la circuitazione si calcola subito e il teorema dà l'intensità del campo.

Il caso del filo rettilineo è il primo esempio. Se si assume il teorema come legge generale, la simmetria del filo (ogni punto a distanza r è equivalente a ogni altro) impone che il campo sia tangente alle circonferenze centrate sul filo e abbia su ciascuna la stessa intensità; allora $B \cdot 2\pi r = \mu_0 I$ e si ritrova la legge di Biot–Savart. Lo stesso ragionamento dà il campo all'interno di un filo spesso, o fra i conduttori di un cavo coassiale, come vedrai negli esercizi.

ESEMPIO SVOLTO

Il campo di un solenoide ideale, passo per passo

Problema. Ricava dal teorema di Ampère il campo magnetico all'interno di un solenoide ideale, cioè infinitamente lungo e con le spire strettamente avvolte, che ha n spire per metro ed è percorso dalla corrente I.

Passo 1: la simmetria. La Figura 16.3b suggerisce, e la simmetria di un solenoide infinito conferma, che all'interno il campo è parallelo all'asse, mentre all'esterno è trascurabile: le linee che escono da un'estremità si distribuiscono in uno spazio enorme, e più il solenoide è lungo, più il campo esterno è debole. Nel solenoide ideale lo poniamo uguale a zero.

Passo 2: il percorso. Scegliamo il rettangolo PQRT della Figura 16.5c: il lato PQ, lungo h, è all'interno e parallelo all'asse; il lato RT è all'esterno; i lati QR e TP attraversano l'avvolgimento perpendicolarmente all'asse. Lo percorriamo nel verso P → Q → R → T.

Passo 3: la circuitazione, lato per lato. Su PQ il campo è tangente, concorde con il verso di percorrenza e costante: contributo Bh. Su QR e su TP il tratto interno è perpendicolare al campo ($B_t = 0$) e il tratto esterno è dove il campo è nullo: contributo zero. Su RT il campo è nullo: contributo zero. Quindi $\Gamma(\boldsymbol{B}) = Bh$.

Passo 4: le correnti concatenate. Il rettangolo è attraversato dalle spire che si trovano lungo il tratto h: sono nh, ciascuna percorsa dalla corrente I nello stesso verso. Con le dita piegate nel verso P → Q → R → T il pollice esce dal foglio, come le correnti nelle spire in alto (⊙): tutte contano con segno positivo e $\Sigma I_{conc} = nhI$.

Passo 5: il teorema. Per il teorema di Ampère $Bh = \mu_0 nhI$; la lunghezza h, scelta arbitrariamente, si semplifica:

$$B = \mu_0 nI$$

Passo 6: l'uniformità. Spostiamo il lato PQ più vicino all'asse o più vicino alle spire: il conto non cambia, e il campo risulta lo stesso in ogni punto interno. Un rettangolo con **entrambi** i lati lunghi all'interno, poi, non è attraversato da alcuna corrente, quindi i campi sui due lati devono essere uguali. Il campo dentro un solenoide ideale è uniforme e non dipende né dal raggio delle spire né dalla posizione.

Controllo. Unità: (T·m/A) × (1/m) × A = T. Valore numerico: con $n = 1000$ spire/m e $I = 2{,}0$ A, $B = 4\pi \times 10^{-7} \times 1000 \times 2{,}0$ T $= 2{,}5 \times 10^{-3}$ T. In un solenoide reale la formula vale bene lontano dalle estremità, se la lunghezza è molto maggiore del raggio; sull'asse, proprio all'estremità, il campo è circa la metà.

16.5.4 Il toroide

Se un solenoide viene piegato ad anello, fino a chiudersi su se stesso, si ottiene un **toroide**: N spire avvolte su una ciambella. Per simmetria le linee di campo all'interno sono circonferenze concentriche con l'anello. Lungo una di esse, di raggio r, il campo è tangente e costante, e la circonferenza è attraversata N volte dalla corrente I; il teorema di Ampère dà $B \cdot 2\pi r = \mu_0 N I$, cioè

$$B = \frac{\mu_0 N I}{2\pi r} \qquad \text{(all'interno del toroide)}$$

All'esterno il campo è nullo: una circonferenza che passa nel foro centrale non è attraversata da alcuna corrente, e una che gira tutto attorno all'anello è attraversata N volte verso l'alto (dal lato interno delle spire) e N volte verso il basso (dal lato esterno), con somma zero. A differenza del solenoide, il toroide non ha estremità da cui il campo possa «uscire»: il campo resta tutto chiuso nella ciambella. Per questo si usano nuclei toroidali dove si vuole un campo intenso senza disturbare i circuiti vicini, e una configurazione toroidale è alla base dei grandi reattori sperimentali per la fusione nucleare.

ERRORE FREQUENTE

«Nel teorema di Ampère contano solo le correnti concatenate, quindi il campo lungo il percorso è prodotto solo da quelle.» **No.** Il campo in ogni punto del percorso è prodotto da **tutte** le correnti, anche da quelle esterne. Le correnti non concatenate danno però, sommate lungo il percorso chiuso, un contributo nullo alla circuitazione, come abbiamo visto con il percorso della Figura 16.5b.

«Se la circuitazione è zero, il campo sul percorso è zero.» **No.** Una circonferenza attorno a due fili con correnti uguali e opposte ha circuitazione nulla, ma in ogni suo punto il campo è diverso da zero: i contributi positivi e negativi si compensano nella somma, non punto per punto. Allo stesso modo, il teorema di Gauss dice che il flusso attraverso una superficie chiusa è nullo, non che il campo è nullo sulla superficie.

COLLEGAMENTI

In laboratorio: il campo di un solenoide

Materiali. Un solenoide di $N = 400$ spire avvolte su un tubo lungo $L = (0{,}400 \pm 0{,}002)$ m, di raggio 2,0 cm; un alimentatore a bassa tensione (al massimo 12 V) con limitazione di corrente; un reostato; un amperometro (risoluzione 0,01 A); un teslametro con sonda di Hall assiale (risoluzione 0,01 mT, accuratezza ±1%). In alternativa alla sonda si può usare il magnetometro di uno smartphone, solo se il suo fondo scala, che si trova nelle specifiche, supera i campi da misurare. Per la seconda parte: una molla di rame lunga e flessibile di $N = 50$ spire, dello stesso raggio, che si può allungare.

Procedimento. 1) Monta il solenoide lontano da oggetti di ferro e con l'asse orientato in direzione est–ovest, così che il campo terrestre abbia una componente piccola lungo l'asse. 2) Inserisci la sonda fino al centro del solenoide, parallela all'asse, e azzera il teslametro a corrente spenta: in questo modo sottrai il campo terrestre e ogni campo di fondo. 3) Fai passare correnti da 0,25 A a 2,00 A, a passi di 0,25 A, e registra B per ciascuna. Ripeti la misura con la corrente invertita: il campo deve cambiare segno e conservare l'intensità; la media delle due letture elimina un eventuale residuo dell'azzeramento. 4) Con la molla di rame, a corrente fissa $I = (3{,}00 \pm 0{,}01)$ A, misura il campo al centro per quattro diverse lunghezze, cioè per quattro valori di $n = N/L$.

Tabella 16.2 Campo al centro del solenoide (n = 1000 spire/m) in funzione della corrente (dati tipici; incertezza su B: 1% + 0,01 mT).

I (A)	0,25	0,50	0,75	1,00	1,25	1,50	1,75	2,00
B (mT)	0,31	0,62	0,94	1,24	1,55	1,87	2,17	2,49

Tabella 16.3 Campo al centro della molla di rame (N = 50 spire) allungata a diverse lunghezze, con I = 3,00 A (dati tipici).

