CAPITOLO

7

Il suono

Ogni suono è aria che si stringe e si allarga: l'orecchio ne conta i battiti al secondo e ne pesa la forza, e da quei due numeri nasce la musica.

OBIETTIVI

1. Descrivere il suono come onda longitudinale di spostamento e di pressione, e spiegare lo sfasamento fra le due.
2. Calcolare la velocità del suono nell'aria in funzione della temperatura e usarla per problemi di eco e sonar.
3. Collegare altezza, intensità e timbro alla frequenza, all'intensità e allo spettro di un suono.
4. Usare il livello di intensità sonora in decibel, anche per più sorgenti e a distanze diverse.
5. Calcolare le frequenze proprie delle canne aperte e chiuse e la frequenza dei battimenti.
6. Applicare l'effetto Doppler a sorgenti e osservatori in moto e descrivere l'onda d'urto e il cono di Mach.

INDICE DEL CAPITOLO

7.1 Il suono come onda longitudinale 2
7.2 La velocità del suono 4
7.3 Le caratteristiche del suono 7
7.4 Intensità e livello sonoro 9
7.5 Canne sonore e battimenti 11
7.6 L'effetto Doppler 16

Fisica 4 · Parte II · Le onde e la luce · versione 1.0
Capitolo 7: Il suono · pagine 195–222 del volume completo · estratto per lo studio

Un temporale si avvicina: vedi il lampo, conti i secondi, e il tuono arriva dopo. Un'ambulanza ti passa accanto e la sirena, di colpo, cala di tono. Un chitarrista accorda lo strumento ascoltando un «uà-uà-uà» che rallenta fino a sparire. Un medico, appoggiando una sonda sulla pelle, ascolta il sangue che scorre in un'arteria. In tutte queste situazioni c'è la stessa protagonista: un'onda meccanica che si propaga nell'aria, nell'acqua o nei tessuti, e che il nostro orecchio sa trasformare in sensazione.

Nei due capitoli precedenti hai costruito gli strumenti per descrivere le onde: la funzione d'onda, la velocità di propagazione, l'intensità, la sovrapposizione e le onde stazionarie. In questo capitolo li applichi all'onda meccanica più importante per la nostra vita quotidiana, il suono. Vedrai che cosa si muove davvero quando un suono attraversa l'aria, come la fisica descrive l'altezza, il timbro e l'intensità di una nota e perché la sirena cambia tono quando ti supera.

7.1 Il suono come onda longitudinale

7.1.1 Compressioni e rarefazioni

Appoggia le dita sulla membrana di un altoparlante mentre suona: la senti vibrare avanti e indietro. Quando la membrana avanza spinge lo strato d'aria che ha davanti, lo comprime e lo costringe a spingere a sua volta lo strato successivo; quando arretra lascia dietro di sé una zona in cui l'aria è più rarefatta. Ogni strato d'aria oscilla attorno alla propria posizione di equilibrio nella stessa direzione in cui si propaga la perturbazione: il suono è un'onda longitudinale, come quella che hai visto correre lungo una molla allungata (capitolo 5).

Come hai visto nel capitolo 5, le zone in cui gli strati d'aria sono più vicini del normale, e la pressione è più alta di quella atmosferica, si chiamano compressioni; le zone in cui gli strati sono più distanti, e la pressione è più bassa, si chiamano rarefazioni. Una sorgente che vibra con frequenza f emette f compressioni e f rarefazioni al secondo, che si allontanano con la velocità del suono. Come in ogni onda, l'aria non viaggia dalla sorgente all'orecchio: ogni strato si sposta di una distanza piccolissima, avanti e indietro, e trasmette il movimento ai vicini. Ciò che viaggia è la perturbazione, con la sua energia.

7.1.2 Onda di spostamento e onda di pressione

Un'onda sonora si può descrivere in due modi equivalenti. Il primo segue gli strati d'aria: indichiamo con $y(x, t)$ lo spostamento, all'istante t, dello strato che a riposo si trova nella posizione x. Attenzione: come nel capitolo 5 la lettera y indica lo spostamento delle particelle del mezzo, ma qui lo spostamento avviene **lungo** l'asse x, nella direzione di propagazione, non perpendico-

larmente a essa. Per un suono di frequenza ben definita, $y(x, t)$ è una funzione d'onda armonica, e si parla di **onda di spostamento**.

