CAPITOLO

15

Il campo magnetico e la forza di Lorentz

Per secoli l'ago della bussola ha indicato il nord senza che nessuno sapesse perché; poi, un giorno del 1820, un filo percorso da corrente lo fece girare, e il magnetismo si rivelò figlio delle cariche in moto.

OBIETTIVI

1. Descrivere i poli di un magnete, le linee del campo magnetico e il campo magnetico terrestre, e definire direzione e verso di $\boldsymbol{B}$ con un ago magnetico.
2. Usare la forza su un filo percorso da corrente, $\boldsymbol{F} = I\,\boldsymbol{L} \times \boldsymbol{B}$, per definire il modulo del campo magnetico e il tesla, trovando il verso con la regola della mano destra.
3. Calcolare il momento della coppia su una spira e il suo momento magnetico, e spiegare il motore elettrico in corrente continua e il galvanometro.
4. Ricavare la forza di Lorentz, spiegare perché non compie lavoro e studiare il moto circolare ed elicoidale di una carica in un campo magnetico uniforme.
5. Applicare la forza di Lorentz al selettore di velocità, allo spettrometro di massa, al ciclotrone e all'effetto Hall.

INDICE DEL CAPITOLO

15.1 I magneti 2
15.2 Magneti e correnti 5
15.3 Spira e motore elettrico 10
15.4 La forza di Lorentz 13
15.5 Applicazioni della forza di Lorentz 19

Fisica 4 · Parte V · Il campo magnetico · versione 1.0
Capitolo 15: Il campo magnetico e la forza di Lorentz · pagine 451–480 del volume completo · estratto per lo studio

Una calamita tiene un foglio sullo sportello del frigorifero, l'ago di una bussola si gira verso nord, molti telefoni vibrano perché un minuscolo motore fa ruotare un peso eccentrico, e in ospedale uno scanner per risonanza magnetica fotografa l'interno del corpo senza usare raggi X. Dietro a fenomeni così diversi c'è una sola grandezza fisica, il campo magnetico, ed è l'argomento di quest'ultima parte del volume.

Il magnetismo è noto da più di due millenni: già nell'antichità si sapeva che certe pietre attirano il ferro, e nel Medioevo la bussola si diffuse nella navigazione europea. Per molto tempo, però, elettricità e magnetismo sembrarono due capitoli separati della natura. In questo capitolo vedrai come, a partire dal 1820, si scoprì che le correnti elettriche agiscono sui magneti e i magneti sulle correnti, e userai proprio la forza su un filo percorso da corrente per definire il campo magnetico, come nel capitolo 10 hai usato la forza su una carica di prova per definire il campo elettrico. Arriverai così alla forza che un campo magnetico esercita su una singola carica in moto, la forza di Lorentz, che guida le particelle cariche dalle aurore polari agli acceleratori.

15.1 I magneti

15.1.1 Poli magnetici

Un minerale di ferro, la magnetite, attira spontaneamente piccoli oggetti di ferro: è una calamita naturale. Strofinando più volte un ago d'acciaio con una calamita, anche l'ago diventa una calamita, e la conserva. Un corpo che attira il ferro si chiama **magnete**; i magneti usati in laboratorio sono barre o ferri di cavallo d'acciaio o di leghe speciali (magneti permanenti).

Se immergi una calamita a barra nella limatura di ferro, la limatura si attacca soprattutto alle due estremità: sono i **poli magnetici**, le zone in cui l'azione del magnete è più intensa. Se sospendi la barra a un filo in modo che possa ruotare liberamente in un piano orizzontale, lontano da altri magneti e da oggetti di ferro, la barra si orienta sempre nello stesso modo, con una estremità rivolta verso il nord geografico. Quell'estremità si chiama **polo nord** del magnete, l'altra **polo sud**. Un ago magnetico leggero, imperniato al centro, è una bussola.

Avvicinando due magneti si osserva che **poli dello stesso nome si respingono, poli di nome diverso si attraggono**, con forze che diminuiscono rapidamente con la distanza. La somiglianza con le cariche elettriche è evidente, ma c'è una differenza fondamentale. Le cariche positive e negative si possono separare: un corpo può avere una carica netta positiva o negativa. I poli magnetici, invece, non si separano mai. Se spezzi una calamita a barra a metà non ottieni un polo nord e un polo sud isolati, ma due calamite più piccole, ciascuna con il suo polo nord e il suo polo sud; e così via, per quanto piccoli siano i pezzi. Un polo magnetico isolato, che i fisici

chiamano **monopolo magnetico**, non è mai stato osservato, nonostante sia stato cercato a lungo. Nel capitolo 16 vedrai che questa assenza ha una conseguenza precisa per il campo magnetico.

15.1.2 Il campo magnetico e le sue linee

Nel capitolo 10 hai descritto l'interazione fra cariche con un intermediario, il campo elettrico: una carica modifica lo spazio intorno a sé, e un'altra carica risente di questa modifica nel punto in cui si trova. Allo stesso modo un magnete crea intorno a sé un **campo magnetico**, una grandezza vettoriale $\boldsymbol{B}$ definita in ogni punto dello spazio, e un secondo magnete, o un ago, risente del campo nel punto in cui si trova.

La direzione e il verso del campo si definiscono con un piccolo ago magnetico, che fa la parte della carica di prova. In un punto in cui c'è un campo magnetico l'ago ruota e si ferma in una posizione di equilibrio: **la direzione di $\boldsymbol{B}$ è quella dell'ago in equilibrio, il verso è quello in cui punta il suo polo nord**. Per il modulo di $\boldsymbol{B}$ l'ago non basta: servirà la forza su una corrente, che studierai fra poco.

Come per il campo elettrico, si rappresenta il campo con le linee di campo, tangenti in ogni punto a $\boldsymbol{B}$ e tanto più fitte quanto più il campo è intenso. Le linee del campo magnetico si vedono direttamente: basta spargere limatura di ferro su un cartoncino appoggiato sopra un magnete e battere leggermente con un dito. Ogni granello si magnetizza, diventa un minuscolo ago e si allinea con il campo, e i granelli si dispongono in catene lungo le linee. La Figura 15.1a mostra le linee di una calamita a barra: escono dal polo nord, si allargano intorno al magnete e rientrano nel polo sud; dentro la calamita proseguono dal polo sud al polo nord, e si richiudono su sé stesse.

Proprio qui sta la differenza con il campo elettrostatico. Le linee del campo elettrico nascono sulle cariche positive e finiscono su quelle negative; le linee del campo magnetico non hanno né inizio né fine, perché non esistono monopoli da cui partire o su cui arrivare: **sono sempre linee chiuse**. Fra i poli piani e paralleli di una calamita a ferro di cavallo, invece, le linee sono quasi parallele ed equidistanti: in quella regione il campo è (con buona approssimazione) uniforme, e lo userai spesso nel seguito.

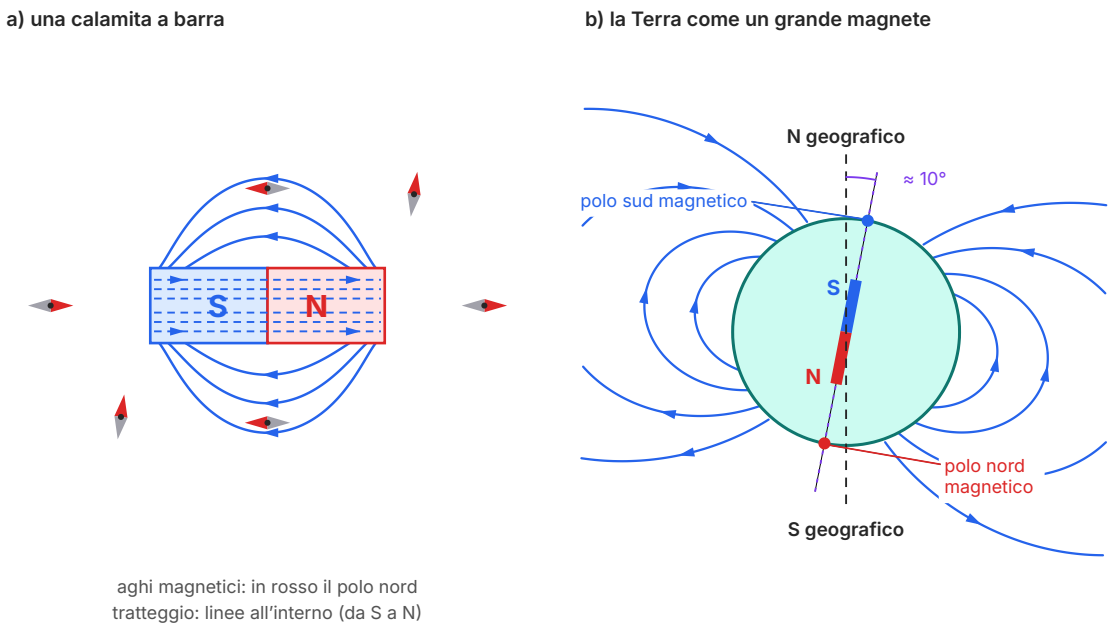

Figura 15.1 Linee del campo magnetico. a) Calamita a barra (linee calcolate per un magnete cilindrico uniformemente magnetizzato, nel piano che contiene l'asse). Fuori dal magnete le linee escono dal polo nord e rientrano nel polo sud; all'interno (tratteggio) proseguono dal polo sud al polo nord, e ogni linea si richiude. Gli aghi magnetici si allineano alle linee con il polo nord (in rosso) nel verso del campo. b) Il campo magnetico terrestre, rappresentato come quello di un magnete al centro della Terra, con l'asse inclinato di circa 10° rispetto all'asse di rotazione (linee di campo di dipolo calcolate, schema non in scala). Vicino al polo nord geografico c'è un polo sud magnetico, in cui le linee entrano.

15.1.3 La Terra come magnete

Perché la bussola punta verso nord? La risposta la diede nel 1600 il medico inglese William Gilbert nel suo trattato *De Magnete*. Gilbert costruì una sfera di magnetite, una piccola «terra» magnetica, e osservò che un ago mosso sulla sua superficie si comportava come la bussola sui diversi punti del globo. Ne concluse che la Terra stessa è un grande magnete. Oggi sappiamo che il campo magnetico terrestre è generato da correnti elettriche nel nucleo esterno, di ferro fuso, ma vicino alla superficie somiglia molto a quello di una calamita a barra posta al centro della Terra (Figura 15.1b).

Poiché il polo nord di un ago punta verso il nord geografico, e poli di nome diverso si attraggono, **vicino al polo nord geografico si trova un polo sud magnetico**, in cui le linee di campo entrano; vicino al polo sud geografico c'è un polo nord magnetico. L'asse magnetico è inclinato rispetto all'asse di rotazione, e i poli magnetici si spostano lentamente, anche di decine di kilometri all'anno: per questo la bussola non indica esattamente il nord geografico. L'angolo fra la direzione dell'ago e il meridiano geografico è la **declinazione magnetica**, che in Italia, nei

primi anni Venti del Duemila, era di pochi gradi verso est, e che le carte nautiche riportano con la sua variazione annua.

Il campo terrestre, inoltre, non è orizzontale: alle nostre latitudini punta verso nord e verso il basso. Un ago libero di ruotare anche in un piano verticale si inclina con il polo nord verso terra, di un angolo, l'**inclinazione magnetica**, che in Italia è di circa 55–60°. Il modulo del campo è piccolo: in Italia circa $4{,}7 \times 10^{-5}$ T (l'unità, il tesla, sarà definita più avanti in questo capitolo), compreso fra circa $2{,}5 \times 10^{-5}$ T all'equatore magnetico e $6{,}5 \times 10^{-5}$ T vicino ai poli (Tabella A.9 dell'appendice).

ERRORE FREQUENTE

«Il polo nord della bussola punta verso il polo nord magnetico»

Sembra naturale, ma è sbagliato: poli dello stesso nome si respingono. Il polo nord dell'ago è attratto da un polo **sud** magnetico, e quel polo si trova nell'Artico, vicino al polo nord geografico. La confusione nasce dai nomi: «polo nord» di un magnete è un'abbreviazione storica di «polo che cerca il nord». Nelle carte geografiche si parla spesso di «polo nord magnetico» per indicare il punto dell'Artico verso cui punta la bussola; in fisica, però, quel punto è un polo sud magnetico, perché le linee del campo terrestre vi entrano.

15.2 Magneti e correnti

15.2.1 L'esperienza di Ørsted

Nel 1820 il fisico danese Hans Christian Ørsted dispose un filo conduttore parallelo all'ago di una bussola, cioè nella direzione nord-sud, poco sopra l'ago. Quando faceva passare corrente nel filo, l'ago deviava e tendeva a disporsi perpendicolarmente al filo; invertendo il verso della corrente l'ago deviava dalla parte opposta, e interrompendo la corrente tornava verso nord. Era la prima prova di un legame fra elettricità e magnetismo: **una corrente elettrica genera un campo magnetico**. Le linee del campo di un filo rettilineo sono circonferenze centrate sul filo; le studierai, insieme ai campi di altre correnti, nel capitolo 16.