L (m)	n (spire/m)	B misurato (mT)	$\mu_0 n I$ (mT)
0,200	250	0,92 ± 0,02	0,942
0,250	200	0,75 ± 0,02	0,754
0,333	150	0,56 ± 0,02	0,565
0,500	100	0,38 ± 0,01	0,377

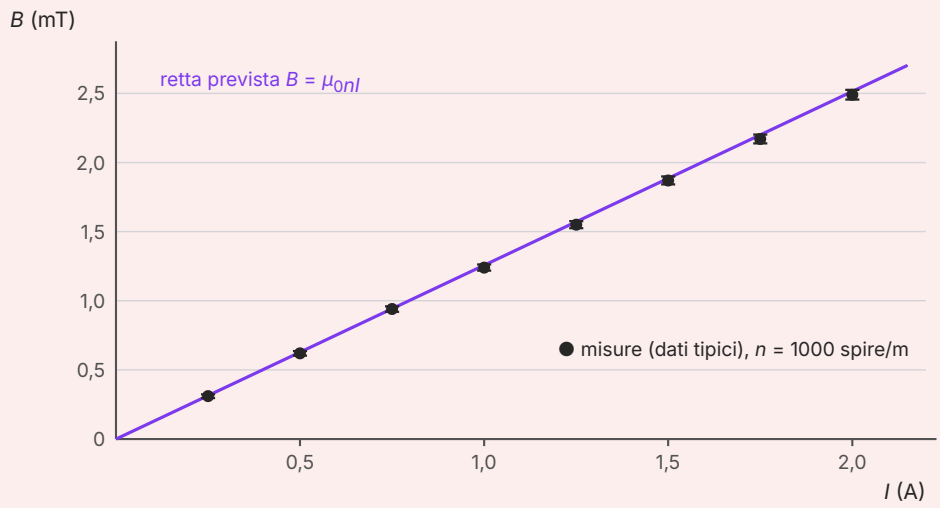


Figura 16.6 Campo magnetico misurato al centro di un solenoide con n = 1000 spire/m in funzione della corrente (dati tipici della Tabella 16.2, con le barre d'errore), confrontato con la retta prevista $B = \mu_0 nI$, di pendenza 1,257 mT/A.

Che cosa concludere. Nella Figura 16.6 i punti stanno su una retta passante per l'origine: il campo è direttamente proporzionale alla corrente. I rapporti B/I della Tabella 16.2 sono tutti fra 1,24 e 1,25 mT/A; la pendenza di miglior accordo è k = 1,243 mT/A, e la sua incertezza è dominata dall'accuratezza della sonda (1%): $k = (1{,}24 \pm 0{,}02)$ mT/A. Nella seconda parte, a corrente fissa, il campo è proporzionale a n: i valori misurati seguono $\mu_0 nI$ entro le incertezze (Tabella 16.3), e la pendenza di B in funzione di n, $3{,}72 \times 10^{-3}$ mT·m, è vicina a $\mu_0 I = 3{,}77 \times 10^{-3}$ mT·m.

Confronto teoria–esperimento. Per il solenoide della prima parte la teoria prevede una pendenza $\mu_0 n = 4\pi \times 10^{-7}$ T·m/A × 1000 m^{-1} = 1,257 mT/A. L'incertezza su n = 400/(0,400 m) viene da quella sulla lunghezza, 0,5%: la previsione è (1,257 ± 0,006) mT/A. La differenza fra previsione e misura, 0,017 mT/A, è minore della somma delle incertezze, 0,026 mT/A: le due pendenze sono compatibili. Che la misura sia un po' più bassa ha anche una causa sistematica: il solenoide non è infinito. Per un solenoide di lunghezza L e raggio R la teoria completa dà, al centro, il valore ideale moltiplicato per $L/\sqrt{(L^2 + 4R^2)}$, cioè per 0,995 nel nostro caso (1,250 mT/A) e per 0,981 nella molla allungata a 0,200 m: è l'effetto delle estremità, tanto più visibile quanto più il solenoide è corto.

Sicurezza. Usa solo alimentatori a bassa tensione, mai la rete elettrica. Con correnti di qualche ampere il filo del solenoide si scalda: non superare la corrente massima indicata dal costruttore e spegni l'alimentatore fra una misura e l'altra. Tieni lontani dal solenoide acceso orologi meccanici e carte con banda magnetica.

Per la relazione. Segui lo schema di *Fisica 1*, capitolo 5. Disegna il grafico di B in funzione di I con le barre d'errore e le rette di massima e minima pendenza; spiega perché la sonda va azzerata a corrente spenta e perché l'orientazione est–ovest dell'asse riduce l'effetto del campo terrestre; discuti se la differenza fra le pendenze misurata e prevista si spiega con le incertezze casuali, con l'effetto delle estremità o con entrambi.

16.5.5 Il campo magnetico non è conservativo

Il teorema di Ampère segna una differenza profonda fra campo elettrostatico e campo magnetico. La circuitazione del campo elettrostatico è sempre zero: per questo la forza elettrica è conservativa e si può definire il potenziale elettrico (capitolo 11). La circuitazione del campo magnetico, invece, è diversa da zero lungo ogni linea che gira attorno a una corrente: il campo magnetico **non è conservativo**, e non si può descrivere con un potenziale come si fa per $\boldsymbol{E}$. Le linee di $\boldsymbol{E}$ partono dalle cariche e vi arrivano; le linee di $\boldsymbol{B}$ si avvolgono attorno alle correnti.

Flusso e circuitazione, insieme, descrivono completamente i campi statici: conoscendo le cariche e le correnti, le quattro relazioni della Tabella 16.4 determinano il campo elettrico e il campo magnetico in ogni punto.

Tabella 16.4 Le proprietà del campo elettrico e del campo magnetico statici (campi che non variano nel tempo).

	Flusso attraverso una superficie chiusa	Circuitazione lungo una linea chiusa
Campo elettrostatico $\boldsymbol{E}$	$\Phi(\boldsymbol{E}) = Q_{\text{int}}/\varepsilon_0$ (teorema di Gauss): le cariche sono le sorgenti delle linee	$\Gamma(\boldsymbol{E}) = 0$: il campo è conservativo, esiste il potenziale
Campo magnetico statico $\boldsymbol{B}$	$\Phi(\boldsymbol{B}) = 0$ (teorema di Gauss per il magnetismo): le linee sono chiuse, non esistono monopoli	$\Gamma(\boldsymbol{B}) = \mu_0 \Sigma I_{\text{conc}}$ (teorema di Ampère): le correnti producono il campo, che non è conservativo

Queste quattro relazioni valgono per campi che non cambiano nel tempo. Il prossimo anno vedrai che quando i campi variano due di esse si arricchiscono di un nuovo termine, e che le quattro relazioni così completate, le equazioni di Maxwell, descrivono tutti i fenomeni elettrici e magnetici, compresa la luce.

16.6 Il magnetismo nella materia

16.6.1 Le correnti dentro gli atomi

Se ogni campo magnetico è prodotto da correnti, dove sono le correnti in una calamita? Ampère ipotizzò che dentro la materia circolino minuscole correnti chiuse, le correnti molecolari, ciascuna equivalente a una piccolissima spira, cioè a un piccolissimo ago magnetico. In un

pezzo di ferro non magnetizzato queste spire sarebbero orientate a caso e i loro campi si compenserebbero; in una calamita sarebbero allineate.

L'idea era giusta, anche se la sua spiegazione completa richiede la fisica quantistica. Negli atomi gli elettroni hanno un moto orbitale attorno al nucleo, che si comporta come una spira, e possiedono inoltre una proprietà intrinseca, lo spin, per cui ogni elettrone è di per sé un minuscolo magnete. In molti atomi i contributi dei diversi elettroni si compensano; in altri resta un momento magnetico netto. Come le sostanze rispondono a un campo esterno dipende da questi momenti atomici e da come interagiscono fra loro.