Il secondo modo guarda la pressione. Si chiama **onda di pressione** l'andamento della variazione di pressione $\Delta p(x, t)$, cioè di quanto la pressione nel punto x supera, o non raggiunge, il valore di equilibrio. È questa la grandezza che i microfoni misurano e che il timpano avverte. Le due onde hanno la stessa frequenza e la stessa lunghezza d'onda, ma non sono allineate, come mostra la Figura 7.1. Guarda uno strato che in un certo istante si trova esattamente nella posizione di equilibrio ($y = 0$), con lo strato alla sua sinistra spostato verso destra e quello alla sua destra spostato verso sinistra: i vicini gli si stringono addosso da entrambe le parti, e lì la pressione è massima. Dove invece lo spostamento è massimo, gli strati vicini sono spostati quasi della stessa quantità nella stessa direzione: la distanza fra loro non cambia e la variazione di pressione è nulla.

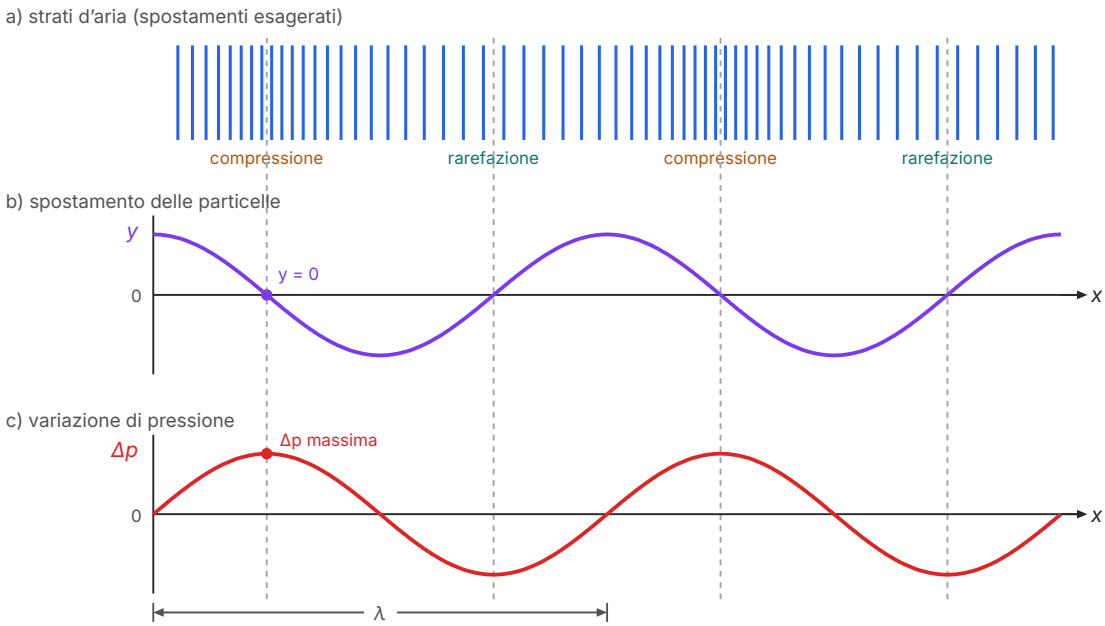


Figura 7.1 Un'onda sonora armonica in un istante fissato, calcolata per due lunghezze d'onda. a) Le posizioni degli strati d'aria, con gli spostamenti molto esagerati. b) Lo spostamento $y = y_{max} \cos(kx)$. c) La variazione di pressione $\Delta p = \Delta p_{max}$ sen(kx). Le linee tratteggiate passano per i centri delle compressioni e delle rarefazioni: lì lo spostamento è nullo e la variazione di pressione è estrema. Le due onde sono sfasate di un quarto di lunghezza d'onda.

Le due descrizioni sono quindi sfasate di un quarto di lunghezza d'onda: dove in un certo istante lo spostamento è nullo la variazione di pressione è estrema, e dove lo spostamento è estremo la variazione di pressione è nulla. Nelle onde stazionarie questo diventa una regola sulle posizioni fisse: dove lo spostamento ha un nodo la pressione oscilla con la massima ampiezza, e

dove lo spostamento ha un ventre la pressione resta costante. Questo fatto ti servirà nelle canne sonore: all'estremità aperta di un tubo l'aria è a contatto con l'atmosfera, la pressione non può cambiare e si forma un nodo di pressione, cioè un ventre di spostamento; contro una parete chiusa l'aria non può muoversi e c'è un nodo di spostamento, cioè un ventre di pressione.