15.2.2 Azioni fra magneti e correnti

Se una corrente esercita una forza su un magnete, per il terzo principio della dinamica il magnete esercita una forza sulla corrente. Poco dopo la scoperta di Ørsted, Michael Faraday mostrò che un filo percorso da corrente, libero di muoversi vicino a un polo magnetico, viene spinto di lato e può persino ruotare con continuità intorno al polo. Puoi osservare l'effetto con un semplice esperimento: un tratto di filo flessibile, appeso fra i poli di una calamita a ferro di cavallo, scatta da una parte quando lo attraversa la corrente e dalla parte opposta se la corrente

si inverte. Nello stesso 1820 André-Marie Ampère scoprì che anche due fili percorsi da corrente si attraggono o si respingono, senza alcun magnete (capitolo 16).

Correnti su magneti, magneti su correnti, correnti su correnti: l'idea che si impose è che **l'interazione magnetica è un'interazione fra cariche in moto**. Anche un magnete permanente, come vedrai nel capitolo 16, deve il suo campo al moto degli elettroni nei suoi atomi.

15.2.3 La forza su un filo e la definizione di B

Mettiamo un tratto rettilineo di filo, di lunghezza L, in un campo magnetico uniforme, per esempio fra i poli di una calamita a ferro di cavallo, e misuriamo la forza che agisce sul filo quando è percorso dalla corrente I. Gli esperimenti, come quello del laboratorio di questo capitolo, mostrano che:

- la forza è perpendicolare sia al filo sia alle linee del campo;
- il suo modulo è direttamente proporzionale alla corrente I e alla lunghezza L del tratto immerso nel campo;
- dipende dall'angolo θ fra il filo e il campo: è massima quando il filo è perpendicolare alle linee, nulla quando è parallelo, e in generale proporzionale a sen θ;
- cambia verso se si inverte la corrente o se si inverte il campo.

Quando il filo è perpendicolare al campo, il rapporto $F/(IL)$ non dipende né dalla corrente né dalla lunghezza del filo, ma solo dal punto del campo in cui si trova il filo: è una proprietà del campo, ed è il suo modulo. Si definisce dunque il modulo del campo magnetico

$$B = \frac{F}{IL} \text{ (filo perpendicolare a } \boldsymbol{B})$$

L'unità di misura che ne deriva è il **tesla** (T), dal nome dell'inventore serbo-americano Nikola Tesla: 1 T = 1 N/(A·m). Un campo di 1 tesla esercita una forza di 1 newton su un metro di filo perpendicolare al campo e percorso da 1 ampere. È un campo intenso: quello di un magnete al neodimio sulla sua superficie è dell'ordine di 1 T, quello di uno scanner per risonanza magnetica di 1,5–3 T, quello terrestre circa ventimila volte più debole (Tabella A.9). Per campi deboli si usa ancora il gauss (1 G = 10^{-4} T), che non appartiene al SI.

Le osservazioni sulla direzione e sul verso della forza si riassumono in un'unica formula con il prodotto vettoriale, che conosci da *Fisica 3*, capitolo 1. Si definisce il vettore $\boldsymbol{L}$, di modulo L, diretto lungo il filo e con il verso della corrente; allora

$$\boldsymbol{F} = I\boldsymbol{L} \times \boldsymbol{B} \quad F = ILB \text{ sen } \theta$$

dove θ è l'angolo fra $\boldsymbol{L}$ e $\boldsymbol{B}$. Il verso si trova con la stessa **regola della mano destra** del prodotto vettoriale: se le dita della mano destra ruotano da $\boldsymbol{L}$ verso $\boldsymbol{B}$ (per l'angolo minore di 180°), il pollice indica il verso di $\boldsymbol{F}$ (Figura 15.2a). Nella Figura 15.2b gli stessi fili sono visti di fronte, con la convenzione usata in tutta questa parte del volume.

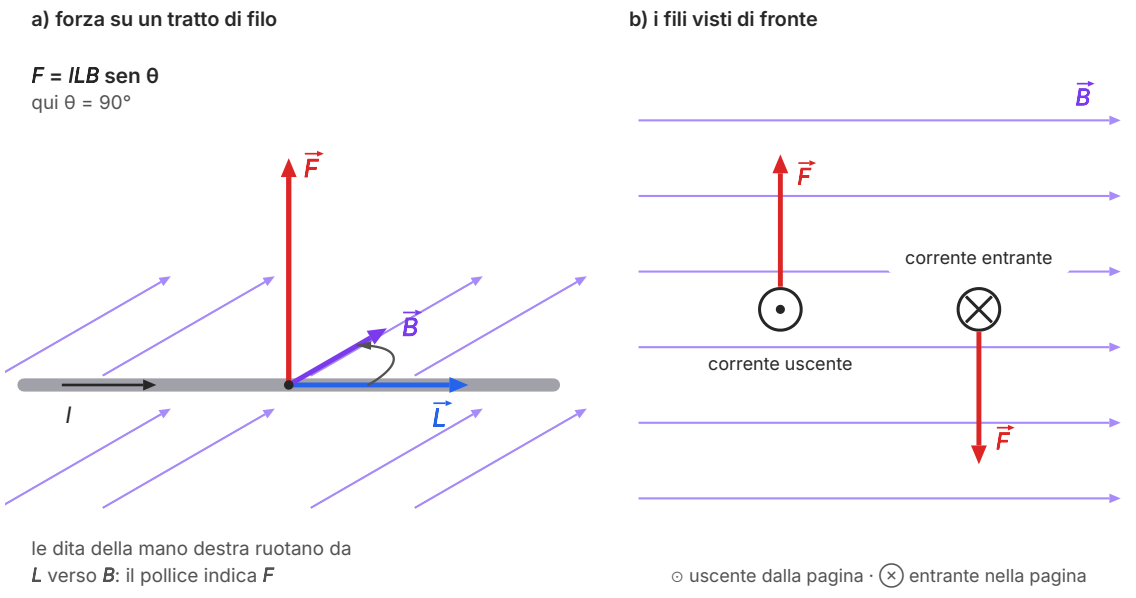

Figura 15.2 La forza magnetica su un filo percorso da corrente. a) Un tratto di filo, lungo l'asse del vettore $\boldsymbol{L}$ (verso della corrente), è immerso in un campo uniforme $\boldsymbol{B}$ perpendicolare al filo; la forza $\boldsymbol{F} = I\,\boldsymbol{L} \times \boldsymbol{B}$ è perpendicolare a entrambi. b) Due fili perpendicolari alla pagina in un campo diretto verso destra: se la corrente esce dalla pagina (⊙) la forza è verso l'alto, se entra (⊗) è verso il basso.

DA RICORDARE

Puntini, crocette e la mano destra

Un vettore perpendicolare alla pagina si disegna come un cerchietto con un punto (⊙) se esce dalla pagina verso chi guarda, e come un cerchietto con una croce (⊗) se entra nella pagina: sono la punta e la coda di una freccia vista di fronte. La convenzione vale sia per il campo sia per le correnti.

Per trovare il verso di $\boldsymbol{F} = I\,\boldsymbol{L} \times \boldsymbol{B}$: 1) punta le dita della mano destra nel verso della corrente; 2) piegale verso $\boldsymbol{B}$; 3) il pollice dà $\boldsymbol{F}$. Un controllo rapido con gli assi: se la corrente va lungo $+x$ e $\boldsymbol{B}$ lungo $+y$, la forza è lungo $+z$, perché $\mathbf{i} \times \mathbf{j} = \mathbf{k}$. Usa sempre la mano **destra**: con la sinistra si trova il verso opposto.

ESEMPIO SVOLTO

Un'asta appesa in un campo magnetico

Problema. Un'asta orizzontale di rame, lunga 20 cm e di massa 15 g, è appesa a due fili conduttori leggeri e flessibili, che la collegano a un generatore. L'asta è disposta nella direzione est-ovest, in un campo magnetico uniforme verticale, diretto verso l'alto, di 0,30 T. Nell'asta circola una corrente di 2,0 A, da ovest verso est. a) Quanto vale la forza magnetica sull'asta, e in che verso è diretta? b) Di quale angolo si inclinano i fili rispetto alla verticale quando l'asta è in equilibrio, e quanto vale la tensione complessiva dei fili? c) Bisogna tenere conto del campo magnetico terrestre?

Soluzione. a) L'asta è perpendicolare al campo, quindi sen $\theta = 1$ e $F = ILB = 2{,}0\ \text{A} \times 0{,}20\ \text{m} \times 0{,}30\ \text{T} = 0{,}12\ \text{N}$. Per il verso: le dita della mano destra puntano a est (verso della corrente) e si piegano verso l'alto (verso di $\boldsymbol{B}$); il pollice indica il **sud**. Con gli assi: est = $+x$, nord = $+y$, alto = $+z$, e $\mathbf{i} \times \mathbf{k} = -\mathbf{j}$: la forza è orizzontale, verso sud.

b) Sull'asta agiscono il peso, verticale, di modulo $mg = 0{,}015\ \text{kg} \times 9{,}8\ \text{m/s}^2 = 0{,}147\ \text{N}$, la forza magnetica orizzontale di 0,12 N e la tensione dei fili. All'equilibrio la tensione equilibra la somma delle altre due, quindi i fili sono allineati con la loro risultante: $\tan\alpha = F/(mg) = 0{,}12/0{,}147 = 0{,}82$, $\alpha = 39°$, con l'asta spostata verso sud. La tensione complessiva è $\sqrt{(0{,}12^2 + 0{,}147^2)}\ \text{N} = 0{,}19\ \text{N}$, 0,095 N per ciascun filo.

c) Il campo terrestre in Italia vale circa $4{,}7 \times 10^{-5}$ T: anche nel caso più sfavorevole, con il campo perpendicolare all'asta, darebbe una forza di $2{,}0\ \text{A} \times 0{,}20\ \text{m} \times 4{,}7 \times 10^{-5}\ \text{T} \approx 2 \times 10^{-5}\ \text{N}$, meno di un millesimo della forza calcolata. Si può trascurare.

Commento. L'angolo dei fili è una misura della forza: è il principio delle «bilance di corrente» con cui si misura il campo magnetico, come nel laboratorio che segue.

COLLEGAMENTI

In laboratorio: la bilancia di corrente

Materiali. Un magnete con un traferro (lo spazio fra i poli) di circa 1 cm e facce polari lunghe 5,0 cm, appoggiato su una bilancia elettronica (risoluzione 0,01 g); un conduttore rigido orizzontale fissato a un supporto che non tocca né il magnete né la bilancia, con il tratto rettilineo che attraversa il traferro perpendicolarmente alle linee di campo; un alimentatore a bassa tensione in grado di erogare 5 A; un amperometro (±0,02 A); una sonda di Hall (±0,004 T) o il magnetometro di uno smartphone, se arriva a misurare il campo del traferro.

Procedimento. 1) Con la corrente spenta azzera la bilancia (funzione tara). 2) Fai passare correnti da 1,00 A a 5,00 A e annota per ciascuna la variazione Δm della lettura. Il conduttore è fermo: per il terzo principio, la forza magnetica che il magnete esercita sul conduttore ha come reazione una forza uguale e opposta sul magnete, che la bilancia «pesa». 3) Inverti la corrente e verifica che la lettura cambi di segno. 4) Misura il campo al centro del traferro con la sonda di Hall. I dati di una prova sono nella Tabella 15.1.

Tabella 15.1 Variazione della lettura della bilancia in funzione della corrente nel conduttore (dati tipici).

I (A)	Δm (g)	$\Delta m/I$ (g/A)
1,00	0,58 ± 0,02	0,580
2,00	1,18 ± 0,02	0,590
3,00	1,75 ± 0,02	0,583
4,00	2,33 ± 0,02	0,583
5,00	2,90 ± 0,02	0,580

Analisi. La forza sul conduttore è $F = \Delta m\, g = ILB$, quindi $\Delta m = (BL/g)\, I$: il grafico di Δm in funzione di I è una retta per l'origine di pendenza BL/g. La retta che passa meglio fra i punti ha pendenza 0,582 g/A, cioè $5{,}82 \times 10^{-4}$ kg/A; le rette di pendenza massima e minima compatibili con le barre d'incertezza danno ±0,006 g/A (1,1%). Con L = 5,0 cm (±0,1 cm, la lunghezza delle facce polari): $B = g \times \text{pendenza}/L = 9{,}8\ \text{m/s}^2 \times 5{,}82 \times 10^{-4}\ \text{kg/A} / 0{,}050\ \text{m} = 0{,}114$ T, con un'incertezza relativa di 1,1% + 2,0% ≈ 3%: B = (0,114 ± 0,004) T.

Confronto teoria–esperimento. La sonda di Hall al centro del traferro misura (0,110 ± 0,004) T. La differenza fra le due misure, 0,004 T, è minore della somma delle incertezze, 0,008 T: le misure sono compatibili, e la definizione di B attraverso la forza su un filo dà lo stesso valore di uno strumento indipendente. La proporzionalità fra forza e corrente è confermata: il rapporto $\Delta m/I$ resta costante entro le incertezze.

Che cosa concludere. Il valore della bilancia è un po' più alto di quello della sonda. La differenza rientra nelle incertezze, ma c'è un motivo per aspettarsi che la bilancia dia sistematicamente un valore più alto: il campo non si ferma ai bordi delle facce polari ma si allarga un po' oltre, quindi la lunghezza efficace del conduttore immerso nel campo è maggiore di 5,0 cm, e usando 5,0 cm si sovrastima B. La sonda, invece, misura il campo in un solo punto.

