CAPITOLO

9

La carica elettrica e la legge di Coulomb

Ogni volta che un maglione di lana crepita al buio, la natura mostra per un istante la forza che tiene insieme gli atomi.

OBIETTIVI

1. Spiegare l'elettrizzazione per strofinio con il trasferimento di elettroni e distinguere i due tipi di carica.
2. Applicare la conservazione e la quantizzazione della carica e stimare l'ordine di grandezza del coulomb.
3. Distinguere conduttori e isolanti e descrivere l'elettrizzazione per contatto e per induzione, la polarizzazione e l'uso dell'elettroscopio.
4. Enunciare e applicare la legge di Coulomb, anche in forma vettoriale, e confrontare la forza elettrica con quella gravitazionale.
5. Calcolare la forza dovuta a più cariche con il principio di sovrapposizione e trovare i punti di equilibrio.
6. Descrivere l'effetto di un isolante sulla forza elettrica e verificare in laboratorio la dipendenza da $1/r^2$.

INDICE DEL CAPITOLO

9.1 L'elettrizzazione 2
9.2 La carica elettrica 4
9.3 Conduttori e isolanti 6
9.4 La legge di Coulomb 11
9.5 Il principio di sovrapposizione 15
9.6 La forza elettrica nella materia 19

Fisica 4 · Parte III · Il campo elettrico · versione 1.0
Capitolo 9: La carica elettrica e la legge di Coulomb · pagine 261–288 del volume completo · estratto per lo studio

Strofina un palloncino sui capelli e avvicinalo a qualche pezzetto di carta: i pezzetti saltano su e restano attaccati alla gomma. Togli un maglione di lana al buio e vedrai minuscole scintille; tocca la maniglia di un'auto in una giornata secca e senti una piccola scossa. Sembrano curiosità, ma sono la manifestazione più semplice di una delle interazioni fondamentali della natura, la stessa che tiene gli elettroni legati ai nuclei e gli atomi uniti nelle molecole.

Con questo capitolo comincia lo studio dell'elettricità. Dalle osservazioni più antiche arriveremo alla legge di Coulomb, che ha la stessa forma della legge di gravitazione universale (*Fisica 3*, capitolo 13) ma descrive una forza enormemente più intensa, attrattiva o repulsiva. Il confronto fra le due leggi porterà a una domanda che resterà aperta fino al prossimo capitolo: come fa una carica a «sentire» un'altra carica lontana, attraverso lo spazio vuoto?

9.1 L'elettrizzazione

9.1.1 Corpi che attirano altri corpi

Già gli antichi Greci sapevano che l'ambra, una resina fossile, strofinata con un panno di lana attira pagliuzze e fili. In greco l'ambra si chiamava *élektron*, e da questa parola deriva il nome della disciplina. Nel 1600 William Gilbert, nel *De Magnete*, mostrò che lo stesso fenomeno si osserva con il vetro, lo zolfo, molte gemme e resine. Oggi si usa una bacchetta di plastica strofinata con la lana, o una di vetro strofinata con la seta.

Un corpo che dopo lo strofinio acquista la proprietà di attirare corpi leggeri si dice *elettrizzato*, o *carico*. Il fenomeno si chiama **elettrizzazione per strofinio**. Per descriverlo si introduce una nuova grandezza fisica, la **carica elettrica**: la proprietà della materia responsabile delle forze elettriche. Un corpo elettrizzato possiede una carica elettrica; un corpo che non manifesta forze elettriche è *neutro*.

9.1.2 Due tipi di carica

Con poche bacchette si scopre una proprietà fondamentale. Una bacchetta di plastica strofinata con la lana, appesa a un filo in modo che possa ruotare, viene respinta da una seconda bacchetta di plastica strofinata allo stesso modo; due bacchette di vetro strofinate con la seta si respingono; ma la bacchetta di vetro attira quella di plastica. Due pendolini, palline leggere appese a fili isolanti, mostrano le stesse regole (Figura 9.1).

Esistono dunque due tipi di carica elettrica, che si comportano in modo opposto. Fu Benjamin Franklin, intorno alla metà del Settecento, a dare loro i nomi ancora in uso: chiamò **carica positiva** quella che assume il vetro strofinato con la seta e **carica negativa** quella che assume la

plastica (all'epoca l'ambra o la ceralacca) strofinata con la lana. La scelta è una convenzione: avrebbe potuto essere quella opposta, e nulla cambierebbe nella fisica. Gli esperimenti si riassumono in una regola semplice:

cariche dello stesso segno si respingono, cariche di segno opposto si attraggono

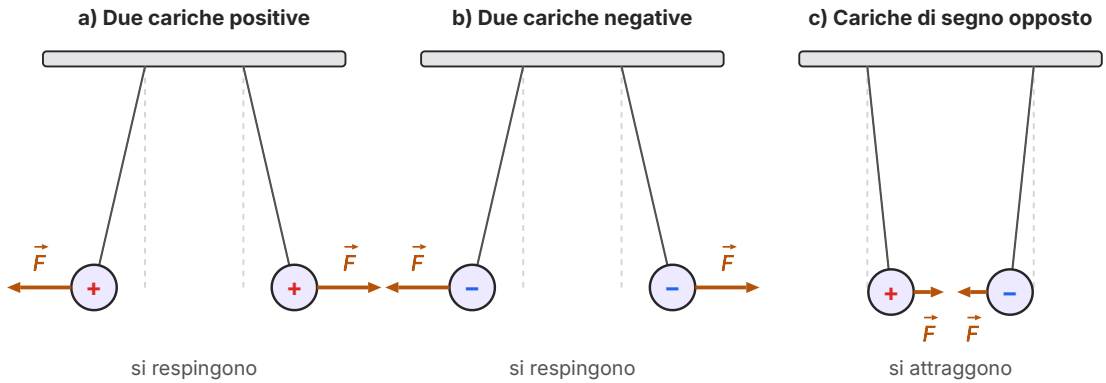


Figura 9.1 Pendolini elettrizzati appesi a fili isolanti. a) e b) Due palline con cariche dello stesso segno si respingono e i fili si allontanano dalla verticale (tratteggiata). c) Due palline con cariche di segno opposto si attraggono. Le frecce indicano la forza elettrica su ciascuna pallina: le due forze sono uguali e opposte, come richiede il terzo principio della dinamica.

9.1.3 Che cosa succede quando si strofina un corpo

Per capire l'elettrizzazione bisogna guardare dentro la materia. Come sai dal corso di Scienze, ogni atomo è formato da un piccolo nucleo, che contiene protoni e neutroni, circondato da elettroni. Il protone ha carica positiva, l'elettrone ha una carica negativa esattamente uguale in valore assoluto, il neutrone è neutro. In un atomo neutro il numero di elettroni è uguale al numero di protoni. I protoni sono quasi 2000 volte più pesanti degli elettroni ($1{,}67 \times 10^{-27}$ kg contro $9{,}11 \times 10^{-31}$ kg) e sono legati saldamente nel nucleo; gli elettroni più esterni, invece, sono trattenuti debolmente e possono passare da un atomo a un altro.

Quando due materiali diversi vengono messi a stretto contatto e strofinati, alcuni elettroni passano da quello che li trattiene meno a quello che li trattiene di più. La lana cede elettroni alla plastica, che diventa negativa, mentre la lana resta con un difetto di elettroni e diventa positiva; il vetro cede elettroni alla seta e si carica positivamente. I materiali si possono ordinare in una **serie triboelettrica**, nella quale ciascuno, strofinato con uno che lo segue, cede elettroni: lana, vetro e capelli stanno in alto, la seta più in basso, il PVC e il polietilene in fondo. Lo strofinio serve solo ad aumentare i punti di contatto: è il contatto a trasferire gli elettroni.

DA RICORDARE

Positivo vuol dire «mancano elettroni»

Nei solidi a spostarsi sono sempre gli elettroni: i protoni restano nei nuclei. Un corpo solido carico negativamente ha **elettroni in più** rispetto ai protoni; un corpo carico positivamente ha **elettroni in meno**, non «protoni in più» arrivati da fuori. Quando la bacchetta di vetro si carica, la seta riceve esattamente gli elettroni che il vetro ha perso: le due cariche sono uguali e opposte. Nei liquidi e nei gas, come vedrai, possono muoversi anche gli ioni, atomi o molecole che hanno perso o acquistato elettroni.

9.2 La carica elettrica

9.2.1 La carica si conserva

L'esperimento della lana e della plastica contiene una legge generale. Se prima dello strofinio i due corpi erano neutri, dopo lo strofinio le loro cariche sono uguali e opposte: la somma è ancora zero. La carica non si crea e non si distrugge, si sposta soltanto da un corpo a un altro. È il **principio di conservazione della carica**: in un sistema isolato la somma algebrica delle cariche, ciascuna presa con il suo segno, rimane costante nel tempo.

Non è mai stata osservata una violazione di questo principio, nemmeno nei processi della fisica nucleare. Quando un neutrone libero decade in un protone, un elettrone e un antineutrino, la carica totale è zero prima e dopo: $0 = (+1) + (-1) + 0$, in unità della carica del protone.

9.2.2 La carica è quantizzata

Il valore assoluto della carica del protone e dell'elettrone è la più piccola carica che si osservi su una particella libera; si chiama **carica elementare** e si indica con e. Poiché in un corpo si possono aggiungere o togliere soltanto elettroni interi, ogni carica che si misura è un multiplo intero di e:

$$q = \pm Ne \text{ con } N = 0, 1, 2, 3, \ldots$$

Questa proprietà si chiama **quantizzazione della carica**. Dal 2019 il Sistema Internazionale ha fissato per definizione il valore della carica elementare:

$$e = 1{,}602\,176\,634 \times 10^{-19}\ \text{C (esatto; negli esercizi } 1{,}60 \times 10^{-19}\ \text{C)}$$

La carica dell'elettrone è $-e$, quella del protone $+e$. I protoni e i neutroni sono formati da quark, con cariche pari, in valore assoluto, a $\frac{1}{3}$ o $\frac{2}{3}$ di e, che però non sono mai stati osservati isolati. Nei corpi di tutti i giorni gli elettroni in gioco sono così numerosi che la carica si può trattare

come una grandezza continua, come la massa di un bicchiere d'acqua, che pure è fatto di molecole.

9.2.3 Il coulomb

Nel Sistema Internazionale la carica si misura in **coulomb** (simbolo C), in onore del fisico francese Charles-Augustin de Coulomb. Il coulomb è un'unità derivata dall'ampere, l'unità di intensità di corrente che studierai nel capitolo 13: 1 C è la carica che attraversa in 1 s la sezione di un filo percorso da una corrente di 1 A. Da $q = Ne$ si ricava quante cariche elementari formano un coulomb:

$$N = \frac{1\ \text{C}}{1{,}602 \times 10^{-19}\ \text{C}} = 6{,}24 \times 10^{18}$$

Per le cariche ferme il coulomb è un'unità enorme. Le cariche che si accumulano su un palloncino o su una bacchetta strofinati sono di qualche nanocoulomb o di qualche decina (1 nC = 10^{-9} C); si usano perciò anche il microcoulomb (1 μC = 10^{-6} C) e il picocoulomb (1 pC = 10^{-12} C). Con la legge di Coulomb potrai calcolare che due cariche di 1 C a 1 m di distanza si respingerebbero con una forza di circa 9×10^9 N, il peso di quasi un milione di tonnellate.

Eppure la materia contiene cariche gigantesche, perfettamente bilanciate. Una molecola d'acqua ha 10 elettroni; in 1 g d'acqua ce ne sono $(1/18) \times 6{,}02 \times 10^{23} \times 10 = 3{,}34 \times 10^{23}$, con una carica di circa $-5{,}4 \times 10^4$ C, compensata da quella dei protoni. Elettrizzare un corpo significa alterare questo equilibrio in una parte piccolissima.