Quanto sono piccole queste grandezze? Per l'onda sonora armonica si dimostra che l'intensità vale $I = \Delta p_{max}^2/(2dv)$, dove d è la densità del mezzo. Per il suono più debole che l'orecchio umano percepisce a 1000 Hz, di intensità $1{,}0 \times 10^{-12}$ W/m^2, nell'aria ($d = 1{,}20$ kg/m^3, $v = 343$ m/s) si trova $\Delta p_{max} \approx 2{,}9 \times 10^{-5}$ Pa: circa tre decimi di miliardesimo della pressione atmosferica. Lo spostamento corrispondente degli strati d'aria è dell'ordine di 10^{-11} m, un decimo del diametro di un atomo. L'orecchio è uno strumento di misura straordinariamente sensibile.

7.1.3 Il suono ha bisogno di un mezzo

Un'onda meccanica è la perturbazione di un mezzo materiale, e senza mezzo non c'è niente da perturbare. Lo mostra un esperimento classico. Un campanello elettrico suona all'interno di una campana di vetro collegata a una pompa a vuoto: man mano che l'aria viene aspirata il suono si affievolisce fino a diventare quasi impercettibile, anche se attraverso il vetro si vede il martelletto che continua a battere. La luce attraversa il vuoto, il suono no: per questo due astronauti al lavoro fuori da una stazione spaziale possono parlarsi soltanto via radio.

7.2 La velocità del suono

7.2.1 Nell'aria: il ruolo della temperatura

La velocità di un'onda è fissata dal mezzo, e dipende dalla sua elasticità e dalla sua inerzia (capitolo 5). Per un gas l'elasticità è legata alla pressione e l'inerzia alla densità. Nel capitolo 2 hai incontrato il risultato di Laplace: poiché compressioni e rarefazioni sono troppo rapide perché il gas scambi calore con l'ambiente, sono trasformazioni adiabatiche, e la velocità del suono è $v = \sqrt{(\gamma p/d)}$. Con l'equazione di stato dei gas perfetti, $p/d = RT/M_{mol}$, questa espressione diventa

$$v = \sqrt{\left(\frac{\gamma RT}{M_{mol}}\right)}$$

Qui T è la temperatura assoluta; in questo capitolo, per non confonderla con il periodo, la temperatura Celsius si indica con t_C. Per l'aria ($\gamma = 1{,}40$, $M_{mol} = 28{,}96$ g/mol) a 20 °C si ottiene 343 m/s. Il risultato contiene due informazioni importanti. La prima: la velocità non dipende dalla pressione, perché a temperatura fissata p e d crescono insieme. La seconda: la velocità è proporzionale alla radice quadrata della temperatura assoluta, $v \propto \sqrt{T}$, esattamente come la velocità quadratica media delle molecole della teoria cinetica (*Fisica 3*, capitolo 15), $v_{qm} = \sqrt{(3RT/M_{mol})}$. Il rapporto fra le due è $\sqrt{(\gamma/3)} \approx 0{,}68$: il suono viaggia un po' più lentamente delle molecole, ed è

naturale, perché è proprio con gli urti fra le molecole che la perturbazione passa da uno strato al successivo.

Nell'intervallo delle temperature ambientali la dipendenza da $\sqrt{T}$ si approssima molto bene con una retta. Misurando la velocità in metri al secondo e la temperatura in gradi Celsius:

$$v \approx (331 + 0{,}6\, t_C)\ \text{m/s}$$

Ogni grado in più aumenta la velocità di circa 0,6 m/s. Un controllo numerico: a 30 °C la formula approssimata dà 349,0 m/s, quella esatta, 331 m/s × √(303,15 K/273,15 K), dà 348,7 m/s; a −20 °C le due danno 319,0 m/s e 318,7 m/s. Lo scarto resta sotto lo 0,1%, inferiore alle variazioni dovute all'umidità dell'aria. Nei problemi di questo volume, quando la temperatura non è indicata, si usa il valore a 20 °C, $v = 343$ m/s.

