CAPITOLO

# 8

# La natura ondulatoria della luce

*Che la luce sommata alla luce possa dare il buio sembra un paradosso; per un'onda è la cosa più naturale del mondo.*

**OBIETTIVI**

1. Confrontare il modello corpuscolare e il modello ondulatorio della luce e spiegare perché la misura della velocità della luce nell'acqua decise fra i due.
2. Applicare le condizioni di interferenza dell'esperimento di Young e usare l'interfrangia $\Delta y = \lambda L/d$ per misurare una lunghezza d'onda.
3. Spiegare i colori delle lamine sottili e calcolare lo spessore di un rivestimento antiriflesso, tenendo conto delle inversioni di fase.
4. Descrivere la figura di diffrazione di una fenditura e di un'apertura circolare e applicare il criterio di Rayleigh al potere risolutivo di occhio e telescopi.
5. Usare la legge del reticolo per misurare lunghezze d'onda e riconoscere il ruolo dei reticoli negli spettroscopi.
6. Applicare la legge di Malus e spiegare perché la polarizzazione mostra che la luce è un'onda trasversale.

**INDICE DEL CAPITOLO**


8.1 Corpuscoli o onde? ..... 2
8.2 L'esperimento di Young ..... 6
8.3 L'interferenza su lamine sottili ..... 10
8.4 La diffrazione ..... 14
8.5 Il reticolo di diffrazione ..... 19
8.6 La polarizzazione ..... 22

Fisica 4 · Parte II · Le onde e la luce · versione 1.0
Capitolo 8: La natura ondulatoria della luce · pagine 223–252 del volume completo · estratto per lo studio

Guarda una bolla di sapone alla luce del giorno: sulla sua superficie scorrono bande di colore che cambiano mentre la pellicola si assottiglia, finché, un attimo prima di scoppiare, la bolla diventa quasi invisibile. Inclina un CD sotto una lampada e vedrai un arcobaleno che non c'entra nulla con un prisma. Strizza gli occhi guardando un lampione lontano e lo vedrai circondato da raggi e frange. Nessuno di questi fenomeni si spiega con i raggi rettilinei dell'ottica geometrica.

In questo capitolo scoprirai che la luce si comporta come un'onda: due fasci di luce possono sommarsi e dare buio, la luce aggira gli ostacoli molto piccoli, e un filtro può lasciarla passare o fermarla a seconda di come è orientato. Userai tutto quello che hai imparato sulle onde nei capitoli precedenti, la lunghezza d'onda, la sovrapposizione, l'interferenza e la diffrazione, e lo applicherai a un'onda così piccola che una sola lunghezza d'onda è un centesimo dello spessore di un capello. Proprio per questo i fenomeni ondulatori della luce sono rimasti nascosti tanto a lungo, e proprio per questo oggi permettono di misurare distanze di pochi milionesimi di millimetro.

## 8.1 Corpuscoli o onde?

### 8.1.1 Ripartiamo dall'ottica geometrica

Nel volume del secondo anno (*Fisica 2*, capitoli 14 e 15) hai descritto la luce con i raggi: linee rette lungo le quali l'energia luminosa si propaga in un mezzo omogeneo. Alla superficie di separazione fra due mezzi un raggio in parte si riflette, con angolo di riflessione uguale all'angolo di incidenza, e in parte si rifrange. La rifrazione segue la legge di Snell:

$$n_1 \operatorname{sen} \theta_1 = n_2 \operatorname{sen} \theta_2$$

dove gli angoli si misurano dalla normale e $n = c/v$ è l'indice di rifrazione del mezzo, il rapporto fra la velocità della luce nel vuoto, $c = 3{,}00 \times 10^8$ m/s, e quella nel mezzo. Passando in un mezzo più rifrangente il raggio si avvicina alla normale; nel verso opposto se ne allontana e, oltre l'angolo limite, si ha la riflessione totale. Infine l'indice di rifrazione dipende un poco dal colore: è la dispersione, che fa aprire la luce bianca in uno spettro quando attraversa un prisma.

Il modello dei raggi descrive bene specchi, lenti, fibre ottiche e arcobaleni. Ma non dice *che cosa* si propaga lungo un raggio. Su questa domanda la fisica si è divisa per più di un secolo.

### 8.1.2 Due modelli della luce

Alla fine del Seicento si confrontavano due risposte. Per Isaac Newton, che le raccolse nell'*Opticks* (1704), la luce è un flusso di minuscole particelle emesse dalle sorgenti e lanciate a grandissima velocità: è il **modello corpuscolare**. Per Christiaan Huygens, che lo espose nel *Traité de*

*la lumière* (1690), la luce è invece una perturbazione che si propaga in un mezzo sottilissimo che riempie anche il vuoto, come il suono si propaga nell'aria: è il **modello ondulatorio**.

Entrambi i modelli spiegavano la propagazione rettilinea e la riflessione. Per Newton la riflessione è un rimbalzo elastico dei corpuscoli sulla superficie, che inverte la componente della velocità perpendicolare alla superficie e lascia invariata quella parallela: l'angolo di riflessione risulta uguale a quello di incidenza, come per una palla da biliardo che urta la sponda. Per Huygens è la costruzione dei fronti d'onda con le onde secondarie, la stessa che hai usato nel capitolo 6 per le onde sull'acqua.

La prova vera era la rifrazione (Figura 8.1). Newton immaginava che, vicino alla superficie, i corpuscoli fossero attratti dal mezzo più denso con una forza perpendicolare alla superficie. Una forza perpendicolare non cambia la componente della velocità parallela alla superficie, ma aumenta quella normale: il corpuscolo entra nell'acqua più veloce, e la sua traiettoria si piega verso la normale. Se la componente parallela si conserva, $v_1 \operatorname{sen} \theta_1 = v_2 \operatorname{sen} \theta_2$, quindi

$$\frac{\operatorname{sen} \theta_1}{\operatorname{sen} \theta_2} = \frac{v_2}{v_1} \text{ (modello corpuscolare)}$$

Per Huygens, invece, il fronte d'onda si piega verso la normale perché la parte che entra per prima nel nuovo mezzo rallenta, e la costruzione con le onde secondarie dà (capitolo 6)

$$\frac{\operatorname{sen} \theta_1}{\operatorname{sen} \theta_2} = \frac{v_1}{v_2} \text{ (modello ondulatorio)}$$

I due modelli spiegano la stessa legge di Snell, perché in entrambi il rapporto dei seni è costante, ma con due rapporti di velocità opposti. Nell'acqua il rapporto dei seni vale $n = 1{,}33$, quindi secondo Newton la luce vi dovrebbe viaggiare 1,33 volte *più veloce* che nell'aria, secondo Huygens 1,33 volte *più lenta*. La Tabella 8.1 mette a confronto le due posizioni.

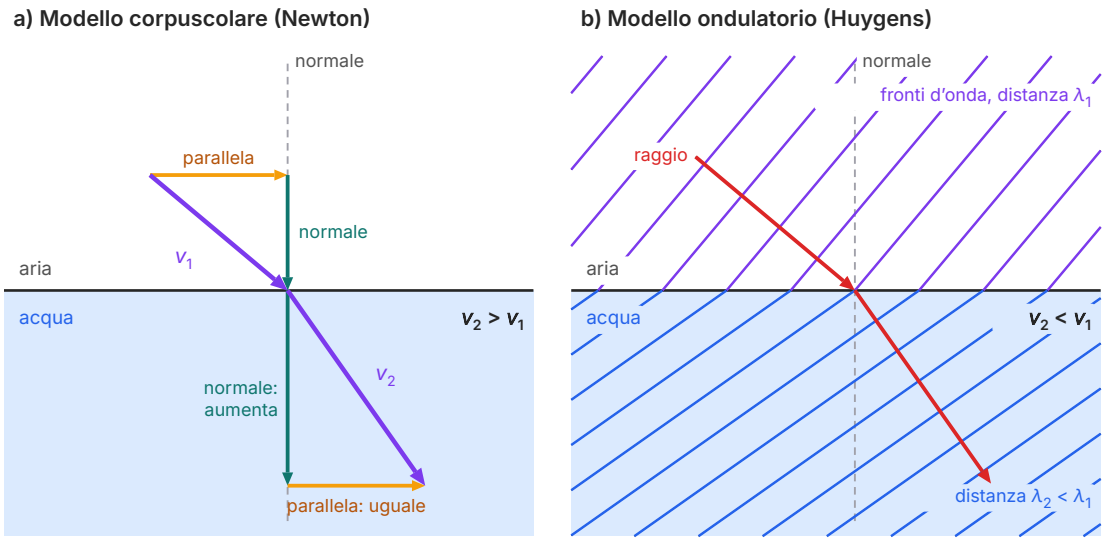



**Figura 8.1** La rifrazione aria–acqua nei due modelli, per un angolo di incidenza di 50° (angolo di rifrazione 35,2°, con $n$ = 1,33). a) Per Newton la componente della velocità parallela alla superficie (arancione) si conserva e la componente normale (verde) cresce: $v_2 = 1{,}33\ v_1$. b) Per Huygens i fronti d'onda si avvicinano nell'acqua, perché la stessa frequenza con una velocità minore dà una lunghezza d'onda minore: $\lambda_2 = \lambda_1/1{,}33$ e $v_2 = v_1/1{,}33$. Lunghezze d'onda enormemente ingrandite.

**Tabella 8.1** Il modello corpuscolare e il modello ondulatorio a confronto, con le conoscenze del primo Ottocento.

| Fenomeno | Modello corpuscolare (Newton) | Modello ondulatorio (Huygens, Young, Fresnel) |
|---|---|---|
| propagazione rettilinea | i corpuscoli si muovono di moto rettilineo uniforme | le onde secondarie si sommano solo lungo il fronte che avanza; ma le onde dovrebbero aggirare gli ostacoli |
| riflessione | rimbalzo elastico sulla superficie | costruzione di Huygens dei fronti riflessi |
| rifrazione | attrazione del mezzo più denso: $v$ maggiore nell'acqua | rallentamento dei fronti: $v$ minore nell'acqua |
| colori | corpuscoli di tipo diverso | lunghezze d'onda diverse |
| interferenza e diffrazione | nessuna spiegazione naturale | conseguenza diretta della sovrapposizione |

Il modello di Newton aveva dalla sua un argomento forte. Le onde aggirano gli ostacoli: senti una persona che parla dietro un angolo, e le onde del mare entrano nel porto passando dall'imboccatura e si allargano dietro la diga. La luce invece forma ombre nette. Il ragionamento di

Newton era, in sostanza, questo: se la luce fosse un'onda, dovremmo vedere dietro gli angoli. Fu soprattutto questo argomento, insieme all'enorme autorità di Newton, a far prevalere il modello corpuscolare per tutto il Settecento.

### 8.1.3 La prova decisiva: la luce nell'acqua

Una misura diretta della velocità della luce nell'acqua avrebbe deciso fra i due modelli: era un esperimento cruciale, perché i due modelli prevedevano risultati opposti. Ma la luce è così veloce che per un secolo e mezzo nessuno riuscì a farla. Ci riuscì Léon Foucault nel 1850, con un dispositivo a specchio rotante: la luce, riflessa da uno specchio che ruotava rapidamente, percorreva due tragitti di uguale lunghezza, uno in aria e uno attraverso un tubo pieno d'acqua, e tornava sullo specchio. Poiché nel frattempo lo specchio aveva ruotato, il tragitto percorso più lentamente dava l'immagine più spostata. La luce nell'acqua risultò **più lenta**. La previsione di Newton era smentita; quella del modello ondulatorio confermata.

Quando Foucault fece la sua misura, però, la maggior parte dei fisici era già passata al modello ondulatorio. Li avevano convinti, nei decenni precedenti, l'interferenza e la diffrazione, che studierai nei prossimi paragrafi. È un buon esempio di come funziona la fisica: un modello non viene abbandonato per un singolo argomento, ma quando un altro modello spiega tutto ciò che il primo spiegava e anche fenomeni che il primo non sa spiegare.

### 8.1.4 Quando i raggi non bastano

E le ombre nette? Hai visto nel capitolo 6 che la diffrazione diventa importante soltanto quando l'apertura o l'ostacolo hanno dimensioni confrontabili con la lunghezza d'onda. Il suono ha lunghezze d'onda da qualche centimetro a qualche metro, come le porte e gli spigoli delle case: per questo lo senti dietro gli angoli. La luce visibile ha lunghezze d'onda di qualche decimo di micrometro, circa un milione di volte più piccole di una porta: dietro un ostacolo di dimensioni ordinarie la luce devia di angoli minuscoli e l'ombra appare netta.

L'ottica geometrica è dunque il limite del modello ondulatorio quando tutte le aperture e tutti gli ostacoli sono molto più grandi della lunghezza d'onda. Quando non lo sono, per esempio con una fenditura larga un decimo di millimetro, con le pellicole di spessore paragonabile a $\lambda$ o con i solchi fittissimi di un CD, i raggi non bastano più e servono le onde.