ESEMPIO SVOLTO

Quanti elettroni ha ricevuto il palloncino?

Problema. Un palloncino di gomma di 3,0 g, strofinato sui capelli asciutti, acquista una carica di −32 nC. a) Quanti elettroni ha ricevuto? b) Di quanto è aumentata la sua massa? c) Che carica hanno acquistato i capelli? d) La gomma del palloncino è formata da unità C_5H_8 (massa molare 68 g/mol, 38 elettroni per unità): quale frazione dei suoi elettroni è stata aggiunta?

Soluzione. a) Dalla quantizzazione, $N = |q|/e = 32 \times 10^{-9}\ \text{C}/(1{,}60 \times 10^{-19}\ \text{C}) = 2{,}0 \times 10^{11}$ elettroni.

b) $\Delta m = Nm_e = 2{,}0 \times 10^{11} \times 9{,}11 \times 10^{-31}\ \text{kg} = 1{,}8 \times 10^{-19}\ \text{kg}$: nessuna bilancia potrebbe accorgersene.

c) Per la conservazione della carica i capelli hanno perso gli stessi elettroni: la loro carica è +32 nC.

d) Il palloncino contiene $(3{,}0\ \text{g}/68\ \text{g/mol}) \times 6{,}02 \times 10^{23}\ \text{mol}^{-1} \times 38 = 1{,}0 \times 10^{24}$ elettroni. La frazione aggiunta è $2{,}0 \times 10^{11}/1{,}0 \times 10^{24} = 2 \times 10^{-13}$: due elettroni ogni dieci milioni di milioni.

Commento. Effetti ben visibili, come i capelli che si drizzano verso il palloncino, nascono da uno squilibrio di carica minuscolo. È il primo indizio di quanto sia intensa la forza elettrica.

APPROFONDIMENTO

Le gocce d'olio di Millikan

Che la carica sia quantizzata non è ovvio: per tutto l'Ottocento si poteva pensare l'elettricità come un fluido continuo. Nel 1897 J. J. Thomson mostrò che i «raggi catodici» sono fasci di particelle negative, gli elettroni, e ne misurò il rapporto fra carica e massa; restava da misurare la carica di un singolo elettrone.

A partire dal 1909 lo statunitense Robert Millikan spruzzò goccioline d'olio, di un millesimo di millimetro circa, fra due piastre metalliche orizzontali, osservandole al microscopio. Le gocce si caricavano per strofinio uscendo dallo spruzzatore. Collegando le piastre a una batteria, su ogni goccia carica agiva una forza elettrica verticale: dalla velocità di caduta senza la forza e da quella di salita con la forza attiva, Millikan ricavava la carica della goccia, e poteva seguirla per ore mentre catturava o perdeva carica.

Le cariche misurate erano sempre multipli interi di un unico valore. Se si trovano, per esempio, cariche di 3,2, 4,8, 8,0 e 11,2 $\times 10^{-19}$ C (valori illustrativi), il loro più grande divisore comune è 1,6 $\times 10^{-19}$ C: le gocce portano 2, 3, 5 e 7 cariche elementari. Il valore di e ottenuto da Millikan differiva di meno dell'1% da quello attuale.

9.3 Conduttori e isolanti

9.3.1 Materiali in cui la carica si muove

Prova a strofinare con la lana una sbarretta di metallo tenendola in mano: non si elettrizza, o così sembra. In realtà la carica che riceve scorre attraverso il metallo e il tuo corpo e si disperde. Se invece la sbarretta è montata su un manico di plastica, si carica senza difficoltà, e la carica si distribuisce su tutta la sua superficie. I materiali si dividono così in due grandi famiglie.

Un **conduttore** è un materiale nel quale le cariche elettriche possono muoversi liberamente. Nei metalli gli elettroni più esterni di ogni atomo non appartengono a un atomo particolare ma si muovono in tutto il reticolo: sono **elettroni liberi**, circa uno o due per atomo. Conducono anche le soluzioni acquose di sali, acidi e basi, nelle quali si muovono gli ioni, e quindi l'acqua di rubinetto, il terreno umido e il corpo umano. Un **isolante** è invece un materiale nel quale gli elettroni restano legati ai propri atomi e molecole: vetro, plastica, gomma, ceramica, legno secco, aria secca. Su un isolante la carica resta dove è stata depositata: per questo la plastica e il vetro si elettrizzano per strofinio senza bisogno di un manico.

Fra i due estremi stanno i **semiconduttori**, come il silicio e il germanio, con poche cariche libere, il cui numero cresce con la temperatura e si controlla aggiungendo minime quantità di altri elementi: sono i materiali dei transistor, delle celle solari e dei LED. La distinzione non è assoluta: un isolante coperto da un velo d'acqua conduce abbastanza da perdere la carica in

pochi secondi, e per questo gli esperimenti di elettrostatica riescono bene nelle giornate secche e male in quelle umide.

9.3.2 L'elettrizzazione per contatto

Se una bacchetta carica tocca un conduttore neutro sostenuto da un supporto isolante, una parte della sua carica passa sul conduttore, che si carica con lo stesso segno della bacchetta. È l'**elettrizzazione per contatto**. Con una bacchetta negativa sono gli elettroni in eccesso a passare sul conduttore; con una bacchetta positiva sono elettroni del conduttore a passare sulla bacchetta, colmando in parte il suo difetto. In entrambi i casi la carica totale si conserva.

Un caso importante è quello di due sfere conduttrici **identiche**, su supporti isolanti, che vengono messe a contatto e poi separate. Per simmetria nessuna delle due può tenere più carica dell'altra: alla fine ciascuna ha la metà della carica totale. Se una sfera ha +6,0 nC e l'altra −2,0 nC, dopo il contatto entrambe hanno $(+6{,}0 - 2{,}0)/2 = +2{,}0$ nC. Toccando ripetutamente una sfera carica con sfere identiche scariche si ottengono cariche pari a ½, ¼, ⅛... di quella iniziale: è il metodo che Coulomb usò per variare in modo noto le cariche nei suoi esperimenti.

9.3.3 L'induzione elettrostatica

Una bacchetta carica può agire su un conduttore anche senza toccarlo. Avvicina una bacchetta carica negativamente a una sfera metallica neutra su un supporto isolante: gli elettroni liberi della sfera vengono respinti verso il lato lontano, che diventa negativo, mentre il lato vicino, dove ora mancano elettroni, diventa positivo. La sfera nel complesso resta neutra, ma le sue cariche sono separate. Questo fenomeno si chiama **induzione elettrostatica**, e le cariche separate si dicono *cariche indotte*. Se si allontana la bacchetta, gli elettroni tornano a distribuirsi uniformemente e la sfera ritorna nello stato iniziale.

L'induzione spiega perché un corpo carico attira un conduttore neutro: le cariche indotte di segno opposto sono più vicine alla bacchetta di quelle dello stesso segno e, come vedrai con la legge di Coulomb, la forza diminuisce con la distanza. L'attrazione sul lato vicino prevale sulla repulsione sul lato lontano.

L'induzione permette anche di caricare stabilmente un conduttore senza toccarlo con il corpo carico. Serve un collegamento a terra. La Terra è un conduttore così grande che può cedere o assorbire gli elettroni in gioco senza che il suo stato cambi in modo apprezzabile; collegare un conduttore al terreno, con un filo metallico, un tubo dell'acqua o semplicemente toccandolo con una mano, si chiama **messa a terra**. La procedura, illustrata nella Figura 9.2, ha quattro passi:

1. si avvicina la bacchetta negativa alla sfera neutra, che si polarizza per induzione;
2. tenendo ferma la bacchetta, si collega la sfera a terra: gli elettroni respinti dalla bacchetta scendono a terra;

3. sempre con la bacchetta vicina, si interrompe il collegamento: la sfera resta con un difetto di elettroni;
4. si allontana la bacchetta: la carica positiva rimasta si distribuisce su tutta la superficie della sfera.

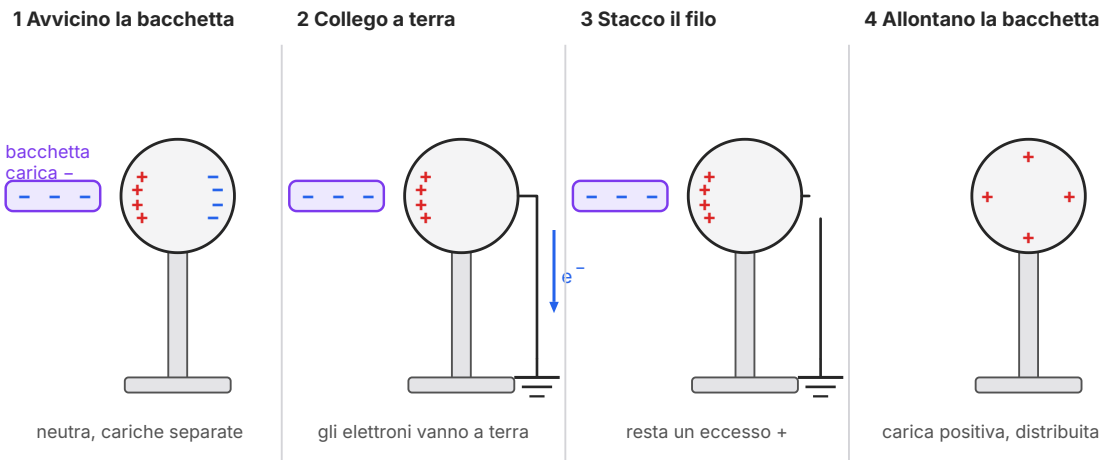


Figura 9.2 Elettrizzazione per induzione di una sfera metallica su un supporto isolante, con una bacchetta carica negativamente. Nel passo 2 gli elettroni respinti dalla bacchetta scendono a terra attraverso il filo; nel passo 4 la sfera è carica positivamente, con il segno opposto a quello della bacchetta, che non ha perso nulla della sua carica. I segni + e − rappresentano solo le cariche in eccesso, non tutte le cariche della sfera.

Con l'induzione la sfera si carica con segno **opposto** a quello della bacchetta, che non perde la sua carica e può caricarne molte, una dopo l'altra.

9.3.4 La polarizzazione degli isolanti

Il pettine elettrizzato attira i pezzetti di carta, ma la carta è un isolante: non ha elettroni liberi che possano spostarsi da un lato all'altro. Che cosa succede? In ogni atomo o molecola gli elettroni formano una nuvola attorno ai nuclei. Vicino al pettine negativo, in ogni molecola la nuvola elettronica viene respinta e si sposta di pochissimo, una frazione delle dimensioni della molecola stessa, mentre i nuclei vengono attirati: ogni molecola diventa un piccolo dipolo, con un'estremità positiva rivolta verso il pettine e una negativa rivolta dall'altra parte (Figura 9.3). Nelle molecole polari, come quelle dell'acqua, che sono già dipoli, la carica esterna fa invece ruotare le molecole, allineandole.