Sicurezza. Usa solo l'alimentatore a bassa tensione, mai la rete. Con 5 A i conduttori sottili si scaldano: tieni la corrente accesa solo per il tempo della lettura e non toccare il conduttore subito dopo. I magneti intensi possono schiacciare le dita e danneggiare carte magnetiche, orologi e smartphone: tienili a distanza.

Per la relazione. Riporta la tabella e il grafico di Δm in funzione di I con le barre d'incertezza, la pendenza con le rette di massima e minima pendenza, il calcolo di B e il confronto con la sonda di Hall. Discuti l'errore sistematico dovuto alla lunghezza efficace e proponi come stimarla, per esempio misurando con la sonda il campo in vari punti lungo il conduttore.

15.3 Spira e motore elettrico

15.3.1 Il momento della coppia su una spira

Un filo conduttore piegato a formare un circuito chiuso piano si chiama **spira**. Consideriamo una spira rettangolare di lati a e b, percorsa dalla corrente I e libera di ruotare intorno a un asse che passa per il suo centro, parallelo ai lati di lunghezza a, in un campo uniforme $\boldsymbol{B}$ perpendicolare all'asse (Figura 15.3). La posizione della spira si descrive con un versore $\boldsymbol{n}$ perpendicolare al suo piano, il cui verso si sceglie con la mano destra: se le dita girano nel verso della corrente, il pollice indica $\boldsymbol{n}$. Indichiamo con θ l'angolo fra $\boldsymbol{n}$ e $\boldsymbol{B}$.

Su ciascun lato agisce la forza $I\,\boldsymbol{L} \times \boldsymbol{B}$. I due lati di lunghezza b sono percorsi da correnti opposte e subiscono forze opposte, dirette lungo l'asse di rotazione: si annullano e non fanno ruotare la spira. I due lati di lunghezza a sono sempre perpendicolari a $\boldsymbol{B}$ e subiscono forze opposte di modulo IaB, perpendicolari sia a $\boldsymbol{B}$ sia all'asse: formano una coppia. Come hai visto in *Fisica 3*, capitolo 9, il momento di una coppia è il modulo di una forza per il braccio, cioè per la distanza fra le rette d'azione. Nella vista dall'alto della Figura 15.3b ciascuna forza ha braccio $(b/2)\,\text{sen}\,\theta$ rispetto all'asse, quindi

$$M = 2 \cdot IaB \cdot \frac{b}{2}\,\text{sen}\,\theta = ISB\,\text{sen}\,\theta$$

dove $S = ab$ è l'area della spira. Se invece di una spira c'è una bobina di N spire uguali, avvolte una sull'altra, le forze si sommano e $M = NISB\,\text{sen}\,\theta$. Il risultato vale per una spira piana di forma qualsiasi, purché il campo sia uniforme: conta solo l'area.

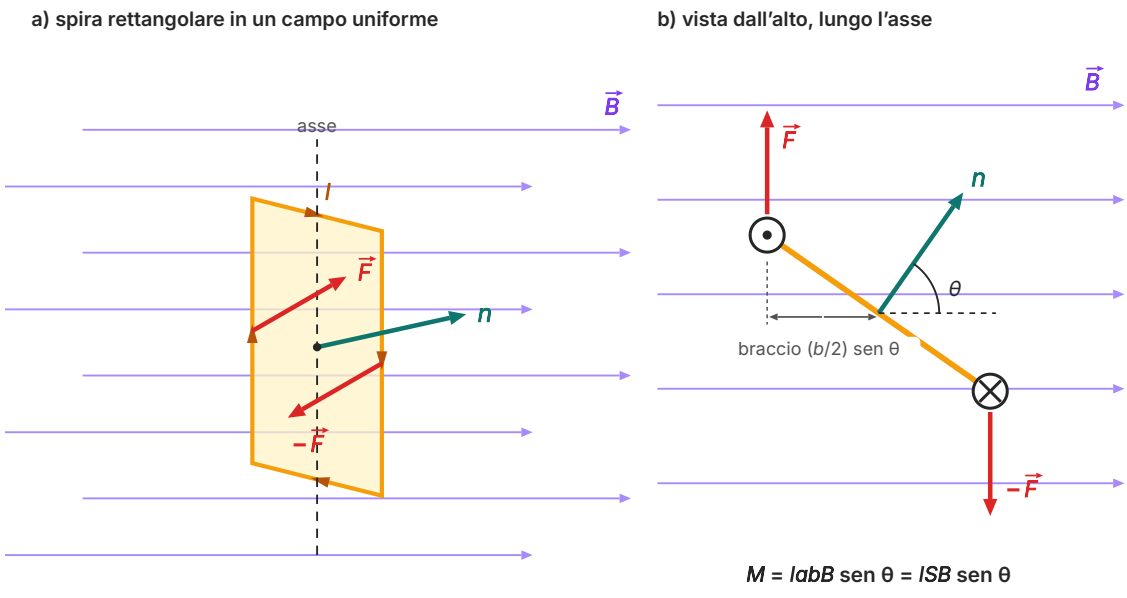

Figura 15.3 Il momento della coppia su una spira rettangolare in un campo magnetico uniforme. a) Le forze sui lati paralleli all'asse formano una coppia; quelle sugli altri due lati (non disegnate) sono dirette lungo l'asse e si annullano. Il versore $\boldsymbol{n}$ è perpendicolare al piano della spira, con il verso dato dalla mano destra. b) Vista dall'alto, lungo l'asse: ciascuna forza ha braccio $(b/2)$ sen θ, dove θ è l'angolo fra $\boldsymbol{n}$ e $\boldsymbol{B}$. La coppia fa ruotare $\boldsymbol{n}$ verso la direzione di $\boldsymbol{B}$.

Il momento è massimo quando θ = 90°, cioè quando il piano della spira contiene le linee di campo, ed è nullo quando θ = 0°, cioè quando la spira è perpendicolare al campo e $\boldsymbol{n}$ ha il verso di $\boldsymbol{B}$. Non solo: la coppia tende sempre a portare $\boldsymbol{n}$ nella direzione e nel verso di $\boldsymbol{B}$, e la posizione θ = 0° è di equilibrio **stabile** (θ = 180° è un equilibrio instabile). È esattamente il comportamento di un ago magnetico, che si allinea al campo con il polo nord nel verso di $\boldsymbol{B}$. Una spira percorsa da corrente si comporta come un piccolo magnete, con la faccia da cui esce $\boldsymbol{n}$ nella parte del polo nord.

Il prodotto NIS raccoglie tutte le proprietà della spira che contano; si definisce perciò il **momento magnetico** della spira, il vettore

$$\boldsymbol{m} = NIS\boldsymbol{n}\boldsymbol{M} = \boldsymbol{m} \times \boldsymbol{B}$$

che si misura in $\mathrm{A \cdot m^2}$. La seconda formula, con il prodotto vettoriale, dà insieme il modulo mB sen θ e il verso del momento della coppia. Nel capitolo 16 vedrai che anche un ago magnetico, e perfino un singolo atomo, ha un momento magnetico: è il modo più semplice per descrivere un piccolo magnete. (In questo paragrafo $\boldsymbol{m}$ in grassetto è il momento magnetico; nei problemi in cui compare non userai la massa.)

15.3.2 Il motore elettrico in corrente continua

Una spira percorsa da corrente costante in un campo magnetico, lasciata libera, non gira in continuazione: oscilla intorno alla posizione $\theta = 0°$ e, per gli attriti, vi si ferma. Per ottenere una rotazione continua bisogna invertire il verso della corrente ogni mezzo giro, proprio quando la spira passa per $\theta = 0°$: dopo l'inversione il verso di $\boldsymbol{n}$ si capovolge, θ diventa $180°$ e il momento della coppia spinge di nuovo la spira nello stesso verso di rotazione. È il principio del **motore elettrico in corrente continua** (Figura 15.4).

L'inversione la fa un dispositivo meccanico, il **commutatore**: un anello conduttore diviso in due semianelli isolati fra loro, ciascuno collegato a un capo della bobina, che ruota con l'asse. Due contatti fissi di grafite, le spazzole, strisciano sui semianelli e li collegano al generatore; ogni mezzo giro ciascuna spazzola passa da un semianello all'altro, e la corrente nella bobina si inverte. Il momento della coppia diventa proporzionale a $|\text{sen}\,\theta|$: non cambia mai verso, ma varia da zero al massimo due volte per giro (Figura 15.4b). Nei motori reali ci sono molte bobine avvolte a diversi angoli, ciascuna con la sua coppia di settori del commutatore, e un nucleo di ferro che intensifica il campo: la rotazione diventa regolare.

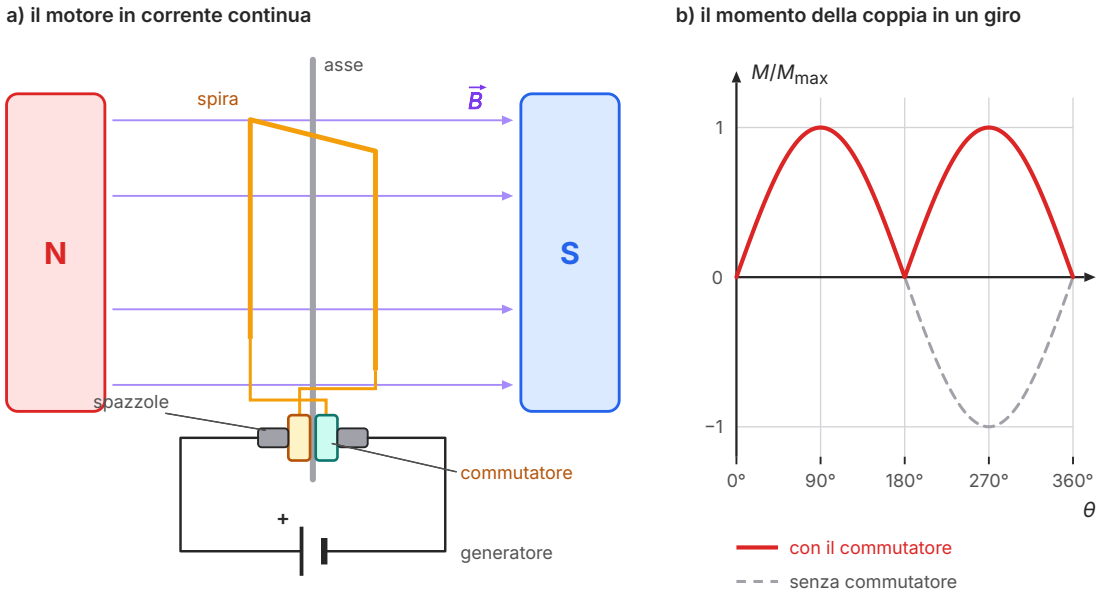

Figura 15.4 Il motore elettrico in corrente continua. a) La spira ruota fra i poli di un magnete; i suoi capi sono collegati ai due semianelli del commutatore, su cui strisciano le spazzole collegate al generatore. Ogni mezzo giro le spazzole passano da un semianello all'altro e la corrente nella spira si inverte (schema, non in scala). b) Il momento della coppia in funzione dell'angolo θ fra $\boldsymbol{n}$ e $\boldsymbol{B}$, calcolato: senza commutatore cambierebbe verso ogni mezzo giro (tratteggio); con il commutatore è sempre dello stesso verso, proporzionale a $|\text{sen}\,\theta|$.

I motori in corrente continua sono ovunque: nei giocattoli, nei trapani a batteria, nei tergicristalli, nei motorini che fanno vibrare il telefono. Nei motori delle biciclette elettriche, dei droni e delle auto elettriche la commutazione non è fatta da spazzole ma da circuiti elettronici, che invertono le correnti nelle bobine al momento giusto; il principio fisico, però, è lo stesso: la forza $I\,\boldsymbol{L} \times \boldsymbol{B}$.

15.3.3 Il galvanometro a bobina mobile

La stessa coppia magnetica è alla base del galvanometro a bobina mobile, lo strumento da cui, nel capitolo 14, hai costruito amperometri e voltmetri. Una piccola bobina, imperniata, sta fra due espansioni polari curve di un magnete, con un cilindro di ferro al centro: il campo nel traferro è **radiale**, e i lati della bobina lo attraversano sempre perpendicolarmente, qualunque sia la posizione. Il momento della coppia magnetica, $NISB$, è quindi lo stesso per ogni angolo, come se fosse sempre $\operatorname{sen}\theta = 1$. Una molla a spirale si oppone alla rotazione con un momento proporzionale all'angolo di rotazione φ, $k\varphi$. L'indice si ferma dove i due momenti si equilibrano:

$$NISB = k\varphi \quad \varphi = \frac{NSB}{k} I$$

L'angolo è proporzionale alla corrente, e la scala dello strumento è lineare. La sensibilità cresce con il numero di spire, l'area della bobina e il campo, e diminuisce con la rigidità della molla.

15.4 La forza di Lorentz

15.4.1 Dalla forza su un filo alla forza su una carica

Una corrente è un insieme di cariche in moto. Se il campo magnetico esercita una forza su un filo percorso da corrente, è naturale pensare che agisca su ciascuna carica in moto nel filo, e che la forza sul filo sia la somma di queste forze. Il ragionamento si può rendere quantitativo con il modello microscopico della corrente del capitolo 13.

ESEMPIO SVOLTO

Ricavare la forza su una carica in moto

Obiettivo. Ricavare dalla formula $\boldsymbol{F} = I\,\boldsymbol{L} \times \boldsymbol{B}$ la forza che il campo magnetico esercita su una singola carica q che si muove con velocità $\boldsymbol{v}$.