### 8.1.5 La luce in un mezzo

Nel modello ondulatorio ogni colore della luce corrisponde a una lunghezza d'onda: nel vuoto, da circa 380 nm per il violetto a circa 750 nm per il rosso (Tabella A.6 in appendice), con il massimo di sensibilità dell'occhio intorno a 550 nm, nel verde. La relazione fondamentale delle onde, $v = \lambda f$, nel vuoto diventa $c = \lambda f$: alla luce verde di 550 nm corrisponde una frequenza $f = c/\lambda = 5{,}45 \times 10^{14}$ Hz.

Quando la luce passa dal vuoto (o dall'aria, per cui $n \approx 1{,}0003$) in un mezzo di indice $n$, la sua frequenza non cambia: è fissata dalla sorgente, come per ogni onda (capitolo 5). Cambia invece

la velocità, che diventa $v = c/n$, e quindi cambia anche la lunghezza d'onda:

$$\lambda_n = \frac{v}{f} = \frac{c}{nf} = \frac{\lambda}{n}$$

Qui $\lambda$ è la lunghezza d'onda nel vuoto e $\lambda_n$ quella nel mezzo. Nell'acqua ($n = 1{,}33$) la luce di 600 nm viaggia a $2{,}26 \times 10^8$ m/s e ha una lunghezza d'onda di 451 nm. Quando in questo capitolo diciamo «luce di 600 nm» intendiamo sempre la lunghezza d'onda nel vuoto, come si fa in tutti i cataloghi di laser e di lampade.

**ERRORE FREQUENTE**

**Il colore lo decide la frequenza**

«Sott'acqua la luce rossa di 650 nm ha lunghezza d'onda 650/1,33 = 489 nm, che nella Tabella A.6 è blu: quindi un subacqueo vede blu gli oggetti rossi.» Sbagliato. La tabella dà le lunghezze d'onda *nel vuoto*. Nell'acqua la lunghezza d'onda si accorcia, ma la frequenza resta quella della sorgente. Prima di arrivare alla retina, poi, la luce attraversa i mezzi trasparenti dell'occhio, e lì la lunghezza d'onda cambia di nuovo: ciò che non cambia mai lungo il percorso, e che determina il colore che percepiamo, è la frequenza. Un oggetto rosso illuminato con luce rossa appare rosso anche sott'acqua.

È vero, invece, che a pochi metri di profondità tutto appare azzurro, ma per un'altra ragione: l'acqua assorbe la parte rossa della luce del Sole molto più della parte blu, e il rosso semplicemente non arriva.

## 8.2 L'esperimento di Young

### 8.2.1 Due sorgenti coerenti da una sola

Nel capitolo 6 hai visto due sorgenti puntiformi che oscillano in fase sulla superficie dell'acqua: le onde si sommano e formano una figura di interferenza stabile, con linee nodali dove l'acqua resta ferma. Per ottenere la stessa cosa con la luce servono due sorgenti coerenti, cioè con la stessa frequenza e una differenza di fase costante. Due lampadine non lo sono: ognuna emette luce in brevissimi treni d'onda prodotti da atomi diversi in istanti diversi, e la fase di ciascuna cambia in modo casuale in tempi molto più brevi di quelli che l'occhio riesce a percepire. La figura di interferenza esiste, ma cambia tanto in fretta che si vede solo la sua media: un'illuminazione uniforme.

Thomas Young, in una serie di esperimenti fra il 1801 e il 1803, risolse il problema ricavando le due sorgenti da una sola. Nella forma moderna del suo esperimento (Figura 8.2) la luce di una sorgente attraversa prima una fenditura, una sottile apertura rettilinea, $S_0$, che per diffrazione illumina in modo uguale due fenditure parallele $S_1$ e $S_2$, vicinissime fra loro. $S_1$ e $S_2$ ricevono porzioni dello *stesso* fronte d'onda: se la fase della sorgente cambia, cambia insieme in

tutte e due, e la loro differenza di fase resta costante. Le due fenditure si comportano come due sorgenti coerenti in fase. Oggi basta un laser, la cui luce è coerente su tutta la larghezza del fascio, puntato direttamente su una **doppia fenditura**.

Su uno schermo lontano compare allora una fila di strisce chiare e scure parallele alle fenditure, le **frange di interferenza**. È un risultato sorprendente: in una frangia scura arriva luce da entrambe le fenditure, eppure c'è buio. Se si copre una delle due fenditure le frange scompaiono e quei punti tornano illuminati. «Luce più luce dà buio» è impossibile per un flusso di corpuscoli, mentre è naturale per due onde che arrivano in opposizione di fase.

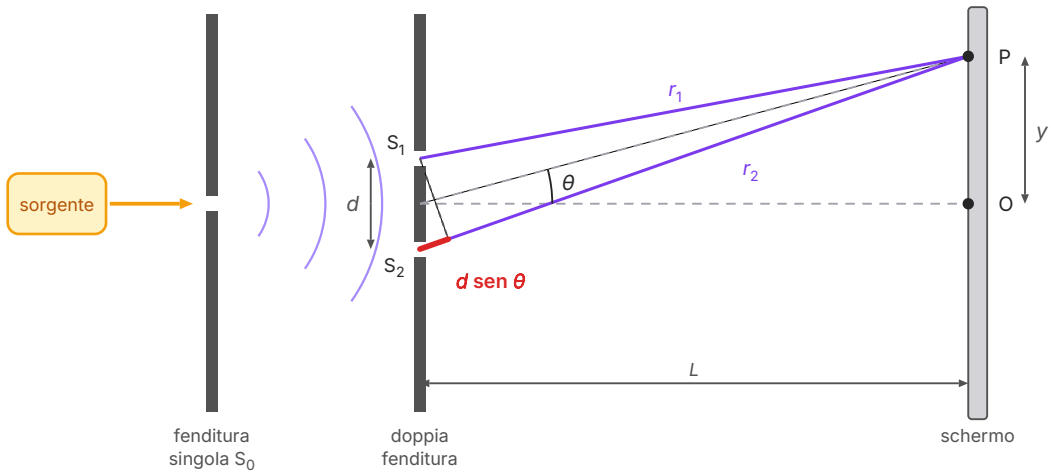



**Figura 8.2** Schema dell'esperimento di Young (non in scala: in realtà $d$ è una frazione di millimetro e $L$ di qualche metro, quindi i due cammini $r_1$ e $r_2$ sono quasi paralleli). La fenditura $S_0$ illumina le due fenditure $S_1$ e $S_2$, distanti $d$. Il punto P dello schermo, ad altezza $y$ sopra il centro O, è visto dalle fenditure sotto l'angolo $\theta$. La differenza di cammino $r_2 - r_1$ è il segmento rosso, $d$ sen $\theta$.

### 8.2.2 Frange chiare e frange scure

Un punto P dello schermo si trova a distanza $r_1$ da $S_1$ e $r_2$ da $S_2$. Le due onde partono in fase, quindi arrivano in P con una differenza di fase dovuta soltanto alla differenza di cammino $|r_2 - r_1|$. Come nel capitolo 6, l'interferenza è costruttiva se la differenza di cammino è un multiplo intero della lunghezza d'onda e distruttiva se è un multiplo dispari di mezza lunghezza d'onda.

Poiché lo schermo è lontanissimo rispetto a $d$, i due cammini sono praticamente paralleli e formano lo stesso angolo $\theta$ con la direzione perpendicolare alle fenditure. Allora, come mostra la Figura 8.2, la differenza di cammino è il cateto del piccolo triangolo rettangolo con ipotenusa $d$: $|r_2 - r_1| = d$ sen $\theta$. Le condizioni diventano

$$d \text{ sen } \theta = m\lambda \text{ (frange chiare, } m = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots)$$

$$d \operatorname{sen}\theta = (m + \tfrac{1}{2})\lambda \text{ (frange scure, } m = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots)$$

L'intero $m$ è l'**ordine** della frangia. La frangia chiara di ordine zero, al centro dello schermo, corrisponde a cammini uguali; le frange chiare di ordine ±1 sono quelle in cui un'onda ha percorso una lunghezza d'onda più dell'altra, e così via. Le frange scure stanno a metà fra due chiare. Poiché sen $\theta$ non può superare 1, l'ordine massimo è la parte intera di $d/\lambda$.

### 8.2.3 L'interfrangia

In pratica non si misurano gli angoli ma le posizioni delle frange sullo schermo. La distanza fra due frange chiare consecutive (o fra due scure) si chiama **interfrangia**, $\Delta y$. Dalle condizioni di interferenza si ricava (lo vedremo passo per passo nell'esempio svolto più avanti)

$$\Delta y = \frac{\lambda L}{d} \text{ (piccoli angoli)}$$

dove $L$ è la distanza fra le fenditure e lo schermo. Le frange sono equidistanti, e tanto più larghe quanto maggiore è la lunghezza d'onda e quanto più vicine sono le fenditure. Con un laser rosso di 650 nm, fenditure distanti 0,25 mm e uno schermo a 2,00 m, l'interfrangia è di 5,2 mm: si vede bene a occhio, anche se $\lambda$ è quasi diecimila volte più piccola.

La formula dell'interfrangia, ricavata nell'esempio svolto qui sotto, trasforma l'esperimento di Young in un metodo per misurare la lunghezza d'onda: basta misurare $d$, $L$ e $\Delta y$, ricavando $\lambda = \Delta y \cdot d/L$. Per ridurre l'incertezza conviene misurare la distanza fra frange lontane e dividere per il numero di intervalli. Per esempio, con $d = 0{,}25$ mm e $L = 2{,}00$ m, se fra la frangia chiara di ordine −5 e quella di ordine +5 (dieci interfrange) misuri 52,4 mm, ottieni $\Delta y = 5{,}24$ mm e $\lambda = 5{,}24 \times 10^{-3}\ \text{m} \times 0{,}25 \times 10^{-3}\ \text{m}/(2{,}00\ \text{m}) = 6{,}6 \times 10^{-7}\ \text{m} = 6{,}6 \times 10^{2}$ nm: luce rossa. Young fu il primo a stimare le lunghezze d'onda dei diversi colori, e a scoprire quanto fossero piccole.

**ESEMPIO SVOLTO**

### Dalla differenza di cammino all'interfrangia

**Obiettivo.** Ricavare le posizioni delle frange chiare sullo schermo e la loro distanza, per uno schermo a distanza $L$ da due fenditure separate da $d$, con $L$ molto maggiore di $d$.

**Passo 1: la condizione di massimo.** La frangia chiara di ordine $m$ si trova all'angolo $\theta_m$ per cui $d$ sen $\theta_m = m\lambda$.

**Passo 2: dall'angolo alla posizione.** Il punto dello schermo visto sotto l'angolo $\theta$ dista dal centro $y = L \tan \theta$ (triangolo rettangolo con cateti $L$ e $y$).

**Passo 3: l'approssimazione dei piccoli angoli.** Nelle situazioni tipiche gli angoli sono di qualche millesimo di radiante. Per angoli piccoli, misurati in radianti, sen $\theta \approx \tan \theta \approx \theta$ (*Fisica 3*, capitolo 4). Quindi sen $\theta_m = m\lambda/d$ e $y_m = L \tan \theta_m \approx L$ sen $\theta_m$:

$$y_m = \frac{m\lambda L}{d}$$

**Passo 4: la differenza.** Fra due frange chiare consecutive: $\Delta y = y_{m+1} - y_m = (m + 1)\lambda L/d - m\lambda L/d = \lambda L/d$. Lo stesso risultato vale per le frange scure, che stanno a metà strada.

**Controlli.** Dimensioni: (m · m)/m = m, una lunghezza. Casi limite: se $\lambda$ cresce le frange si allargano; se le fenditure si allontanano ($d$ grande) si stringono, fino a confondersi. Validità: con i dati del testo ($\lambda$ = 650 nm, $d$ = 0,25 mm, $L$ = 2,00 m) la frangia di ordine 5 è a $\theta = 5 \times 650 \times 10^{-9}/(0{,}25 \times 10^{-3}) = 0{,}013$ rad, e tan $\theta$ e sen $\theta$ differiscono di meno di una parte su diecimila. L'approssimazione smette di essere buona solo per angoli di una decina di gradi, dove l'errore supera l'1%.

## 8.2.4 L'intensità sullo schermo e la luce bianca

Nel capitolo 6 hai trovato che due onde di uguale ampiezza $A$, con differenza di fase $\Delta\varphi$, si sommano in un'onda di ampiezza $2A|\cos(\Delta\varphi/2)|$. Qui $\Delta\varphi = 2\pi d$ sen $\theta/\lambda$, e l'intensità, proporzionale al quadrato dell'ampiezza, vale

$$I = 4I_1 \cos^2\left(\frac{\pi d \text{ sen } \theta}{\lambda}\right)$$

dove $I_1$ è l'intensità che arriverebbe da una sola fenditura. La Figura 8.3 mostra l'andamento calcolato. Al centro delle frange chiare l'intensità è quattro volte quella di una fenditura, non due; nelle frange scure è zero. In media, però, $\cos^2$ vale ½, e l'intensità media è $2I_1$: l'interferenza non crea né distrugge energia, la *ridistribuisce*, togliendola dalle frange scure e portandola in quelle chiare.