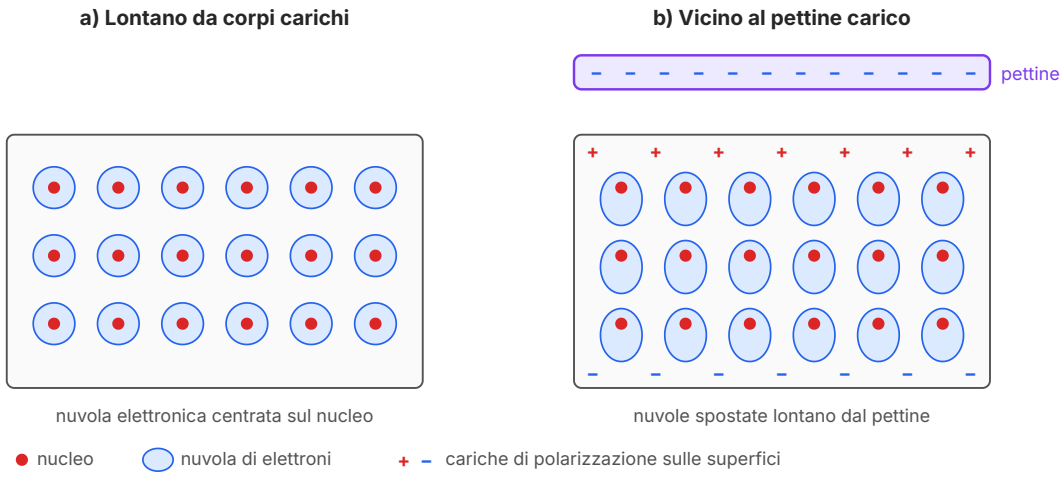


Figura 9.3 Polarizzazione di un isolante (schema, spostamenti molto esagerati). a) Lontano da corpi carichi la nuvola elettronica di ogni atomo è centrata sul nucleo. b) Vicino a un pettine carico negativamente ogni nuvola si sposta leggermente verso il basso: all'interno le cariche dei dipoli vicini si compensano, ma sulla superficie rivolta verso il pettine resta uno strato di carica positiva, e su quella opposta uno strato di carica negativa. Nessun elettrone abbandona la propria molecola.

All'interno del materiale l'estremità negativa di un dipolo è accanto all'estremità positiva del successivo, e le cariche si compensano; sulle due superfici, invece, restano due strati di carica, positiva verso il pettine e negativa dalla parte opposta. Questa separazione di carica in un isolante, senza spostamento di cariche libere, si chiama **polarizzazione**. Come nell'induzione, lo strato più vicino è di segno opposto a quello del pettine, e l'attrazione prevale. Per lo stesso motivo un palloncino strofinato resta attaccato al muro o al soffitto: polarizza la superficie del muro e ne viene attratto.

ERRORE FREQUENTE

Un corpo attirato non è necessariamente carico

«La bacchetta attira la pallina, quindi la pallina è carica con segno opposto.» Non è detto: un corpo carico attira **anche** un corpo neutro, per induzione se è un conduttore, per polarizzazione se è un isolante. La **repulsione**, invece, prova che un corpo è carico: un corpo neutro non viene mai respinto. Per stabilire il segno di una carica bisogna osservare una repulsione con un corpo di carica nota.

Non confondere poi i due fenomeni. Nell'induzione gli elettroni liberi di un conduttore si spostano anche di molti centimetri e, con la messa a terra, si possono portare via; nella polarizzazione ogni elettrone resta nella sua molecola e si sposta di meno delle dimensioni di un atomo.

9.3.5 L'elettroscopio

Per rivelare la carica di un corpo, anche piccola, si usa l'**elettroscopio** a foglie (Figura 9.4). Un'asta metallica attraversa un tappo isolante e termina in alto con un pomello; in basso porta due sottili foglie metalliche (in origine d'oro, oggi spesso di alluminio), libere di ruotare, chiuse in un involucro con una finestra che le protegge dalle correnti d'aria. Se l'asta è carica, le foglie ricevono cariche dello stesso segno, si respingono e divergono; quanto più grande è la carica, tanto più divergono.

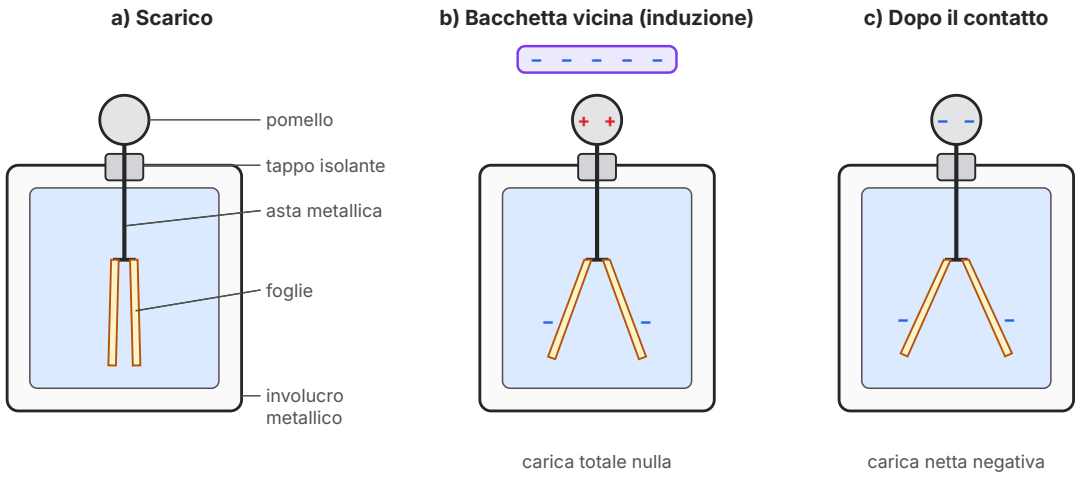


Figura 9.4 L'elettroscopio a foglie. a) Scarico: le foglie pendono verticali. b) Una bacchetta negativa vicina al pomello, senza toccarlo, induce sul pomello una carica positiva e respinge elettroni nelle foglie, che divergono, anche se la carica totale dell'elettroscopio è nulla; allontanando la bacchetta le foglie si richiudono. c) Dopo che la bacchetta ha toccato il pomello, l'elettroscopio ha una carica netta negativa e le foglie restano aperte anche quando la bacchetta viene allontanata.

L'elettroscopio permette anche di riconoscere il **segno** di una carica. Se l'elettroscopio è carico negativamente, un corpo negativo avvicinato al pomello respinge altri elettroni verso le foglie, che si aprono di più; un corpo positivo li richiama verso il pomello, e le foglie si chiudono un poco. Toccando il pomello con un dito si mette a terra l'elettroscopio, che si scarica.

COLLEGAMENTI

Scintille pericolose: le scariche elettrostatiche

Camminando con suole di gomma su una moquette sintetica il corpo si carica per strofinio e, nelle giornate secche, si scarica con una scintilla sulla prima maniglia metallica. Per una persona è una piccola scossa; per un circuito elettronico può essere fatale. Chi monta computer e telefoni lavora su tappetini conduttori, con un braccialetto collegato a terra che mantiene il corpo scarico.

Una scintilla può anche innescare vapori infiammabili. Per questo ai distributori si raccomanda di toccare una parte metallica dell'auto prima di impugnare la pistola del carburante, le autocisterne e gli aerei vengono collegati a terra prima del rifornimento e, nelle industrie che lavorano polveri fini come farina e zucchero, si controlla l'umidità dell'aria: un velo d'acqua sulle superfici disperde le cariche prima che si accumulino.

9.4 La legge di Coulomb

9.4.1 La bilancia di torsione

Le osservazioni qualitative dicono che la forza elettrica diminuisce quando le cariche si allontanano e aumenta quando le cariche crescono. Ma con quale legge? Nel 1785 Charles-Augustin de Coulomb, ingegnere militare e fisico francese, rispose con una misura diretta, usando uno strumento che aveva perfezionato per studiare la torsione dei fili: la bilancia di torsione, dello stesso tipo di quella che Cavendish avrebbe usato tredici anni dopo per misurare la costante G (*Fisica 3*, capitolo 13). La Figura 9.5 ne mostra lo schema.

Coulomb caricava le due sferette, una sull'ago e una fissa, mettendole a contatto: con cariche uguali si respingevano e l'ago ruotava finché la torsione del filo equilibrava la repulsione. Ruotando la testa micrometrica poteva poi avvicinare l'ago alla sferetta fissa e leggere l'angolo di torsione necessario per mantenerlo a una certa distanza. Poiché il momento di torsione di un filo è proporzionale all'angolo di cui è ritorto, l'angolo misurava la forza.

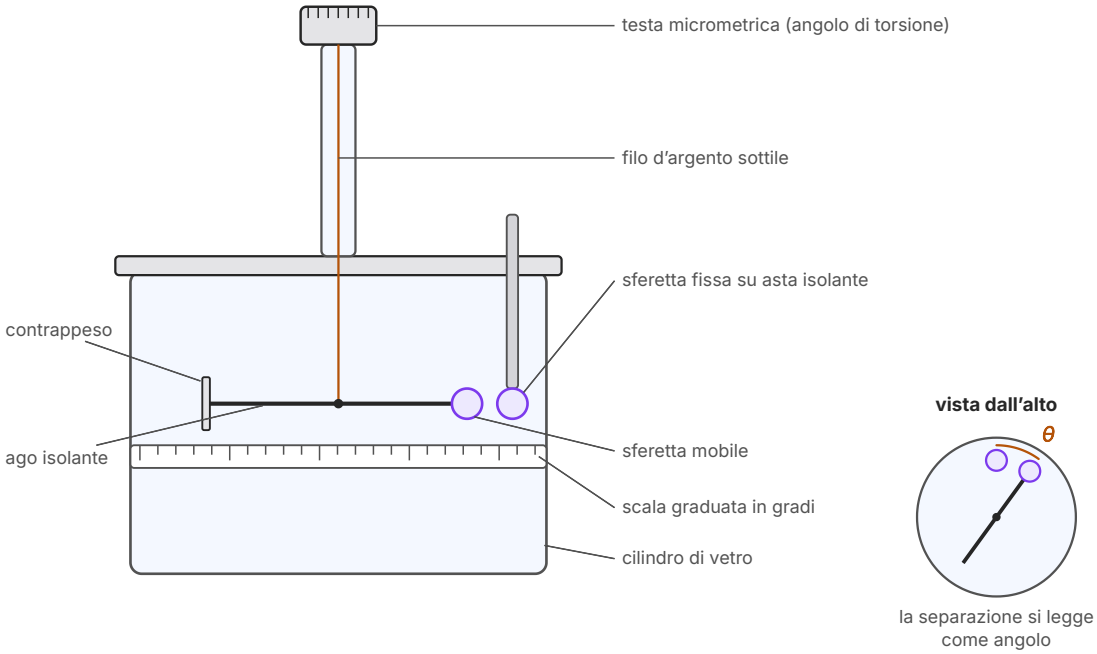


Figura 9.5 Schema della bilancia di torsione di Coulomb (non in scala). Un ago isolante orizzontale, con una sferetta conduttrice a un estremo e un contrappeso all'altro, è appeso a un filo d'argento sottile. Una seconda sferetta, fissa, viene caricata e fatta toccare con quella mobile: le due sferette, ora con cariche dello stesso segno, si respingono e l'ago ruota finché il momento della torsione del filo equilibra quello della forza elettrica. Ruotando la testa micrometrica si riporta l'ago a una separazione voluta e si legge l'angolo totale di torsione, proporzionale alla forza. A destra, la separazione θ letta sulla scala.

Variando la distanza, Coulomb trovò che la forza è inversamente proporzionale al quadrato della distanza; dimezzando la carica di una sferetta con il metodo del contatto con una sferetta identica, trovò che la forza è proporzionale al prodotto delle cariche.

ESEMPIO SVOLTO

I dati di Coulomb

Problema. Nella sua prima memoria sulla forza elettrica Coulomb riporta tre misure. Con le sferette distanti 36° sulla scala il filo era ritorto di 36°. Per avvicinarle a 18° dovette ruotare la testa micrometrica di 126°, per una torsione totale di 126° + 18° = 144°; per portarle a 8,5° la ruotò di 567°, con una torsione totale di 575,5°. Se $F \propto 1/r^n$, quanto vale n?

Ipotesi. La forza è proporzionale all'angolo di torsione τ; per piccole separazioni la distanza è proporzionale all'angolo di separazione θ. Allora $\tau_2/\tau_1 = (\theta_1/\theta_2)^n$, cioè $n = \log(\tau_2/\tau_1)/\log(\theta_1/\theta_2)$.

Prima e seconda misura. La distanza si dimezza e la torsione diventa 144°/36° = 4 volte maggiore: $n = \log 4/\log 2 = 2{,}00$.