1. Il modello. Nel filo, di sezione S, ci sono n portatori di carica per unità di volume, ciascuno con carica q, che si muovono con la velocità di deriva $\boldsymbol{v}_\text{d}$. Nel capitolo 13 hai ricavato che la corrente è $I = nqSv_\text{d}$ (lì con $q = e$).

2. La forza sul tratto di filo. Prendiamo portatori positivi: il loro moto ha il verso della corrente, quindi $\boldsymbol{L}$ e $\boldsymbol{v}_\text{d}$ hanno lo stesso verso e $I\,\boldsymbol{L} = nqSv_\text{d}\,\boldsymbol{L} = nqSL\,\boldsymbol{v}_\text{d}$. Sostituendo,

$$\boldsymbol{F} = (nSL)\,q\boldsymbol{v}_\text{d} \times \boldsymbol{B}$$

3. Il conteggio. Il prodotto nSL è il numero di portatori nel volume SL del tratto di filo. La forza totale è dunque il numero dei portatori moltiplicato per una stessa forza, $q\,\boldsymbol{v}_\text{d} \times \boldsymbol{B}$, che spetta a ciascuno di essi.

4. La generalizzazione. Non c'è niente di speciale nel fatto che la carica si muova in un filo: una carica q con velocità $\boldsymbol{v}$ in un campo $\boldsymbol{B}$ subisce la forza

$$\boldsymbol{F} = q\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B}F = |q|vB\,\text{sen}\,\theta$$

5. Controllo con cariche negative. Se i portatori sono elettroni, $q = -e$ e $\boldsymbol{v}_\text{d}$ ha verso opposto a $\boldsymbol{L}$: i due segni meno si compensano e la forza sul filo è la stessa. È il motivo per cui la formula $I\,\boldsymbol{L} \times \boldsymbol{B}$ non dipende dal segno dei portatori, e per cui il segno dei portatori si può scoprire solo con un esperimento più fine, l'effetto Hall, che vedrai alla fine del capitolo.

Controllo dimensionale. C · (m/s) · T = C · (m/s) · N/(A·m) = (C/s) · N/A = N, perché C/s = A.

Questa forza si chiama **forza di Lorentz**, dal fisico olandese Hendrik Antoon Lorentz che la pose alla base della sua teoria degli elettroni. Le sue proprietà si leggono tutte nella formula. È nulla se la carica è ferma: il campo magnetico agisce solo su cariche in moto. È nulla anche se la carica si muove parallelamente al campo (sen $\theta = 0$), ed è massima se si muove perpendicolarmente. Il verso è dato dalla mano destra per una carica positiva, ed è **opposto** per una carica negativa. Se nella stessa regione ci sono anche un campo elettrico $\boldsymbol{E}$ e un campo magnetico, la forza totale sulla carica è $\boldsymbol{F} = q\boldsymbol{E} + q\,\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B}$.

15.4.2 Una forza che non compie lavoro

La forza di Lorentz è sempre perpendicolare alla velocità, perché il prodotto vettoriale $\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B}$ è perpendicolare a $\boldsymbol{v}$. Una forza perpendicolare allo spostamento non compie lavoro (il lavoro è il prodotto scalare della forza per lo spostamento, e qui cos 90° = 0). Per il teorema dell'energia cinetica, allora, **il campo magnetico non cambia l'energia cinetica di una carica, e quindi nem-**

meno il modulo della sua velocità: ne cambia soltanto la direzione. È una differenza netta con il campo elettrico, che accelera le cariche e cambia la loro energia di $q\Delta V$ (capitolo 11).

ERRORE FREQUENTE

Due errori sulla forza di Lorentz

«Il campo magnetico accelera le particelle.» Le accelera nel senso che ne cambia la direzione del moto (c'è un'accelerazione centripeta), ma non ne aumenta né diminuisce mai la velocità in modulo: la forza magnetica non compie lavoro. Negli acceleratori di particelle a dare energia è sempre un campo elettrico; il campo magnetico serve a curvare e a guidare.

«Il verso della forza su un elettrone si trova con la mano destra.» La mano destra dà il verso di $\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B}$; per una carica negativa $\boldsymbol{F} = q\,\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B}$ ha verso **opposto**, perché $q < 0$. Trova il verso con la mano destra e poi invertilo, oppure ragiona sulla corrente convenzionale, che ha verso opposto alla velocità degli elettroni.

15.4.3 Il moto circolare uniforme

Una particella di massa m e carica q entra in un campo magnetico uniforme con velocità $\boldsymbol{v}$ perpendicolare a $\boldsymbol{B}$. La forza di Lorentz ha modulo costante $|q|vB$ (il modulo di $\boldsymbol{v}$ non cambia) ed è sempre perpendicolare alla velocità, nel piano perpendicolare a $\boldsymbol{B}$: è la situazione del moto circolare uniforme che conosci dal primo biennio, con la forza di Lorentz nel ruolo di forza centripeta (Figura 15.5a). Dalla seconda legge della dinamica:

$$|q|vB = \frac{mv^2}{r} \quad r = \frac{mv}{|q|B}$$

Il raggio della traiettoria è proporzionale alla quantità di moto mv della particella e inversamente proporzionale alla carica e al campo: particelle più veloci o più pesanti descrivono circonferenze più grandi, campi più intensi le stringono. Il periodo, il tempo per un giro, è

$$T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi m}{|q|B} \quad f = \frac{|q|B}{2\pi m}$$

e **non dipende dalla velocità**: una particella due volte più veloce percorre una circonferenza di raggio doppio, lunga il doppio, e impiega lo stesso tempo. La frequenza $f = |q|B/(2\pi m)$ è la **frequenza di ciclotrone** della particella, e dipende solo dal rapporto fra carica e massa e dal campo.

Qualche numero. Un elettrone accelerato da una differenza di potenziale di 1000 V ha energia cinetica 1000 eV = $1{,}60 \times 10^{-16}$ J e velocità $v = \sqrt{(2K/m)} = 1{,}87 \times 10^7$ m/s. In un campo di 1,00 mT descrive una circonferenza di raggio $r = mv/(eB) = (9{,}11 \times 10^{-31}\ \text{kg} \times 1{,}87 \times 10^7\ \text{m/s})/(1{,}60 \times 10^{-19}\ \text{C} \times 1{,}00 \times 10^{-3}\ \text{T}) = 10{,}7$ cm, in 36 ns, cioè con una frequenza di circa 28 MHz. Per il verso: con $\boldsymbol{B}$ uscente dalla pagina, una carica positiva gira in verso orario, un elettrone in verso antiorario.

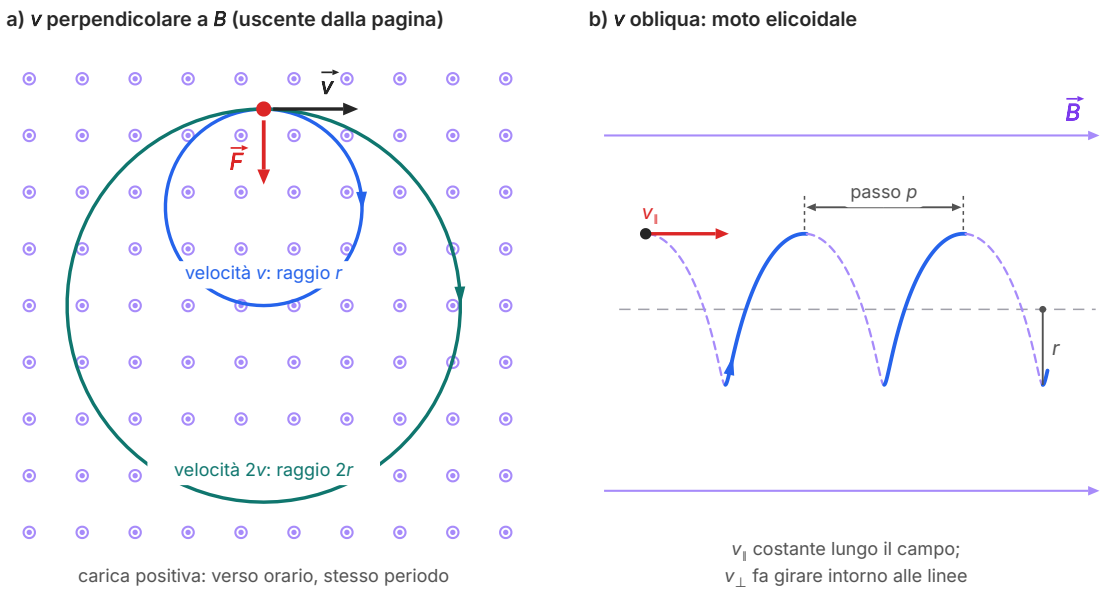

Figura 15.5 Cariche in un campo magnetico uniforme. a) Con $\vec{v}$ perpendicolare a $\vec{B}$ (uscente dalla pagina) la forza di Lorentz $\vec{F}$, sempre perpendicolare a $\vec{v}$, fa da forza centripeta: due protoni lanciati dallo stesso punto con velocità v e $2v$ descrivono circonferenze di raggio r e $2r$ (calcolate), in verso orario e nello stesso tempo. Un elettrone girerebbe in verso antiorario. b) Con $\vec{v}$ obliqua la componente parallela a $\vec{B}$ resta costante e quella perpendicolare fa girare la particella: la traiettoria è un'elica di raggio r e passo p (calcolata, in prospettiva; tratteggiata la parte dietro).

ESEMPIO SVOLTO

Il rapporto carica/massa dell'elettrone da un grafico

Problema. In un tubo a fascio filiforme un cannone elettronico accelera elettroni partiti quasi da fermi con una differenza di potenziale ΔV; il fascio entra perpendicolarmente in un campo magnetico uniforme di $(1{,}00 \pm 0{,}01)$ mT e, grazie a un gas a bassa pressione che si illumina dove passano gli elettroni, si vede come una circonferenza luminosa di cui si misura il raggio, con un'incertezza di 0,1 cm. I dati sono nella Tabella 15.2 e nella Figura 15.6. Ricava il rapporto e/m dell'elettrone.

Tabella 15.2 Raggio della traiettoria degli elettroni in funzione della tensione di accelerazione, con B = 1,00 mT (dati tipici).

ΔV (V)	150	175	200	225	250	275	300
r (cm)	4,1	4,5	4,8	5,0	5,3	5,6	5,9
r^2 (cm^2)	16,8	20,3	23,0	25,0	28,1	31,4	34,8

1. La legge attesa. Nel cannone il campo elettrico compie sull'elettrone il lavoro $e\Delta V$ (capitolo 11), quindi $\tfrac{1}{2}mv^2 = e\Delta V$. Nel campo magnetico $r = mv/(eB)$. Ricavando v dalla seconda e sostituendo nella prima:

$$r^2 = \frac{2m}{eB^2}\,\Delta V$$

Il raggio non è proporzionale alla tensione, ma il suo **quadrato** sì: conviene riportare in grafico r^2 in funzione di ΔV, che deve dare una retta per l'origine di pendenza $k = 2m/(eB^2)$.

2. Il grafico. I punti della Figura 15.6 stanno, entro le barre d'incertezza ($\Delta(r^2) = 2r\Delta r$), su una retta per l'origine, e la legge è confermata. La pendenza della retta che passa meglio fra i punti è $k = 0{,}114$ cm^2/V $= 0{,}114 \times 10^{-4}$ m^2/V.

3. Il risultato. $e/m = 2/(kB^2) = 2/(0{,}114 \times 10^{-4}\ \text{m}^2/\text{V} \times (1{,}00 \times 10^{-3}\ \text{T})^2) = 1{,}75 \times 10^{11}$ C/kg. L'incertezza viene dalla pendenza (circa 2%, dalle rette estreme compatibili con le barre) e dal campo, che compare al quadrato ($2 \times 1\% = 2\%$): circa 4%, cioè $e/m = (1{,}75 \pm 0{,}07) \times 10^{11}$ C/kg.

Commento. Il valore accettato, $1{,}76 \times 10^{11}$ C/kg, è dentro l'intervallo. Usare la pendenza di tutti i punti, invece di un solo punto, riduce l'effetto degli errori casuali e permette di vedere se la legge è davvero rispettata.