7.2.2 Nei liquidi e nei solidi

Nei liquidi e nei solidi il suono è molto più veloce che nei gas (Tabella A.4 dell'appendice): circa 1480 m/s nell'acqua dolce, 1520 m/s nell'acqua di mare, quasi 6000 m/s nell'acciaio. Liquidi e solidi sono molto più densi dell'aria, il che di per sé rallenterebbe l'onda, ma sono anche enormemente più rigidi, cioè oppongono una forza di richiamo molto più grande a ogni compressione, e questo secondo effetto prevale. Un esempio: se un compagno batte un colpo su una rotaia d'acciaio a 1,0 km da te, il suono che arriva attraverso il metallo impiega 0,17 s, quello che arriva attraverso l'aria 2,9 s. Il colpo si sente due volte.

In tutti questi mezzi la velocità non dipende dalla frequenza: un suono grave e uno acuto emessi insieme arrivano insieme. Quando un suono passa da un mezzo a un altro, la frequenza resta quella della sorgente, mentre la velocità e la lunghezza d'onda cambiano: un suono di 1000 Hz ha lunghezza d'onda 0,343 m nell'aria a 20 °C e 1,48 m nell'acqua dolce.

ESEMPIO SVOLTO

Lampo, tuono e temperatura

Problema. In una sera d'estate, con l'aria a 30 °C, vedi un lampo e senti il tuono 4,5 s dopo. a) Quanto è lontano il fulmine? b) Quanto tempo impiega la luce a raggiungerti, e perché lo puoi trascurare? c) Di quanto sbaglieresti usando 343 m/s? d) Da dove viene la regola «tre secondi per ogni kilometro»?

Soluzione. a) La velocità del suono a 30 °C è $v = (331 + 0{,}6 \times 30)$ m/s = 349 m/s. Il suono percorre la distanza con moto uniforme: $d = v\Delta t = 349 \text{ m/s} \times 4{,}5 \text{ s} = 1{,}6 \times 10^3$ m, circa 1,6 km.

b) La luce impiega $d/c = (1{,}57 \times 10^3 \text{ m})/(3{,}00 \times 10^8 \text{ m/s}) = 5{,}2 \times 10^{-6}$ s, circa cinque milionesimi di secondo, un milione di volte meno del ritardo misurato: il lampo si vede, in pratica, nell'istante in cui il fulmine cade, e l'intero ritardo è dovuto al suono.

c) Con 343 m/s si otterrebbe 343 m/s × 4,5 s = 1,54 km, l'1,7% in meno. È un errore molto più piccolo di quello con cui misuri 4,5 s contando a mente.

d) In un secondo il suono percorre circa 340 m, quindi un kilometro in 1000 m/(340 m/s) ≈ 2,9 s, cioè circa tre secondi.

Commento. La temperatura conta poco nella stima, ma conta molto quando si misura con precisione, come nel laboratorio di questo capitolo.

7.2.3 Eco e sonar

Quando un suono incontra una superficie estesa, per esempio una parete rocciosa, una parte della sua energia viene riflessa e torna indietro. Si chiama **eco** il suono riflesso che arriva all'orecchio abbastanza in ritardo da essere percepito come distinto da quello diretto. Il suono va e torna, quindi percorre due volte la distanza d dall'ostacolo, e il ritardo è $\Delta t = 2d/v$. In una stanza le riflessioni arrivano dopo pochi millesimi di secondo e non si distinguono dal suono diretto: lo prolungano, ed è la riverberazione che rende diversa la stessa voce in un bagno piastrellato e in una camera piena di tende.

Misurando il ritardo dell'eco si misura una distanza. È il principio del **sonar**, un sistema che emette impulsi sonori, quasi sempre ultrasonori, nell'acqua e ne riceve gli echi per misurare la profondità del fondale o localizzare oggetti sommersi. Una nave che invia un impulso verso il fondo e ne riceve l'eco dopo 0,80 s, in acqua di mare, si trova su un fondale profondo $d = v\Delta t/2 = 1520 \text{ m/s} \times 0{,}80 \text{ s}/2 \approx 610$ m.

COLLEGAMENTI

Ecolocalizzazione ed ecografia

Molti pipistrelli cacciano al buio emettendo brevi impulsi di ultrasuoni e ascoltandone gli echi: dal ritardo ricavano la distanza di un insetto, dalla differenza fra ciò che arriva alle due orecchie la direzione. Anche i delfini usano impulsi sonori per orientarsi e trovare le prede. Il vantaggio delle frequenze alte è la lunghezza d'onda corta: come hai visto nel capitolo 6, un'onda «aggira» gli ostacoli più piccoli della sua lunghezza d'onda, e quindi può rivelare soltanto oggetti abbastanza grandi rispetto a essa.