Prima e terza misura. $\theta_1/\theta_3 = 36/8{,}5 = 4{,}24$ e $\tau_3/\tau_1 = 575{,}5/36 = 16{,}0$: $n = \log 16{,}0/\log 4{,}24 = 1{,}20/0{,}627 = 1{,}92$. Con $n = 2$ la torsione prevista sarebbe $36° \times 4{,}24^2 = 646°$, il 12% in più di quella misurata.

Lettura grafica. Su un grafico con scale logaritmiche su entrambi gli assi una legge di potenza $\tau = c/\theta^n$ diventa una retta, perché $\log \tau = \log c - n \log \theta$, di pendenza $-n$. I tre punti stanno quasi su una retta di pendenza −2; il terzo è un po' sotto.

Commento. La terza misura è la più difficile: a distanza piccola le sferette non sono più cariche puntiformi, perché le cariche di ciascuna, respinte dall'altra, si spostano verso i lati lontani e la repulsione diminuisce; inoltre durante la misura un po' di carica si disperde nell'aria. Entrambi gli effetti riducono la forza, come si osserva. Misure successive, sempre più precise, hanno confermato l'esponente 2.

9.4.2 L'enunciato della legge

La legge di Coulomb riguarda le **cariche puntiformi**: corpi carichi le cui dimensioni sono trascurabili rispetto alla loro distanza, così che la loro posizione si può rappresentare con un punto. Due sferette di 1 cm poste a 1 m di distanza sono cariche puntiformi con ottima approssimazione; un elettrone e un protone lo sono sempre.

La **legge di Coulomb** afferma che la forza fra due cariche puntiformi ferme nel vuoto è diretta lungo la retta che le congiunge, è repulsiva se le cariche hanno lo stesso segno e attrattiva se hanno segno opposto, e ha modulo direttamente proporzionale al prodotto dei valori assoluti delle cariche e inversamente proporzionale al quadrato della loro distanza:

$$F = k_0 \frac{|q_1 q_2|}{r^2}$$

Il coefficiente k_0 si chiama **costante di Coulomb** e nel vuoto vale

$$k_0 = 8{,}99 \times 10^9 \ \mathrm{N \cdot m^2/C^2}$$

Le due forze che le cariche si scambiano formano una coppia di azione e reazione: la forza che q_1 esercita su q_2 e quella che q_2 esercita su q_1 hanno lo stesso modulo, la stessa retta d'azione e versi opposti, qualunque siano i valori delle due cariche. Una carica di 1 nC vicina a una carica di 1 μC subisce la stessa forza che esercita, anche se la seconda carica è mille volte maggiore.

La legge si può scrivere in forma vettoriale. Detto $\boldsymbol{u}$ il versore della retta che congiunge le cariche, orientato da q_1 verso q_2, la forza che q_1 esercita su q_2 è

$$\boldsymbol{F}_{12} = k_0 \frac{q_1 q_2}{r^2} \boldsymbol{u}$$

dove ora le cariche compaiono con il loro segno. Se $q_1 q_2 > 0$ (cariche dello stesso segno) la forza su q_2 ha il verso di $\boldsymbol{u}$, cioè si allontana da q_1: repulsione. Se $q_1 q_2 < 0$ ha verso opposto: attrazione. La forza su q_1 è $\boldsymbol{F}_{21} = -\boldsymbol{F}_{12}$.

Per motivi che diventeranno chiari nel prossimo capitolo, con il teorema di Gauss, la costante k_0 si scrive spesso in un'altra forma:

$$k_0 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \quad \text{con } \varepsilon_0 = 8{,}85 \times 10^{-12}\ \mathrm{C^2/(N \cdot m^2)}$$

La costante ε_0 si chiama **costante dielettrica del vuoto**. Dal 2019, con la nuova definizione delle unità del SI, ε_0 e k_0 sono costanti misurate, note con un'incertezza relativa dell'ordine di una parte su dieci miliardi.

9.4.3 Forza elettrica e forza gravitazionale

La legge di Coulomb somiglia in modo impressionante alla legge di gravitazione universale di Newton, $F = Gm_1m_2/r^2$: in entrambe la forza è centrale, cioè diretta lungo la congiungente, è proporzionale a una proprietà di ciascuno dei due corpi e diminuisce con il quadrato della distanza. Le differenze, però, sono profonde (Tabella 9.1).

Tabella 9.1 Forza elettrica e forza gravitazionale a confronto.

	Forza elettrica (Coulomb)	Forza gravitazionale (Newton)
legge	$F = k_0\lvert q_1 q_2\rvert/r^2$	$F = Gm_1m_2/r^2$
proprietà che la genera	carica elettrica, positiva o negativa	massa, sempre positiva
verso	attrattiva o repulsiva	sempre attrattiva
costante	$k_0 = 8{,}99 \times 10^9\ \mathrm{N \cdot m^2/C^2}$	$G = 6{,}67 \times 10^{-11}\ \mathrm{N \cdot m^2/kg^2}$
dipende dal mezzo	sì: si riduce in un isolante	no
corpi che la avvertono	solo i corpi carichi	tutti i corpi

Per confrontare le intensità, considera un elettrone e un protone, come nell'atomo di idrogeno. Il rapporto fra la forza elettrica e quella gravitazionale è

$$\frac{F_e}{F_g} = \frac{k_0 e^2}{G m_e m_p} = \frac{8{,}99 \times 10^9 \times (1{,}60 \times 10^{-19})^2}{6{,}67 \times 10^{-11} \times 9{,}11 \times 10^{-31} \times 1{,}67 \times 10^{-27}} = 2{,}3 \times 10^{39}$$

Il quadrato della distanza si è semplificato: il rapporto è lo stesso a qualunque distanza. Alla distanza media fra elettrone e protone nell'atomo di idrogeno, $5{,}29 \times 10^{-11}$ m, la forza elettrica vale $8{,}2 \times 10^{-8}$ N, quella gravitazionale $3{,}6 \times 10^{-47}$ N. Nella struttura degli atomi la gravità non ha alcun ruolo.

Ma allora perché i pianeti e le stelle sono governati dalla gravità? Proprio perché la forza elettrica è così intensa e può essere attrattiva: cariche di segno opposto si attirano e si neutralizzano, e la materia tende a essere neutra con una precisione straordinaria. Le masse, invece, sono tutte positive e si sommano sempre, e l'attrazione gravitazionale di un numero enorme di atomi diventa la forza dominante. Alla nostra scala la forza elettrica agisce ovunque, ma nascosta: le forze di contatto, l'attrito, la tensione di una fune e la forza elastica sono, in fondo, forze elettriche fra gli atomi.

Le due leggi hanno anche un problema in comune. Entrambe descrivono un'interazione a distanza: la forza su una carica dipende dalla posizione dell'altra in quello stesso istante, senza che nulla sembri attraversare lo spazio fra le due. Newton stesso considerava assurda l'idea di un'azione a distanza senza alcun intermediario. Come vedrai nel prossimo capitolo, è proprio lo studio delle forze elettriche che ha portato a superarla, con il concetto di campo.

9.5 Il principio di sovrapposizione

9.5.1 Più cariche, una somma vettoriale

Che cosa succede se le cariche sono più di due? L'esperienza mostra che la forza fra due cariche puntiformi non è modificata dalla presenza di altre cariche: ogni coppia interagisce come se le altre non ci fossero. La forza totale su una carica è quindi la somma vettoriale delle forze che ciascuna delle altre cariche eserciterebbe da sola. È lo stesso principio di sovrapposizione che hai incontrato per la gravitazione (*Fisica 3*, capitolo 13):

$$\boldsymbol{F}_{tot} = \boldsymbol{F}_1 + \boldsymbol{F}_2 + \boldsymbol{F}_3 + \dots$$

Il principio è un fatto sperimentale, che completa la legge di Coulomb. Per un sistema di cariche puntiformi il procedimento è sempre lo stesso:

1. si calcola il modulo di ciascuna forza con la legge di Coulomb, usando i valori assoluti delle cariche;
2. se ne stabilisce la direzione (la congiungente) e il verso (repulsione o attrazione, dai segni);
3. si scompone ciascuna forza lungo due assi perpendicolari;

4. si sommano le componenti e si ricavano modulo e direzione della forza risultante.

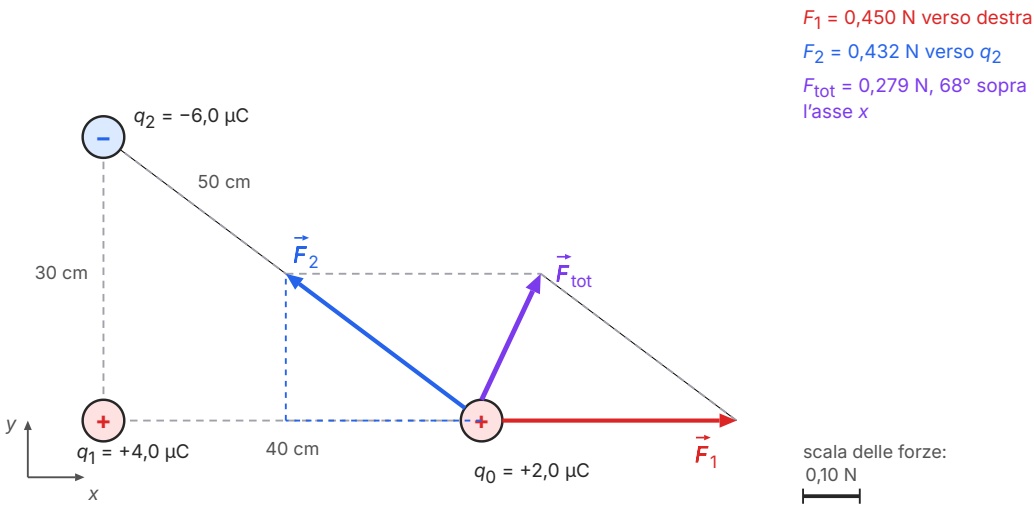


Figura 9.6 Le forze esercitate da q_1 e q_2 sulla carica q_0, disegnate in scala (la barra in basso a destra corrisponde a 0,10 N). La forza attrattiva $\boldsymbol{F}_2$ è scomposta lungo gli assi (tratteggio blu); la risultante, in viola, è la diagonale del parallelogramma.

ESEMPIO SVOLTO

La forza di due cariche su una terza

Problema. In un piano, la carica $q_1 = +4{,}0\ \mu C$ è nell'origine e la carica $q_2 = -6{,}0\ \mu C$ è nel punto (0; 30 cm). Calcola la forza totale sulla carica $q_0 = +2{,}0\ \mu C$ posta nel punto (40 cm; 0) (Figura 9.6).

Distanze. q_1 dista da q_0 $r_1 = 0{,}40$ m; q_2 dista da q_0 $r_2 = \sqrt{(0{,}40^2 + 0{,}30^2)}$ m = 0,50 m.

Moduli. $F_1 = k_0|q_1 q_0|/r_1^2 = 8{,}99 \times 10^9 \times 4{,}0 \times 10^{-6} \times 2{,}0 \times 10^{-6}/0{,}40^2$ N = 0,450 N; $F_2 = 8{,}99 \times 10^9 \times 6{,}0 \times 10^{-6} \times 2{,}0 \times 10^{-6}/0{,}50^2$ N = 0,432 N.

Direzioni. q_1 e q_0 sono positive: $\boldsymbol{F}_1$ è repulsiva, lungo l'asse x verso destra. q_2 è negativa: $\boldsymbol{F}_2$ è attrattiva, diretta da q_0 verso q_2, cioè lungo il vettore (−0,40 m; 0,30 m), il cui versore è (−0,80; 0,60).

Componenti. $F_{1x} = 0{,}450$ N, $F_{1y} = 0$; $F_{2x} = -0{,}80 \times 0{,}432$ N = −0,345 N, $F_{2y} = 0{,}60 \times 0{,}432$ N = 0,259 N. Somma: $F_x = 0{,}104$ N, $F_y = 0{,}259$ N.