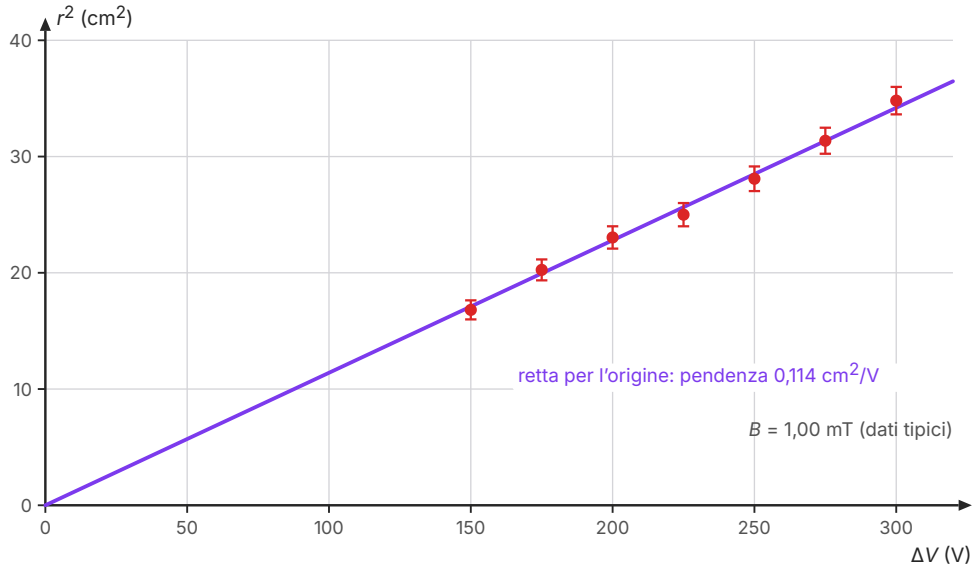

Figura 15.6 Il quadrato del raggio della traiettoria degli elettroni in funzione della tensione di accelerazione, nel campo di 1,00 mT dell'esempio svolto (dati tipici, con barre d'incertezza). I punti stanno su una retta per l'origine, come prevede $r^2 = 2m\Delta V/(eB^2)$; dalla pendenza si ricava e/m.

15.4.4 Il moto elicoidale

Se la velocità forma con il campo un angolo θ qualsiasi, la si scompone in una componente parallela a $\boldsymbol{B}$, $v_\parallel = v\cos\theta$, e una perpendicolare, $v_\perp = v\,\text{sen}\,\theta$. La forza di Lorentz dipende solo da $v_\perp$ ed è perpendicolare a $\boldsymbol{B}$: non ha componente lungo il campo, e $v_\parallel$ resta costante. Nel piano perpendicolare a $\boldsymbol{B}$ la particella descrive invece un moto circolare uniforme di raggio $r = mv_\perp/(|q|B)$ e periodo $T = 2\pi m/(|q|B)$. La composizione dei due moti è un'elica avvolta intorno alle linee di campo (Figura 15.5b), e il **passo dell'elica**, la distanza percorsa lungo il campo in un giro, è $p = v_\parallel T$. Questo **moto elicoidale** fa sì che le particelle cariche seguano le linee del campo magnetico, avvolgendosi intorno a esse.

COLLEGAMENTI

Aurore polari e fasce di Van Allen

Il Sole emette continuamente un flusso di particelle cariche, soprattutto protoni ed elettroni: il vento solare. Il campo magnetico terrestre ne devia la maggior parte e protegge la superficie, ma alcune particelle restano intrappolate e si muovono lungo le linee di campo con un moto elicoidale. Avvicinandosi ai poli le linee si addensano, il campo aumenta e le particelle vengono rimandate indietro: rimbalzano così da un emisfero all'altro, formando intorno alla Terra due grandi regioni a forma di ciambella, a migliaia di kilometri di quota, le **fasce di Van Allen**, scoperte con i primi satelliti artificiali.

Nelle regioni polari, dove le linee di campo scendono quasi verticali verso il suolo, una parte delle particelle raggiunge l'alta atmosfera, fra circa 100 e 300 km di quota, e urta gli atomi di ossigeno e le molecole di azoto, che emettono luce: è l'**aurora polare**, con i suoi veli verdi e rossi. Durante le tempeste magnetiche, quando il Sole emette nubi di particelle particolarmente intense, le aurore si vedono anche a latitudini più basse, a volte perfino in Italia.

15.5 Applicazioni della forza di Lorentz

15.5.1 Il selettore di velocità

Un fascio di particelle cariche prodotto da una sorgente contiene in generale particelle con velocità diverse. Per sceglierne una sola si usa un **selettore di velocità**: una regione in cui un campo elettrico $\boldsymbol{E}$ e un campo magnetico $\boldsymbol{B}$ uniformi sono perpendicolari fra loro e alla velocità delle particelle (a sinistra nella Figura 15.7). Il campo elettrico, prodotto da due piastre parallele, spinge una particella positiva con la forza qE in un verso; il campo magnetico, orientato in modo opportuno, la spinge con la forza qvB nel verso opposto. Le due forze si equilibrano, e la particella prosegue in linea retta, solo se $qE = qvB$, cioè se

$$v = \frac{E}{B}$$

Le particelle più veloci subiscono una forza magnetica maggiore e vengono deviate da una parte, le più lente dall'altra, e sono fermate da una fenditura all'uscita. La velocità selezionata non dipende né dalla carica né dalla massa: dipende solo dai campi. Con $E = 1{,}0 \times 10^5$ V/m e $B = 0{,}50$ T, per esempio, passano indisturbate solo le particelle con $v = 2{,}0 \times 10^5$ m/s.

15.5.2 Lo spettrometro di massa

Lo **spettrometro di massa** separa gli ioni secondo la loro massa. Gli ioni, tutti con la stessa carica, attraversano un selettore di velocità ed entrano con la stessa velocità v in una regione con il solo campo magnetico $\boldsymbol{B}'$, perpendicolare alla velocità. Qui descrivono una semicirconferenza

di raggio $r = mv/(qB')$ e colpiscono un rivelatore, una lastra fotografica nei primi strumenti, oggi un sensore elettronico, a una distanza $D = 2r$ dal punto di ingresso. Poiché v, q e B' sono uguali per tutti, **la distanza è proporzionale alla massa**:

$$m = \frac{qB'D}{2v} = \frac{qBB'D}{2E}$$

Gli isotopi di un elemento, che hanno lo stesso numero di protoni e quindi la stessa chimica ma un numero diverso di neutroni, arrivano in punti diversi. Lo spettrometro di massa ha mostrato che molti elementi sono miscele di isotopi, e ha spiegato le masse atomiche non intere della tavola periodica: il neon, per esempio, è formato per circa il 90% da neon-20 e per circa il 9% da neon-22, e la sua massa atomica media è 20,18 u. Oggi gli spettrometri di massa servono in chimica per identificare le molecole, in medicina per gli esami antidoping e neonatali, in geologia e archeologia per le datazioni.

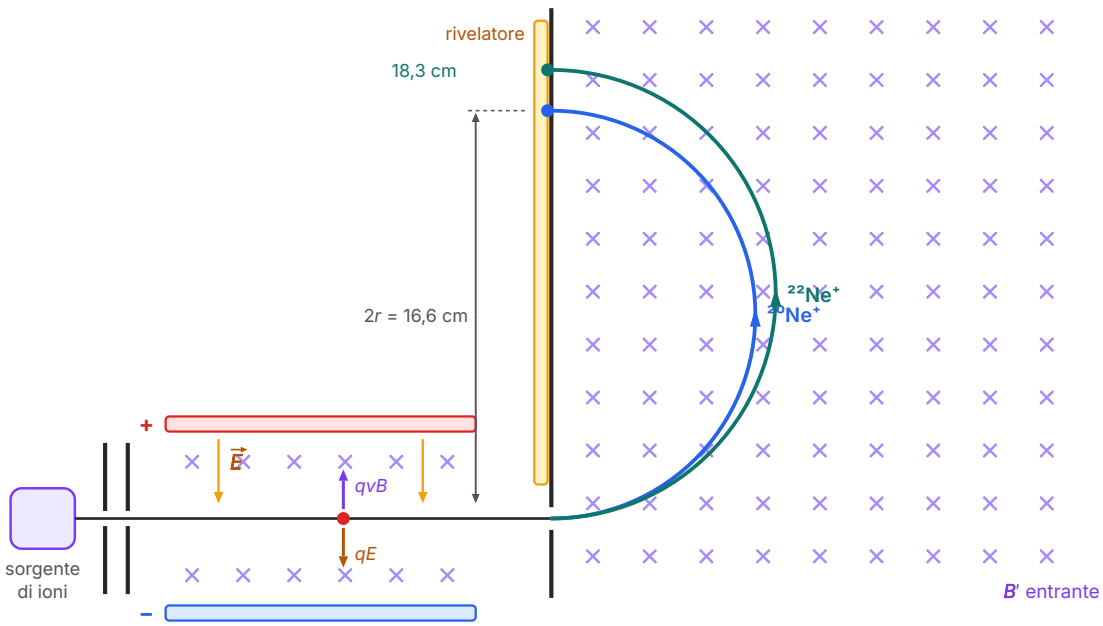

Figura 15.7 Selettore di velocità e spettrometro di massa, con i dati dell'esempio svolto (traiettorie calcolate, in scala nello spettrometro). Nel selettore la forza elettrica qE (verso il basso) e la forza magnetica qvB (verso l'alto) si equilibrano solo per $v = E/B$. Nel campo $\vec{B}'$ gli ioni descrivono semicirconferenze di diametro proporzionale alla massa: 16,6 cm per $^{20}Ne^+$ e 18,3 cm per $^{22}Ne^+$.

ESEMPIO SVOLTO

Separare gli isotopi del neon

Problema. Ioni di neon con una carica positiva elementare entrano in un selettore di velocità con $E = 1{,}0 \times 10^5$ V/m e $B = 0{,}50$ T, e poi in uno spettrometro con $B' = 0{,}50$ T. Le masse degli isotopi sono 19,992 u (neon-20) e 21,991 u (neon-22), con 1 u = $1{,}6605 \times 10^{-27}$ kg. a) Con quale velocità escono gli ioni dal selettore? b) A quale distanza dalla fenditura d'ingresso arrivano i due isotopi sul rivelatore? c) Se le piastre del selettore distano 2,0 cm, che differenza di potenziale bisogna applicare?

Soluzione. a) $v = E/B = (1{,}0 \times 10^5 \text{ V/m})/(0{,}50 \text{ T}) = 2{,}0 \times 10^5$ m/s, uguale per i due isotopi.

b) Per il neon-20: $m = 19{,}992 \times 1{,}6605 \times 10^{-27}$ kg $= 3{,}320 \times 10^{-26}$ kg, e $D = 2mv/(eB') = 2 \times 3{,}320 \times 10^{-26}$ kg $\times\ 2{,}0 \times 10^5$ m/s$/(1{,}60 \times 10^{-19}$ C $\times\ 0{,}50$ T$) = 0{,}166$ m $= 16{,}6$ cm. Per il neon-22 basta la proporzionalità: $D = 16{,}6$ cm $\times\ 21{,}991/19{,}992 = 18{,}3$ cm. I due isotopi arrivano a circa 1,7 cm l'uno dall'altro, una distanza facile da risolvere.

c) Nel campo uniforme fra le piastre $\Delta V = Ed = 1{,}0 \times 10^5$ V/m $\times\ 0{,}020$ m $= 2{,}0 \times 10^3$ V.

Commento. Gli ioni hanno la stessa quantità di carica e la stessa velocità, quindi tutto dipende dalla massa. Con cariche diverse si misurerebbe il rapporto m/q: uno ione neon-20 con carica $2e$ arriverebbe a metà distanza.

APPROFONDIMENTO

J. J. Thomson e la scoperta dell'elettrone

Alla fine dell'Ottocento si studiavano i «raggi catodici»: in un tubo di vetro in cui si è fatto il vuoto, fra due elettrodi a una grande differenza di potenziale, dal catodo parte qualcosa di invisibile che viaggia in linea retta e fa brillare il vetro dove lo colpisce. Non era chiaro se fossero onde, come la luce, o particelle. Nel 1897 il fisico inglese Joseph John Thomson li fece passare in una regione con un campo elettrico e un campo magnetico incrociati, come in un selettore di velocità. Regolando i campi finché il fascio non veniva deviato ottenne la velocità delle particelle, $v = E/B$; poi, misurando la deviazione dovuta al solo campo elettrico, ne ricavò il rapporto fra carica e massa.

Il risultato era lo stesso qualunque fosse il gas nel tubo e qualunque fosse il metallo degli elettrodi, e il rapporto carica/massa era più di mille volte maggiore di quello dello ione idrogeno, la particella più leggera allora conosciuta. Thomson concluse che i raggi catodici sono fatti di particelle cariche negativamente, molto più leggere degli atomi e presenti in tutta la materia: gli elettroni. Pochi anni dopo, nel 1909, Robert Millikan misurò la carica dell'elettrone con le goccioline d'olio cariche, e dalla carica e dal rapporto di Thomson si ottenne la massa.

15.5.3 Il ciclotrone

Che il periodo del moto circolare non dipenda dalla velocità è il principio del **ciclotrone**, l'acceleratore di particelle ideato dal fisico statunitense Ernest Lawrence. Due elettrodi cavi a forma di D, separati da una stretta fessura, stanno in un campo magnetico uniforme perpendicolare. Al centro una sorgente emette ioni, per esempio protoni. Dentro le «D» il campo elettrico è nullo e gli ioni descrivono semicirconferenze; nella fessura una differenza di potenziale alternata li accelera ogni volta che la attraversano. Il trucco è che il tempo per mezzo giro è sempre $T/2 = \pi m/(qB)$, anche se la velocità cresce: basta che la tensione si inverta con la frequenza di ciclotrone, e gli ioni trovano sempre il campo nel verso giusto. A ogni passaggio guadagnano energia, il raggio cresce e la traiettoria è una spirale, finché raggiungono il bordo e vengono estratti.