16.6.2 La permeabilità magnetica relativa

Riempiamo un lungo solenoide con un materiale. Il campo all'interno non è più $\mu_0 nI$, ma diventa

$$B = \mu_r B_0$$

dove $B_0 = \mu_0 nI$ è il campo che le correnti del solenoide producono nel vuoto e μ_r è la **permeabilità magnetica relativa** del materiale, un numero puro. Il ruolo è simile a quello della costante dielettrica relativa ε_r (capitolo 12), ma con una differenza importante: un dielettrico riduce sempre il campo elettrico ($\varepsilon_r > 1$), mentre un materiale può ridurre il campo magnetico ($\mu_r < 1$) o aumentarlo ($\mu_r > 1$), e in qualche caso aumentarlo enormemente. In base al valore di μ_r le sostanze si dividono in tre gruppi (Tabella 16.5).

Le **sostanze diamagnetiche** hanno μ_r di poco minore di 1. Il campo esterno modifica il moto degli elettroni in modo da produrre un debolissimo campo opposto, e la sostanza viene debolmente respinta dalle zone in cui il campo è più intenso. Il diamagnetismo è presente in tutte le sostanze, ma si nota solo in quelle i cui atomi non hanno un momento magnetico proprio: l'acqua, il rame, l'oro, il bismuto, il carbonio. L'effetto è minuscolo, eppure in un campo di circa 16 tesla è stato possibile far levitare una piccola rana, fatta in gran parte d'acqua.

Le **sostanze paramagnetiche** hanno μ_r di poco maggiore di 1. I loro atomi hanno un momento magnetico proprio; il campo esterno tende ad allinearli, l'agitazione termica (*Fisica 3*, capitolo 15) tende a disordinarli, e ne risulta un piccolo allineamento parziale, tanto minore quanto più alta è la temperatura. Queste sostanze sono debolmente attratte verso le zone di campo intenso: sono paramagnetici l'alluminio, il platino e l'ossigeno, e l'ossigeno liquido versato fra i poli di una potente calamita vi resta sospeso.

Le **sostanze ferromagnetiche** (ferro, nichel, cobalto e molte loro leghe) hanno μ_r da alcune centinaia a decine di migliaia: un nucleo di ferro dentro un solenoide moltiplica il campo per centinaia o migliaia di volte, ed è il segreto dell'elettromagnete. Per queste sostanze μ_r **non è una costante** del materiale: dipende dal campo applicato e perfino dalla storia del pezzo, cioè da come è stato magnetizzato in precedenza.

Tabella 16.5 Permeabilità magnetica relativa di alcuni materiali a temperatura ambiente (valori tipici; per i ferromagnetici l'ordine di grandezza, che dipende dal campo e dalla lavorazione).

Materiale	Tipo	μ_r
bismuto	diamagnetico	0,999 83
acqua	diamagnetico	0,999 991
rame	diamagnetico	0,999 990
aria (1 atm)	paramagnetico	1,000 000 4
alluminio	paramagnetico	1,000 022
nichel	ferromagnetico	circa 10^2–10^3
ferro dolce	ferromagnetico	circa 10^3–10^4

16.6.3 Domini magnetici e ciclo di isteresi

Nei materiali ferromagnetici i momenti magnetici di atomi vicini interagiscono fortemente e tendono ad allinearsi fra loro anche senza campo esterno (anche questa interazione ha un'origine quantistica). Il materiale è suddiviso in **domini magnetici**: piccole regioni, microscopiche ma formate da miliardi di atomi, in ciascuna delle quali tutti i momenti sono allineati. In un pezzo di ferro non magnetizzato i domini sono orientati in direzioni diverse e i loro campi si compensano. Quando si applica un campo esterno, i domini orientati come il campo si allargano a spese degli altri e, con campi più intensi, i momenti degli altri domini ruotano: la magnetizzazione cresce rapidamente, e il campo nel materiale diventa molto più intenso di quello applicato. Quando tutti i momenti sono allineati il materiale è saturo, e aumentando ancora la corrente il campo cresce di poco.

Il comportamento si riassume in un grafico del campo B nel materiale in funzione del campo B_0 prodotto dalla sola corrente (Figura 16.7). Partendo da un pezzo non magnetizzato, la *curva di prima magnetizzazione* sale fino alla saturazione. Se ora si riduce la corrente a zero, il campo nel materiale **non** torna a zero: rimane una **magnetizzazione residua** (o rimanenza), perché molti domini restano allineati. Per riportare a zero il campo nel materiale occorre invertire la corrente e applicare un campo opposto, detto **campo coercitivo**. Continuando, il materiale si satura nel verso opposto, e riportando la corrente al valore iniziale si percorre l'altro ramo. La curva chiusa che si ottiene facendo variare la corrente avanti e indietro è il **ciclo di isteresi** (dal greco «ritardo»: la magnetizzazione «resta indietro» rispetto al campo applicato). Ogni volta che il ciclo viene percorso una parte dell'energia si dissipa in calore nel materiale, tanto più quanto più il ciclo è largo.

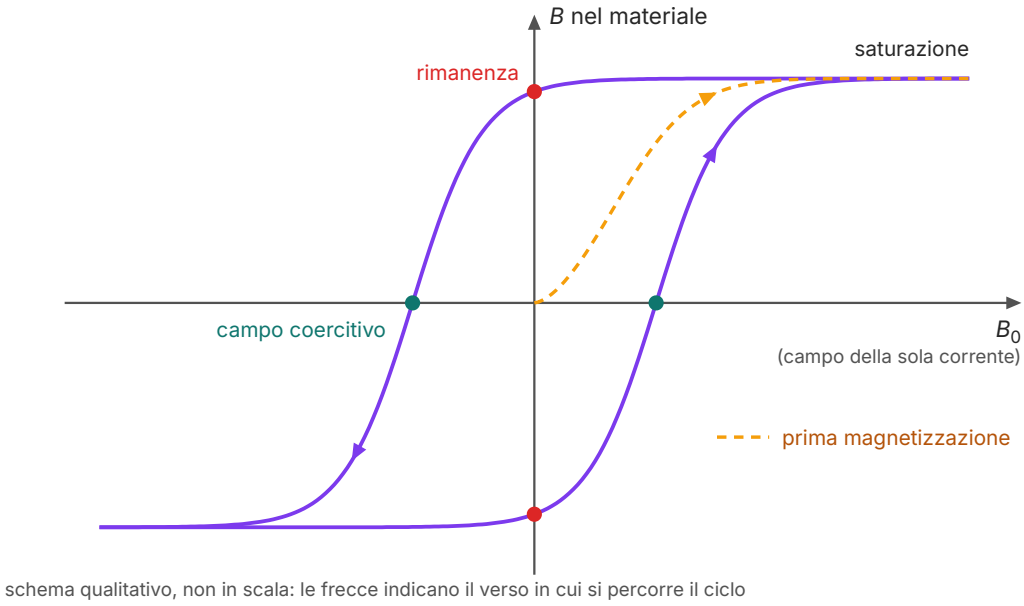


Figura 16.7 Ciclo di isteresi di un materiale ferromagnetico (schema qualitativo, non in scala): il campo B nel materiale in funzione del campo B_0 prodotto dalla sola corrente. La curva tratteggiata è la prima magnetizzazione di un pezzo inizialmente smagnetizzato; le frecce indicano il verso di percorrenza del ciclo. Sono indicate la saturazione, la rimanenza (campo che resta con corrente nulla) e il campo coercitivo (campo opposto che riporta a zero il campo nel materiale).