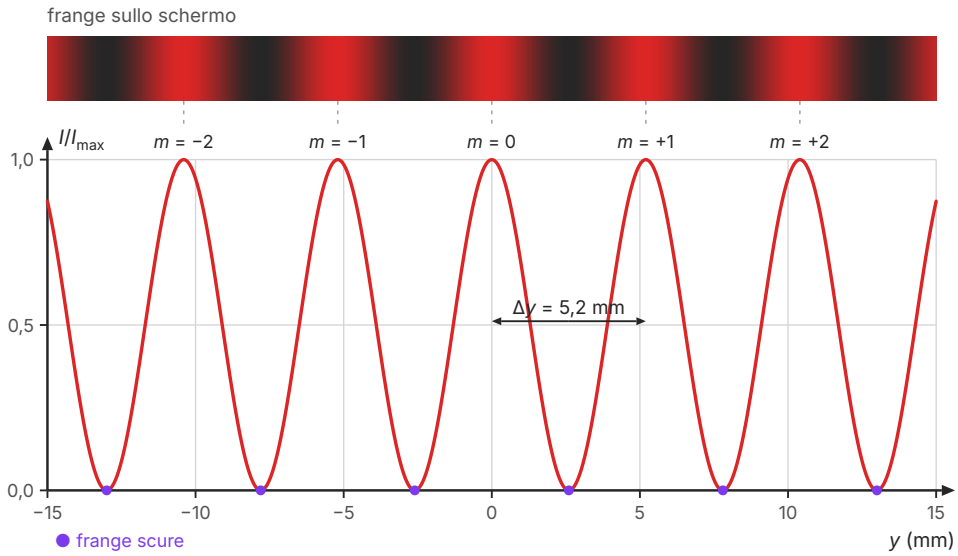



**Figura 8.3** Le frange di Young calcolate per $\lambda = 650$ nm, $d = 0{,}25$ mm, $L = 2{,}00$ m, con fenditure molto strette. In alto le frange come appaiono sullo schermo; sotto, l'intensità relativa $I/I_{max} = \cos^2(\pi dy/(\lambda L))$ in funzione della posizione $y$. Le frange chiare (ordini $m = 0, \pm1, \pm2$) sono equidistanti, con interfrangia $\Delta y = \lambda L/d = 5{,}2$ mm; le frange scure (punti viola) stanno a metà.

Con la luce bianca, infine, ogni colore forma le proprie frange, con un'interfrangia proporzionale alla sua lunghezza d'onda. Al centro tutti i colori hanno un massimo e la frangia di ordine zero è bianca; già al primo ordine il violetto ha il massimo più vicino al centro e il rosso più lontano, e la frangia si colora, con il bordo interno azzurro e quello esterno rosso. Dopo pochi ordini le frange dei vari colori si sovrappongono in disordine e lo schermo torna uniformemente chiaro. Per questo le frange con luce bianca sono poche e iridescenti, mentre con un laser se ne contano decine.

## 8.3 L'interferenza su lamine sottili

### 8.3.1 Due riflessioni, due onde

I colori delle bolle di sapone e delle macchie d'olio sull'asfalto bagnato sono interferenza, e non richiedono fenditure: le due onde coerenti nascono da una sola, divisa in due da una pellicola trasparente. Una **lamina sottile** è uno strato trasparente con uno spessore paragonabile alla lunghezza d'onda della luce: da qualche decimo di micrometro a qualche micrometro. In questo paragrafo indichiamo lo spessore con $t$, che qui non è un tempo.

La luce che colpisce la lamina (Figura 8.4) in parte si riflette sulla superficie superiore (onda 1) e in parte entra, si riflette sulla superficie inferiore ed esce di nuovo verso l'alto (onda 2). Le

due onde riflesse viaggiano parallele e l'occhio le raccoglie insieme: interferiscono. Guardando la lamina quasi perpendicolarmente, l'onda 2 ha percorso in più due volte lo spessore, $2t$, all'interno della lamina, dove la lunghezza d'onda è $\lambda_n = \lambda/n$.

### 8.3.2 L'inversione di fase nella riflessione

C'è però un secondo ingrediente, che hai già incontrato con le corde nel capitolo 5. Un impulso che arriva al punto di giunzione con una corda più pesante, nella quale si propaga più lentamente, si riflette capovolto; uno che arriva a una corda più leggera si riflette dritto. Con la luce succede lo stesso: quando la luce si riflette su un mezzo con indice di rifrazione **maggiore**, nel quale si propaga più lentamente, l'onda riflessa subisce un'**inversione di fase**, cioè uno sfasamento di π, equivalente a un ritardo di mezza lunghezza d'onda. Quando si riflette su un mezzo con indice minore non c'è inversione.

Per una lamina di acqua saponata in aria (Figura 8.4a) l'onda 1 si riflette sull'acqua, più rifrangente dell'aria, e si inverte; l'onda 2 si riflette sull'aria che sta sotto la lamina e non si inverte. Le due onde partono quindi già sfasate di mezza lunghezza d'onda, e a questo si aggiunge la differenza di cammino $2t$. Con **una sola** inversione:

$$2nt = (m + ½)\lambda \text{ (riflessione intensa, } m = 0, 1, 2, \ldots)$$

$$2nt = m\lambda \text{ (riflessione nulla, } m = 0, 1, 2, \ldots)$$

Abbiamo moltiplicato per $n$ entrambi i membri della condizione «$2t$ uguale a un numero di lunghezze d'onda $\lambda_n$», per scriverla con la lunghezza d'onda nel vuoto. Il prodotto $nt$ si chiama a volte cammino ottico: è la distanza che la luce percorrerebbe nel vuoto nello stesso tempo.

Una conseguenza notevole: se la lamina è molto più sottile della lunghezza d'onda, la differenza di cammino è quasi nulla e rimane soltanto l'inversione di fase. Le due onde si cancellano per *tutti* i colori, e la lamina riflette pochissima luce: appare nera. È ciò che vedi nella parte alta di una lamina di sapone tenuta verticale, dove il liquido è scivolato verso il basso, un attimo prima che si rompa.

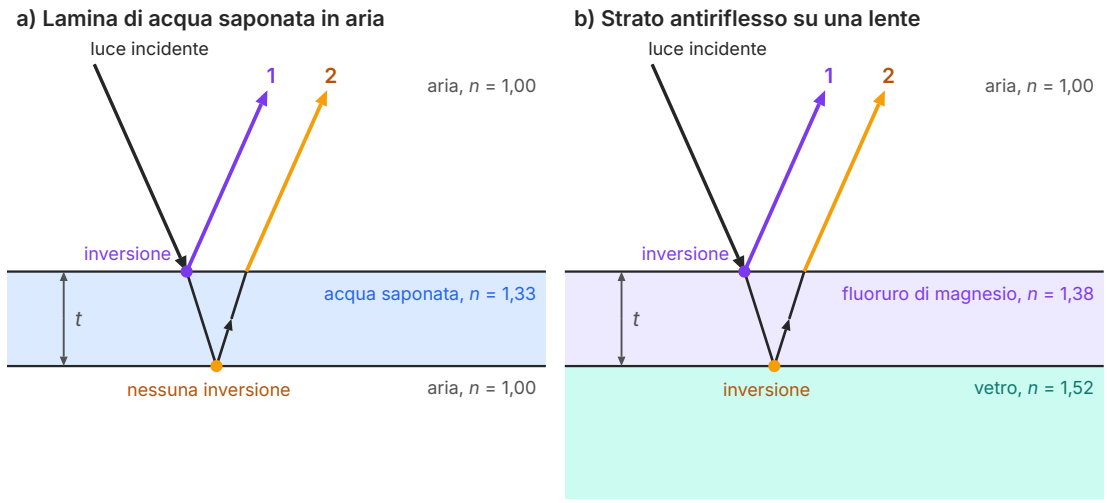



**Figura 8.4** Le due riflessioni su una lamina sottile (inclinazione dei raggi esagerata: nei calcoli si considera la luce quasi perpendicolare). a) Lamina di acqua saponata in aria: l'onda 1 si inverte riflettendosi sull'acqua, l'onda 2 non si inverte riflettendosi sull'aria; c'è una sola inversione. b) Strato di fluoruro di magnesio su una lente di vetro: entrambe le onde si riflettono su un mezzo più rifrangente e si invertono; le due inversioni si compensano.

**ESEMPIO SVOLTO**

### I colori di una bolla di sapone

**Problema.** Una lamina di acqua saponata ($n = 1{,}33$) in aria è illuminata con luce bianca e osservata quasi perpendicolarmente. a) In un punto il suo spessore è $t = 300$ nm: quali lunghezze d'onda visibili riflette con la massima intensità e quali non riflette affatto? Di che colore appare? b) E dove lo spessore è sceso a 250 nm?

**Impostazione.** Una sola inversione di fase (sulla superficie superiore), quindi riflessione intensa per $2nt = (m + \tfrac{1}{2})\lambda$ e nulla per $2nt = m\lambda$. Calcoliamo $2nt$ e cerchiamo i valori di $m$ che danno $\lambda$ fra 380 nm e 750 nm.

**a)** $2nt = 2 \times 1{,}33 \times 300$ nm $= 798$ nm. Riflessione intensa: $\lambda = 798\ \text{nm}/(m + \tfrac{1}{2})$ dà 1596 nm ($m = 0$, infrarosso), **532 nm** ($m = 1$, verde), 319 nm ($m = 2$, ultravioletto). Riflessione nulla: $\lambda = 798\ \text{nm}/m$ dà 798 nm ($m = 1$, appena oltre il rosso) e 399 nm ($m = 2$, violetto). Nel visibile la lamina rinforza il verde e spegne il violetto: appare **verde**.

**b)** $2nt = 2 \times 1{,}33 \times 250$ nm $= 665$ nm. Riflessione intensa: $\lambda = 665\ \text{nm}/(m + \tfrac{1}{2})$ dà 1330 nm (infrarosso) e **443 nm** (blu-violetto); riflessione nulla per $\lambda = 665$ nm ($m = 1$, rosso). La lamina toglie il rosso e rinforza il blu: appare **blu**.

**Commento.** Mentre la bolla si assottiglia i colori scorrono, e ogni banda colorata segue una linea di uguale spessore. Quando lo spessore scende sotto qualche decina di nanometri non c'è più nessuna lunghezza d'onda visibile rinforzata, e la lamina diventa scura.

### 8.3.3 I rivestimenti antiriflesso

Una superficie di vetro riflette circa il 4% della luce che la colpisce perpendicolarmente. In un obiettivo fotografico con una decina di superfici aria–vetro le riflessioni sottraggono luce all'immagine e producono riflessi parassiti. Per ridurle si deposita sulle lenti un **rivestimento antiriflesso**: uno strato sottilissimo di un materiale trasparente con indice di rifrazione intermedio fra quello dell'aria e quello del vetro, per esempio fluoruro di magnesio ($n = 1{,}38$) su vetro con $n = 1{,}52$.

Qui le inversioni sono due (Figura 8.4b): l'onda 1 si riflette sul fluoruro di magnesio, più rifrangente dell'aria, e l'onda 2 sul vetro, più rifrangente del fluoruro. Le due inversioni si compensano e conta soltanto la differenza di cammino. Le onde riflesse si cancellano se $2nt = (m + ½)\lambda$; lo spessore minimo, con $m = 0$, è

$$t = \frac{\lambda}{4n}$$

Per la luce di 550 nm, al centro dello spettro visibile, $t = 550\ \text{nm}/(4 \times 1{,}38) = 99{,}6\ \text{nm}$: un decimo di micrometro. Lo strato è un quarto della lunghezza d'onda *nel materiale*, e per questo si chiama anche «strato a un quarto d'onda». La cancellazione è perfetta solo per una lunghezza d'onda, e parziale per le altre: gli estremi dello spettro, rosso e violetto, sono riflessi un po' di più, e per questo le lenti trattate appaiono di un colore porpora o violaceo quando le guardi di sbieco. La luce che non viene riflessa non scompare: attraversa la lente, che diventa più trasparente.

**APPROFONDIMENTO**

**Gli anelli di Newton**

Newton stesso studiò con grande cura un fenomeno di interferenza da lamina sottile, senza poterlo spiegare con le onde. Appoggiata una lente leggermente convessa su una lastra di vetro piana, fra le due resta un sottile strato d'aria, il cui spessore cresce dal punto di contatto verso l'esterno. Guardando dall'alto si vede una serie di anelli concentrici, chiari e scuri con luce di un solo colore, iridescenti con luce bianca: gli **anelli di Newton**.

Newton ne misurò con precisione i diametri e trovò che gli spessori d'aria in corrispondenza degli anelli scuri stavano fra loro come i numeri pari 0, 2, 4, 6..., e quelli degli anelli chiari come i dispari 1, 3, 5... Nell'*Opticks* attribuì il fenomeno a «accessi» periodici di facile riflessione e di facile trasmissione dei corpuscoli: in fondo, un'ipotesi con una periodicità nascosta. Con le onde la spiegazione è immediata. Lo strato d'aria ha una sola inversione (la riflessione sulla lastra di vetro sottostante), quindi al centro, dove lo spessore è nullo, c'è una macchia scura, e gli anelli scuri si hanno dove $2t = m\lambda$, cioè dove lo spessore cresce ogni volta di mezza lunghezza d'onda. Oggi gli anelli di Newton si usano per controllare la forma delle superfici ottiche: un difetto di un decimo di micrometro deforma visibilmente gli anelli.