Risultante. $F_{\text{tot}} = \sqrt{(0{,}104^2 + 0{,}259^2)}$ N = 0,279 N; l'angolo con l'asse x è $\alpha = \arctan(0{,}259/0{,}104) = 68°$.

Commento. Le due forze hanno moduli quasi uguali, ma la risultante è molto più piccola della loro somma (0,882 N), perché formano un angolo ottuso: i moduli delle forze non si sommano, si sommano i vettori. Un controllo grafico, con le forze disegnate in scala come nella Figura 9.6, permette di scoprire subito un errore di segno.

9.5.2 Un punto di equilibrio

Fra due cariche dello stesso segno c'è sempre un punto in cui una terza carica non subisce alcuna forza: le due repulsioni hanno la stessa direzione e versi opposti, e in un punto opportuno si annullano. Dove si trova?

ESEMPIO SVOLTO

Dove si annulla la forza fra due cariche

Obiettivo. Due cariche puntiformi q_1 e q_2, dello stesso segno, sono fisse a distanza d. Trovare il punto in cui una terza carica q_0, di qualunque segno, è in equilibrio.

Passo 1: dove cercare. Fuori dal segmento che unisce le cariche le due forze hanno lo stesso verso (entrambe repulsive o entrambe attrattive, dalla stessa parte), e non possono annullarsi; fuori dalla retta non hanno la stessa direzione. Il punto, se esiste, è sul segmento. Chiamiamo x la sua distanza da q_1; la sua distanza da q_2 è $d - x$.

Passo 2: la condizione. I moduli devono essere uguali: $k_0|q_1 q_0|/x^2 = k_0|q_2 q_0|/(d-x)^2$. La costante e la carica q_0 si semplificano: il punto di equilibrio non dipende né dal valore né dal segno della terza carica.

Passo 3: risolvere. Tutti i termini sono positivi, e si può estrarre la radice quadrata: $x/(d-x) = \sqrt{(|q_1|/|q_2|)}$. Posto $a = \sqrt{(|q_1|/|q_2|)}$, si ha $x = a(d-x)$, cioè

$$x = \frac{a}{1+a} d$$

Passo 4: un caso numerico. Con $q_1 = 4q$ e $q_2 = q$: $a = 2$ e $x = 2d/3$. Il punto è più vicino alla carica minore, come ci si aspetta: per compensare la carica quattro volte più grande, la distanza da q_1 deve essere doppia (Figura 9.7).

Passo 5: controlli. Se $q_1 = q_2$, $a = 1$ e $x = d/2$, il punto medio, come vuole la simmetria. Se q_2 tende a zero, a cresce senza limite e x tende a d: il punto si avvicina a q_2.

Commento. Per cariche di segno opposto lo stesso ragionamento porta a cercare il punto fuori dal segmento, dalla parte della carica minore in valore assoluto: lì una forza è attrattiva e l'altra repulsiva, e possono annullarsi. Lo vedrai negli esercizi.

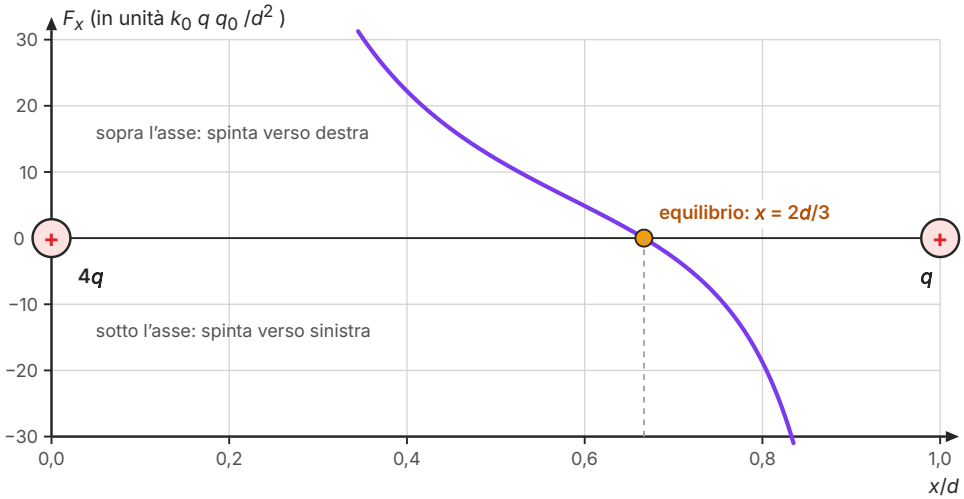


Figura 9.7 La componente lungo la retta della forza su una carica positiva q_0 posta fra le cariche $4q$ (in $x = 0$) e q (in $x = d$), entrambe positive, in funzione della posizione (curva calcolata con la legge di Coulomb, $F_x \propto 4/x^2 - 1/(d - x)^2$). La forza si annulla in $x = 2d/3$.

Il grafico della Figura 9.7 mostra anche che, lungo la retta, una carica positiva spostata di poco dal punto di equilibrio viene riportata indietro: l'equilibrio è stabile. Ma se la si sposta perpendicolarmente alla retta, entrambe le repulsioni acquistano una componente che la allontana ancora: in quella direzione l'equilibrio è instabile. Con le sole forze elettriche di cariche fisse non esiste un equilibrio stabile in tutte le direzioni.

9.6 La forza elettrica nella materia

9.6.1 La costante dielettrica relativa

La legge di Coulomb, nella forma vista finora, vale per cariche nel vuoto. Che cosa succede se le due cariche sono immerse in un isolante, per esempio in un olio o nell'acqua pura? Le misure mostrano che la forza fra le stesse cariche, alla stessa distanza, è più piccola: se il mezzo è un isolante omogeneo che occupa tutto lo spazio attorno alle cariche, la forza è ridotta di un fattore che dipende solo dal materiale.

$$F = \frac{F_0}{\varepsilon_r} = \frac{k_0}{\varepsilon_r}\frac{|q_1 q_2|}{r^2}$$

dove F_0 è la forza nel vuoto. Il numero puro ε_r si chiama **costante dielettrica relativa** del mezzo; per il vuoto vale esattamente 1, per tutti i materiali è maggiore di 1. Il prodotto $\varepsilon = \varepsilon_r \varepsilon_0$ si

chiama **costante dielettrica relativa** del mezzo; per il vuoto vale esattamente 1, per tutti i materiali è maggiore di 1. Il prodotto $\varepsilon = \varepsilon_r \varepsilon_0$ si chiama costante dielettrica assoluta del mezzo, e la legge di Coulomb nel mezzo si ottiene semplicemente sostituendo ε a ε_0. Alcuni valori sono nella Tabella A.8 dell'appendice: per l'aria secca $\varepsilon_r = 1{,}0006$, così vicino a 1 che in aria si usa la legge del vuoto; per la carta e la plastica circa 2–3, per il vetro 5–10, per l'acqua circa 80.

Il motivo è la polarizzazione. Attorno a una carica positiva immersa in un isolante le molecole vicine si polarizzano e rivolgono verso di essa la loro estremità negativa: la carica resta circondata da un sottile involucro di carica opposta, e un'altra carica, a una certa distanza, «vede» una carica ridotta. Le molecole d'acqua, dipoli permanenti che ruotano facilmente, danno a questo liquido una costante dielettrica eccezionalmente alta.

COLLEGAMENTI

Perché l'acqua scioglie il sale

Un cristallo di cloruro di sodio è formato da ioni Na^+ e Cl^- alternati, a $2{,}82 \times 10^{-10}$ m fra i centri. Nel vuoto due ioni vicini si attirano con una forza $F_0 = 8{,}99 \times 10^9 \times (1{,}60 \times 10^{-19})^2/(2{,}82 \times 10^{-10})^2$ N $= 2{,}9 \times 10^{-9}$ N, enorme per oggetti così piccoli: il sale fonde soltanto a 801 °C.

Nell'acqua ($\varepsilon_r \approx 80$), in una stima grossolana (a distanze così piccole la legge $F = F_0/\varepsilon_r$ vale solo in modo approssimato), l'attrazione scende a circa $2{,}9 \times 10^{-9}$ N/80 $= 3{,}6 \times 10^{-11}$ N, e gli urti delle molecole d'acqua, in continua agitazione termica, riescono a staccare gli ioni dal cristallo. Ogni ione liberato viene circondato da molecole d'acqua orientate (l'ossigeno verso Na^+, gli idrogeni verso Cl^-): è la solvatazione che studi in Chimica. Un solvente con costante dielettrica bassa, come l'olio ($\varepsilon_r \approx 2$), non scioglie i sali.

La legge $F = F_0/\varepsilon_r$ vale se le cariche sono immerse in un fluido isolante omogeneo che le circonda completamente, e su distanze molto maggiori delle dimensioni delle molecole; una lastra di vetro interposta fra due cariche nell'aria cambia la forza, ma non nel rapporto ε_r. Gli isolanti nel campo elettrico, detti *dielettrici*, torneranno nel capitolo 12, con i condensatori.

COLLEGAMENTI

In laboratorio: la legge di Coulomb con una bilancia elettronica

Materiali. Due palline di polistirolo di 4,0 cm di diametro rivestite di vernice conduttiva (o di carta stagnola liscia); una bilancia elettronica con risoluzione 0,001 g; un bicchiere di plastica capovolto come supporto isolante; un'asta di plexiglas fissata a un morsetto scorrevole lungo un'asta verticale con una scala millimetrata; una bacchetta di PVC e un panno di lana, oppure un elettroforo; un elettroscopio.

Procedimento. 1) Incolla una pallina sul bicchiere capovolto, appoggia il tutto sul piatto e azzera la bilancia. 2) Fissa l'altra pallina all'asta di plexiglas, esattamente sopra la prima. 3) Carica la pallina superiore con la bacchetta strofinata e mettila a contatto con l'altra: le palline, identiche, si dividono la carica e si respingono, e la bilancia segna un aumento Δm; la forza è $F = \Delta m g$. 4) Porta la pallina superiore alla distanza voluta fra i centri e leggi la bilancia entro pochi secondi; poi scarica le palline con un dito, ricaricale allo stesso modo (controllando con l'elettroscopio che la carica sia ogni volta simile) e passa alla distanza successiva.

Tabella 9.2 Repulsione fra due sfere cariche misurata con una bilancia elettronica (dati tipici). r è la distanza fra i centri (± 0,1 cm); Δm è l'aumento della lettura della bilancia, con un'incertezza che comprende la risoluzione e la variabilità della carica fra una ricarica e l'altra (3%); $F = \Delta m g$.

r (cm)	Δm (g)	F (mN)	Fr^2 (10^{-6} N·m^2)
5,0	0,309 ± 0,011	3,03 ± 0,11	7,57
6,0	0,218 ± 0,009	2,14 ± 0,08	7,69
7,0	0,164 ± 0,007	1,61 ± 0,07	7,88
8,0	0,125 ± 0,006	1,23 ± 0,06	7,84
10,0	0,080 ± 0,004	0,78 ± 0,04	7,84
12,0	0,057 ± 0,004	0,56 ± 0,04	8,04
15,0	0,037 ± 0,003	0,36 ± 0,03	8,16

Che cosa concludere. Il prodotto Fr^2 (Tabella 9.2) è quasi costante: la forza diminuisce con il quadrato della distanza. Per ricavare l'esponente senza presupporlo si riportano i dati su un grafico con scale logaritmiche (Figura 9.8): se $F = c/r^n$, i punti stanno su una retta di pendenza $-n$. La retta che meglio segue i dati ha pendenza −1,94; le rette di massima e minima pendenza compatibili con le barre di errore del primo e dell'ultimo punto hanno pendenze −2,09 e −1,78. Il risultato è $n = 1{,}94 \pm 0{,}16$. Dal valore medio di Fr^2, $7{,}86 \times 10^{-6}$ N·m^2, e da $F = k_0 q^2/r^2$ si stima anche la carica di ciascuna pallina: $q = \sqrt{(Fr^2/k_0)} \approx 30$ nC.