La forma del ciclo decide gli usi di un materiale. I materiali **dolci**, come il ferro dolce e alcune leghe ferro–silicio, hanno un ciclo stretto: si magnetizzano e si smagnetizzano facilmente, con poche perdite, e sono adatti ai nuclei degli elettromagneti, che devono «lasciare» il carico quando si toglie la corrente. I materiali **duri**, come le ferriti e le leghe di neodimio, ferro e boro, hanno un ciclo largo, con rimanenza e campo coercitivo elevati: una volta magnetizzati fino alla saturazione restano magnetizzati e diventano un **magnete permanente**. Una calamita al neodimio raggiunge sulla sua superficie un campo dell'ordine di 1 T (Tabella A.9).

16.6.4 La temperatura di Curie

Scaldando un materiale ferromagnetico l'agitazione termica disturba sempre più l'allineamento dei momenti. Al di sopra di una temperatura caratteristica, la **temperatura di Curie**, i domini scompaiono e la sostanza diventa paramagnetica. Per il ferro la temperatura di Curie è circa 770 °C (1043 K), per il nichel circa 360 °C, per il cobalto circa 1120 °C; il gadolinio è ferromagnetico solo al di sotto di circa 20 °C. Un chiodo di ferro attratto da una calamita cade se lo si scalda al rosso vivo con una fiamma, e torna a essere attratto quando si raffredda (un esperimento da fare solo con il docente, con pinze e protezioni). Anche per questo il campo magnetico terrestre

non può essere quello di un'enorme calamita permanente: all'interno della Terra la temperatura supera di molto la temperatura di Curie del ferro. Il campo è prodotto invece dalle correnti elettriche nel ferro fuso del nucleo esterno.

COLLEGAMENTI

Dischi rigidi e risonanza magnetica

Nei **dischi rigidi** dei computer i dati sono scritti su un disco rivestito da una sottilissima pellicola di materiale ferromagnetico duro. Ogni bit è una minuscola regione della pellicola magnetizzata in un verso o nel verso opposto, e la testina di scrittura è un piccolo elettromagnete che, passando a pochi nanometri dalla superficie, impone il verso della magnetizzazione. Il ciclo di isteresi largo è ciò che rende la memoria permanente: la magnetizzazione resta anche quando il computer è spento, e solo un campo superiore al campo coercitivo può cambiarla.

Gli scanner per la **risonanza magnetica** degli ospedali richiedono campi di 1,5–3 T, uniformi in un volume grande quanto il corpo di un paziente. Li producono enormi solenoidi avvolti con filo superconduttore (una lega di niobio e titanio) e raffreddati con elio liquido a circa 4 K: la superconduttività, scoperta da Kamerlingh Onnes nel 1911 (capitolo 13), permette correnti di centinaia di ampere senza dissipare energia per effetto Joule. La formula $B = \mu_0 nI$ spiega le scelte: per un campo di qualche tesla servono migliaia di spire per metro e correnti intense, impossibili da mantenere a lungo con il rame. Per la sicurezza, nella stanza dello scanner non possono entrare oggetti ferromagnetici: il campo, sempre acceso, li attirerebbe con forza.

IN SINTESI

Le formule del capitolo

$B = \dfrac{\mu_0 I}{2\pi r}$ — campo di un lungo filo rettilineo percorso dalla corrente I (A), a distanza r (m) dall'asse; linee circolari, verso dato dalla regola della mano destra avvolgente. $\mu_0 \approx 4\pi \times 10^{-7}$ T·m/A.

$F/L = \mu_0 I_1 I_2/(2\pi d)$ — forza per unità di lunghezza (N/m) fra due lunghi fili paralleli a distanza d; attrattiva per correnti concordi, repulsiva per correnti discordi.

$B = \mu_0 I/(2R)$ — campo al centro di una spira di raggio R (con N spire: $\mu_0 NI/(2R)$).

$B = \mu_0 nI$ — campo uniforme all'interno di un solenoide lungo, lontano dalle estremità; $n = N/L$ in spire per metro. Nel toroide: $B = \mu_0 NI/(2\pi r)$.

$\Phi(\boldsymbol{B}) = BS\cos\theta$ — flusso (Wb = T·m^2) attraverso una superficie piana in un campo uniforme; θ angolo fra $\boldsymbol{B}$ e la normale orientata.

$\Phi(\boldsymbol{B}) = 0$ — attraverso ogni superficie chiusa (teorema di Gauss per il magnetismo): le linee di $\boldsymbol{B}$ sono chiuse, non esistono monopoli magnetici.

$\Gamma(\boldsymbol{B}) = \Sigma B_t \Delta l = \mu_0 \Sigma I_{conc}$ — teorema di Ampère, per correnti costanti: contano solo le correnti concatenate, con il segno dato dalla mano destra; il campo magnetico non è conservativo.

$B = \mu_r B_0$ — campo in un materiale che riempie un solenoide; $\mu_r < 1$ diamagnetiche, $\mu_r > 1$ paramagnetiche, $\mu_r \gg 1$ e non costante ferromagnetiche (fino alla temperatura di Curie).

SINTESI

- Ogni campo magnetico è prodotto da cariche in movimento: correnti nei conduttori o correnti microscopiche negli atomi.
- Le linee del campo di un filo rettilineo sono circonferenze centrate sul filo, con il verso dato dalla regola della mano destra avvolgente; l'intensità è $B = \mu_0 I/(2\pi r)$ (legge di Biot–Savart), con $\mu_0 \approx 4\pi \times 10^{-7}$ T·m/A.
- Due fili paralleli si attraggono se le correnti sono concordi e si respingono se sono discordi, con forza per unità di lunghezza $\mu_0 I_1 I_2/(2\pi d)$, uguale sui due fili; fino al 2019 questa forza definiva l'ampere, oggi definito fissando il valore di e.
- Al centro di una spira $B = \mu_0 I/(2R)$; una spira si comporta come un piccolo ago magnetico, con il polo nord sulla faccia da cui escono le linee.
- In un solenoide lungo il campo interno è uniforme, parallelo all'asse e vale $\mu_0 nI$; all'esterno è debole e simile a quello di una calamita a sbarra. Con un nucleo di ferro si ottiene un elettromagnete.
- Il flusso del campo magnetico attraverso una superficie piana è $BS\cos\theta$ e si misura in weber; attraverso ogni superficie chiusa è nullo, perché le linee di $\boldsymbol{B}$ sono chiuse: non esistono monopoli magnetici.
- La circuitazione di $\boldsymbol{B}$ lungo una linea chiusa è μ_0 per la somma algebrica delle correnti concatenate (teorema di Ampère); il campo sul percorso, però, dipende da tutte le correnti.
- Con il teorema di Ampère e la simmetria si ricavano i campi del filo, del solenoide ideale e del toroide.
- Il campo elettrostatico ha circuitazione nulla ed è conservativo, il campo magnetico no; le quattro relazioni su flusso e circuitazione dei campi statici anticipano le equazioni di Maxwell.
- In un materiale $B = \mu_r B_0$: le sostanze diamagnetiche hanno μ_r di poco minore di 1, le paramagnetiche di poco maggiore di 1, le ferromagnetiche molto maggiore di 1 e non costante.
- I ferromagnetici sono divisi in domini; il ciclo di isteresi mostra saturazione, magnetizzazione residua e campo coercitivo; i materiali duri diventano magneti permanenti, e sopra la temperatura di Curie ogni ferromagnete diventa paramagnetico.