## 8.4 La diffrazione

### 8.4.1 La fenditura singola

Fai passare la luce di un laser attraverso un'unica fenditura larga qualche decimo di millimetro. Sullo schermo non compare una striscia luminosa larga come la fenditura, ma una **figura di diffrazione**: una macchia centrale allungata e luminosa, affiancata da macchie più deboli separate da zone buie (Figura 8.5). Più stretta è la fenditura, più larga è la figura. È la diffrazione che hai studiato nel capitolo 6 con le onde sull'acqua, ora resa visibile con la luce.

Per capire dove sono le zone buie, applichiamo il principio di Huygens. Ogni punto della fenditura, larga $a$, è sorgente di onde secondarie in fase fra loro, e sullo schermo arriva la somma di tutte. Nella direzione $\theta = 0$ tutte le onde percorrono la stessa distanza e si sommano in fase: al centro c'è il massimo. In una direzione inclinata di $\theta$, le onde che partono dai due bordi della fenditura hanno una differenza di cammino $a \operatorname{sen} \theta$.

Supponi che $a \operatorname{sen} \theta = \lambda$. Dividi la fenditura in due metà. L'onda che parte dal bordo superiore e quella che parte dal centro hanno differenza di cammino $\lambda/2$: si cancellano. Lo stesso vale per la coppia formata dal secondo punto della metà superiore e dal secondo punto della metà inferiore, e così via per tutte le coppie: la metà superiore cancella, punto per punto, la metà inferiore, e in quella direzione arriva buio. Se $a \operatorname{sen} \theta = 2\lambda$, si divide la fenditura in quattro parti e si ragiona allo stesso modo sulle coppie di parti vicine. In generale i **minimi** di diffrazione si trovano dove

$$a \operatorname{sen} \theta = m\lambda \text{ (minimi, } m = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \ldots)$$

Il valore $m = 0$ è escluso: in quella direzione c'è il massimo centrale. Per piccoli angoli i minimi sullo schermo cadono a $y_m = m\lambda L/a$; sono equidistanti, tranne i due primi, che distano $2\lambda L/a$. Il **massimo centrale** è quindi largo il doppio degli altri massimi, e molto più intenso: i massimi laterali hanno meno del 5% della sua intensità. La larghezza angolare del massimo centrale, circa $2\lambda/a$, misura quanto il fascio si allarga dopo la fenditura: per una fenditura larga $a = 0{,}10$ mm e luce di 650 nm è di 0,013 rad, e su uno schermo a 2,00 m il massimo centrale è largo 26 mm, più di duecento volte la fenditura.

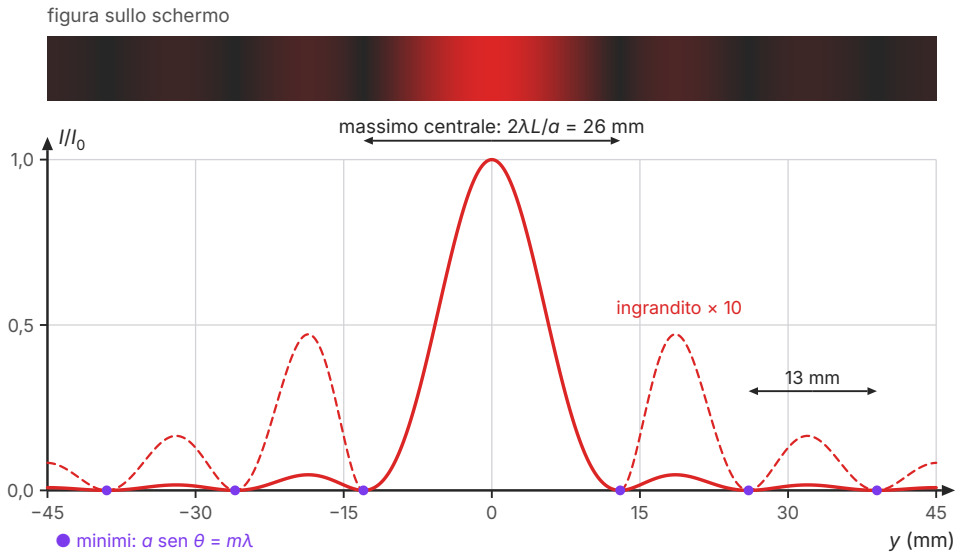



**Figura 8.5** Figura di diffrazione di una fenditura singola, calcolata per $\lambda$ = 650 nm, $a$ = 0,10 mm, $L$ = 2,00 m. L'intensità relativa è $I/I_0 = (\text{sen } \beta/\beta)^2$ con $\beta = \pi a \text{ sen } \theta/\lambda$ (formula che non dimostriamo). I minimi cadono a multipli di 13 mm; il massimo centrale è largo 26 mm, il doppio degli altri. Il tratteggio mostra l'intensità ingrandita dieci volte, per rendere visibili i massimi laterali, che hanno il 4,7% e l'1,6% dell'intensità centrale.

**ERRORE FREQUENTE**

### Young o fenditura singola? Chiaro o scuro?

Le due formule si assomigliano e si scambiano facilmente. Nell'esperimento di Young, $d \text{ sen } \theta = m\lambda$ dà le frange **chiare**, e $d$ è la distanza fra due fenditure; $m = 0$ è il massimo centrale. Nella fenditura singola, $a \text{ sen } \theta = m\lambda$ dà le zone **scure**, e $a$ è la larghezza dell'unica fenditura; $m = 0$ è escluso. Il motivo della differenza: nell'esperimento di Young interferiscono *due* onde, e la differenza di cammino $\lambda$ le mette in fase; nella fenditura singola interferiscono *tutte* le onde secondarie, e la differenza di cammino $\lambda$ fra i bordi le mette in opposizione a coppie.

Un controllo rapido: nella fenditura singola il massimo centrale è largo il doppio degli altri; nella doppia fenditura le frange sono tutte uguali.

In un esperimento reale con due fenditure, ciascuna ha una larghezza $a$ finita, e le frange di Young sono modulate dalla figura di diffrazione di ogni fenditura: sono luminose dentro il massimo centrale di diffrazione e sempre più deboli fuori. È per questo che, in pratica, si vede un numero limitato di frange anche con un laser.

ESEMPIO SVOLTO

### Misurare una fenditura dalla sua figura di diffrazione

**Problema.** Un laser da 650 nm illumina una fenditura; lo schermo è a $L = 1{,}50$ m. Si misura, con un righello millimetrato, la distanza $2y_m$ fra i due minimi di ordine $\pm m$, ottenendo i valori della Tabella 8.2. Ricava la larghezza $a$ della fenditura e confrontala con il valore nominale, 0,12 mm, stampato sul vetrino.

**Tabella 8.2** Distanza fra i minimi di diffrazione di uguale ordine, da parti opposte del centro (dati tipici; incertezza di lettura ±0,5 mm).

| Ordine $m$ | $2y_m$ (mm) | $a = 2m\lambda L/(2y_m)$ (mm) |
|---|---|---|
| 1 | 16,4 | 0,119 |
| 2 | 32,3 | 0,121 |
| 3 | 48,9 | 0,120 |
| 4 | 64,8 | 0,120 |

**Analisi grafica.** Per piccoli angoli $2y_m = (2\lambda L/a)\cdot m$: riportando $2y_m$ in funzione di $m$ si deve ottenere una retta passante per l'origine, con pendenza $2\lambda L/a$. I quattro punti sono allineati con l'origine entro l'incertezza di lettura; la pendenza della retta di miglior accordo per l'origine, calcolata come $\Sigma(m\cdot 2y_m)/\Sigma m^2 = 486{,}9\ \text{mm}/30 = 16{,}23$ mm, dà

$$a = \frac{2\lambda L}{\text{pendenza}} = \frac{2 \times 650 \times 10^{-9}\ \text{m} \times 1{,}50\ \text{m}}{16{,}23 \times 10^{-3}\ \text{m}} = 1{,}20 \times 10^{-4}\ \text{m} = 0{,}120\ \text{mm}$$

**Incertezza e confronto.** I quattro valori di $a$ calcolati punto per punto (ultima colonna) vanno da 0,119 mm a 0,121 mm: con la semidispersione massima, $a = (0{,}120 \pm 0{,}001)$ mm. Il valore nominale, 0,12 mm, è dentro l'intervallo: la misura è compatibile. Nota che gli ordini più alti danno il contributo più affidabile, perché l'incertezza di 0,5 mm pesa meno su una distanza più grande.

## 8.4.2 L'apertura circolare e il criterio di Rayleigh

Anche un foro circolare diffrange la luce. L'immagine di una sorgente puntiforme, per esempio una stella, attraverso un'apertura circolare di diametro $D$ non è un punto ma un dischetto luminoso circondato da anelli deboli: il **disco di Airy**. Il primo anello scuro si trova all'angolo

$$\operatorname{sen}\theta_{\text{min}} = 1{,}22\,\frac{\lambda}{D}$$

Il fattore 1,22 nasce dalla forma circolare dell'apertura e lo prendiamo per buono. Ogni strumento ottico ha un'apertura: la pupilla dell'occhio, l'obiettivo di una macchina fotografica, lo

specchio di un telescopio. Quindi l'immagine di un punto è sempre un piccolo disco, e due punti molto vicini danno due dischi che si sovrappongono. Quando si possono ancora distinguere?

Il **criterio di Rayleigh** fissa una soglia convenzionale: due sorgenti puntiformi sono appena distinguibili quando il centro del disco di Airy dell'una cade sul primo minimo dell'altra, cioè quando la loro separazione angolare è $\theta_{min}$, data dalla formula precedente (Figura 8.6). La separazione angolare minima, che per angoli piccoli si scrive $\theta_{min} \approx 1{,}22\lambda/D$, misura il **potere risolutivo** dello strumento: più piccolo è $\theta_{min}$, più dettagli si distinguono. Si migliora con aperture più grandi o con lunghezze d'onda più corte. È il motivo per cui i grandi telescopi hanno specchi di diversi metri, e per cui i lettori di dischi Blu-ray usano un laser blu-violetto invece del rosso dei lettori di DVD: la luce più corta permette di leggere dettagli più piccoli, e di scriverne di più sullo stesso disco.

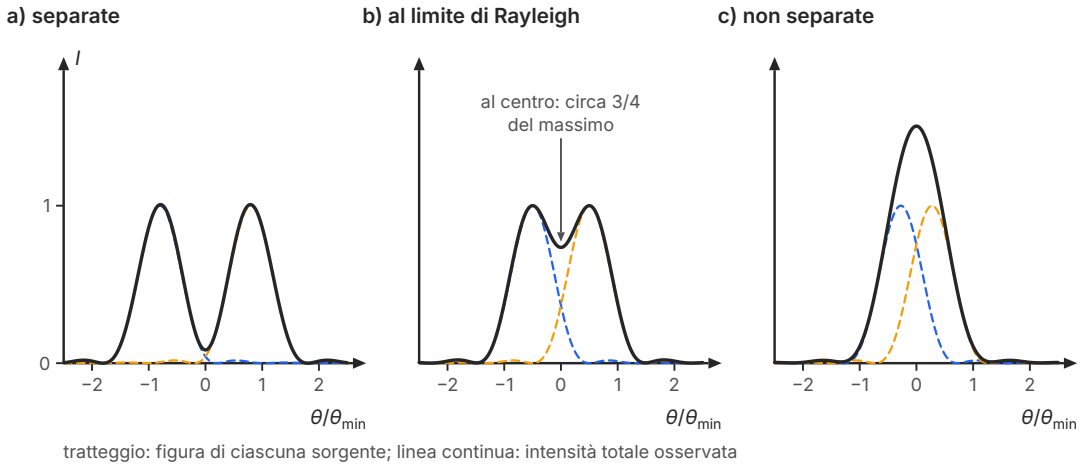



**Figura 8.6** Il criterio di Rayleigh. Profili d'intensità calcolati delle immagini di due sorgenti puntiformi date da un'apertura circolare (tratteggio) e della loro somma (linea continua), in funzione dell'angolo in unità di $\theta_{min} = 1{,}22\lambda/D$. a) Separazione 1,6 $\theta_{min}$: le due immagini sono distinte. b) Separazione $\theta_{min}$: il massimo dell'una cade sul primo minimo dell'altra, e fra i due picchi l'intensità scende a circa tre quarti; le sorgenti sono appena distinguibili. c) Separazione 0,55 $\theta_{min}$: si vede una sola macchia.

ESEMPIO SVOLTO

### I fari di un'auto nella notte

**Problema.** Di notte la pupilla ha un diametro di circa 5,0 mm. Un'auto si avvicina su un lungo rettilineo; i suoi fari distano 1,5 m. a) Secondo il criterio di Rayleigh, per luce di 550 nm, da quale distanza i due fari appaiono separati? b) In realtà l'acuità visiva di un buon occhio è di circa un primo d'arco, $2{,}9 \times 10^{-4}$ rad, limitata anche dalla struttura della retina. Da che distanza distingui davvero i fari?