L'energia massima dipende dal raggio R delle D: da $R = mv/(qB)$ si ha $v_{\max} = qBR/m$. Il campo magnetico non aumenta l'energia degli ioni, che viene tutta dal campo elettrico nella fessura, ma li riporta ogni volta alla fessura. Quando le velocità si avvicinano a quella della luce il periodo non è più costante, per effetti che studierai con la relatività, e il ciclotrone va modificato. I ciclotroni sono usati negli ospedali per produrre gli isotopi radioattivi della diagnostica (per esempio quelli della tomografia PET) e, in alcuni centri, per la terapia dei tumori con fasci di protoni.

15.5.4 L'effetto Hall

Nel 1879 lo statunitense Edwin Hall, allora studente, si chiese se il campo magnetico agisse sulla corrente o sul conduttore. Fece passare corrente in una sottile lamina d'oro immersa in un campo magnetico perpendicolare e misurò, fra i due bordi della lamina, una piccola differenza di potenziale **trasversale**, perpendicolare alla corrente: è l'**effetto Hall** (Figura 15.8).

La spiegazione è la forza di Lorentz. Consideriamo una lamina di larghezza d e spessore h, percorsa dalla corrente I e immersa in un campo $\boldsymbol{B}$ perpendicolare alla lamina. I portatori di carica, in moto con la velocità di deriva v_d, sono spinti dalla forza magnetica verso uno dei due bordi, dove si accumulano; sul bordo opposto resta una carica di segno contrario. Le due cariche creano nella lamina un campo elettrico trasversale E_H, che spinge i portatori nel verso opposto. L'accumulo si ferma, in un tempo brevissimo, quando la forza elettrica equilibra quella magnetica, come nel selettore di velocità: $qE_H = qv_dB$. La differenza di potenziale fra i bordi, la **tensione di Hall**, è allora

$$V_H = E_H d = v_d B d = \frac{IB}{n|q|h}$$

dove nell'ultimo passaggio si è usato $I = n|q|Sv_d$ con $S = dh$. La tensione di Hall è proporzionale al campo, e ha due usi importanti.

Il primo è scoprire **il segno dei portatori**. Come mostra la Figura 15.8, portatori negativi che si muovono in un verso e portatori positivi che si muovono nel verso opposto danno la stessa corrente, ma vengono spinti verso lo stesso bordo, che si carica con segni opposti nei due casi: il segno di V_H rivela il segno delle cariche in moto. Nella maggior parte dei metalli si trova che i portatori sono negativi, gli elettroni; in alcuni semiconduttori, e perfino in qualche metallo, la corrente si comporta come se fosse trasportata da cariche positive, le «lacune». Il secondo uso è misurare B. Nei metalli n è enorme e la tensione è minuscola: in una lamina di rame spessa 0,1 mm, con 5 A e 1 T, si hanno circa 3,7 μV. Nei semiconduttori n è molto più piccolo e V_H è di millivolt: una piccola piastrina di semiconduttore, tarata, è una **sonda di Hall**, lo strumento più comune per misurare i campi magnetici.

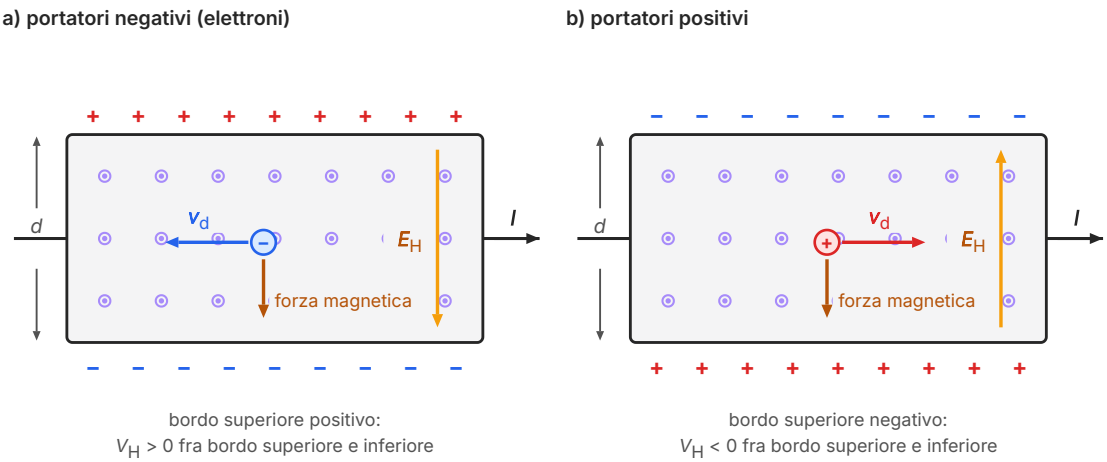

Figura 15.8 L'effetto Hall in una lamina percorsa dalla corrente I verso destra, in un campo $\boldsymbol{B}$ uscente dalla pagina (schema). a) Se i portatori sono elettroni, si muovono verso sinistra e la forza magnetica li spinge verso il bordo inferiore, che si carica negativamente. b) Se i portatori fossero positivi, si muoverebbero verso destra e sarebbero spinti anch'essi verso il bordo inferiore, che si caricherebbe positivamente. Il campo E_H fra i bordi equilibra la forza magnetica, e la tensione di Hall fra i bordi ha segno opposto nei due casi.

COLLEGAMENTI

I sensori di Hall intorno a te

Molti smartphone contengono un magnetometro a tre assi, spesso basato sull'effetto Hall, che misura le tre componenti del campo magnetico terrestre: è la bussola dell'app delle mappe, e con un'app di misura lo puoi usare anche in laboratorio, per campi fino a qualche millitesla. Sensori di Hall più semplici, che segnalano solo se un magnete è vicino, spengono lo schermo di un portatile quando lo chiudi e accendono quello del telefono quando apri la custodia. Nelle automobili misurano la velocità di rotazione delle ruote per l'ABS, contando il passaggio dei denti di una ruota di ferro o dei poli di un anello magnetizzato, e la posizione dell'acceleratore e dell'albero motore. Sono sensori senza parti in movimento e senza contatti, quindi non si consumano.

IN SINTESI

Le formule del capitolo

Direzione e verso di $\boldsymbol{B}$: quelli del polo nord di un ago magnetico in equilibrio. Linee del campo magnetico: sempre chiuse, escono dal polo nord e rientrano nel polo sud; non esistono monopoli magnetici.

$\boldsymbol{F} = I\,\boldsymbol{L} \times \boldsymbol{B}$, $F = ILB$ sen θ — forza su un tratto rettilineo di filo percorso dalla corrente I in un campo uniforme; $\boldsymbol{L}$ ha il verso della corrente, θ è l'angolo fra filo e campo; verso con la mano destra. Definisce $B = F/(IL)$ (filo perpendicolare); 1 T = 1 N/(A·m).

$M = NISB$ sen θ, $\boldsymbol{M} = \boldsymbol{m} \times \boldsymbol{B}$, $\boldsymbol{m} = NIS\,\boldsymbol{n}$ (A·m^2) — momento della coppia su una bobina piana di N spire e area S in un campo uniforme; θ è l'angolo fra la normale $\boldsymbol{n}$ (mano destra) e $\boldsymbol{B}$; la coppia allinea $\boldsymbol{m}$ a $\boldsymbol{B}$.

$\boldsymbol{F} = q\,\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B}$, $F = |q|vB$ sen θ — forza di Lorentz; verso opposto alla mano destra per $q < 0$; perpendicolare a $\boldsymbol{v}$, non compie lavoro e non cambia il modulo della velocità.

$r = mv/(|q|B)$, $T = 2\pi m/(|q|B)$, $f = |q|B/(2\pi m)$ — moto circolare uniforme con $\boldsymbol{v} \perp \boldsymbol{B}$ in un campo uniforme; periodo e frequenza non dipendono dalla velocità (finché v è molto minore di c). Con $\boldsymbol{v}$ obliqua: elica di raggio $mv_\perp/(|q|B)$ e passo $p = v_\parallel T$.

$v = E/B$ — velocità selezionata da campi $\boldsymbol{E}$ e $\boldsymbol{B}$ incrociati, perpendicolari alla velocità; non dipende da q né da m. $D = 2mv/(qB')$ — distanza di arrivo nello spettrometro di massa, proporzionale alla massa.

$V_H = v_d Bd = IB/(n|q|h)$ — tensione di Hall fra i bordi di una lamina di larghezza d e spessore h; il suo segno dà il segno dei portatori.

SINTESI

- Ogni magnete ha un polo nord e un polo sud: poli dello stesso nome si respingono, di nome diverso si attraggono. I poli non si separano: non esistono monopoli magnetici.
- Il campo magnetico $\boldsymbol{B}$ ha in ogni punto la direzione e il verso del polo nord di un ago magnetico in equilibrio. Le sue linee sono chiuse: fuori da un magnete vanno dal polo nord al polo sud, dentro dal sud al nord.
- La Terra si comporta come un grande magnete con un polo sud magnetico vicino al polo nord geografico; declinazione e inclinazione descrivono la direzione locale del campo, che in Italia vale circa $4{,}7 \times 10^{-5}$ T.
- Ørsted (1820) scoprì che le correnti generano campi magnetici; magneti e correnti, e correnti e correnti, interagiscono: il magnetismo è un'interazione fra cariche in moto.
- Su un tratto di filo percorso da corrente agisce la forza $\boldsymbol{F} = I\,\boldsymbol{L} \times \boldsymbol{B}$, con verso dato dalla mano destra; il modulo del campo è $B = F/(IL)$ per un filo perpendicolare, e si misura in tesla.
- Una spira o una bobina in un campo uniforme subisce il momento della coppia $\boldsymbol{M} = \boldsymbol{m} \times \boldsymbol{B}$, con $\boldsymbol{m} = NIS\,\boldsymbol{n}$: si comporta come un piccolo magnete e tende ad allinearsi al campo.
- Nel motore in corrente continua il commutatore inverte la corrente ogni mezzo giro, e la coppia agisce sempre nello stesso verso; nel galvanometro il campo radiale rende l'angolo proporzionale alla corrente.
- Su una carica in moto agisce la forza di Lorentz $\boldsymbol{F} = q\,\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B}$, perpendicolare alla velocità: non compie lavoro e cambia solo la direzione del moto.
- In un campo uniforme una carica con velocità perpendicolare a $\boldsymbol{B}$ descrive una circonferenza di raggio $mv/(|q|B)$ con periodo $2\pi m/(|q|B)$ indipendente dalla velocità; con velocità obliqua descrive un'elica.
- Campi $\boldsymbol{E}$ e $\boldsymbol{B}$ incrociati selezionano la velocità $v = E/B$; lo spettrometro di massa separa gli isotopi, il ciclotrone accelera ioni sfruttando la costanza del periodo.
- Nell'effetto Hall la forza di Lorentz sui portatori crea una tensione trasversale $V_{\mathrm{H}} = v_{\mathrm{d}}Bd$, il cui segno rivela il segno dei portatori; le sonde di Hall misurano il campo magnetico.

ESERCIZI

Comprendere e ricordare

1. ● Spezzando a metà una calamita a barra si ottengono:

   A. un polo nord e un polo sud isolati

   B. due calamite più piccole, ciascuna con un polo nord e un polo sud

   C. due pezzi di acciaio non magnetizzati

   D. due poli nord, che si respingono

2. ● Il verso del campo magnetico in un punto è, per definizione:
   - **A.** quello in cui punta il polo nord di un ago magnetico in equilibrio in quel punto
   - **B.** quello della forza magnetica su un filo percorso da corrente posto in quel punto
   - **C.** quello in cui punta il polo sud di un ago magnetico in equilibrio
   - **D.** quello della velocità di una carica positiva che passa per quel punto

3. ● Vicino al polo nord geografico della Terra si trova:
   - **A.** un polo nord magnetico
   - **B.** il punto da cui escono le linee del campo magnetico terrestre
   - **C.** un polo sud magnetico
   - **D.** nessun polo magnetico, perché la Terra non è un magnete

4. ● Il tesla, unità di misura del campo magnetico, equivale a:
   - **A.** N·A·m
   - **B.** N/C
   - **C.** kg/(A·s)
   - **D.** N/(A·m)

5. ●● Un filo rettilineo percorso da corrente è disposto parallelamente alle linee di un campo magnetico uniforme. La forza magnetica sul filo:
   - **A.** è massima
   - **B.** è diretta lungo il filo
   - **C.** è nulla
   - **D.** dipende dal verso della corrente, ma non è mai nulla

6. ●● Una spira piana percorsa da corrente è libera di ruotare in un campo magnetico uniforme. Il momento della coppia è massimo quando:
   - **A.** il momento magnetico della spira è parallelo a $\vec{B}$
   - **B.** il piano della spira è perpendicolare a $\vec{B}$
   - **C.** il momento magnetico della spira è antiparallelo a $\vec{B}$
   - **D.** il momento magnetico della spira è perpendicolare a $\vec{B}$

7. ●● Un protone si muove di moto circolare in un campo magnetico uniforme perpendicolare alla sua velocità. Se la velocità del protone fosse doppia:
   - **A.** il raggio raddoppierebbe e il periodo resterebbe uguale
   - **B.** il raggio e il periodo raddoppierebbero
   - **C.** il raggio resterebbe uguale e il periodo si dimezzerebbe
   - **D.** il raggio si dimezzerebbe e il periodo resterebbe uguale

8. ●● Un elettrone e un protone entrano con la stessa velocità, perpendicolare al campo, in un campo magnetico uniforme. Allora:
   A. descrivono circonferenze uguali, percorse in versi opposti
   B. il raggio del protone è circa 1800 volte quello dell'elettrone, e i versi di rotazione sono opposti
   C. il raggio dell'elettrone è circa 1800 volte quello del protone, e i versi di rotazione sono uguali
   D. le forze magnetiche sulle due particelle hanno moduli diversi

Vero o falso

9. ● Le linee del campo magnetico di una calamita a barra escono dal polo nord e, dentro la calamita, vanno dal polo sud al polo nord, richiudendosi. V / F

10. ● La forza magnetica che agisce su una carica in moto può aumentare il modulo della sua velocità. V / F

11. ● Una carica ferma in un campo magnetico non subisce alcuna forza magnetica. V / F

12. ●● Il periodo del moto circolare di un protone in un campo magnetico uniforme è tanto più breve quanto più il protone è veloce. V / F

13. ●● Nell'effetto Hall il segno della tensione fra i bordi della lamina dipende dal segno dei portatori di carica. V / F

Applicare

14. ● Esprimi in tesla e in gauss un campo terrestre di 48 μT, e in gauss il campo di 1,2 T sulla superficie di un magnete al neodimio.