ESERCIZI

Comprendere e ricordare

1. ● Le linee del campo magnetico prodotto da un lungo filo rettilineo percorso da corrente sono:
   - **A.** rette radiali che partono dal filo
   - **B.** circonferenze centrate sul filo, in piani perpendicolari a esso
   - **C.** rette parallele al filo
   - **D.** eliche avvolte attorno al filo

2. ● A distanza r da un lungo filo percorso dalla corrente I il campo magnetico vale B. Se la corrente raddoppia, a distanza $3r$ il campo vale:
   - **A.** $6B$
   - **B.** $3B/2$
   - **C.** $2B/9$
   - **D.** $2B/3$

3. ● Due lunghi fili paralleli sono percorsi da correnti nello stesso verso. I fili:
   - **A.** si respingono
   - **B.** non interagiscono, perché i fili sono elettricamente neutri
   - **C.** si attraggono
   - **D.** ruotano fino a disporsi perpendicolari

4. ●● Una superficie chiusa racchiude completamente il polo nord di una calamita a sbarra, ma non il polo sud. Il flusso del campo magnetico attraverso la superficie è:
   - **A.** positivo, perché le linee escono dal polo nord
   - **B.** zero
   - **C.** negativo, perché le linee rientrano nel polo sud
   - **D.** positivo o negativo a seconda della forma della superficie

5. ● Il weber, unità di misura del flusso magnetico, equivale a:
   - **A.** $\text{T}\cdot\text{m}^2$
   - **B.** T/m^2
   - **C.** $\text{T}\cdot\text{m}$
   - **D.** $\text{T}\cdot\text{m}/\text{A}$

6. ●● Una linea chiusa è attraversata da un filo con 5 A nel verso positivo (stabilito con la mano destra) e da un filo con 2 A in verso opposto; un terzo filo, con 4 A, passa fuori dalla linea. La circuitazione di $\boldsymbol{B}$ lungo la linea è:
   A. $\mu_0 \times 11$ A
   B. $\mu_0 \times 7$ A
   C. zero, perché il terzo filo compensa gli altri
   D. $\mu_0 \times 3$ A

7. ●● In un solenoide lungo si raddoppia il numero di spire per metro e si dimezza la corrente. Il campo all'interno:
   A. resta invariato
   B. raddoppia
   C. si dimezza
   D. quadruplica

8. ● Una sostanza ferromagnetica ha permeabilità magnetica relativa:
   A. di poco minore di 1
   B. di poco maggiore di 1
   C. molto maggiore di 1 e non costante
   D. esattamente uguale a 1

9. ●● Un pezzo di ferro magnetizzato viene scaldato al di sopra della sua temperatura di Curie. Il ferro:
   A. diventa paramagnetico
   B. diventa diamagnetico
   C. diventa superconduttore
   D. aumenta la sua magnetizzazione residua

Vero o falso

10. ● Il campo magnetico prodotto da un lungo filo rettilineo è inversamente proporzionale al quadrato della distanza dal filo. V / F

11. ● Due lunghi fili paralleli percorsi da correnti di verso opposto si respingono. V / F

12. ●● Il flusso del campo magnetico attraverso una superficie chiusa è nullo solo se all'interno della superficie non ci sono calamite né correnti. V / F

13. ●● Se la circuitazione del campo magnetico lungo una linea chiusa è zero, il campo magnetico è nullo in ogni punto della linea. V / F

14. ●● Il campo all'interno di un solenoide ideale non dipende dal raggio delle spire. V / F

Applicare

15. ● Calcola il campo magnetico a 4,0 cm da un lungo filo rettilineo percorso da 12 A e confrontalo con il campo terrestre, circa 5×10^{-5} T.

16. ● A quale distanza da un lungo filo percorso da 25 A il campo magnetico vale $1{,}0 \times 10^{-4}$ T?

17. ● Due lunghi fili paralleli, distanti 2,0 cm, sono percorsi da 10 A e da 15 A in versi opposti. Calcola la forza per metro di lunghezza e di' se è attrattiva o repulsiva.

18. ● Una spira circolare di raggio 5,0 cm è percorsa da 4,0 A. Calcola il campo al centro. Quanto vale il campo al centro di una bobina piatta di 50 spire uguali, percorse dalla stessa corrente?

19. ●● Un solenoide lungo 25 cm ha 500 spire ed è percorso da 1,2 A. Calcola il numero di spire per metro e il campo all'interno, lontano dalle estremità.

20. ●● Una spira quadrata di lato 10 cm si trova in un campo magnetico uniforme di 0,40 T. Calcola il flusso attraverso la spira quando la normale forma con il campo un angolo di 60°; poi calcola il valore massimo del flusso e di' in quale posizione della spira il flusso è nullo.

21. ● Completa. Le linee del campo magnetico sono sempre _____ ; per questo il flusso di $\boldsymbol{B}$ attraverso una superficie chiusa vale _____ . La circuitazione di $\boldsymbol{B}$ lungo una linea chiusa è uguale a μ_0 per _____ ; poiché può essere diversa da zero, il campo magnetico non è _____ .

22. ●● Leggi nella Figura 16.6 il campo misurato al centro del solenoide per $I = 1{,}00$ A e ricava, con $B = \mu_0 nI$, il numero di spire per metro.

23. ●● Un toroide ha 600 spire e raggio medio 8,0 cm ed è percorso da 0,50 A. Calcola il campo lungo la circonferenza media all'interno del toroide e il campo in un punto del foro centrale.

Problemi

24. ●● Due lunghi fili paralleli, distanti 10 cm, sono percorsi ciascuno da 20 A. a) Calcola il campo nel punto medio fra i fili se le correnti sono concordi. b) Ripeti il calcolo con le correnti discordi. c) Con le correnti concordi, calcola il campo in un punto della retta che congiunge i fili, esterno al segmento, a 5,0 cm dal secondo filo.

25. ●●● (Con il capitolo 15.) Una bussola è appoggiata su un tavolo, a 5,0 cm a nord di un lungo filo verticale; la componente orizzontale del campo terrestre vale $2{,}3 \times 10^{-5}$ T ed è diretta verso nord. Nel filo passa una corrente di 3,0 A verso l'alto. a) Calcola intensità, direzione e verso del campo prodotto dal filo nella posizione della bussola. b) Di quale angolo, e verso est o verso ovest, ruota l'ago rispetto al nord? c) Quale corrente farebbe ruotare l'ago di 45°?

26. ●●● (Con il capitolo 15.) Un elettrone si muove parallelamente a un lungo filo rettilineo percorso da 15 A, a 2,0 cm di distanza, con velocità $4{,}0 \times 10^6$ m/s nello stesso verso della corrente. a) Calcola il campo del filo nella posizione dell'elettrone. b) Calcola la forza di Lorentz sull'elettrone e di' se lo spinge verso il filo o lontano da esso. c) Calcola l'accelerazione dell'elettrone in quell'istante.

27. ●●● (Con il capitolo 13.) Un solenoide lungo 50 cm è formato da 1000 spire di raggio 2,0 cm, avvolte in un solo strato con filo di rame di diametro 0,50 mm (resistività $1{,}68 \times 10^{-8}\ \Omega\cdot$m), ed è collegato a un generatore ideale di 6,0 V. Calcola: a) la lunghezza del filo; b) la resistenza del solenoide; c) la corrente; d) il campo all'interno; e) la potenza dissipata per effetto Joule.

28. ●● Due fili paralleli lunghi 50 cm, distanti 5,0 mm, sono percorsi dalla stessa corrente in versi opposti. Una bilancia di precisione misura fra di essi una forza di $2{,}0 \times 10^{-3}$ N. Calcola la corrente (considera i fili come infinitamente lunghi rispetto alla loro distanza).

29. ●●● Un filo rettilineo di rame di raggio $R = 2{,}0$ mm è percorso da 30 A, distribuiti uniformemente sulla sezione. a) Usando il teorema di Ampère su una circonferenza di raggio $r < R$, mostra che all'interno del filo $B = \mu_0 Ir/(2\pi R^2)$. b) Calcola il campo a $r = 1{,}0$ mm, sulla superficie del filo e a 4,0 mm dall'asse. c) Descrivi l'andamento del grafico di B in funzione di r.