**a)** $\theta_{\text{min}} = 1{,}22\,\lambda/D = 1{,}22 \times 550 \times 10^{-9}\ \text{m}/(5{,}0 \times 10^{-3}\ \text{m}) = 1{,}34 \times 10^{-4}$ rad. Per un angolo così piccolo la separazione angolare dei fari, visti da una distanza $L$, è $(1{,}5\ \text{m})/L$. I fari appaiono separati quando $(1{,}5\ \text{m})/L \geq \theta_{\text{min}}$, cioè per $L \leq 1{,}5\ \text{m}/(1{,}34 \times 10^{-4}) = 1{,}1 \times 10^{4}$ m: circa 11 km.

**b)** Con l'acuità reale, $L \leq 1{,}5\ \text{m}/(2{,}9 \times 10^{-4}) = 5{,}2 \times 10^{3}$ m: circa 5 km.

**Commento.** Il limite dovuto alla diffrazione è un limite *inferiore* all'angolo risolvibile, che nessun occhio e nessuno strumento possono superare con quella apertura; gli strumenti reali possono solo avvicinarsi a esso. L'occhio umano ci arriva entro un fattore due: un risultato notevole.

APPROFONDIMENTO

### Fresnel, Poisson e la macchia luminosa

All'inizio dell'Ottocento l'esperimento di Young non bastò a convincere la maggioranza dei fisici, soprattutto in Francia, dove il modello corpuscolare era sostenuto da scienziati autorevoli. L'Accademia delle scienze di Parigi bandì un concorso sulla diffrazione, e nel 1818 il giovane ingegnere Augustin Fresnel presentò una memoria nella quale calcolava le figure di diffrazione sommando, con il principio di Huygens, le onde secondarie di tutti i punti di un'apertura, ciascuna con la propria fase: proprio il ragionamento che hai seguito per la fenditura singola, svolto con tutta la matematica necessaria. Il principio di Huygens, completato in questo modo e con l'ipotesi che ogni onda secondaria irradi soprattutto nella direzione in cui avanza il fronte, sempre meno di lato e per nulla all'indietro (capitolo 6), si chiama oggi principio di Huygens–Fresnel; una giustificazione rigorosa dell'ipotesi sulla direzione arrivò più tardi nell'Ottocento, con Gustav Kirchhoff.

Siméon-Denis Poisson, membro della commissione e sostenitore dei corpuscoli, ricavò dalla teoria di Fresnel una conseguenza che gli parve assurda: al centro dell'ombra di un piccolo disco opaco, dove tutte le onde che aggirano il bordo arrivano in fase, doveva esserci una macchia luminosa. François Arago fece l'esperimento e la macchia c'era. Quella che doveva essere una confutazione divenne la conferma più spettacolare del modello ondulatorio; la macchia è chiamata oggi **macchia di Poisson**, o di Arago.

## 8.5 Il reticolo di diffrazione

### 8.5.1 Molte fenditure, massimi sottili

Che cosa succede se invece di due fenditure se ne usano molte, tutte uguali ed equidistanti? Un **reticolo di diffrazione** è proprio questo: una lastrina con centinaia o migliaia di fenditure parallele per millimetro, ottenute incidendo righe su una superficie trasparente o riflettente. La distanza $d$ fra due fenditure vicine si chiama **passo del reticolo**; un reticolo da 600 righe al millimetro ha $d = 1\ \text{mm}/600 = 1{,}67\ \mu\text{m}$.

Il ragionamento di Young vale per ogni coppia di fenditure vicine. Nelle direzioni in cui la differenza di cammino fra due fenditure adiacenti è un multiplo intero di $\lambda$, le onde di *tutte* le fenditure arrivano in fase e si ha un massimo, detto massimo principale:

$$d \operatorname{sen} \theta = m\lambda \ \text{(massimi principali, } m = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots)$$

È la stessa condizione delle frange chiare di Young. La differenza sta nella forma dei massimi (Figura 8.7). Con due fenditure l'intensità varia gradualmente fra i massimi e i minimi. Con molte fenditure basta allontanarsi pochissimo dalla direzione di un massimo perché le onde delle varie fenditure, ognuna un po' sfasata rispetto alla vicina, si distribuiscano su tutte le fasi e si cancellino quasi del tutto. I massimi principali restano **nelle stesse posizioni** ma diventano sempre più **stretti** e luminosi, e fra l'uno e l'altro lo schermo è quasi buio. Con $N$ fenditure, fra due massimi principali ci sono $N - 1$ minimi e $N - 2$ massimi secondari debolissimi.

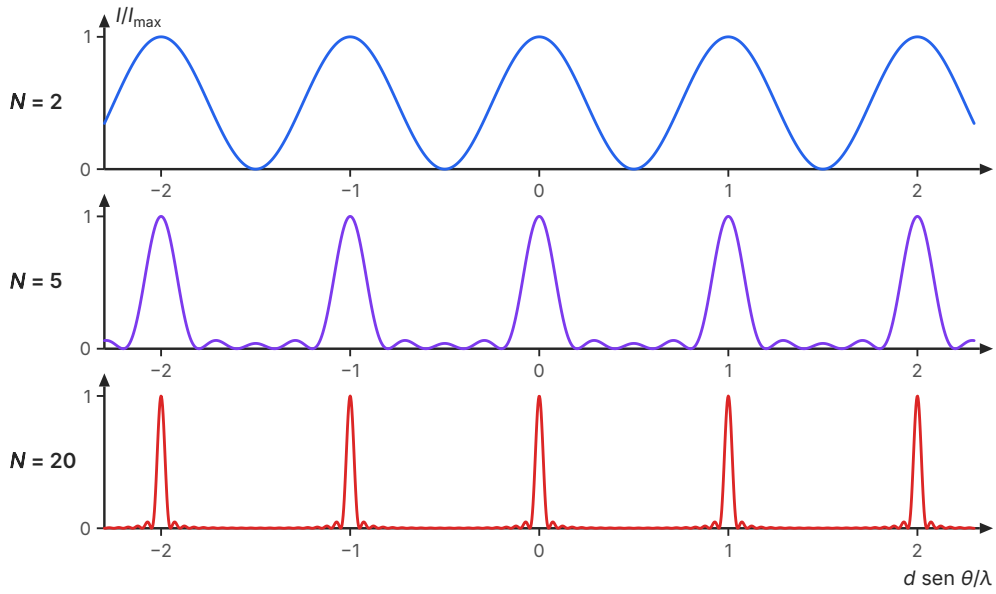



**Figura 8.7** Intensità relativa prodotta da reticoli con $N = 2$, 5 e 20 fenditure molto strette, dello stesso passo $d$, calcolata in funzione di $d \operatorname{sen}\theta/\lambda$. I massimi principali cadono sempre a $d \operatorname{sen}\theta = m\lambda$; al crescere di $N$ diventano più stretti (la larghezza è inversamente proporzionale a $N$), e fra essi compaiono $N - 2$ massimi secondari via via più deboli. Le curve sono normalizzate ciascuna al proprio massimo, che in realtà cresce come $N^2$.

Gli angoli dei massimi di un reticolo sono grandi, perché $d$ è di pochi micrometri: con il reticolo da 600 righe/mm e la luce rossa di 650 nm, il primo ordine è a $\operatorname{sen}\theta = 650\ \text{nm}/1667\ \text{nm} = 0{,}390$, cioè $\theta = 23{,}0°$, e il secondo a $\theta = 51{,}3°$; il terzo non esiste, perché richiederebbe $\operatorname{sen}\theta = 1{,}17$. Con angoli così grandi l'approssimazione dei piccoli angoli non vale più: per trovare la posizione $y$ di un massimo sullo schermo si usa $y = L\tan\theta$, e non $y \approx L\theta$.

### 8.5.2 Spettroscopi e spettri

Poiché l'angolo di ogni massimo dipende da $\lambda$, un reticolo illuminato con luce bianca separa i colori: al posto di ogni massimo, tranne quello di ordine zero che resta bianco, si forma uno spettro completo, con il violetto più vicino al centro e il rosso più lontano. Il prisma (*Fisica 2*, capitolo 15) devia di più il violetto; il reticolo devia di più il rosso, e soprattutto lo fa secondo una legge semplice e nota, che permette di calcolare $\lambda$ dall'angolo misurato. Uno strumento che separa la luce nelle sue lunghezze d'onda per misurarle si chiama **spettroscopio**; quasi tutti gli spettroscopi moderni usano un reticolo.

Anche un CD è un reticolo. La sua superficie riflettente porta una sola traccia a spirale, i cui giri adiacenti distano 1,6 µm: circa 625 righe al millimetro. La luce riflessa dai giri della spirale si comporta come quella trasmessa dalle fenditure di un reticolo, e un CD è un **reticolo a rifles-**

**sione**. Per questo un CD inclinato sotto una lampada si riempie di colori: per il rosso di 650 nm il primo ordine è a $\theta = 24{,}0°$, per il violetto di 400 nm a 14,5°.

COLLEGAMENTI

### In laboratorio: la lunghezza d'onda di un puntatore laser

**Materiali.** Un puntatore laser rosso di classe 2 (lunghezza d'onda dichiarata 650 nm, tolleranza ±10 nm); un reticolo in diapositiva da 300 righe/mm (passo $d = 3{,}33$ µm, noto all'1%); uno schermo di carta su una parete; un metro a nastro (±3 mm) e un sostegno per laser e reticolo.

**Procedimento.** 1) Fissa il reticolo perpendicolare al fascio, a $L = 1{,}000$ m dalla parete. 2) Segna il centro delle macchie dei massimi di ordine ±1, ±2, ±3. 3) A laser spento misura la distanza $2y$ fra le macchie di ordine $+m$ e $-m$ (±2 mm): misurare da parte a parte riduce l'effetto di un reticolo non perfettamente perpendicolare. 4) Calcola $\tan\theta = y/L$, poi $\theta$, $\operatorname{sen}\theta$ e $\lambda = d\operatorname{sen}\theta/m$, e completa la Tabella 8.3.

**Tabella 8.3** Lunghezza d'onda di un puntatore laser con un reticolo da 300 righe/mm, $L$ = (1,000 ± 0,003) m (dati tipici). L'incertezza su λ comprende quella sulle distanze e l'1% del passo.

| Ordine $m$ | $2y$ (m) | $\theta$ (°) | $\operatorname{sen}\theta$ | $\lambda$ (nm) |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 0,398 | 11,25 | 0,1952 | 651 ± 12 |
| 2 | 0,851 | 23,05 | 0,3915 | 653 ± 9 |
| 3 | 1,452 | 35,98 | 0,5875 | 653 ± 8 |

**Confronto teoria–esperimento.** Con $\lambda = (650 \pm 10)$ nm e $d = (3{,}33 \pm 0{,}03)$ µm la teoria prevede per il terzo ordine $\operatorname{sen}\theta_3 = 3\lambda/d$ fra 0,570 e 0,600, quindi $2y_3 = 2L\tan\theta_3$ fra 1,39 m e 1,50 m. La misura, (1,452 ± 0,002) m, cade nell'intervallo. Allo stesso modo il valore ricavato, (653 ± 8) nm, cioè da 645 nm a 661 nm, si sovrappone all'intervallo dichiarato, da 640 nm a 660 nm: misura e valore nominale sono compatibili.

**Che cosa concludere.** I tre ordini concordano entro 2 nm; l'incertezza finale è dominata dal passo del reticolo, che si potrebbe calibrare con una lunghezza d'onda nota (la riga verde del mercurio, 546,1 nm). Gli ordini alti sono i più precisi, perché i 2 mm pesano meno su una distanza grande. Con l'approssimazione dei piccoli angoli, $\operatorname{sen}\theta \approx y/L$, il terzo ordine darebbe 807 nm: un errore del 24%.

**Sicurezza.** Solo laser di classe 2. Non guardare mai il fascio né la sua immagine nel reticolo, non puntarlo verso persone o superfici riflettenti (vetri, specchi, metalli lucidi), tienilo sotto l'altezza degli occhi e spegnilo mentre misuri.

**Per la relazione.** Riporta la tabella con le incertezze e il loro calcolo; calcola $d/\lambda$ per trovare l'ordine massimo e la distanza dal centro a cui cadrebbero i massimi di ordine 4 e 5 ($y = L\tan\theta$): esistono, ma perché non compaiono nella tabella? Ripeti la misura con un CD usato come reticolo a riflessione e ricava la distanza fra i giri della traccia, da confrontare con 1,6 µm.