15. ● Un filo rettilineo lungo 25 cm, percorso da una corrente di 3,0 A, è immerso in un campo magnetico uniforme di 0,40 T. Calcola la forza sul filo quando il filo è perpendicolare al campo e quando forma con esso un angolo di 30°.

16. ●● Un filo perpendicolare alla pagina è percorso da una corrente uscente dalla pagina (⊙) ed è immerso in un campo magnetico uniforme diretto verso il basso della pagina. La forza sul filo è diretta verso _____ . Se il campo fosse diretto verso destra, la forza sarebbe diretta verso _____ .

17. ●● Una bobina rettangolare di 50 spire, di lati 4,0 cm e 6,0 cm, è percorsa da una corrente di 0,80 A in un campo uniforme di 0,25 T. Calcola il modulo del momento magnetico e il momento della coppia quando la normale alla bobina forma con il campo un angolo di 90° e di 30°.

18. ● Un protone entra con velocità $2{,}0 \times 10^6$ m/s, perpendicolare al campo, in un campo magnetico uniforme di 0,50 T. Calcola il modulo della forza di Lorentz, il raggio della traiettoria e il periodo.

19. ●● Un elettrone si muove con velocità $3{,}0 \times 10^7$ m/s perpendicolarmente a un campo magnetico uniforme di 1,5 mT. Calcola il raggio della traiettoria e la frequenza di ciclotrone.

20. ● In un selettore di velocità il campo elettrico vale $3{,}0 \times 10^4$ V/m e il campo magnetico 0,15 T. Quale velocità hanno le particelle che passano senza essere deviate? Quale differenza di potenziale bisogna applicare alle piastre, distanti 1,0 cm?

21. ●● Leggi sulla retta della Figura 15.6 il valore di r^2 per $\Delta V = 220$ V e ricava il raggio della traiettoria degli elettroni. Controlla il risultato con la formula $r^2 = 2m\Delta V/(eB^2)$, usando $e/m = 1{,}76 \times 10^{11}$ C/kg.

Problemi

22. ●●● Un'asta metallica lunga 12 cm e di massa 30 g è appoggiata perpendicolarmente su due rotaie orizzontali, in un campo magnetico verticale uniforme di 0,20 T. Fra asta e rotaie il coefficiente di attrito statico è 0,15 e quello dinamico 0,12. a) Quale corrente minima deve attraversare l'asta perché inizi a muoversi? b) Le rotaie sono collegate a un generatore con f.e.m. 12 V e resistenza interna 0,50 Ω; la resistenza di rotaie e asta è 1,5 Ω. Quale corrente circola, e con quale accelerazione parte l'asta? (Trascura ogni altro effetto del moto dell'asta.)

23. ●●● Un galvanometro a bobina mobile ha una bobina di 120 spire, di 1,5 cm × 2,0 cm, in un campo radiale di 0,18 T; la molla ha costante elastica di torsione $k = 4{,}0 \times 10^{-6}$ N·m/rad. a) Quale corrente fa ruotare l'indice di 90°, il fondo scala? b) Quanti gradi corrispondono a una corrente di 1 μA? c) La bobina ha resistenza 50 Ω: quale resistenza di shunt serve per trasformare lo strumento in un amperometro con fondo scala di 1,0 A?

24. ●● La bobina di un piccolo motore in corrente continua ha 200 spire di area 25 cm^2, è percorsa da 1,5 A e ruota in un campo di 0,35 T. a) Qual è il momento massimo della coppia? b) Il valor medio di $|\text{sen}\,\theta|$ su un giro è $2/\pi$: quanto vale il momento medio? c) Se il motore gira a 1500 giri al minuto, quale potenza meccanica sviluppa? (La potenza di una coppia di momento costante M è $P = M\omega$.)

25. ●● Una particella alfa (massa $6{,}64 \times 10^{-27}$ kg, carica $2e$), inizialmente ferma, è accelerata da una differenza di potenziale di 2,0 kV ed entra perpendicolarmente in un campo magnetico uniforme di 0,50 T. Calcola la sua energia cinetica (in joule e in elettronvolt), la sua velocità e il raggio della traiettoria.

26. ●●● Un elettrone con energia cinetica 2,0 keV entra in un campo magnetico uniforme di 5,0 mT con una velocità che forma un angolo di 30° con le linee di campo. a) Calcola le componenti della velocità parallela e perpendicolare al campo. b) Calcola il raggio, il periodo e il passo dell'elica. c) Quanti giri compie l'elettrone mentre avanza di 50 cm lungo il campo?

27. ●●● In uno spettrometro di massa, ioni di cloro con una carica positiva elementare attraversano un selettore con $E = 3{,}0 \times 10^4$ V/m e $B = 0{,}20$ T, ed entrano in un campo $B' = 0{,}40$ T. Le masse degli isotopi sono 34,969 u (cloro-35) e 36,966 u (cloro-37). a) A quale distanza dalla fenditura arrivano i due isotopi? b) Quanto distano fra loro sul rivelatore? c) Il rivelatore registra il 75,8% degli ioni nella prima posizione e il 24,2% nella seconda: calcola la massa atomica media del cloro e confrontala con quella della tavola periodica, 35,45 u.

28. ●●● Una lamina di rame larga 1,0 cm e spessa 0,10 mm è percorsa da una corrente di 10 A in un campo magnetico di 1,2 T perpendicolare alla lamina; nel rame ci sono $8{,}5 \times 10^{28}$ elettroni di conduzione per metro cubo. a) Calcola la velocità di deriva degli elettroni e la tensione di Hall. b) Una sonda di Hall è fatta con un semiconduttore con $1{,}0 \times 10^{22}$ portatori per metro cubo, spesso 0,50 mm, percorso da 1,0 mA. Quale tensione di Hall misura nello stesso campo? E in un campo di 0,10 T? c) Perché le sonde di Hall si fanno con semiconduttori e non con metalli?

29. ●●● Un ciclotrone per protoni ha un campo di 1,5 T e un raggio delle «D» di 0,50 m. a) Con quale frequenza deve oscillare la tensione fra le D? b) Quali sono la velocità massima e l'energia cinetica massima dei protoni (in MeV)? c) Se la tensione fra le D ha ampiezza 20 kV e i protoni attraversano la fessura sempre quando la tensione è massima, quanti giri compiono i protoni prima di essere estratti? d) La velocità massima è piccola rispetto a quella della luce?

Ragionare e argomentare

30. ●● Stima di Fermi. Un cavo di una linea elettrica, lungo 100 m fra due tralicci, trasporta una corrente di 500 A (supponi che sia continua) in direzione perpendicolare alla componente orizzontale del campo magnetico terrestre. Stima la forza magnetica sul cavo e confrontala con il suo peso, sapendo che un metro di cavo ha una massa di circa 1,5 kg. Il campo terrestre è un problema per chi progetta le linee?

31. ●● Trova l'errore. Uno studente scrive: «Dalla definizione $B = F/(IL)$ segue che, se nel filo immerso fra i poli di un magnete raddoppio la corrente, il campo magnetico del magnete si dimezza». Spiega dove sta l'errore e che cosa succede davvero raddoppiando la corrente.

32. ●●● Nel ciclotrone il campo magnetico è indispensabile, eppure non è lui a dare energia ai protoni. Spiega perché il campo magnetico non può aumentare l'energia cinetica di una particella, quale ruolo ha nel ciclotrone e perché la frequenza della tensione fra le D può restare costante mentre i protoni accelerano. Che cosa limita l'energia massima?

PER APPROFONDIRE

- [FEY] R. P. Feynman, R. B. Leighton, M. Sands, *La fisica di Feynman*, vol. II: i capitoli sul campo magnetico e sul moto delle cariche nei campi elettrici e magnetici, con una discussione profonda del legame fra forza magnetica e moto delle cariche.
- [FAR] M. Faraday, *Experimental Researches in Electricity*: le serie dedicate alle «linee di forza» magnetiche, che Faraday studiava con la limatura di ferro e con piccoli aghi, all'origine dell'idea di campo.
- [HRW] D. Halliday, R. Resnick, J. Walker, *Fondamenti di fisica*: il capitolo sui campi magnetici, con il moto delle particelle cariche, l'effetto Hall, il ciclotrone e molti problemi graduati.
- [HEW] P. G. Hewitt, *Conceptual Physics*: il capitolo sul magnetismo, con il campo terrestre, i motori e le aurore spiegati quasi senza formule.
- [MAX] J. C. Maxwell, *A Treatise on Electricity and Magnetism*: la parte sul magnetismo, il testo classico che raccolse in una teoria unitaria le scoperte di Ørsted, Ampère e Faraday.

Glossario del capitolo

Campo magnetico
Grandezza vettoriale $\boldsymbol{B}$ che descrive l'azione magnetica in ogni punto dello spazio; ha la direzione e il verso del polo nord di un ago magnetico in equilibrio, e modulo $F/(IL)$ per un filo perpendicolare. Si misura in tesla.

Ciclotrone
Acceleratore in cui ioni, curvati da un campo magnetico uniforme, sono accelerati più volte da una tensione alternata con la frequenza di ciclotrone.

Commutatore
Anello diviso in due semianelli isolati che, ruotando con la bobina di un motore in corrente continua, inverte la corrente ogni mezzo giro.

Declinazione magnetica
Angolo fra la direzione indicata dall'ago della bussola e il meridiano geografico.

Effetto Hall
Comparsa di una differenza di potenziale trasversale in un conduttore percorso da corrente e immerso in un campo magnetico, dovuta alla forza di Lorentz sui portatori di carica.

Forza di Lorentz
Forza $\boldsymbol{F} = q\,\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B}$ esercitata dal campo magnetico su una carica in moto; è perpendicolare alla velocità e non compie lavoro.

Frequenza di ciclotrone
Frequenza $|q|B/(2\pi m)$ del moto circolare di una carica in un campo magnetico uniforme; non dipende dalla velocità.

Inclinazione magnetica
Angolo fra il campo magnetico terrestre e il piano orizzontale; in Italia è di circa 55–60°.

Magnete
Corpo che attira il ferro e crea intorno a sé un campo magnetico; ha sempre un polo nord e un polo sud.

Momento magnetico
Vettore $\boldsymbol{m} = NIS\,\boldsymbol{n}$ di una spira o bobina percorsa da corrente, perpendicolare al suo piano con verso dato dalla mano destra; in un campo uniforme la bobina subisce il momento della coppia $\boldsymbol{m} \times \boldsymbol{B}$.

Monopolo magnetico
Ipotetico polo magnetico isolato; non è mai stato osservato.

Moto elicoidale
Moto lungo un'elica di una carica con velocità obliqua rispetto a un campo magnetico uniforme: circolare nel piano perpendicolare al campo, uniforme lungo il campo.

Motore elettrico in corrente continua
Macchina in cui la coppia magnetica su bobine percorse da corrente, invertita ogni mezzo giro dal commutatore, produce una rotazione continua.

Polo nord / polo sud
Estremità di un magnete libero di ruotare che si rivolge, rispettivamente, verso il nord e verso il sud geografici; poli dello stesso nome si respingono.

Selettore di velocità
Regione con campi elettrico e magnetico uniformi, perpendicolari fra loro e alla velocità, che lascia passare indisturbate solo le particelle con $v = E/B$.

Sonda di Hall
Strumento che misura il campo magnetico dalla tensione di Hall in una piastrina di semiconduttore tarata.

Spettrometro di massa
Strumento che separa ioni di uguale carica e velocità secondo la massa, dal raggio della loro traiettoria in un campo magnetico.

Spira
Conduttore piegato a formare un circuito chiuso piano.

Tensione di Hall
Differenza di potenziale $V_H = v_d B d$ fra i bordi di una lamina nell'effetto Hall; il suo segno dà il segno dei portatori.

Tesla
Unità SI del campo magnetico: 1 T = 1 N/(A·m).

Soluzioni

1. B. Ogni pezzo, per quanto piccolo, ha un polo nord e un polo sud: i poli magnetici non si separano.

2. A. È la definizione: la direzione di $\boldsymbol{B}$ è quella dell'ago in equilibrio, il verso è quello in cui punta il suo polo nord. La forza su un filo è perpendicolare a $\boldsymbol{B}$.

3. C. Il polo nord dell'ago punta verso il nord geografico ed è attratto da un polo di nome opposto: lì c'è un polo sud magnetico, in cui le linee di campo entrano.