30. ●● Un cavo coassiale è formato da un filo centrale di raggio 1,0 mm e da una guaina cilindrica conduttrice coassiale, di raggio interno 5,0 mm; nel filo passa una corrente di 2,0 A in un verso, nella guaina la stessa corrente in verso opposto. Usando il teorema di Ampère, calcola il campo a 3,0 mm dall'asse (fra filo e guaina) e a 10 mm dall'asse (fuori dal cavo).

31. ●●● Un elettromagnete è formato da un solenoide con 800 spire per metro, percorso da 0,40 A, con un nucleo di ferro che in queste condizioni ha $\mu_r = 600$. a) Calcola il campo che il solenoide produrrebbe senza nucleo. b) Calcola il campo nel nucleo. c) Calcola il flusso attraverso una sezione del nucleo di area 3,0 cm^2. d) Se la corrente venisse portata a 4,0 A, il campo nel nucleo diventerebbe dieci volte più intenso? Motiva la risposta.

Ragionare e argomentare

32. ● I due conduttori di un cavo che alimenta un apparecchio in corrente continua, quello di andata e quello di ritorno, sono affiancati a pochi millimetri l'uno dall'altro. Spiega perché a qualche decina di centimetri dal cavo il campo magnetico è molto più debole di quello che produrrebbe un solo conduttore.

33. ●● Trova l'errore. «Una circonferenza racchiude due fili paralleli percorsi da 10 A in versi opposti. Per il teorema di Ampère la circuitazione è zero, quindi il campo magnetico è nullo in ogni punto della circonferenza.» Correggi il ragionamento.

34. ●●● Progetta un esperimento per verificare con una sonda di Hall che il campo di un lungo filo rettilineo è inversamente proporzionale alla distanza. Indica come eviti che il campo terrestre e i fili di collegamento falsino la misura, come misuri la distanza e quale grafico costruisci con i dati.

35. ●●● La formula $B = \mu_0 nI$ è ricavata per un solenoide ideale. Discuti le ipotesi del modello (lunghezza infinita, spire strettamente avvolte, campo esterno nullo) e spiega in quali punti di un solenoide reale e per quali forme del solenoide la formula è meno accurata.

PER APPROFONDIRE

- [FAR] M. Faraday, *Experimental Researches in Electricity*: le serie dedicate al comportamento delle diverse sostanze in un campo magnetico intenso, dove Faraday distingue le sostanze attratte da quelle respinte.
- [MAX] J. C. Maxwell, *A Treatise on Electricity and Magnetism*, vol. II: la parte sull'elettromagnetismo, dove Maxwell discute le esperienze di Ampère sulle forze fra correnti.
- [FEY] R. P. Feynman, R. B. Leighton, M. Sands, *La fisica di Feynman*, vol. II: i capitoli sul campo magnetico delle correnti stazionarie e quelli sul magnetismo della materia, per una spiegazione del diamagnetismo, del paramagnetismo e del ferromagnetismo.
- [HRW] D. Halliday, R. Resnick, J. Walker, *Fondamenti di fisica*: il capitolo sui campi magnetici generati dalle correnti, per molti esercizi sul teorema di Ampère, sui solenoidi e sui toroidi.
- [HEW] P. G. Hewitt, *Conceptual Physics*: il capitolo sul magnetismo, per un'introduzione senza formule ai domini magnetici e agli elettromagneti.
- [EIN] A. Einstein, L. Infeld, *L'evoluzione della fisica*: le pagine sull'esperienza di Ørsted e sulla nascita del concetto di campo.

Glossario del capitolo

Ciclo di isteresi
Curva chiusa che descrive il campo in un materiale ferromagnetico quando la corrente magnetizzante varia avanti e indietro; mostra saturazione, magnetizzazione residua e campo coercitivo.

Circuitazione del campo magnetico
Somma, lungo una linea chiusa orientata, dei prodotti $B_t \Delta l$ della componente tangente del campo per la lunghezza di ciascun tratto; si misura in T·m.

Corrente concatenata
Corrente che attraversa una superficie che ha per bordo una data linea chiusa; il suo segno si stabilisce con la mano destra rispetto al verso di percorrenza.

Dominio magnetico
Regione microscopica di un materiale ferromagnetico in cui i momenti magnetici atomici sono tutti allineati.

Elettromagnete
Solenoide con un nucleo di materiale ferromagnetico, che moltiplica il campo prodotto dalla corrente; si accende e si spegne con la corrente.

Flusso del campo magnetico
Per una superficie piana in un campo uniforme, $\Phi(\boldsymbol{B}) = BS\cos\theta$, con θ angolo fra il campo e la normale orientata; è proporzionale al numero di linee che attraversano la superficie.

Legge di Biot–Savart (filo rettilineo)
Il campo magnetico di un lungo filo rettilineo è proporzionale alla corrente e inversamente proporzionale alla distanza dal filo: $B = \mu_0 I/(2\pi r)$.

Permeabilità magnetica del vuoto
La costante $\mu_0 \approx 4\pi \times 10^{-7}$ T·m/A che compare nelle leggi del campo magnetico prodotto dalle correnti; dal 2019 è una grandezza misurata.

Permeabilità magnetica relativa
Rapporto $\mu_r = B/B_0$ fra il campo in un materiale che riempie un solenoide e quello che le stesse correnti producono nel vuoto.

Regola della mano destra avvolgente
Con il pollice della mano destra nel verso della corrente in un filo, le dita piegate indicano il verso delle linee del campo magnetico; per una spira, dita nel verso della corrente e pollice nel verso del campo interno.

Solenoide
Filo avvolto a elica in molte spire vicine; all'interno, se è lungo, produce un campo uniforme parallelo all'asse, $B = \mu_0 nI$.

Sostanza diamagnetica
Sostanza con μ_r di poco minore di 1, debolmente respinta dalle zone di campo intenso (acqua, rame, bismuto).

Sostanza ferromagnetica
Sostanza con μ_r molto maggiore di 1 e non costante, divisa in domini magnetici (ferro, nichel, cobalto).

Sostanza paramagnetica
Sostanza con μ_r di poco maggiore di 1, i cui atomi hanno un momento magnetico proprio; è debolmente attratta dalle zone di campo intenso (alluminio, ossigeno).

Temperatura di Curie
Temperatura al di sopra della quale un materiale ferromagnetico perde i domini e diventa paramagnetico (circa 770 °C per il ferro).

Teorema di Ampère
Per correnti costanti, la circuitazione del campo magnetico lungo una linea chiusa è uguale a μ_0 per la somma algebrica delle correnti concatenate.

Teorema di Gauss per il magnetismo
Il flusso del campo magnetico attraverso qualsiasi superficie chiusa è nullo, perché le linee del campo magnetico sono chiuse.

Toroide
Solenoide piegato ad anello; il campo è confinato all'interno e vale $\mu_0 NI/(2\pi r)$.

Weber
Unità di misura del flusso magnetico: 1 Wb = 1 T·m^2.

Soluzioni

1. B. Le linee sono circonferenze centrate sul filo, in piani perpendicolari a esso (regola della mano destra avvolgente); non partono dal filo come le linee radiali di una carica.

2. D. $B \propto I/r$: $(2I)/(3r) = (2/3)(I/r)$, quindi il campo vale $2B/3$.

3. C. Le correnti concordi si attraggono (al contrario delle cariche dello stesso segno). La forza è magnetica, quindi la neutralità elettrica dei fili non conta.