COLLEGAMENTI

**Le righe degli elementi**

Un gas rarefatto di atomi di un solo elemento, eccitato da una scarica elettrica o da una fiamma, non emette tutti i colori ma soltanto alcune lunghezze d'onda precise, diverse da elemento a elemento. Osservata con uno spettroscopio, la sua luce dà uno **spettro a righe**: una serie di righe sottili, ciascuna immagine della fenditura d'ingresso in un solo colore. L'idrogeno, per esempio, ha nel visibile righe a 656,3 nm (rossa), 486,1 nm (azzurra), 434,0 nm e 410,2 nm (violette); il sodio ha due righe gialle vicinissime, a 589,0 nm e 589,6 nm, che danno il colore giallo-arancio dei vecchi lampioni stradali al sodio e il giallo vivo della fiamma del gas quando vi cade un pizzico di sale da cucina.

Le righe sono l'impronta digitale di un elemento, e la chimica le usa per riconoscere gli elementi presenti in un campione anche in tracce. L'astronomia le usa per conoscere la composizione delle stelle, che non potremo mai raggiungere: la luce delle stelle, analizzata con un reticolo, mostra righe scure dovute ai gas della loro atmosfera, nelle stesse posizioni delle righe di emissione degli elementi in laboratorio. Perché ogni atomo emetta proprio quelle lunghezze d'onda lo capirai con la fisica dell'atomo, nel quinto anno; il legame con la struttura elettronica degli atomi lo incontri anche in Chimica.

## 8.6 La polarizzazione

### 8.6.1 Onde trasversali e filtri polarizzatori

Interferenza e diffrazione mostrano che la luce è un'onda, ma non dicono di che tipo: anche il suono interferisce e si diffrange. Per sapere se un'onda è longitudinale o trasversale serve un altro esperimento. Pensa a una corda che passa attraverso una fessura verticale in una staccionata. Se la corda oscilla in verticale, l'onda passa; se oscilla in orizzontale, la fessura la blocca. Un'onda trasversale ha una direzione di oscillazione perpendicolare alla direzione di propagazione, e un ostacolo con una direzione privilegiata può distinguerla. Un'onda longitudinale, come il suono, oscilla lungo la direzione di propagazione, e una fessura la lascia passare comunque sia orientata.

Un'onda trasversale in cui l'oscillazione avviene sempre nella stessa direzione si dice polarizzata linearmente, e la direzione di oscillazione è la direzione di polarizzazione. La luce di una lampadina o del Sole è invece **luce non polarizzata**: è la somma di moltissimi treni d'onda emessi indipendentemente, con direzioni di oscillazione distribuite a caso in tutte le direzioni perpendicolari al raggio.

Un **polarizzatore**, o filtro polarizzatore, è un foglio trasparente che lascia passare soltanto la componente dell'oscillazione parallela a una direzione, il suo **asse di trasmissione**, e assorbe la componente perpendicolare. Dopo un polarizzatore la luce è polarizzata nella direzione

dell'asse. Se la luce incidente non è polarizzata, ogni direzione di oscillazione è ugualmente rappresentata e in media passa metà dell'intensità:

$$I = \tfrac{1}{2}\, I_0 \text{ (luce non polarizzata, polarizzatore ideale)}$$

L'esperimento decisivo si fa con due polarizzatori (Figura 8.8a). Il primo polarizza la luce; il secondo, detto **analizzatore**, si ruota attorno al raggio. Quando gli assi sono paralleli la luce passa tutta; ruotando l'analizzatore l'intensità diminuisce, e con gli assi perpendicolari, detti polarizzatori incrociati, la luce è bloccata del tutto. Questo comportamento è possibile soltanto se la luce è un'onda **trasversale**. Il suono non mostra nulla di simile: non si può polarizzare.

Anche la riflessione polarizza la luce: lo scoprì nel 1808 Étienne-Louis Malus, osservando la luce riflessa dai vetri di una finestra. La luce riflessa da una superficie trasparente, come il vetro o l'acqua, è in parte polarizzata. Prevale l'oscillazione parallela alla superficie riflettente, e per un angolo di incidenza particolare, l'**angolo di Brewster** $\theta_B$, la polarizzazione della luce riflessa è completa. Questo angolo soddisfa la relazione $\tan \theta_B = n_2/n_1$, che non dimostriamo: per la luce che dall'aria si riflette sull'acqua $\theta_B = 53{,}1°$, sul vetro con $n = 1{,}50$ è $56{,}3°$. È la **polarizzazione per riflessione**. Che cosa oscilli esattamente nella luce, visto che la luce attraversa anche il vuoto, lo scoprirai nel quinto anno: la luce è un'onda elettromagnetica, e a oscillare sono un campo elettrico e un campo magnetico, perpendicolari alla direzione di propagazione.

COLLEGAMENTI

**Occhiali polarizzati e schermi a cristalli liquidi**

Il riflesso del Sole su una strada bagnata, su un lago o sulla neve è luce in gran parte polarizzata orizzontalmente, perché la superficie riflettente è orizzontale. Le lenti degli occhiali polarizzati hanno l'asse di trasmissione verticale: lasciano passare metà della luce diffusa, non polarizzata, ma bloccano quasi tutto il riverbero. Prova: guarda un riflesso attraverso una lente polarizzata e ruotala di 90°; il riflesso ricompare.

In molti schermi a cristalli liquidi (LCD), come quelli di calcolatrici e orologi digitali, ogni pixel è un sottile strato di cristallo liquido fra due polarizzatori incrociati. Senza tensione le molecole, disposte a elica, ruotano di 90° la polarizzazione della luce, che attraversa anche il secondo polarizzatore: il pixel è chiaro. Con una tensione le molecole si riallineano, la polarizzazione non ruota più e il pixel diventa scuro. Per questo un display LCD visto attraverso una lente polarizzata, ruotandola, a un certo angolo si oscura.

### 8.6.2 La legge di Malus

Quanta luce passa quando l'asse dell'analizzatore forma un angolo $\theta$ con la direzione di polarizzazione della luce che lo colpisce? Scomponi l'ampiezza $A_0$ dell'oscillazione in una componente parallela all'asse, $A_0 \cos \theta$, che passa, e una perpendicolare, $A_0 \operatorname{sen} \theta$, che viene assorbita. L'intensità è proporzionale al quadrato dell'ampiezza (capitolo 5), quindi

$$I = I_0 \cos^2\theta$$

È la **legge di Malus**, che porta il nome dello scopritore della polarizzazione per riflessione. Qui $I_0$ è l'intensità della luce polarizzata che arriva sull'analizzatore e $I$ quella che lo attraversa. Il grafico (Figura 8.8b) mostra che l'intensità trasmessa è massima per $\theta = 0°$ e 180°, nulla per $\theta = 90°$, e vale metà a 45° e a 135°. Con un analizzatore a 30° passa il 75% della luce, a 60° il 25%.

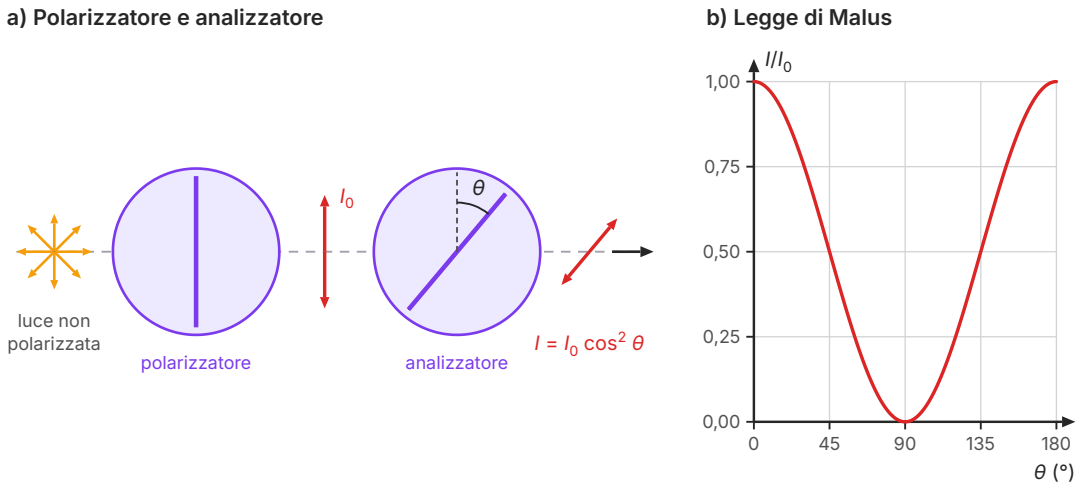



**Figura 8.8** a) La luce non polarizzata attraversa un polarizzatore con asse di trasmissione verticale ed esce polarizzata verticalmente, con intensità $I_0$; l'analizzatore, con asse inclinato di $\theta$, lascia passare solo la componente dell'oscillazione parallela al proprio asse, di ampiezza ridotta del fattore cos $\theta$. b) Legge di Malus calcolata: intensità trasmessa $I/I_0 = \cos^2\theta$ in funzione dell'angolo fra gli assi.

**IN SINTESI**

### Le formule del capitolo

$v = c/n$, $\lambda_n = \lambda/n$ — in un mezzo la frequenza non cambia ($\lambda$: lunghezza d'onda nel vuoto).

$d$ sen $\theta = m\lambda$ (chiare), $d$ sen $\theta = (m + ½)\lambda$ (scure), $\Delta y = \lambda L/d$ (piccoli angoli) — frange di Young.

$2nt = (m + ½)\lambda$ (riflessione intensa), $2nt = m\lambda$ (nulla) — lamina sottile con una sola inversione di fase (riflessione su un mezzo con $n$ maggiore); con due inversioni si scambiano: antiriflesso $t = \lambda/(4n)$.

$a$ sen $\theta = m\lambda$, $m \neq 0$ — minimi della fenditura singola. sen $\theta_{min} = 1{,}22\ \lambda/D$ — criterio di Rayleigh.

$d$ sen $\theta = m\lambda$ — massimi del reticolo, più stretti con più fenditure; per angoli grandi $y = L$ tan $\theta$.

$I = ½I_0$ (luce non polarizzata), $I = I_0 \cos^2\theta$ (legge di Malus); tan $\theta_B = n_2/n_1$ (Brewster).

## SINTESI

- Il modello corpuscolare (Newton) e quello ondulatorio (Huygens) spiegano entrambi riflessione e legge di Snell, ma prevedono velocità opposte nell'acqua. Foucault (1850) la misurò minore: ragione alle onde.
- Gli effetti ondulatori della luce si vedono solo con aperture, ostacoli o spessori paragonabili alla lunghezza d'onda (circa 380–750 nm nel visibile); altrimenti vale l'ottica geometrica.
- In un mezzo di indice $n$ la frequenza non cambia; velocità e lunghezza d'onda diventano $c/n$ e $\lambda/n$. Il colore è legato alla frequenza.
- Nell'esperimento di Young due fenditure illuminate dallo stesso fronte d'onda sono sorgenti coerenti: frange chiare per $d$ sen $\theta = m\lambda$, scure per $d$ sen $\theta = (m + ½)\lambda$, interfrangia $\Delta y = \lambda L/d$. L'interferenza ridistribuisce l'energia senza crearla né distruggerla.
- In una lamina sottile interferiscono le onde riflesse dalle due superfici; la riflessione su un mezzo con indice maggiore inverte la fase. Così si spiegano i colori delle bolle di sapone e i rivestimenti antiriflesso, spessi $\lambda/(4n)$.
- Una fenditura di larghezza $a$ ha minimi per $a$ sen $\theta = m\lambda$ ($m \neq 0$) e un massimo centrale largo il doppio degli altri: più stretta è la fenditura, più larga è la figura.
- Per il criterio di Rayleigh un'apertura di diametro $D$ distingue due sorgenti separate da almeno $\theta_{min} \approx 1{,}22\lambda/D$: la diffrazione limita il potere risolutivo di occhi e telescopi.
- Un reticolo di passo $d$ ha massimi per $d$ sen $\theta = m\lambda$; più fenditure li rendono più stretti, non più distanti. I reticoli sono il cuore degli spettroscopi.
- La luce si può polarizzare, il suono no: la luce è un'onda trasversale. Un polarizzatore trasmette metà della luce non polarizzata; un analizzatore trasmette $I = I_0 \cos^2\theta$ (legge di Malus). Anche la riflessione polarizza la luce.

## ESERCIZI

### Comprendere e ricordare

1. ● Secondo il modello corpuscolare di Newton, nell'acqua la luce dovrebbe propagarsi:
   **A.** più lentamente che nell'aria
   **B.** alla stessa velocità che nell'aria
   **C.** più velocemente che nell'aria
   **D.** più lentamente o più velocemente a seconda dell'angolo di incidenza

2. ● Quando la luce passa dall'aria al vetro, quale grandezza resta invariata?