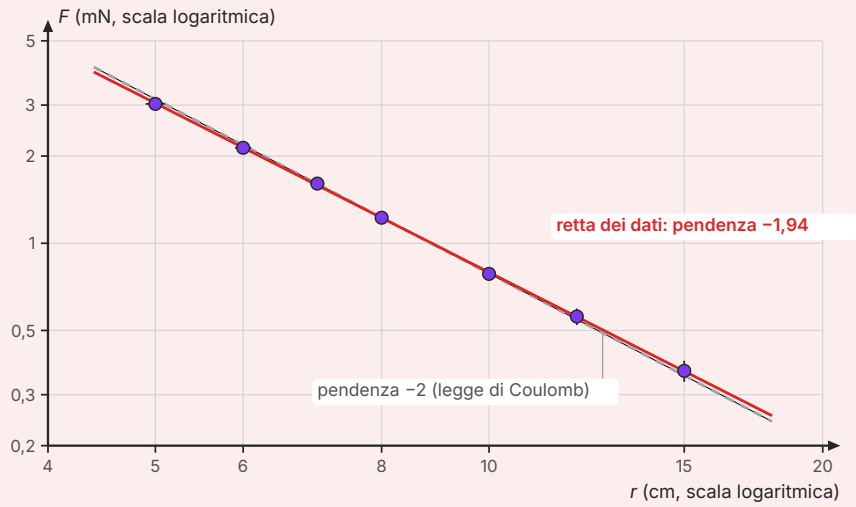


Figura 9.8 I dati della Tabella 9.2 su scale logaritmiche, con le barre di errore. In rosso la retta che meglio segue i dati (pendenza −1,94), in grigio tratteggiato una retta di pendenza −2 per lo stesso punto medio. I punti a distanza piccola cadono leggermente sotto la retta grigia.

Confronto teoria–esperimento. La legge di Coulomb prevede $n = 2$ esatto. La differenza fra previsione e misura, $|2 - 1{,}94| = 0{,}06$, è minore dell'incertezza 0,16: la misura è compatibile con la legge. Il valore un po' minore di 2 ha una causa sistematica, la stessa dei dati di Coulomb: a 5–6 cm fra i centri (1–2 cm fra le superfici) le palline non sono cariche puntiformi, le cariche si spostano sui lati lontani e la forza è minore del previsto; infatti Fr^2 cresce leggermente con la distanza.

Sicurezza. Si usano solo cariche prodotte per strofinio o con l'elettroforo: nessun alimentatore, e mai la tensione di rete; le piccole scintille sono innocue, ma tieni lontani telefoni e apparecchi elettronici. I generatori elettrostatici ad alta tensione (Van de Graaff, Wimshurst) si usano solo sotto la guida dell'insegnante.

Per la relazione. Riporta la tabella, il grafico logaritmico con le barre di errore e le rette di massima e minima pendenza, il valore di n con la sua incertezza e il confronto con il valore 2. Discuti le cause di errore (carica che si disperde, più in fretta se l'aria è umida; carica non riproducibile; deviazione dal modello puntiforme) e proponi come verificare anche la proporzionalità al prodotto delle cariche.

IN SINTESI

Le formule del capitolo

$q = \pm Ne$, $e = 1{,}602\,176\,634 \times 10^{-19}$ C (esatta) — la carica è quantizzata: ogni carica osservabile è un multiplo intero della carica elementare. L'elettrone ha carica $-e$, il protone $+e$.

Σq = costante — in un sistema isolato la somma algebrica delle cariche non cambia: l'elettrizzazione sposta elettroni, non crea carica.

$F = k_0|q_1 q_2|/r^2$ — legge di Coulomb (N): forza fra due cariche puntiformi ferme nel vuoto, diretta lungo la congiungente, repulsiva per cariche dello stesso segno e attrattiva per cariche di segno opposto; le due forze sono una coppia di azione e reazione.

$k_0 = 1/(4\pi\varepsilon_0) = 8{,}99 \times 10^9$ N·m^2/C^2; $\varepsilon_0 = 8{,}85 \times 10^{-12}$ C^2/(N·m^2) — costante di Coulomb e costante dielettrica del vuoto.

$\boldsymbol{F}_{12} = k_0 q_1 q_2/r^2\,\boldsymbol{u}$ — forma vettoriale, con le cariche con il loro segno e $\boldsymbol{u}$ versore da q_1 verso q_2.

$\boldsymbol{F}_{\text{tot}} = \boldsymbol{F}_1 + \boldsymbol{F}_2 + \ldots$ — principio di sovrapposizione: le forze dovute a più cariche si sommano come vettori, componente per componente.

$F_e/F_g = k_0 e^2/(G m_e m_p) \approx 2{,}3 \times 10^{39}$ — rapporto fra forza elettrica e gravitazionale per elettrone e protone, a qualunque distanza.

$F = F_0/\varepsilon_r$ — forza fra cariche immerse in un isolante omogeneo che le circonda completamente; $\varepsilon_r \geq 1$ è la costante dielettrica relativa (1 nel vuoto, circa 80 nell'acqua).

SINTESI

- Strofinando due materiali diversi si trasferiscono elettroni dall'uno all'altro: i due corpi si elettrizzano con cariche uguali e opposte. Le cariche sono di due tipi, positive e negative (convenzione di Franklin): cariche dello stesso segno si respingono, di segno opposto si attraggono.
- Un corpo negativo ha un eccesso di elettroni, un corpo positivo un difetto; nei solidi si spostano solo gli elettroni, mentre i protoni restano nei nuclei.
- La carica elettrica si conserva: in un sistema isolato la somma algebrica delle cariche è costante.
- La carica è quantizzata: ogni carica osservabile è un multiplo intero della carica elementare $e = 1{,}60 \times 10^{-19}$ C. L'unità SI è il coulomb, derivato dall'ampere; 1 C corrisponde a $6{,}24 \times 10^{18}$ cariche elementari.
- Nei conduttori (metalli, soluzioni ioniche) le cariche si muovono liberamente; negli isolanti restano legate agli atomi; i semiconduttori hanno un comportamento intermedio e controllabile.
- Un conduttore si può elettrizzare per contatto (stesso segno del corpo carico) o per induzione con la messa a terra (segno opposto). Un corpo carico attira anche i corpi neutri, per induzione nei conduttori e per polarizzazione negli isolanti: solo la repulsione prova che un corpo è carico.
- L'elettroscopio a foglie rivela la presenza di carica e, se caricato con un segno noto, il segno della carica di un altro corpo.
- La legge di Coulomb: $F = k_0|q_1q_2|/r^2$, con $k_0 = 1/(4\pi\varepsilon_0) = 8{,}99 \times 10^9$ N·m^2/C^2; la forza è diretta lungo la congiungente e le due forze sono una coppia di azione e reazione. Coulomb la stabilì nel 1785 con la bilancia di torsione.
- La forza elettrica ha la stessa forma della gravitazionale, ma può essere attrattiva o repulsiva ed è $2{,}3 \times 10^{39}$ volte più intensa fra elettrone e protone. Sulla grande scala domina la gravità perché la materia è neutra.
- Per il principio di sovrapposizione la forza dovuta a più cariche è la somma vettoriale delle singole forze di Coulomb. Fra due cariche dello stesso segno esiste un punto di equilibrio, più vicino alla carica minore.
- In un isolante omogeneo che circonda le cariche la forza si riduce a F_0/ε_r; l'acqua, con $\varepsilon_r \approx 80$, indebolisce l'attrazione fra gli ioni e scioglie i sali.

ESERCIZI

Comprendere e ricordare

1. ● Una bacchetta di plastica strofinata con un panno di lana si carica negativamente perché:
   A. alcuni protoni passano dalla bacchetta al panno
   B. alcuni elettroni passano dal panno alla bacchetta
   C. lo strofinio crea cariche negative sulla bacchetta
   D. alcuni elettroni passano dalla bacchetta al panno

2. ● Quale dei seguenti valori può essere la carica di un corpo isolato?
   A. $2{,}4 \times 10^{-19}$ C
   B. $4{,}0 \times 10^{-19}$ C
   C. $4{,}8 \times 10^{-19}$ C
   D. $1{,}0 \times 10^{-19}$ C

3. ● Se la distanza fra due cariche puntiformi triplica, il modulo della forza fra di esse:
   A. triplica
   B. diventa un terzo
   C. diventa nove volte maggiore
   D. diventa un nono

4. ● Una bacchetta carica viene avvicinata, senza toccarla, a una sfera metallica neutra su un supporto isolante. La sfera:
   A. viene attratta, pur restando neutra
   B. acquista una carica netta di segno opposto alla bacchetta
   C. viene respinta
   D. non subisce alcuna forza

5. ● L'unità di misura della costante di Coulomb k_0 è:
   A. $C^2/(N \cdot m^2)$
   B. N/C^2
   C. $N \cdot m^2/C^2$
   D. $N \cdot m/C$

6. ●● Due cariche puntiformi sono immerse nell'acqua ($\varepsilon_r \approx 80$) alla stessa distanza a cui si trovavano nel vuoto. La forza fra di esse:
   A. è 80 volte maggiore
   B. è circa 9 volte minore
   C. non cambia
   D. è 80 volte minore

7. ●● Un elettroscopio è carico negativamente. Se si avvicina al pomello, senza toccarlo, una bacchetta carica negativamente, le foglie:
   A. si chiudono del tutto
   B. divergono di più
   C. non cambiano
   D. si chiudono un poco

8. ●● Il rapporto fra la forza elettrica e la forza gravitazionale fra due protoni vale circa:
   A. $1{,}2 \times 10^{36}$
   B. $2{,}3 \times 10^{39}$
   C. $1{,}2 \times 10^{-36}$
   D. $8{,}2 \times 10^{-8}$

Vero o falso

9. ● Un corpo solido si carica positivamente perché acquista protoni. V / F

10. ● In un sistema isolato la somma algebrica delle cariche rimane costante nel tempo. V / F

11. ●● La forza che una carica puntiforme fissa esercita su un'altra nel vuoto cambia se si avvicina una terza carica puntiforme. V / F

12. ●● Nella polarizzazione di un isolante alcuni elettroni si spostano liberamente da un'estremità all'altra del corpo. V / F

13. ●● Il rapporto fra la forza elettrica e la forza gravitazionale fra un elettrone e un protone non dipende dalla loro distanza. V / F

Applicare

14. ● Quanti elettroni bisogna aggiungere a un corpo neutro per dargli una carica di $-1{,}0\ \mu C$?

15. ● Calcola il modulo della forza fra una carica di $+2{,}0\ \mu C$ e una di $-5{,}0\ \mu C$ poste nel vuoto a 15 cm di distanza. È attrattiva o repulsiva?

16. ● Due sferette con cariche uguali, a 20 cm di distanza nell'aria, si respingono con una forza di 0,90 N. Calcola la carica di ciascuna.

17. ● A quale distanza due cariche puntiformi di 1,0 nC si respingono con una forza di $1{,}0 \times 10^{-5}$ N?

18. ● Completa: se si raddoppiano entrambe le cariche e anche la loro distanza, la forza di Coulomb _____ .

19. ●● Tre sfere metalliche identiche, su supporti isolanti, hanno cariche $q_A = +6{,}0$ nC, $q_B = 0$ e $q_C = -1{,}0$ nC. Si mette A a contatto con B, poi si separano; poi B a contatto con C, e si separano. Quali sono le cariche finali? Verifica la conservazione della carica.