4. B. Per il teorema di Gauss per il magnetismo il flusso attraverso qualsiasi superficie chiusa è zero: le linee che escono dal polo nord rientrano nella superficie passando dentro la calamita.

5. A. $\Phi = BS\cos\theta$: tesla per metro quadrato.

6. D. Contano solo le correnti concatenate, con il loro segno: $\Gamma = \mu_0(5\text{ A} - 2\text{ A}) = \mu_0 \times 3\text{ A}$. Il terzo filo contribuisce al campo sulla linea ma non alla circuitazione.

7. A. $B = \mu_0 nI$: $(2n)(I/2) = nI$, il campo non cambia.

8. C. Le sostanze ferromagnetiche hanno μ_r da centinaia a decine di migliaia, e il valore dipende dal campo applicato e dalla storia del materiale.

9. A. Sopra la temperatura di Curie l'agitazione termica distrugge l'ordine dei domini e il materiale diventa paramagnetico.

10. F. $B = \mu_0 I/(2\pi r)$ è inversamente proporzionale alla distanza, non al suo quadrato: a distanza doppia il campo si dimezza.

11. V. Correnti discordi si respingono, correnti concordi si attraggono.

12. F. Il flusso di $\boldsymbol{B}$ attraverso una superficie chiusa è sempre nullo, anche se la superficie contiene calamite o correnti: le linee di $\boldsymbol{B}$ sono chiuse.

13. F. La circuitazione è una somma: può annullarsi anche se il campo è diverso da zero in ogni punto, per esempio attorno a due correnti uguali e opposte.

14. V. $B = \mu_0 nI$ dipende solo dalle spire per metro e dalla corrente.

15. $B = \mu_0 I/(2\pi r) = 2 \times 10^{-7}\text{ T·m/A} \times 12\text{ A}/0{,}040\text{ m} = 6{,}0 \times 10^{-5}\text{ T}$: dello stesso ordine del campo terrestre, poco più intenso.

16. $r = \mu_0 I/(2\pi B) = 2 \times 10^{-7}\text{ T·m/A} \times 25\text{ A}/(1{,}0 \times 10^{-4}\text{ T}) = 0{,}050\text{ m} = 5{,}0\text{ cm}$.

17. $F/L = \mu_0 I_1 I_2/(2\pi d) = 2 \times 10^{-7}\text{ T·m/A} \times 10\text{ A} \times 15\text{ A}/0{,}020\text{ m} = 1{,}5 \times 10^{-3}\text{ N/m}$; le correnti sono discordi: la forza è repulsiva.

18. $B = \mu_0 I/(2R) = 4\pi \times 10^{-7}\text{ T·m/A} \times 4{,}0\text{ A}/(2 \times 0{,}050\text{ m}) = 5{,}0 \times 10^{-5}\text{ T}$. Con 50 spire i contributi si sommano: $B = 50 \times 5{,}0 \times 10^{-5}\text{ T} = 2{,}5 \times 10^{-3}\text{ T}$.

19. $n = N/L = 500/0{,}25\text{ m} = 2{,}0 \times 10^3$ spire/m; $B = \mu_0 nI = 4\pi \times 10^{-7}\text{ T·m/A} \times 2000\text{ m}^{-1} \times 1{,}2\text{ A} = 3{,}0 \times 10^{-3}\text{ T}$.

20. $S = (0{,}10\text{ m})^2 = 1{,}0 \times 10^{-2}\text{ m}^2$. $\Phi = BS\cos 60° = 0{,}40\text{ T} \times 1{,}0 \times 10^{-2}\text{ m}^2 \times 0{,}50 = 2{,}0 \times 10^{-3}\text{ Wb}$. Il massimo, $4{,}0 \times 10^{-3}\text{ Wb}$, si ha con la spira perpendicolare al campo (normale parallela al campo); il flusso è nullo quando il piano della spira è parallelo al campo ($\theta = 90°$).

21. chiuse; zero; la somma algebrica delle correnti concatenate con la linea; conservativo.

22. Dal grafico, a $I = 1{,}00$ A, $B \approx 1{,}24$ mT (1,25 mT sulla retta prevista). $n = B/(\mu_0 I) = 1{,}24 \times 10^{-3}\text{ T}/(4\pi \times 10^{-7}\text{ T·m/A} \times 1{,}00\text{ A}) \approx 9{,}9 \times 10^2$ spire/m, cioè circa 1000 spire/m, come nel solenoide del laboratorio ($N = 400$ spire su 0,400 m).

23. Per il teorema di Ampère sulla circonferenza media (simmetria circolare: campo tangente e costante): $B = \mu_0 NI/(2\pi r) = 2 \times 10^{-7}\text{ T·m/A} \times 600 \times 0{,}50\text{ A}/0{,}080\text{ m} = 7{,}5 \times 10^{-4}\text{ T}$. Nel foro centrale una circonferenza non concatena alcuna corrente e, per simmetria, il campo è nullo.

24. Simmetria: campi di fili rettilinei, sommati con il principio di sovrapposizione. Ciascun filo, a 5,0 cm, produce $B = 2 \times 10^{-7} \times 20/0{,}050\ \text{T} = 8{,}0 \times 10^{-5}$ T. a) Con correnti concordi i due campi nel punto medio hanno versi opposti: $B = 0$. b) Con correnti discordi hanno lo stesso verso: $B = 1{,}6 \times 10^{-4}$ T. c) Il punto dista 15 cm dal primo filo e 5,0 cm dal secondo; fuori dal segmento i due campi hanno lo stesso verso: $B = 2 \times 10^{-7} \times 20 \times (1/0{,}15 + 1/0{,}050)\ \text{T} = 2 \times 10^{-7} \times 20 \times 26{,}7\ \text{T} \approx 1{,}1 \times 10^{-4}$ T.

25. Principi usati: la legge di Biot–Savart con la regola della mano destra avvolgente; il principio di sovrapposizione dei campi; una bussola si orienta lungo il campo totale (capitolo 15). a) $B_{\text{filo}} = 2 \times 10^{-7}$ T·m/A × 3,0 A/0,050 m = $1{,}2 \times 10^{-5}$ T. Pollice verso l'alto: viste dall'alto le linee girano in verso antiorario; nel punto a nord del filo la tangente antioraria punta verso ovest. Il campo del filo è quindi orizzontale e diretto verso ovest. b) Il campo totale è la somma di $2{,}3 \times 10^{-5}$ T verso nord e $1{,}2 \times 10^{-5}$ T verso ovest: $\tan\alpha = 1{,}2/2{,}3 = 0{,}52$, $\alpha \approx 28°$. L'ago ruota di circa 28° verso ovest. c) Per 45° serve $B_{\text{filo}} = 2{,}3 \times 10^{-5}$ T: $I = B \cdot 2\pi r/\mu_0 = 2{,}3 \times 10^{-5} \times 0{,}050/(2 \times 10^{-7})$ A ≈ 5,8 A.

26. Principi usati: la legge di Biot–Savart; la forza di Lorentz $\boldsymbol{F} = q\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B}$ (capitolo 15), con $q = -e$; il secondo principio della dinamica. a) $B = 2 \times 10^{-7}$ T·m/A × 15 A/0,020 m = $1{,}5 \times 10^{-4}$ T. b) $\boldsymbol{v}$ è perpendicolare a $\boldsymbol{B}$ (le linee sono circonferenze attorno al filo): $F = evB = 1{,}60 \times 10^{-19}\ \text{C} \times 4{,}0 \times 10^{6}\ \text{m/s} \times 1{,}5 \times 10^{-4}\ \text{T} = 9{,}6 \times 10^{-17}$ N. Una carica positiva che si muove come la corrente sarebbe attratta verso il filo (si comporta come una corrente concorde); l'elettrone ha carica negativa e la forza ha verso opposto: lo spinge lontano dal filo. (Equivalentemente: un elettrone che si muove nel verso della corrente è una corrente convenzionale discorde, e correnti discordi si respingono.) c) $a = F/m_e = 9{,}6 \times 10^{-17}\ \text{N}/(9{,}11 \times 10^{-31}\ \text{kg}) \approx 1{,}1 \times 10^{14}\ \text{m/s}^2$.