   **A.** La frequenza
   **B.** La lunghezza d'onda
   **C.** La velocità
   **D.** La direzione di un raggio obliquo

3. ● Nell'esperimento di Young le frange chiare si trovano dove la differenza di cammino fra le onde provenienti dalle due fenditure è:

   **A.** un multiplo dispari di $\lambda/2$
   **B.** uguale alla distanza $d$ fra le fenditure
   **C.** uguale a $\lambda/4$
   **D.** un multiplo intero di $\lambda$

4. ● In un esperimento di Young si avvicina lo schermo alle fenditure, lasciando invariato tutto il resto. L'interfrangia:

   **A.** aumenta
   **B.** diminuisce
   **C.** resta uguale
   **D.** si annulla

5. ●● Nella figura di diffrazione di una fenditura singola, il massimo centrale rispetto ai massimi laterali è:

   **A.** largo uguale
   **B.** largo la metà
   **C.** largo il doppio
   **D.** largo il quadruplo

6. ●● Si sostituisce un reticolo con un altro dello stesso passo, ma con un numero di fenditure illuminate dieci volte maggiore. I massimi principali sullo schermo:

   **A.** restano alle stesse posizioni e diventano più stretti
   **B.** si allontanano fra loro
   **C.** si allargano
   **D.** restano uguali ma diventano meno luminosi

7. ●● Luce non polarizzata di intensità $I$ attraversa un polarizzatore ideale. L'intensità trasmessa:

   **A.** è uguale a $I$
   **B.** dipende dall'orientazione del polarizzatore secondo la legge di Malus
   **C.** è nulla
   **D.** è uguale a $I/2$, qualunque sia l'orientazione

8. ●● Quale fenomeno mostra che la luce è un'onda trasversale e non longitudinale?
   **A.** L'interferenza
   **B.** La polarizzazione
   **C.** La diffrazione
   **D.** La dispersione

### Vero o falso

9. ● Quando la luce verde passa dall'aria all'acqua, la sua frequenza diminuisce. V / F

10. ● Due lampadine identiche, accese una accanto all'altra, producono su una parete frange di interferenza stabili. V / F

11. ●● Una lamina d'acqua saponata in aria, molto più sottile della lunghezza d'onda della luce, appare scura in riflessione. V / F

12. ●● Come la luce, anche il suono può essere polarizzato con un filtro opportuno. V / F

13. ●● A parità di lunghezza d'onda, un telescopio con uno specchio più grande distingue stelle angolarmente più vicine. V / F

### Applicare

14. ● Luce di lunghezza d'onda 600 nm nel vuoto entra in un vetro con $n = 1{,}50$. Calcola la velocità, la lunghezza d'onda e la frequenza della luce nel vetro.

15. ● In un esperimento di Young le fenditure distano 0,20 mm, lo schermo è a 1,50 m e la luce ha $\lambda$ = 550 nm. Calcola l'interfrangia.

16. ● Una doppia fenditura con $d = 0{,}10$ mm è illuminata da un laser elio-neon ($\lambda = 632{,}8$ nm). A quale angolo si trova la frangia chiara di terzo ordine?

17. ●● Calcola lo spessore minimo di uno strato antiriflesso di fluoruro di magnesio ($n = 1{,}38$) su una lente di vetro ($n = 1{,}52$), progettato per la luce di 550 nm.

18. ●● Una fenditura larga 0,050 mm è illuminata con luce di 650 nm; lo schermo è a 1,20 m. Quanto è largo il massimo centrale sullo schermo?

19. ●● Un reticolo ha 500 righe/mm ed è illuminato dalla luce gialla del sodio ($\lambda = 589$ nm). Calcola gli angoli dei massimi principali e l'ordine massimo osservabile.

20. ●● Luce polarizzata di intensità 40 W/m$^2$ incide su un analizzatore. a) Quale intensità passa se l'asse dell'analizzatore forma 60° con la direzione di polarizzazione? b) Per quale angolo l'intensità trasmessa è di 30 W/m$^2$?

21. ● Leggi il grafico della Figura 8.8b: per quali angoli fra gli assi l'intensità trasmessa è la metà di $I_0$? Per quali angoli è nulla? Completa: con assi incrociati il rapporto $I/I_0$ vale _____ .

**Problemi**

22. ●● In un esperimento di Young le fenditure distano 0,30 mm e lo schermo è a 2,50 m. Fra il centro della frangia chiara di ordine −5 e quello della frangia di ordine +5 si misurano 4,6 cm. Calcola la lunghezza d'onda e indica di che colore è la luce.

23. ●●● Una lamina di acqua saponata ($n = 1{,}33$) spessa 400 nm, in aria, è illuminata perpendicolarmente con luce bianca. a) Quali lunghezze d'onda visibili sono riflesse con la massima intensità? b) Quale lunghezza d'onda visibile non è riflessa affatto? c) Di che colore appare la lamina?

24. ●●● Un esperimento di Young con luce di 600 nm, fenditure distanti 0,40 mm e schermo a 2,00 m viene ripetuto con tutto l'apparato immerso in acqua ($n = 1{,}33$). a) Calcola l'interfrangia in aria e in acqua. b) Spiega che cosa cambia e che cosa non cambia per la luce, distinguendo ciò che dipende dalla sorgente e ciò che dipende dal mezzo. c) Che cosa avrebbe previsto per questo esperimento il modello corpuscolare, nella versione di Newton?

25. ●● Il telescopio spaziale Hubble ha uno specchio di 2,4 m di diametro. a) Calcola il suo angolo minimo di risoluzione per luce di 550 nm. b) Qual è il più piccolo dettaglio che potrebbe distinguere sulla Luna, a $3{,}84 \times 10^5$ km?

26. ●●● Uno spettroscopio usa un reticolo da 600 righe/mm illuminato perpendicolarmente dalla luce di una lampada a idrogeno; lo schermo, piano e parallelo al reticolo, è a 0,500 m. a) Calcola gli angoli del primo ordine delle righe a 656,3 nm e 486,1 nm. b) Calcola le loro posizioni sullo schermo e la loro distanza. c) Qual è l'ordine più alto in cui compare la riga rossa?

27. ●●● Una piccola lampada emette uniformemente in tutte le direzioni 12 W di luce non polarizzata. a) Qual è l'intensità della luce a 1,0 m dalla lampada (capitolo 5)? b) A quella distanza la luce attraversa tre polarizzatori ideali: il primo con l'asse verticale, il secondo a 45°, il terzo orizzontale. Quale intensità esce? c) Quale intensità uscirebbe togliendo il polarizzatore centrale? d) Per quale orientazione del polarizzatore centrale l'intensità trasmessa è massima?

28. ●● Una macchia d'olio ($n = 1{,}45$) galleggia sull'acqua ($n = 1{,}33$). Illuminata perpendicolarmente con luce bianca, in un punto riflette intensamente la luce di 580 nm. a) Quante inversioni di fase ci sono? b) Qual è lo spessore minimo dell'olio in quel punto? c) Con quello spessore, quali altre lunghezze d'onda visibili sono riflesse intensamente?

29. ●●● Collegamento con il capitolo 6. Due altoparlanti, distanti 1,00 m, sono alimentati dallo stesso generatore ed emettono in fase un suono di 1,00 kHz; la velocità del suono è 343 m/s. a) Calcola la lunghezza d'onda. b) A grande distanza, a quali angoli rispetto alla direzione perpendicolare alla congiungente si trovano le direzioni di interferenza distruttiva? c) In un esperimento di Young con luce di 650 nm e fenditure distanti 0,25 mm, quanto vale il rapporto $d/\lambda$? Confrontalo con quello degli altoparlanti e spiega perché per la luce le fenditure devono essere così vicine.

**Ragionare e argomentare**

30. ●● Perché senti la voce di un amico che parla dietro l'angolo di un edificio, ma non lo vedi? Rispondi confrontando le lunghezze d'onda del suono e della luce con le dimensioni degli ostacoli.

31. ●● Trova l'errore. Un compagno calcola lo spessore minimo di uno strato antiriflesso di fluoruro di magnesio ($n = 1{,}38$) su vetro ($n = 1{,}52$) per la luce di 550 nm. Scrive: «Le inversioni sono due e si compensano, quindi le onde riflesse si cancellano per $2t = \frac{1}{2}\lambda$, cioè $t = \lambda/4 = 137{,}5$ nm». Dove sbaglia e qual è il risultato corretto?

32. ●●● Progetta un esperimento per misurare lo spessore di un capello con un puntatore laser, un righello e un metro. Ti serve un fatto che puoi accettare senza dimostrazione: un ostacolo sottile e lungo dà la stessa figura di diffrazione di una fenditura della stessa larghezza. Descrivi il montaggio, le misure, la formula e un ordine di grandezza del risultato atteso.

33. ●●● Nel Settecento il modello corpuscolare prevalse su quello ondulatorio. Spiega quali argomenti lo sostenevano, quali fenomeni scoperti all'inizio dell'Ottocento lo misero in difficoltà e perché la misura di Foucault viene chiamata un esperimento cruciale. È corretto dire che Newton «aveva torto su tutto»?

## PER APPROFONDIRE

- [HUY] C. Huygens, *Traité de la lumière*: i primi capitoli, dove le onde secondarie spiegano la propagazione, la riflessione e la rifrazione, con figure che si leggono ancora oggi.
- [OPT] I. Newton, *Opticks*: il secondo libro, con le misure degli anelli colorati, e le «questioni» finali, in cui Newton discute apertamente i limiti dei corpuscoli e delle onde.
- [FEY] R. P. Feynman, R. B. Leighton, M. Sands, *La fisica di Feynman*, vol. I: i capitoli sull'interferenza, sulla diffrazione e sulla polarizzazione, con la somma delle fasi spiegata con le frecce.
- [HRW] D. Halliday, R. Resnick, J. Walker, *Fondamenti di fisica*: i capitoli sull'interferenza e sulla diffrazione, per molti altri problemi svolti sulle lamine sottili e sui reticoli.
- [HEW] P. G. Hewitt, *Conceptual Physics*: il capitolo sulle proprietà ondulatorie della luce, con esperimenti da fare a casa con bolle di sapone, CD e occhiali polarizzati.
- [EIN] A. Einstein, L. Infeld, *L'evoluzione della fisica*: le pagine sulla contesa fra corpuscoli e onde, raccontata come un'indagine.

# Glossario del capitolo

**Criterio di Rayleigh**
Due sorgenti puntiformi sono appena distinguibili quando il massimo dell'immagine di una cade sul primo minimo dell'altra: separazione angolare sen $\theta_{min} = 1{,}22\lambda/D$.

**Doppia fenditura**
Coppia di fenditure parallele molto vicine che, illuminate dallo stesso fronte d'onda, si comportano come due sorgenti coerenti.

**Figura di diffrazione**
Distribuzione di zone chiare e scure prodotta dalla luce che attraversa un'apertura o aggira un ostacolo di dimensioni paragonabili a $\lambda$.

**Frange di interferenza**
Strisce chiare e scure alternate prodotte su uno schermo dalla sovrapposizione di onde luminose coerenti.

**Interfrangia**
Distanza fra due frange chiare (o scure) consecutive; nell'esperimento di Young $\Delta y = \lambda L/d$.

**Inversione di fase**
Sfasamento di mezza lunghezza d'onda subito dalla luce che si riflette su un mezzo con indice di rifrazione maggiore.

**Lamina sottile**
Strato trasparente di spessore paragonabile alla lunghezza d'onda della luce, nel quale interferiscono le onde riflesse dalle due superfici.

**Legge di Malus**
L'intensità della luce polarizzata trasmessa da un analizzatore è $I = I_0 \cos^2\theta$, con $\theta$ angolo fra la direzione di polarizzazione e l'asse.

**Luce non polarizzata**
Luce in cui le direzioni di oscillazione sono distribuite a caso in tutte le direzioni perpendicolari alla propagazione, come quella del Sole.

**Massimo centrale**
Zona luminosa al centro della figura di diffrazione di una fenditura, larga il doppio delle altre e molto più intensa.

**Modello corpuscolare**
Descrizione della luce come flusso di minuscole particelle emesse dalle sorgenti (Newton); prevede che la luce sia più veloce nei mezzi più rifrangenti.

**Modello ondulatorio**
Descrizione della luce come onda che si propaga (Huygens, Young, Fresnel); prevede che la luce sia più lenta nei mezzi più rifrangenti, come confermato da Foucault.

**Ordine**
Numero intero $m$ che identifica una frangia o un massimo: il numero di lunghezze d'onda della differenza di cammino.

**Polarizzatore**
Filtro che trasmette soltanto la componente dell'oscillazione parallela al suo asse di trasmissione; dimezza l'intensità della luce non polarizzata.

**Potere risolutivo**
Capacità di uno strumento ottico di distinguere dettagli vicini; è limitato dalla diffrazione ed è tanto maggiore quanto più piccolo è $\theta_{min}$.

**Reticolo di diffrazione**
Lastra con moltissime fenditure (o righe riflettenti) parallele ed equidistanti; dà massimi stretti e intensi per $d$ sen $\theta = m\lambda$.

**Rivestimento antiriflesso**
Strato sottile, di spessore $\lambda/(4n)$, deposto su una lente per cancellare per interferenza la luce riflessa.

**Spettro a righe**
Spettro formato da poche lunghezze d'onda precise, emesse da un gas rarefatto di un elemento; ne è l'impronta caratteristica.

# Soluzioni

**1.** C. I corpuscoli sarebbero accelerati dall'attrazione dell'acqua nella direzione normale alla superficie.

**2.** A. La frequenza è fissata dalla sorgente; velocità e lunghezza d'onda si riducono del fattore $n$, e un raggio obliquo cambia direzione.