4. D. Da $B = F/(IL)$: 1 T = 1 N/(A·m) = 1 kg/(A·s^2).

5. C. $F = ILB$ sen θ con θ = 0°: la forza è nulla, in qualunque verso scorra la corrente.

6. D. $M = mB$ sen θ è massimo per θ = 90°, cioè con $\boldsymbol{m}$ perpendicolare a $\boldsymbol{B}$ (il piano della spira contiene le linee di campo); con $\boldsymbol{m}$ parallelo o antiparallelo a $\boldsymbol{B}$ il momento è nullo.

7. A. $r = mv/(eB)$ è proporzionale a v; $T = 2\pi m/(eB)$ non dipende da v.

8. B. Le forze hanno lo stesso modulo evB (cariche uguali in valore assoluto) ma versi opposti; $r = mv/(eB)$ è proporzionale alla massa, e $m_p/m_e \approx 1{,}67 \times 10^{-27}/9{,}11 \times 10^{-31} \approx 1{,}8 \times 10^3$.

9. V. Le linee del campo magnetico sono chiuse: fuori dalla calamita vanno da N a S, dentro da S a N.

10. F. La forza di Lorentz è sempre perpendicolare alla velocità e non compie lavoro: l'energia cinetica, e quindi il modulo della velocità, non cambia.

11. V. $\boldsymbol{F} = q\,\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B}$ è nulla se $\boldsymbol{v} = 0$. (Il campo magnetico agisce solo su cariche in moto.)

12. F. $T = 2\pi m/(eB)$ non dipende dalla velocità: un protone più veloce percorre una circonferenza più grande nello stesso tempo.

13. V. Portatori positivi e negativi che danno la stessa corrente sono spinti verso lo stesso bordo, che quindi si carica con segni opposti: il segno di V_H rivela quello dei portatori.

14. 48 μT = 4,8 × 10^{-5} T = 0,48 G (1 G = 10^{-4} T); 1,2 T = 1,2 × 10^4 G.

15. $F = ILB$ sen θ. Perpendicolare: 3,0 A × 0,25 m × 0,40 T = 0,30 N. A 30°: 0,30 N × sen 30° = 0,15 N.

16. Verso destra; verso l'alto della pagina. Con gli assi (x verso destra, y verso l'alto della pagina, z uscente): corrente lungo $+z$, campo lungo $-y$, $\mathbf{k} \times (-\mathbf{j}) = +\mathbf{i}$; con il campo lungo $+x$, $\mathbf{k} \times \mathbf{i} = +\mathbf{j}$.

17. $m = NIS$ = 50 × 0,80 A × (0,040 m × 0,060 m) = 50 × 0,80 × 2,4 × 10^{-3} A·m^2 = 9,6 × 10^{-2} A·m^2. $M = mB$ sen θ: a 90°, 9,6 × 10^{-2} × 0,25 N·m = 2,4 × 10^{-2} N·m; a 30°, 1,2 × 10^{-2} N·m.

18. $F = evB$ = 1,60 × 10^{-19} C × 2,0 × 10^6 m/s × 0,50 T = 1,6 × 10^{-13} N. $r = mv/(eB)$ = 1,67 × 10^{-27} kg × 2,0 × 10^6 m/s/(1,60 × 10^{-19} C × 0,50 T) = 4,2 × 10^{-2} m = 4,2 cm. $T = 2\pi m/(eB)$ = 1,3 × 10^{-7} s.

19. $r = mv/(eB)$ = 9,11 × 10^{-31} kg × 3,0 × 10^7 m/s/(1,60 × 10^{-19} C × 1,5 × 10^{-3} T) = 0,11 m. $f = eB/(2\pi m)$ = 1,60 × 10^{-19} × 1,5 × 10^{-3}/(2π × 9,11 × 10^{-31}) Hz = 4,2 × 10^7 Hz = 42 MHz.

20. $v = E/B$ = 3,0 × 10^4 V/m/0,15 T = 2,0 × 10^5 m/s. $\Delta V = Ed$ = 3,0 × 10^4 V/m × 0,010 m = 3,0 × 10^2 V.

21. Sulla retta, a 220 V, $r^2 \approx 25$ cm^2 (pendenza 0,114 cm^2/V × 220 V = 25,1 cm^2), quindi $r \approx 5{,}0$ cm. Con la formula: r^2 = 2 × 220 V/(1,76 × 10^{11} C/kg × (1,00 × 10^{-3} T)^2) = 2,50 × 10^{-3} m^2 = 25,0 cm^2, r = 5,0 cm: i due valori coincidono.

22. a) Per la prima legge della dinamica l'asta resta ferma finché la forza magnetica (orizzontale, perpendicolare all'asta) non supera l'attrito statico massimo: $ILB = \mu_s mg$, I = 0,15 × 0,030 kg × 9,8 m/s^2/(0,12 m × 0,20 T) = 1,8 A. b) Per la legge di Ohm del circuito con il generatore reale (capitolo 14): $I = \varepsilon/(R + r)$ = 12 V/(1,5 Ω + 0,50 Ω) = 6,0 A, maggiore di 1,8 A: l'asta parte. Per la seconda legge della dinami-

ca, con l'attrito dinamico: $a = (ILB - \mu_d mg)/m$ = (6,0 × 0,12 × 0,20 N − 0,12 × 0,030 × 9,8 N)/0,030 kg = (0,144 N − 0,035 N)/0,030 kg = 3,6 m/s^2.

23. a) All'equilibrio il momento magnetico eguaglia quello della molla; il campo è radiale, quindi sen θ = 1: $NISB = k\varphi$, $I = k\varphi/(NSB)$ = 4,0 × 10^{-6} N·m/rad × (π/2) rad/(120 × 3,0 × 10^{-4} m^2 × 0,18 T) = 9,7 × 10^{-4} A ≈ 0,97 mA. b) L'angolo è proporzionale alla corrente: 90°/970 μA = 0,093° per μA (circa un decimo di grado). c) Lo shunt è in parallelo alla bobina, e ha la stessa tensione (capitolo 14): per la legge dei nodi nello shunt passano 1,0 A − 0,00097 A; $R_s = R_G I_G/(I - I_G)$ = 50 Ω × 9,7 × 10^{-4} A/(0,999 A) = 4,9 × 10^{-2} Ω.

24. a) $M_{max} = NISB$ = 200 × 1,5 A × 25 × 10^{-4} m^2 × 0,35 T = 0,26 N·m. b) M_{medio} = (2/π) × 0,2625 N·m = 0,17 N·m. c) ω = 1500 × 2π/(60 s) = 157 rad/s; $P = M_{medio}\omega$ = 0,167 N·m × 157 rad/s = 26 W.

25. $K = q\Delta V$ = 2 × 1,60 × 10^{-19} C × 2,0 × 10^3 V = 6,4 × 10^{-16} J = 4,0 × 10^3 eV (4,0 keV: la carica è 2e). $v = \sqrt{(2K/m)} = \sqrt{(2 \times 6{,}4 \times 10^{-16}\ \text{J}/6{,}64 \times 10^{-27}\ \text{kg})}$ = 4,4 × 10^5 m/s. $r = mv/(qB)$ = 6,64 × 10^{-27} kg × 4,39 × 10^5 m/s/(3,20 × 10^{-19} C × 0,50 T) = 1,8 × 10^{-2} m = 1,8 cm.

26. a) K = 2,0 × 10^3 × 1,60 × 10^{-19} J = 3,2 × 10^{-16} J; $v = \sqrt{(2K/m)}$ = 2,65 × 10^7 m/s. Per la scomposizione della velocità: $v_\parallel = v \cos 30°$ = 2,3 × 10^7 m/s, $v_\perp = v$ sen 30° = 1,3 × 10^7 m/s. b) Solo $v_\perp$ genera la forza di Lorentz, che fa da forza centripeta: $r = mv_\perp/(eB)$ = 9,11 × 10^{-31} × 1,33 × 10^7/(1,60 × 10^{-19} × 5,0 × 10^{-3}) m = 1,5 × 10^{-2} m = 1,5 cm; $T = 2\pi m/(eB)$ = 7,2 × 10^{-9} s; lungo il campo la forza è nulla e il moto è uniforme: $p = v_\parallel T$ = 2,30 × 10^7 m/s × 7,15 × 10^{-9} s = 0,16 m. c) 0,50 m/0,164 m ≈ 3,0 giri.

27. a) Dal selettore (equilibrio di forza elettrica e magnetica): $v = E/B$ = 3,0 × 10^4/0,20 m/s = 1,5 × 10^5 m/s. Nello spettrometro la forza di Lorentz è centripeta: $D = 2mv/(eB')$. Cloro-35: D = 2 × 34,969 × 1,6605 × 10^{-27} kg × 1,5 × 10^5 m/s/(1,60 × 10^{-19} C × 0,40 T) = 0,272 m = 27,2 cm; cloro-37: 27,2 cm × 36,966/34,969 = 28,8 cm. b) Circa 1,6 cm. c) 0,758 × 34,969 u + 0,242 × 36,966 u = 35,45 u, in accordo con il valore della tavola periodica.

28. a) Dal modello microscopico della corrente (capitolo 13), $v_d = I/(nedh)$ = 10 A/(8,5 × 10^{28} m^{-3} × 1,60 × 10^{-19} C × 1,0 × 10^{-2} m × 1,0 × 10^{-4} m) = 7,4 × 10^{-4} m/s. All'equilibrio fra forza elettrica e magnetica sui portatori: $V_H = v_d Bd$ = 7,35 × 10^{-4} m/s × 1,2 T × 1,0 × 10^{-2} m = 8,8 × 10^{-6} V, circa 9 μV. b) $V_H = IB/(neh)$ = 1,0 × 10^{-3} A × 1,2 T/(1,0 × 10^{22} m^{-3} × 1,60 × 10^{-19} C × 5,0 × 10^{-4} m) = 1,5 × 10^{-3} V = 1,5 mV; con 0,10 T, 0,13 mV (V_H è proporzionale a B). c) V_H è inversamente proporzionale a n: nei semiconduttori ci sono molti meno portatori, ciascuno deve muoversi molto più velocemente per dare la stessa corrente, e a parità di corrente, campo e spessore la tensione di Hall è milioni di volte maggiore: si misura facilmente anche con correnti di pochi milliampere.

29. a) $f = eB/(2\pi m)$ = 1,60 × 10^{-19} × 1,5/(2π × 1,67 × 10^{-27}) Hz = 2,3 × 10^7 Hz = 23 MHz, indipendente dalla velocità. b) Al bordo il raggio è R: $v_{max} = eBR/m$ = 1,60 × 10^{-19} × 1,5 × 0,50/1,67 × 10^{-27} m/s = 7,2 × 10^7 m/s; $K = \frac{1}{2}mv^2$ = 4,3 × 10^{-12} J = 4,3 × 10^{-12}/1,60 × 10^{-13} MeV = 27 MeV. c) A ogni giro il protone attraversa la fessura due volte, guadagnando ogni volta al massimo 20 keV: 40 keV per giro; 27 MeV/(40 keV) ≈ 6,7 × 10^2 giri. d) v_{max}/c = 7,2 × 10^7/3,00 × 10^8 ≈ 0,24: un quarto della velocità della luce. Gli effetti relativistici sono piccoli ma non trascurabili (qualche per cento), ed è questa la scala a cui il ciclotrone semplice comincia a non funzionare più bene.

30. Traccia di risposta. Il cavo è orizzontale e perpendicolare alla componente orizzontale del campo, quindi è perpendicolare anche alla componente verticale: agisce tutto il campo, circa 5 × 10^{-5} T. $F = ILB$ ≈ 500 A × 100 m × 5 × 10^{-5} T ≈ 2,5 N. Il peso del cavo è circa 100 m × 1,5 kg/m × 9,8 m/s^2 ≈ 1,5 × 10^3 N: la forza magnetica è circa due millesimi del peso, e altri effetti (vento, ghiaccio, dilatazione termica) contano molto di più. Non è un problema per il progetto della linea.

31. Traccia di risposta. La formula $B = F/(IL)$ è una definizione operativa: dice come **misurare** il campo prodotto dal magnete, non che cosa lo produce. Il campo dipende solo dal magnete e dal punto; raddoppiando la corrente nel filo raddoppia la forza $F = ILB$, e il rapporto $F/(IL)$ resta lo stesso. (Il filo produce anch'esso un campo, ma il B della formula è quello in cui il filo è immerso.)

32. Traccia di risposta. La forza magnetica $q\,\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B}$ è sempre perpendicolare alla velocità, quindi il suo lavoro è nullo e, per il teorema dell'energia cinetica, non cambia l'energia del protone. L'energia viene dal campo elettrico nella fessura fra le D, che compie lavoro $q\Delta V$ a ogni passaggio. Il campo magnetico curva la traiettoria e riporta il protone alla fessura dopo ogni mezzo giro, così lo stesso campo elettrico lo accelera molte volte. Il tempo di mezzo giro, $\pi m/(qB)$, non dipende dalla velocità: protoni più veloci fanno semicirconferenze più grandi nello stesso tempo, e una tensione con frequenza fissa trova i protoni sempre in fase. L'energia massima è limitata dal raggio delle D ($K_{\text{max}} = q^2B^2R^2/(2m)$), dal campo che si riesce a produrre e, ad alte velocità, dagli effetti relativistici che allungano il periodo.