20. ●● La tabella riporta la forza misurata fra due sferette con cariche uguali a varie distanze. Mostra che i dati sono in accordo con la legge di Coulomb calcolando Fr^2, e ricava la carica delle sferette.
r (cm): 2,0 · 4,0 · 8,0
F (mN): 36 · 9,0 · 2,3

21. ●● Due cariche nell'aria si respingono con una forza di 0,45 N. Calcola la forza se le stesse cariche, alla stessa distanza, vengono immerse in olio di vaselina ($\varepsilon_r = 2{,}2$).

Problemi

22. ●● Tre cariche puntiformi sono allineate sull'asse x: $q_1 = +2{,}0$ μC in $x = 0$, $q_2 = -3{,}0$ μC in $x = 0{,}20$ m, $q_3 = +1{,}0$ μC in $x = 0{,}50$ m. Calcola la forza risultante (modulo, direzione e verso) su q_3.

23. ●● Due cariche positive, $q_1 = 9{,}0$ nC e $q_2 = 1{,}0$ nC, sono fisse a 40 cm di distanza. a) In quale punto una terza carica non subisce alcuna forza? b) La posizione del punto dipende dal segno della terza carica? c) E se q_2 fosse −1,0 nC, esisterebbe un punto di equilibrio fra le due cariche?

24. ●●● Ai vertici di un quadrato di lato 10 cm sono fisse quattro cariche uguali di +1,0 μC. Calcola modulo, direzione e verso della forza totale che le altre tre esercitano su una di esse.

25. ●●● (Collegamento con *Fisica 3*, capitolo 13) La Terra ($5{,}97 \times 10^{24}$ kg) e la Luna ($7{,}35 \times 10^{22}$ kg) si attraggono per gravità. a) Quale carica Q, uguale e dello stesso segno su entrambe, basterebbe ad annullare l'attrazione gravitazionale? b) Perché il risultato non dipende dalla distanza Terra–Luna? c) A quante cariche elementari corrisponde Q, e quale sarebbe la massa di un numero uguale di protoni? Commenta il risultato. ($G = 6{,}67 \times 10^{-11}$ N·m^2/kg^2)

26. ●●● Due palline identiche di 0,20 g, con la stessa carica, sono appese allo stesso punto con due fili isolanti lunghi 30 cm. All'equilibrio ciascun filo forma un angolo di 10° con la verticale. a) Disegna le forze su una pallina. b) Calcola la forza elettrica e la distanza fra le palline. c) Calcola la carica di ciascuna pallina.

27. ●●● (Collegamento con *Fisica 3*, capitolo 13) In un modello semplificato dell'atomo di idrogeno l'elettrone percorre un'orbita circolare di raggio $5{,}29 \times 10^{-11}$ m attorno al protone, trattenuto dalla forza di Coulomb come un satellite dalla gravità. a) Calcola la forza. b) Calcola la velocità dell'elettrone e il periodo dell'orbita. c) Mostra che, come per i satelliti, il quadrato del periodo sarebbe proporzionale al cubo del raggio.

28. ●● Le cariche $q_1 = q_2 = +2{,}0$ μC sono fisse in due vertici di un triangolo equilatero di lato 30 cm; nel terzo vertice c'è la carica $q_3 = +1{,}0$ μC. a) Calcola la forza su q_3. b) Come cambia la risposta se $q_2 = -2{,}0$ μC?

29. ●●● Le cariche $q_1 = +4{,}0$ μC e $q_2 = -1{,}0$ μC sono fisse sull'asse x, in $x = 0$ e in $x = 0{,}30$ m. a) Trova il punto dell'asse in cui una terza carica è in equilibrio. b) Spiega perché non esiste un punto di equilibrio fra le due cariche. c) Una carica $q_0 = +0{,}50$ μC, posta nel punto di equilibrio, viene spostata di 1,0 cm lungo l'asse, allontanandola dalle altre due. Calcola la forza che subisce e stabilisci se l'equilibrio è stabile.

Ragionare e argomentare

30. ●● Un palloncino strofinato sui capelli resta attaccato a una parete per qualche minuto, poi cade. Spiega perché viene attratto da una parete neutra e perché, dopo un po', cade. Perché l'esperimento riesce peggio in una giornata umida?

31. ●●● Stima di Fermi. Due gocce d'acqua di 1,0 g ciascuna sono a 1,0 m di distanza. Se a ciascuna si togliesse un elettrone ogni miliardo, con quale forza si respingerebbero? Confronta la forza con il peso di un oggetto che conosci.

32. ●● Trova l'errore. «La carica $q_1 = +2{,}0\ \mu C$ è in $x = 0$ e $q_2 = -3{,}0\ \mu C$ in $x = 0{,}50$ m. Calcolo $F = k_0 q_1 q_2 / r^2 = -0{,}22$ N: il segno meno dice che entrambe le forze, quella su q_1 e quella su q_2, sono dirette verso le x negative.»

33. ●●● Progetta un esperimento. Hai una bacchetta di vetro, un panno di seta, un elettroscopio e una bacchetta di un materiale sconosciuto, che si elettrizza strofinandola con la lana. Descrivi come stabilire il segno della carica che acquista la bacchetta sconosciuta, giustificando ogni passaggio. Perché non basta osservare se attira o respinge un pezzetto di carta?

PER APPROFONDIRE

- [FEY] R. P. Feynman, R. B. Leighton, M. Sands, *La fisica di Feynman*, vol. II: il primo capitolo, sull'elettromagnetismo, apre con un confronto fra la forza elettrica e la gravità e con una riflessione su quanto sia esatto l'equilibrio fra cariche positive e negative nella materia.
- [HRW] D. Halliday, R. Resnick, J. Walker, *Fondamenti di fisica*: il capitolo sulla carica elettrica, con molti problemi sulla legge di Coulomb e sulla somma vettoriale delle forze.
- [HEW] P. G. Hewitt, *Conceptual Physics*: il capitolo sull'elettrostatica, per rivedere senza formule l'elettrizzazione, l'induzione e la polarizzazione.
- [EIN] A. Einstein, L. Infeld, *L'evoluzione della fisica*: le pagine sui fluidi elettrici e sul concetto di campo, per seguire come la fisica è passata dall'azione a distanza al campo, il tema del prossimo capitolo.
- [TAY] J. R. Taylor, *Introduzione all'analisi degli errori*: le leggi di potenza e i grafici logaritmici, utili per l'attività di laboratorio.

Glossario del capitolo

Carica elementare
Valore assoluto della carica dell'elettrone e del protone, $e = 1{,}602\,176\,634 \times 10^{-19}$ C (esatto dal 2019).

Carica elettrica
Proprietà della materia responsabile delle forze elettriche; può essere positiva o negativa e si misura in coulomb.

Carica puntiforme
Corpo carico le cui dimensioni sono trascurabili rispetto alle distanze in gioco.

Conduttore
Materiale nel quale le cariche elettriche si muovono liberamente: metalli (elettroni liberi), soluzioni di ioni.

Costante di Coulomb
La costante $k_0 = 8{,}99 \times 10^9\ \mathrm{N\cdot m^2/C^2}$ della legge di Coulomb nel vuoto.

Costante dielettrica del vuoto
La costante $\varepsilon_0 = 8{,}85 \times 10^{-12}\ \mathrm{C^2/(N\cdot m^2)}$, legata alla costante di Coulomb da $k_0 = 1/(4\pi\varepsilon_0)$.

Costante dielettrica relativa
Numero puro $\varepsilon_r \geq 1$ che indica di quanto si riduce la forza fra due cariche immerse in un isolante omogeneo rispetto al vuoto.

Coulomb
Unità SI di carica elettrica (C), derivata dall'ampere: la carica che attraversa in 1 s la sezione di un filo percorso da 1 A.

Elettrizzazione per contatto
Trasferimento di carica da un corpo carico a un conduttore che esso tocca; il conduttore si carica con lo stesso segno.

Elettrizzazione per strofinio
Trasferimento di elettroni fra due materiali diversi messi a stretto contatto, che si caricano con cariche uguali e opposte.

Elettroscopio
Strumento che rivela la carica elettrica di un corpo con la divergenza di due foglie metalliche cariche dello stesso segno.

Induzione elettrostatica
Separazione delle cariche in un conduttore prodotta da un corpo carico vicino, senza contatto; con la messa a terra permette di caricare il conduttore con segno opposto.

Isolante
Materiale nel quale le cariche restano legate ad atomi e molecole e non possono muoversi liberamente.

Legge di Coulomb
La forza fra due cariche puntiformi ferme nel vuoto ha modulo $k_0|q_1q_2|/r^2$ ed è diretta lungo la congiungente, repulsiva o attrattiva secondo i segni.

Messa a terra
Collegamento di un conduttore al terreno, che può cedere o assorbire elettroni senza cambiare stato in modo apprezzabile.

Polarizzazione
Separazione di carica in un isolante dovuta allo spostamento delle nuvole elettroniche o all'orientamento delle molecole, senza cariche libere.

Principio di conservazione della carica
In un sistema isolato la somma algebrica delle cariche resta costante.

Quantizzazione della carica
Ogni carica osservabile è un multiplo intero della carica elementare.

Semiconduttore
Materiale, come il silicio, con poche cariche libere, il cui numero cresce con la temperatura e si controlla con piccole aggiunte di altri elementi.

Serie triboelettrica
Elenco di materiali nel quale ciascuno, strofinato con uno che lo segue, cede elettroni e si carica positivamente.

Soluzioni

1. B. Il contatto trasferisce elettroni: la lana li cede alla plastica, che ne ha poi in eccesso. I protoni non si spostano e lo strofinio non crea carica.

2. C. $4{,}8 \times 10^{-19}$ C $= 3e$; gli altri valori non sono multipli interi di $e = 1{,}60 \times 10^{-19}$ C.

3. D. La forza è proporzionale a $1/r^2$: $(1/3)^2 = 1/9$.

4. A. Per induzione la sfera si polarizza: le cariche di segno opposto sono più vicine alla bacchetta, e l'attrazione prevale; la carica totale resta nulla.

5. C. Da $k_0 = Fr^2/(q_1 q_2)$: $\mathrm{N \cdot m^2/C^2}$.

6. D. $F = F_0/\varepsilon_r$: la forza è 80 volte minore.

7. B. La bacchetta negativa respinge altri elettroni dal pomello verso le foglie, che divergono di più.

8. A. $k_0 e^2/(G m_p{}^2) = 8{,}99 \times 10^9 \times (1{,}60 \times 10^{-19})^2/[6{,}67 \times 10^{-11} \times (1{,}67 \times 10^{-27})^2] = 1{,}2 \times 10^{36}$.

9. F. Nei solidi si spostano solo gli elettroni: un corpo positivo ha perso elettroni.

10. V. È il principio di conservazione della carica.

11. F. Per il principio di sovrapposizione ogni coppia di cariche puntiformi interagisce come se le altre non ci fossero; la terza carica aggiunge una sua forza, ma non modifica quella fra le prime due.

12. F. Nella polarizzazione ogni elettrone resta nella propria molecola e si sposta di una frazione delle dimensioni atomiche; gli spostamenti su lunghe distanze avvengono nei conduttori (induzione).

13. V. Entrambe le forze sono proporzionali a $1/r^2$: nel rapporto la distanza si semplifica ($\approx 2{,}3 \times 10^{39}$).

14. $N = |q|/e = 1{,}0 \times 10^{-6}$ C$/(1{,}60 \times 10^{-19}$ C$) = 6{,}3 \times 10^{12}$ elettroni.

15. $F = k_0 |q_1 q_2|/r^2 = 8{,}99 \times 10^9 \times 2{,}0 \times 10^{-6} \times 5{,}0 \times 10^{-6}/(0{,}15)^2$ N $= 4{,}0$ N; attrattiva, perché le cariche hanno segno opposto.

16. Da $F = k_0 q^2/r^2$: $q = r\sqrt{F/k_0} = 0{,}20$ m $\times \sqrt{(0{,}90 \text{ N}/8{,}99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2)} = 2{,}0 \times 10^{-6}$ C $= 2{,}0$ μC.