**3.** D. Interferenza costruttiva: $|r_2 - r_1| = d \text{ sen } \theta = m\lambda$.

**4.** B. $\Delta y = \lambda L/d$ è proporzionale a $L$.

**5.** C. I primi minimi sono a $\pm\lambda L/a$, quindi il massimo centrale è largo $2\lambda L/a$; gli altri massimi sono larghi $\lambda L/a$.

**6.** A. Le posizioni dipendono solo da $d \text{ sen } \theta = m\lambda$; il numero di fenditure stringe i massimi.

**7.** D. Nella luce non polarizzata tutte le direzioni di oscillazione sono ugualmente rappresentate: passa in media metà dell'intensità, qualunque sia l'orientazione. La legge di Malus vale per luce già polarizzata.

**8.** B. Solo un'onda trasversale ha una direzione di oscillazione che un polarizzatore può selezionare; interferenza e diffrazione riguardano anche le onde longitudinali.

**9.** F. La frequenza è fissata dalla sorgente e non cambia; cambiano velocità e lunghezza d'onda (quest'ultima diventa $\lambda/n$).

**10.** F. Le due lampadine non sono coerenti: la loro differenza di fase cambia continuamente e la figura di interferenza si media, dando un'illuminazione uniforme.

**11.** V. C'è una sola inversione di fase; per $t \to 0$ la differenza di cammino si annulla e le due onde riflesse si cancellano per ogni colore.

**12.** F. Il suono nell'aria è un'onda longitudinale: non ha una direzione di oscillazione trasversale da selezionare.

**13.** V. $\theta_{\text{min}} \approx 1{,}22\lambda/D$ diminuisce al crescere di $D$.

**14.** $v = c/n = 3{,}00 \times 10^8$ m/s/1,50 = $2{,}00 \times 10^8$ m/s; $\lambda_n = \lambda/n = 600$ nm/1,50 = 400 nm; $f = c/\lambda = 3{,}00 \times 10^8$ m/s/($600 \times 10^{-9}$ m) = $5{,}00 \times 10^{14}$ Hz, uguale nel vuoto e nel vetro (fissata dalla sorgente; velocità e lunghezza d'onda dipendono dal mezzo).

**15.** $\Delta y = \lambda L/d = 550 \times 10^{-9}$ m × 1,50 m/($0{,}20 \times 10^{-3}$ m) = $4{,}1 \times 10^{-3}$ m = 4,1 mm.

**16.** sen $\theta = 3\lambda/d = 3 \times 632{,}8 \times 10^{-9}$ m/($0{,}10 \times 10^{-3}$ m) = 0,019; $\theta = 1{,}1°$ (0,019 rad).

**17.** Due inversioni che si compensano: le onde riflesse si cancellano per $2nt = \frac{1}{2}\lambda$, quindi $t = \lambda/(4n) = 550$ nm/(4 × 1,38) = 99,6 nm.

**18.** Larghezza = $2\lambda L/a = 2 \times 650 \times 10^{-9}$ m × 1,20 m/($0{,}050 \times 10^{-3}$ m) = $3{,}1 \times 10^{-2}$ m = 3,1 cm.

**19.** $d = 1$ mm/500 = 2,00 µm. sen $\theta_1 = 589$ nm/2000 nm = 0,2945, $\theta_1 = 17{,}1°$; sen $\theta_2 = 0{,}589$, $\theta_2 = 36{,}1°$; sen $\theta_3 = 0{,}8835$, $\theta_3 = 62{,}1°$. Il quarto ordine richiederebbe sen $\theta = 1{,}18 > 1$: l'ordine massimo è 3 ($d/\lambda = 3{,}40$).

**20.** a) $I = I_0 \cos^2 60° = 40$ W/m$^2$ × 0,25 = 10 W/m$^2$. b) $\cos^2\theta = 30/40 = 0{,}75$, $\cos\theta = 0{,}866$, $\theta = 30°$ (o 150°).

**21.** Metà dell'intensità a 45° e a 135°; intensità nulla a 90°. Con assi incrociati $I/I_0 = 0$.

**22.** $\Delta y = 4{,}6$ cm/10 = 4,6 mm; $\lambda = \Delta y \cdot d/L = 4{,}6 \times 10^{-3}$ m × $0{,}30 \times 10^{-3}$ m/2,50 m = $5{,}5 \times 10^{-7}$ m = $5{,}5 \times 10^2$ nm (552 nm): luce verde (Tabella A.6).

**23.** Una sola inversione (sulla superficie superiore). $2nt = 2 \times 1{,}33 \times 400$ nm = 1064 nm. a) Riflessione intensa per $\lambda = 1064$ nm/$(m + \frac{1}{2})$: 2128 nm, 709 nm, 426 nm, 304 nm; nel visibile 709 nm (rosso) e 426 nm (violetto). b) Riflessione nulla per $\lambda = 1064$ nm/$m$: 1064 nm, 532 nm, 355 nm; nel visibile 532 nm (verde). c) Mancando il verde e prevalendo rosso e violetto, la lamina appare porpora (magenta).

**24.** a) In aria $\Delta y = \lambda L/d = 600 \times 10^{-9}$ m × 2,00 m/($0{,}40 \times 10^{-3}$ m) = $3{,}0 \times 10^{-3}$ m = 3,0 mm. In acqua la lunghezza d'onda è $\lambda_n = 600$ nm/1,33 = 451 nm, e $\Delta y =$

$451 \times 10^{-9}$ m × 2,00 m/(0,40 × $10^{-3}$ m) = 2,3 mm: le frange si stringono del fattore 1,33. b) La frequenza ($5{,}00 \times 10^{14}$ Hz) è fissata dalla sorgente e non cambia; velocità e lunghezza d'onda dipendono dal mezzo e si riducono del fattore $n$; le condizioni di interferenza ($d$ sen $\theta = m\lambda_n$) contengono la lunghezza d'onda nel mezzo. c) Il modello corpuscolare non spiega le frange. Quanto alla velocità, prevede che nell'acqua la luce sia 1,33 volte più veloce; il restringimento delle frange dice invece che la lunghezza d'onda è minore a frequenza fissata, cioè che la velocità $v = \lambda_n f$ è minore: un'altra conferma del modello ondulatorio.

**25.** a) $\theta_{min} = 1{,}22\lambda/D = 1{,}22 \times 550 \times 10^{-9}$ m/2,4 m = 2,8 × $10^{-7}$ rad. b) Dettaglio minimo = distanza × angolo = $3{,}84 \times 10^{8}$ m × 2,8 × $10^{-7}$ = 1,1 × $10^{2}$ m (107 m): Hubble non può vedere oggetti lasciati sulla Luna, che sono grandi pochi metri.

**26.** $d$ = 1 mm/600 = 1,667 μm. a) Per la legge dei massimi del reticolo, sen $\theta = \lambda/d$: riga rossa 656,3/1666,7 = 0,3938, $\theta$ = 23,2°; riga azzurra 486,1/1666,7 = 0,2917, $\theta$ = 17,0°. b) Gli angoli non sono piccoli, quindi $y = L$ tan $\theta$: $y_{rossa}$ = 0,500 m × tan 23,19° = 0,214 m; $y_{azzurra}$ = 0,500 m × tan 16,96° = 0,152 m; distanza 0,062 m = 6,2 cm. c) Deve essere $m\lambda/d < 1$, cioè $m < d/\lambda = 2{,}54$: l'ordine massimo della riga rossa è il secondo.

**27.** a) Per la conservazione dell'energia la potenza si distribuisce su una sfera: $I = P/(4\pi r^2)$ = 12 W/(4π × (1,0 m)$^2$) = 0,955 W/m$^2$ ≈ 0,95 W/m$^2$. b) Primo polarizzatore, luce non polarizzata: 0,955/2 = 0,477 W/m$^2$. Secondo, per la legge di Malus con $\theta$ = 45°: 0,477 × 0,5 = 0,239 W/m$^2$. Terzo, ancora a 45° dal secondo: 0,239 × 0,5 = 0,12 W/m$^2$. c) Senza il polarizzatore centrale gli assi sono incrociati ($\theta$ = 90°): intensità nulla. d) Se il polarizzatore centrale forma l'angolo $\varphi$ con la verticale, $I$ = 0,477 W/m$^2$ × cos$^2\varphi$ × sen$^2\varphi$ = 0,477 W/m$^2$ × ¼ sen$^2(2\varphi)$, massima per $\varphi$ = 45° (o, equivalentemente, 135°), cioè con il polarizzatore centrale a metà strada fra i due assi.

**28.** a) Una sola: sulla superficie superiore la luce si riflette sull'olio, più rifrangente dell'aria (inversione); su quella inferiore si riflette sull'acqua, meno rifrangente dell'olio (nessuna inversione). b) Riflessione intensa per $2nt = (m + ½)\lambda$; lo spessore minimo si ha con $m$ = 0: $t = \lambda/(4n)$ = 580 nm/(4 × 1,45) = 100 nm. c) $2nt$ = 290 nm, quindi $\lambda$ = 290 nm/($m$ + ½) = 580 nm, 193 nm, …: nessun'altra lunghezza d'onda visibile.

**29.** a) $\lambda = v/f$ = 343 m/s/1000 Hz = 0,343 m. b) Le sorgenti sono in fase: interferenza distruttiva per $d$ sen $\theta = (m + ½)\lambda$ (capitolo 6), sen $\theta$ = ($m$ + ½) × 0,343: 0,1715 → $\theta$ = 9,9°; 0,5145 → $\theta$ = 31,0°; 0,8575 → $\theta$ = 59,0°; per $m$ = 3 sen $\theta$ = 1,20 > 1, impossibile. Tre direzioni per parte. c) Per la luce $d/\lambda$ = 0,25 × $10^{-3}$ m/(650 × $10^{-9}$ m) = 3,8 × $10^{2}$; per gli altoparlanti $d/\lambda$ = 1,00/0,343 = 2,9. Gli angoli delle frange dipendono solo dal rapporto $d/\lambda$, e la prima frangia è a sen $\theta \approx \lambda/d$. Per gli altoparlanti $\lambda/d \approx 0{,}34$ e le frange sono larghissime. Per la luce, per avere frange separate da angoli ancora misurabili (qualche millesimo di radiante) $d$ deve essere di qualche centinaio di lunghezze d'onda, cioè una frazione di millimetro: con $d$ = 2 cm le frange sarebbero separate da 650 × $10^{-9}$/0,02 ≈ 3 × $10^{-5}$ rad e non si distinguerebbero.

**30.** Traccia di risposta: la diffrazione è rilevante quando l'ostacolo o l'apertura hanno dimensioni paragonabili alla lunghezza d'onda. Il suono della voce ha $\lambda$ da circa 0,3 m a qualche metro, come le dimensioni di uno spigolo o di una porta: si diffrange molto e aggira l'angolo. La luce visibile ha $\lambda \approx 0{,}5$ μm, circa un milione di volte più piccola: l'angolo di diffrazione è minuscolo e l'ombra dell'edificio è netta.

**31.** Lo studente usa la lunghezza d'onda nel vuoto, ma il cammino in più ($2t$) è percorso dentro lo strato, dove la lunghezza d'onda è $\lambda/n$. La condizione corretta è $2t = ½(\lambda/n)$, cioè $2nt = ½\lambda$: $t = \lambda/(4n)$ = 550 nm/(4 × 1,38) = 99,6 nm. Il ragionamento sulle due inversioni è invece corretto.

**32.** Traccia di risposta: fissa il capello teso verticalmente su un telaio davanti al laser e proietta la figura su una parete a distanza $L$ di 1–3 m, misurata con il metro. Misura con il righello la distanza $2y_m$ fra i minimi di ordine ±$m$ per vari ordini (più ordini migliorano la misura) e usa $a = m\lambda L/y_m$ (piccoli angoli), o meglio la pendenza della retta $2y_m$ in funzione di $m$, come nell'esempio svolto sulla fenditura. Un ca-

pello ha uno spessore di 50–100 μm: con $\lambda = 650$ nm, $L = 2{,}0$ m e $a \approx 0{,}1$ mm i primi minimi sono a circa 13 mm dal centro, una distanza comoda da misurare. Sicurezza: laser di classe 2, mai nella direzione degli occhi.

**33.** Traccia di risposta: il modello corpuscolare spiegava la propagazione rettilinea e le ombre nette (le onde, si pensava, avrebbero dovuto aggirare gli ostacoli), la riflessione e la rifrazione; aveva inoltre l'autorità di Newton. All'inizio dell'Ottocento l'interferenza (Young, 1801–1803) e la diffrazione calcolata da Fresnel (1818), con la conferma della macchia di Poisson, furono spiegate con naturalezza dalle onde e non dai corpuscoli. La misura di Foucault (1850) è un esperimento cruciale perché i due modelli prevedevano risultati opposti per la stessa grandezza, la velocità della luce nell'acqua, e il risultato (più lenta) ne escluse uno. Non è corretto dire che Newton avesse torto su tutto: la sua descrizione della dispersione e dei colori resta valida, le sue misure degli anelli erano esatte, e nel Novecento la fisica scoprirà che la luce ha anche un aspetto corpuscolare, sebbene molto diverso da quello immaginato da Newton.