27. Principi usati: la seconda legge di Ohm e la prima legge di Ohm (capitolo 13), la potenza per effetto Joule, il campo del solenoide $B = \mu_0 nI$. a) Lunghezza del filo = $N \cdot 2\pi R = 1000 \times 2\pi \times 0{,}020$ m ≈ 126 m. (Controllo: 1000 spire di filo spesso 0,50 mm occupano proprio 0,50 m, la lunghezza del solenoide.) b) Sezione $S = \pi(0{,}25 \times 10^{-3}\ \text{m})^2 = 1{,}96 \times 10^{-7}\ \text{m}^2$; $R = \rho L/S = 1{,}68 \times 10^{-8}\ \Omega\cdot\text{m} \times 126\ \text{m}/(1{,}96 \times 10^{-7}\ \text{m}^2) \approx 10{,}8\ \Omega$. c) $I = \Delta V/R = 6{,}0\ \text{V}/10{,}8\ \Omega \approx 0{,}56$ A. d) $n = 1000/0{,}50\ \text{m} = 2000$ spire/m; $B = 4\pi \times 10^{-7} \times 2000 \times 0{,}56\ \text{T} \approx 1{,}4 \times 10^{-3}$ T. e) $P = \Delta V \cdot I = 6{,}0\ \text{V} \times 0{,}56\ \text{A} \approx 3{,}3$ W.

28. Da $F = \mu_0 I^2 L/(2\pi d)$: $I^2 = 2\pi dF/(\mu_0 L) = F\,d/(2 \times 10^{-7}\ \text{T·m/A} \times L) = 2{,}0 \times 10^{-3}\ \text{N} \times 0{,}0050\ \text{m}/(2 \times 10^{-7}\ \text{T·m/A} \times 0{,}50\ \text{m}) = 1{,}0 \times 10^{2}\ \text{A}^2$, quindi $I = 10$ A. I fili si respingono, perché le correnti sono discordi.

29. Principi usati: il teorema di Ampère e la simmetria cilindrica (campo tangente e costante sulle circonferenze centrate sull'asse). a) Su una circonferenza di raggio $r < R$ la corrente concatenata è la frazione di I che attraversa il cerchio di raggio r: $I_{\text{conc}} = I\,\pi r^2/(\pi R^2) = Ir^2/R^2$. Allora $B \cdot 2\pi r = \mu_0 Ir^2/R^2$, da cui $B = \mu_0 Ir/(2\pi R^2)$. b) A 1,0 mm: $B = 2 \times 10^{-7} \times 30 \times 0{,}0010/(0{,}0020)^2\ \text{T} = 1{,}5 \times 10^{-3}$ T; sulla superficie: $2 \times 10^{-7} \times 30/0{,}0020\ \text{T} = 3{,}0 \times 10^{-3}$ T; a 4,0 mm (fuori, tutta la corrente è concatenata): $2 \times 10^{-7} \times 30/0{,}0040\ \text{T} = 1{,}5 \times 10^{-3}$ T. c) B cresce linearmente da zero sull'asse fino al massimo sulla superficie, poi decresce come $1/r$: il grafico è un segmento seguito da un ramo di iperbole, raccordati in $r = R$.

30. Principi usati: il teorema di Ampère con la simmetria cilindrica. A 3,0 mm la circonferenza concatena solo il filo centrale: $B = 2 \times 10^{-7}$ T·m/A × 2,0 A/0,0030 m ≈ $1{,}3 \times 10^{-4}$ T. A 10 mm la circonferenza concatena il filo e la guaina, con correnti uguali e opposte: $\Sigma I_{\text{conc}} = 0$, e per la simmetria il campo è nullo. Per questo un cavo coassiale non produce campo magnetico all'esterno.

31. Principi usati: $B_0 = \mu_0 nI$, $B = \mu_r B_0$, $\Phi = BS$. a) $B_0 = 4\pi \times 10^{-7} \times 800 \times 0{,}40\ \text{T} \approx 4{,}0 \times 10^{-4}$ T. b) $B = 600 \times 4{,}0 \times 10^{-4}\ \text{T} \approx 0{,}24$ T. c) $\Phi = 0{,}24\ \text{T} \times 3{,}0 \times 10^{-4}\ \text{m}^2 \approx 7{,}2 \times 10^{-5}$ Wb. d) No: per un ferromagnete μ_r non è costante. Con una corrente dieci volte maggiore il ferro si avvicina alla saturazione (per il ferro, dell'ordine di 2 T) e il campo nel nucleo cresce molto meno di dieci volte; B_0, invece, diventa dieci volte più grande.

32. Traccia di risposta. Le correnti nei due conduttori sono uguali e di verso opposto. A una distanza molto maggiore della loro separazione i due con-

duttori sono praticamente alla stessa distanza dal punto, e producono campi di intensità quasi uguale e verso opposto: la somma è molto più piccola di ciascun contributo. (Una circonferenza attorno al cavo concatena una corrente totale nulla.)

33. La circuitazione è nulla, perché le correnti concatenate sono uguali e opposte; ma il teorema dice solo che la **somma** $\Sigma B_t \Delta l$ è zero. Il campo in ogni punto è la somma vettoriale dei campi dei due fili e in generale non è zero: in alcuni tratti la componente tangente è positiva, in altri negativa, e i contributi si compensano. Il teorema di Ampère dà il campo solo quando la simmetria garantisce che il campo è tangente e costante sul percorso, e qui non è così.

34. Traccia di risposta. Un tratto rettilineo lungo (almeno un metro) di filo, percorso da una corrente costante di qualche decina di ampere misurata con un amperometro; i fili di ritorno lontani (e il circuito chiuso con un grande rettangolo), così che il loro campo sia trascurabile vicino al tratto studiato. La sonda di Hall va orientata perpendicolarmente al raggio e al filo, cioè lungo le linee di campo, e azzerata a corrente spenta per sottrarre il campo terrestre; meglio ancora misurare con la corrente nei due versi e fare la media delle intensità. La distanza si misura dall'asse del filo (righello fissato a un supporto, incertezza 0,5 mm), su almeno sei valori fra 1 e 10 cm. Con i dati si costruisce il grafico di B in funzione di $1/r$: se è una retta per l'origine, $B \propto 1/r$, e la pendenza dà $\mu_0 I/(2\pi)$, quindi una stima di μ_0 (come nell'esempio svolto della Tabella 16.1).

35. Traccia di risposta. Il modello suppone un solenoide infinito, con spire così fitte da poter essere considerate un foglio di corrente, e un campo esterno nullo. In un solenoide reale il campo esterno non è zero (le linee devono richiudersi fuori) e la formula vale bene solo al centro e lontano dalle estremità; sull'asse, a un'estremità, il campo è circa la metà di $\mu_0 nI$. Più il solenoide è corto rispetto al raggio, più il campo al centro è minore del valore ideale (fattore $L/\sqrt{(L^2 + 4R^2)}$); per un solenoide lungo quanto il diametro il fattore vale $1/\sqrt{2} \approx 0{,}71$, e la formula sovrastima il campo al centro di circa il 40%. Vicino alle spire il campo non è uniforme, soprattutto se le spire sono distanziate (fra due spire le linee «escono»), e il filo avvolto a elica produce anche una piccola componente come quella di un filo rettilineo lungo il solenoide.