La stessa idea è alla base dell'ecografia medica. Una sonda appoggiata sulla pelle emette impulsi di ultrasuoni di alcuni megahertz, che si riflettono in parte a ogni superficie di separazione fra tessuti diversi; dal ritardo degli echi un calcolatore ricostruisce un'immagine. Nei tessuti molli il suono viaggia a circa 1540 m/s, quindi a 5 MHz la lunghezza d'onda è $(1540\ \text{m/s})/(5 \times 10^6\ \text{Hz}) \approx 0{,}3$ mm: per questo l'ecografia distingue dettagli di frazioni di millimetro. A differenza dei raggi X, gli ultrasuoni non sono radiazioni ionizzanti.

7.3 Le caratteristiche del suono

Due suoni si distinguono all'ascolto perché sono più acuti o più gravi, più forti o più deboli, o hanno un «colore» diverso, come la stessa nota suonata da un violino e da una tromba. La fisica collega ciascuna di queste sensazioni a una grandezza dell'onda; dell'intensità si occupa il prossimo paragrafo.

7.3.1 L'altezza

L'**altezza** di un suono è la caratteristica che lo fa percepire come acuto o grave, ed è determinata dalla frequenza: più è alta la frequenza, più il suono è acuto. L'orecchio umano percepisce suoni con frequenze comprese, all'incirca, fra 20 Hz e 20 000 Hz; il limite superiore si abbassa con l'età, e molti adulti non sentono più le frequenze più alte di questo intervallo. Le onde sonore con frequenze inferiori a 20 Hz si chiamano **infrasuoni**: li producono i terremoti, le eruzioni vulcaniche, le onde del mare, e alcuni animali, come gli elefanti, li usano per comunicare a grande distanza. Quelle con frequenze superiori a 20 kHz sono gli **ultrasuoni**, che hai incontrato con il sonar e l'ecografia.

In musica non conta tanto la frequenza di una nota quanto il **rapporto** fra le frequenze di due note. Due note le cui frequenze stanno nel rapporto 2 : 1 formano un intervallo di **ottava**, e all'orecchio suonano così simili da ricevere lo stesso nome: il la di riferimento usato per accordare gli strumenti ha frequenza 440 Hz, il la dell'ottava superiore 880 Hz. Altri intervalli consonanti corrispondono a rapporti semplici fra numeri interi: la quinta a 3 : 2, la quarta a 4 : 3. Nel sistema di accordatura usato oggi per il pianoforte, il *temperamento equabile*, l'ottava è divisa in

dodici semitoni uguali, e due note distanti un semitono hanno frequenze nel rapporto $2^{1/12} \approx 1{,}059$.

7.3.2 Il timbro

Un diapason, colpito con delicatezza, emette un suono quasi puro: un'onda di pressione sinusoidale, con una sola frequenza. Gli strumenti musicali e la voce, invece, emettono suoni complessi. Una corda o una colonna d'aria che vibrano non oscillano soltanto nel modo fondamentale, ma contemporaneamente anche in quelli di frequenza multipla, le armoniche che hai studiato nel capitolo 6. Per il principio di sovrapposizione l'onda emessa è la somma delle armoniche, ciascuna con la sua ampiezza, ed è ancora periodica, con il periodo della frequenza fondamentale, ma non è più una sinusoide (Figura 7.2).