17. $r = \sqrt{(k_0 q^2/F)} = \sqrt{(8{,}99 \times 10^9 \times (1{,}0 \times 10^{-9})^2/1{,}0 \times 10^{-5})}$ m $= 3{,}0 \times 10^{-2}$ m $= 3{,}0$ cm.

18. Non cambia: il numeratore diventa 4 volte maggiore e anche il denominatore r^2 diventa 4 volte maggiore.

19. Dopo il primo contatto A e B hanno $(+6{,}0 + 0)/2 = +3{,}0$ nC ciascuna. Dopo il secondo B e C hanno $(+3{,}0 - 1{,}0)/2 = +1{,}0$ nC ciascuna. Cariche finali: A +3,0 nC, B +1,0 nC, C +1,0 nC. Totale +5,0 nC, uguale al totale iniziale $6{,}0 - 1{,}0 = +5{,}0$ nC.

20. $Fr^2 = 36 \times 10^{-3}$ N $\times (0{,}020$ m$)^2 = 1{,}44 \times 10^{-5}$ N·m^2; $9{,}0 \times 10^{-3} \times (0{,}040)^2 = 1{,}44 \times 10^{-5}$; $2{,}3 \times 10^{-3} \times (0{,}080)^2 = 1{,}47 \times 10^{-5}$ N·m^2. Il prodotto è costante entro gli arrotondamenti: $F \propto 1/r^2$. $q = \sqrt{(Fr^2/k_0)} = \sqrt{(1{,}44 \times 10^{-5}/8{,}99 \times 10^9)}$ C $= 4{,}0 \times 10^{-8}$ C $= 40$ nC.

21. $F = F_0/\varepsilon_r = 0{,}45$ N$/2{,}2 = 0{,}20$ N.

22. Per il principio di sovrapposizione si sommano le due forze su q_3. Da q_1, a 0,50 m, repulsione: $F_{13} = 8{,}99 \times 10^9 \times 2{,}0 \times 10^{-6} \times 1{,}0 \times 10^{-6}/0{,}50^2$ N $= 0{,}072$ N verso le x positive. Da q_2, a 0,30 m, attrazione: $F_{23} = 8{,}99 \times 10^9 \times 3{,}0 \times 10^{-6} \times 1{,}0 \times 10^{-6}/0{,}30^2$ N $= 0{,}300$ N verso le x negative. Risultante: $0{,}072 - 0{,}300 = -0{,}23$ N: modulo 0,23 N, lungo l'asse x, verso le x negative (verso q_2).

23. a) Il punto è fra le cariche, a distanza x da q_1: $x/(d - x) = \sqrt{(9{,}0/1{,}0)} = 3$, quindi $x = 3d/4 = 30$ cm da q_1 (10 cm da q_2). b) No: la terza carica si semplifica nella condizione di equilibrio. c) No: fra due cariche di segno opposto le due forze su una terza carica hanno lo stesso verso (una attrattiva verso una carica, una repulsiva dall'altra) e non possono annullarsi; il punto di equilibrio è fuori dal segmento.

24. Per sovrapposizione, sulla carica in un vertice agiscono tre repulsioni. Le due dai vertici adiacenti, a 0,10 m: $F = 8{,}99 \times 10^9 \times (1{,}0 \times 10^{-6})^2/0{,}10^2$ N $= 0{,}899$ N ciascuna, perpendicolari fra loro: la loro somma vale $0{,}899$ N $\times \sqrt{2} = 1{,}271$ N, diretta lungo la diagonale verso l'esterno. Quella dal vertice opposto, a

$0{,}10\sqrt{2}$ m: $F = 8{,}99 \times 10^9 \times 1{,}0 \times 10^{-12}/0{,}020$ N = 0,450 N, anch'essa lungo la diagonale verso l'esterno. Totale: 1,271 N + 0,450 N = 1,7 N, lungo la diagonale del quadrato, diretta verso l'esterno (via dal centro).

25. a) Uguagliando i moduli, $k_0Q^2/r^2 = GM_TM_L/r^2$, quindi $Q = \sqrt{(GM_TM_L/k_0)} = \sqrt{(6{,}67 \times 10^{-11} \times 5{,}97 \times 10^{24} \times 7{,}35 \times 10^{22}/8{,}99 \times 10^9)}$ C = $5{,}7 \times 10^{13}$ C. b) Entrambe le forze sono proporzionali a $1/r^2$ (legge di gravitazione, *Fisica 3*, capitolo 13, e legge di Coulomb): la distanza si semplifica. c) $N = Q/e = 5{,}7 \times 10^{13}/1{,}60 \times 10^{-19} = 3{,}6 \times 10^{32}$; la massa di altrettanti protoni è $3{,}6 \times 10^{32} \times 1{,}67 \times 10^{-27}$ kg = $6{,}0 \times 10^5$ kg, circa 600 tonnellate: una frazione infinitesima della massa dei due corpi (circa 10^{-17} di quella della Luna). Basterebbe uno squilibrio di carica minuscolo per annullare la gravità fra Terra e Luna: il fatto che i corpi celesti si muovano secondo la legge di Newton mostra quanto la materia sia neutra.

26. a) Su ogni pallina agiscono il peso $m\boldsymbol{g}$ verso il basso, la tensione del filo lungo il filo e la forza elettrica orizzontale, repulsiva. b) Per l'equilibrio (primo principio) le componenti verticali e orizzontali si annullano: $T \cos 10° = mg$ e $T \operatorname{sen} 10° = F$, quindi $F = mg \tan 10° = 0{,}20 \times 10^{-3}$ kg × 9,8 m/s^2 × 0,176 = $3{,}5 \times 10^{-4}$ N. La distanza è $r = 2L \operatorname{sen} 10° = 2 \times 0{,}30$ m × 0,174 = 0,104 m. c) Per la legge di Coulomb $q = r\sqrt{(F/k_0)} = 0{,}104$ m × $\sqrt{(3{,}5 \times 10^{-4}/8{,}99 \times 10^9)}$ C = $2{,}0 \times 10^{-8}$ C = 20 nC.

27. a) Per la legge di Coulomb $F = k_0e^2/r^2 = 8{,}99 \times 10^9 \times (1{,}60 \times 10^{-19})^2/(5{,}29 \times 10^{-11})^2$ N = $8{,}22 \times 10^{-8}$ N. b) La forza di Coulomb fa da forza centripeta, come la gravità per un satellite: $m_ev^2/r = F$, quindi $v = \sqrt{(Fr/m_e)} = \sqrt{(8{,}22 \times 10^{-8} \times 5{,}29 \times 10^{-11}/9{,}11 \times 10^{-31})}$ m/s = $2{,}19 \times 10^6$ m/s; $T = 2\pi r/v = 1{,}52 \times 10^{-16}$ s. c) Da $v^2 = k_0e^2/(m_er)$ e $v = 2\pi r/T$ si ha $T^2 = 4\pi^2m_er^3/(k_0e^2)$: è la terza legge di Keplero, conseguenza della dipendenza $1/r^2$ della forza.

28. Ogni forza ha modulo $F = 8{,}99 \times 10^9 \times 2{,}0 \times 10^{-6} \times 1{,}0 \times 10^{-6}/0{,}30^2$ N = 0,200 N. a) Le due repulsioni formano ciascuna un angolo di 30° con la verticale (l'altezza del triangolo): le componenti orizzontali si annullano, quelle verticali si sommano: $F_{tot} = 2 \times 0{,}200$ N × cos 30° = 0,35 N, lungo l'altezza, verso l'esterno del triangolo. b) La forza di q_2 diventa attrattiva, diretta verso q_2: ora si annullano le componenti verticali e si sommano quelle orizzontali: $F_{tot} = 2 \times 0{,}200$ N × sen 30° = 0,20 N, parallela al lato q_1q_2, nel verso da q_1 a q_2.

29. a) Il punto è fuori dal segmento, dalla parte della carica minore in valore assoluto, cioè oltre q_2, a distanza y da essa. Per il principio di sovrapposizione la forza totale è nulla se le due forze di Coulomb hanno moduli uguali (versi opposti): $4{,}0/(0{,}30 + y)^2 = 1{,}0/y^2$, cioè $0{,}30 + y = 2y$ e $y = 0{,}30$ m: il punto è in $x = 0{,}60$ m. b) Fra le due cariche le forze su una terza carica hanno lo stesso verso (attrazione verso una, repulsione dall'altra), e la loro somma non può annullarsi; a sinistra di q_1 la carica più grande è anche la più vicina, e la sua forza prevale sempre. c) In $x = 0{,}61$ m: repulsione da q_1 $F_1 = 8{,}99 \times 10^9 \times 4{,}0 \times 10^{-6} \times 0{,}50 \times 10^{-6}/0{,}61^2$ N = 0,0483 N verso destra; attrazione verso q_2 $F_2 = 8{,}99 \times 10^9 \times 1{,}0 \times 10^{-6} \times 0{,}50 \times 10^{-6}/0{,}31^2$ N = 0,0468 N verso sinistra. Risultante $1{,}5 \times 10^{-3}$ N verso destra: la carica viene spinta ancora più lontano, l'equilibrio è instabile lungo l'asse.

30. Traccia di risposta: il palloncino carico polarizza la superficie della parete (isolante): lo strato più vicino ha carica di segno opposto e l'attrazione prevale sulla repulsione dello strato più lontano. L'attrazione, insieme all'attrito, sostiene il peso leggero del palloncino. Col tempo la carica si disperde, attraverso l'aria e la superficie della parete; quando l'attrazione non basta più, il palloncino cade. Nell'aria umida un velo d'acqua sulle superfici le rende un po' conduttrici e la carica si disperde molto più in fretta.

31. In 1,0 g d'acqua ci sono $(1/18) \times 6{,}02 \times 10^{23} \times 10 = 3{,}3 \times 10^{23}$ elettroni; togliendone uno ogni 10^9 si toglie $3{,}3 \times 10^{14}$ elettroni, cioè una carica $q = 3{,}3 \times 10^{14} \times 1{,}60 \times 10^{-19}$ C = $5{,}4 \times 10^{-5}$ C. Forza: $F = 8{,}99 \times 10^9 \times (5{,}4 \times 10^{-5})^2/1{,}0^2$ N ≈ 26 N, il peso di circa 2,6 kg, per esempio di due bottiglie d'acqua da un litro e mezzo. Fra due gocce, per uno squilibrio di un miliardesimo: un'altra prova dell'intensità della forza elettrica e della neutralità della materia.

32. Il prodotto q_1q_2 negativo dice solo che la forza è attrattiva; non dà un verso lungo l'asse. Le due forze sono una coppia di azione e reazione: la forza su q_2

è diretta verso q_1, cioè verso le x negative, ma quella su q_1 è diretta verso q_2, cioè verso le x positive. Entrambe hanno modulo $8{,}99 \times 10^9 \times 2{,}0 \times 10^{-6} \times 3{,}0 \times 10^{-6}/0{,}50^2$ N = 0,22 N.

33. Traccia di risposta: si carica l'elettroscopio con un segno noto, toccando il pomello con la bacchetta di vetro strofinata con la seta, che per convenzione è positiva: le foglie divergono. Si strofina poi la bacchetta sconosciuta con la lana e la si avvicina al pomello senza toccarlo. Se le foglie divergono di più, la bacchetta attira elettroni dalle foglie verso il pomello, e le foglie restano con un difetto di elettroni ancora maggiore: è positiva; se si chiudono un poco, respinge elettroni verso le foglie, che neutralizzano in parte la loro carica positiva: è negativa. Conviene ripetere con l'elettroscopio carico negativamente (per induzione con la bacchetta di vetro) per controllo. Il pezzetto di carta non basta: è neutro e viene attratto per polarizzazione da cariche di entrambi i segni, e non viene mai respinto.