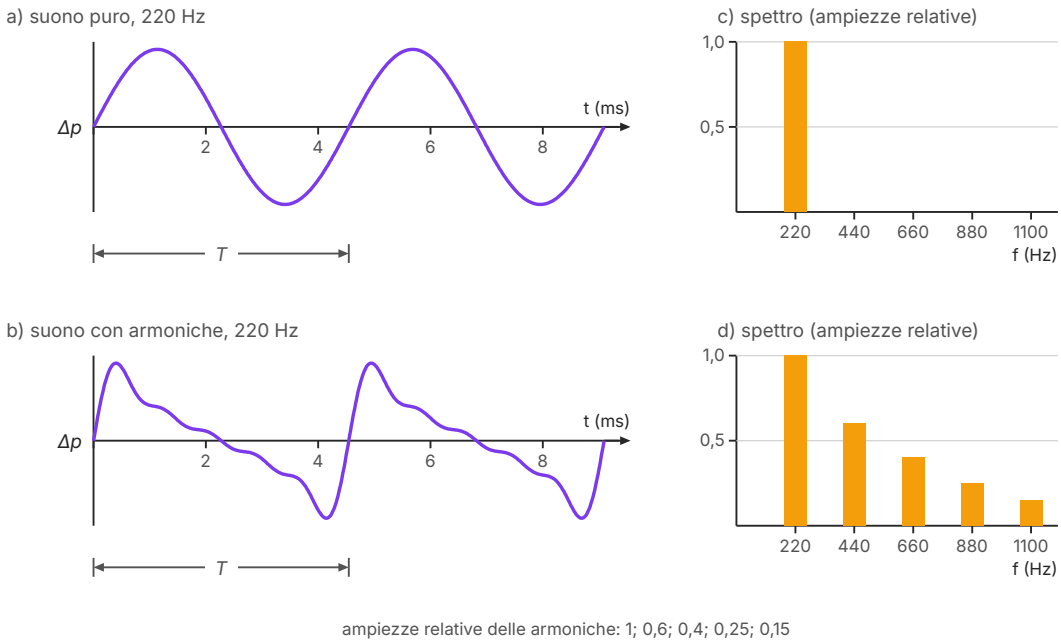


Figura 7.2 Forme d'onda e spettri, calcolati, di due suoni con la stessa frequenza fondamentale di 220 Hz. a) Un suono puro. b) La somma della fondamentale e delle prime quattro armoniche superiori, con le ampiezze relative indicate in basso e tutte in fase. c), d) Gli spettri: l'altezza di ogni barra è l'ampiezza dell'armonica di quella frequenza. Le due onde hanno lo stesso periodo T = 4,5 ms e quindi la stessa altezza, ma timbro diverso.

L'elenco delle frequenze presenti in un suono, ciascuna con la sua ampiezza, si chiama spettro del suono, e si rappresenta con un diagramma a barre come quelli della figura. Il **timbro** è la caratteristica che distingue due suoni di uguale altezza e intensità, e dipende dalle ampiezze relative delle armoniche, cioè dallo spettro. Nel flauto le armoniche superiori sono deboli e il

suono è morbido, vicino a un suono puro; nell'oboe o nella tromba sono numerose e intense, e il suono è più brillante.

7.4 Intensità e livello sonoro

7.4.1 L'intensità di un'onda sonora

Nel capitolo 5 hai definito l'intensità di un'onda come la potenza che attraversa l'unità di superficie perpendicolare alla direzione di propagazione, $I = P/S$, in W/m^2. Una sorgente piccola che emette la potenza sonora P in modo uguale in tutte le direzioni, senza ostacoli che riflettano il suono, distribuisce questa potenza su superfici sferiche sempre più grandi, e alla distanza r l'intensità è

$$I = \frac{P}{4\pi r^2}$$

Raddoppiando la distanza l'intensità diventa un quarto. Le potenze sonore sono sorprendentemente piccole: una persona che parla a voce normale emette circa 10^{-5} W, e anche un grande altoparlante da concerto, che assorbe centinaia di watt elettrici, ne trasforma in suono soltanto una piccola parte. L'orecchio, però, è sensibilissimo: percepisce a 1000 Hz un'intensità di appena $1{,}0 \times 10^{-12}$ W/m^2, la **soglia di udibilità**, e sopporta, prima di provare dolore, intensità dell'ordine di 1–10 W/m^2, la **soglia del dolore**. Fra le due ci sono dodici o tredici ordini di grandezza.

7.4.2 Il livello di intensità sonora

Una scala lineare che va da 10^{-12} a 10 W/m^2 non è comoda, e soprattutto non corrisponde a ciò che sentiamo: la sensazione di intensità cresce all'incirca con il logaritmo dell'intensità fisica, cioè cresce di un passo uguale ogni volta che l'intensità si moltiplica per uno stesso fattore. Per questo si definisce il **livello di intensità sonora**

$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0} \quad (I_0 = 1{,}0 \times 10^{-12}\ \text{W/m}^2)$$

In questo capitolo, come nel corso di matematica, «log» indica il logaritmo in base 10 (mentre «ln», usato in termodinamica, è il logaritmo naturale). Il livello si misura in **decibel** (simbolo dB), un decimo del *bel*, l'unità che si avrebbe senza il fattore 10 davanti al logaritmo; il nome ricorda Alexander Graham Bell. Il decibel non è un'unità come il metro: indica soltanto che la grandezza è dieci volte il logaritmo decimale di un rapporto fra due intensità. L'intensità di riferimento I_0 è la soglia di udibilità a 1000 Hz, che corrisponde quindi a 0 dB; un suono di 1 W/m^2 ha livello $10 \log(10^{12}) = 120$ dB. Per tornare dal livello all'intensità si inverte la definizione: $I = I_0 \cdot 10^{\beta/10}$. La Figura 7.3 riporta i livelli di alcune situazioni tipiche, gli stessi della Tabella A.5 dell'appendice.

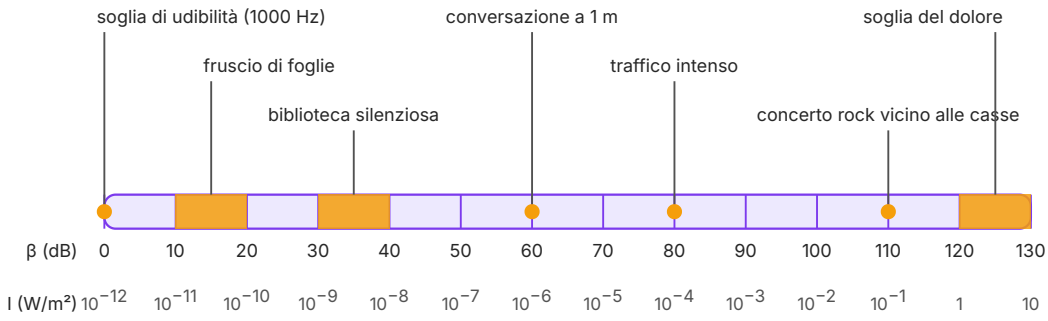


Figura 7.3 La scala dei livelli di intensità sonora, da 0 dB a 130 dB, con le intensità corrispondenti in W/m^2 e alcuni livelli indicativi (Tabella A.5). La scala delle intensità è logaritmica: tacche equidistanti corrispondono a intensità che si moltiplicano per 10.

La soglia di udibilità dipende dalla frequenza. L'orecchio è più sensibile fra 2000 e 5000 Hz, e molto meno ai suoni gravi: a 100 Hz serve un livello di qualche decina di decibel perché un suono si senta appena. Inoltre la sensazione non è esattamente proporzionale al livello: in media, un aumento di 10 dB è percepito come un suono circa due volte più forte.

DA RICORDARE

Le regole del decibel

Dalla definizione segue che la **differenza** fra i livelli di due suoni dipende soltanto dal **rapporto** fra le loro intensità: $\beta_2 - \beta_1 = 10\log(I_2/I_0) - 10\log(I_1/I_0) = 10\log(I_2/I_1)$, per la proprietà $\log a - \log b = \log(a/b)$. Da qui tre regole pratiche:

- intensità moltiplicata per 10: +10 dB; per 100: +20 dB; per 1000: +30 dB;
- intensità raddoppiata: $+10\log 2 = +3{,}0$ dB; dimezzata: −3,0 dB;
- per una sorgente puntiforme, distanza raddoppiata: l'intensità diventa un quarto, il livello cambia di $10\log(1/4) = -20\log 2 = -6{,}0$ dB. In generale $\beta_2 - \beta_1 = -20\log(r_2/r_1)$.

ERRORE FREQUENTE

Due suoni da 60 dB non fanno 120 dB

Due persone parlano, ciascuna con un livello di 60 dB nel punto in cui ti trovi. Quanto vale il livello complessivo? Non 120 dB, il livello di una sirena a pochi metri. I decibel non si sommano: si sommano le **intensità**, perché le due voci non sono coerenti e le loro energie si aggiungono. Ogni voce ha intensità $I = 1{,}0 \times 10^{-12}\ \text{W/m}^2 \times 10^6 = 1{,}0 \times 10^{-6}\ \text{W/m}^2$; insieme danno $2{,}0 \times 10^{-6}\ \text{W/m}^2$, e il livello è $10 \log(2{,}0 \times 10^6) = 63$ dB.

La regola generale: per combinare più sorgenti si passa dai livelli alle intensità, si sommano le intensità e si torna al livello. Due sorgenti uguali aggiungono 3 dB, dieci sorgenti uguali 10 dB. E se una sorgente è molto più forte dell'altra, la più debole quasi non conta: 80 dB e 70 dB insieme danno 80,4 dB.

COLLEGAMENTI

L'udito e i suoni troppo forti

Nell'orecchio interno la coclea, un piccolo condotto a spirale pieno di liquido, contiene migliaia di cellule sensoriali dotate di ciglia, le *cellule ciliate*, che trasformano le vibrazioni in segnali nervosi. Suoni molto intensi, o meno intensi ma ascoltati a lungo, possono danneggiarle; nell'uomo queste cellule non si rigenerano, e il danno è permanente. I primi segnali sono un fischio o un ronzio nelle orecchie dopo un concerto, l'*acufene*, e la sensazione di sentire «ovattato»; con il tempo si perde la capacità di sentire certe frequenze.

Il rischio dipende sia dal livello sia dalla durata dell'esposizione, e la fisica del decibel aiuta a capire perché un piccolo aumento del volume conti tanto. Ogni 3 dB in più l'intensità raddoppia, e l'orecchio riceve la stessa energia sonora nella metà del tempo; ogni 10 dB in più l'intensità è dieci volte maggiore. Tenere basso il volume degli auricolari, fare pause, allontanarsi dalle casse e usare tappi protettivi ai concerti sono precauzioni semplici, che proteggono un organo che non si può riparare.

7.5 Canne sonore e battimenti

7.5.1 Le onde stazionarie in una canna aperta

Nel capitolo 6 hai visto che una corda fissata alle estremità vibra soltanto con certe frequenze, quelle per cui nella corda si forma un'onda stazionaria. Lo stesso succede alla colonna d'aria contenuta in un tubo: un'onda sonora che la percorre si riflette alle estremità, sia a quella chiusa sia, in parte, a quella aperta, e la sovrapposizione delle onde che vanno e vengono dà onde stazionarie soltanto per certe frequenze, le frequenze proprie della colonna d'aria. È il principio degli strumenti a fiato, dall'organo al flauto: il suonatore eccita la colonna d'aria con un

getto d'aria contro uno spigolo, con un'ancia o con le labbra, e la colonna d'aria entra in risonanza alle sue frequenze proprie.

In una canna aperta a entrambe le estremità l'aria è libera di muoversi a tutte e due le bocche, dove la pressione resta quella atmosferica: le due estremità sono ventri dello spostamento. Fra due ventri consecutivi c'è mezza lunghezza d'onda, quindi la canna di lunghezza L contiene un numero intero di mezze lunghezze d'onda, come una corda fissata alle estremità, anche se lì le estremità erano nodi (Figura 7.4a). Le lunghezze d'onda possibili sono $\lambda_n = 2L/n$, e le frequenze

$$f_n = n\frac{v}{2L} \quad (n = 1, 2, 3, \ldots; \text{canna aperta})$$

Sono presenti tutte le armoniche, multiple della fondamentale $f_1 = v/(2L)$. Una canna lunga 65 cm, nell'aria a 20 °C, ha fondamentale 343 m/s/(1,30 m) ≈ 264 Hz, molto vicina al do centrale del pianoforte (262 Hz). Il flauto traverso si comporta come una canna aperta: un'estremità è aperta, e vicino all'altra, chiusa da un tappo, c'è il foro su cui il flautista soffia, che mette in comunicazione la colonna d'aria con l'esterno: anche lì c'è un ventre dello spostamento.

7.5.2 Le canne chiuse a un'estremità

Una **canna chiusa** a un'estremità ha un nodo di spostamento sul fondo chiuso, dove l'aria non può muoversi, e un ventre all'estremità aperta. Fra un nodo e il ventre più vicino c'è un quarto di lunghezza d'onda: la canna contiene quindi un numero dispari di quarti di lunghezza d'onda, $L = \lambda/4, 3\lambda/4, 5\lambda/4, \ldots$ (Figura 7.4b). Le frequenze possibili sono

$$f_n = (2n - 1)\frac{v}{4L} \quad (n = 1, 2, 3, \ldots; \text{canna chiusa a un'estremità})$$

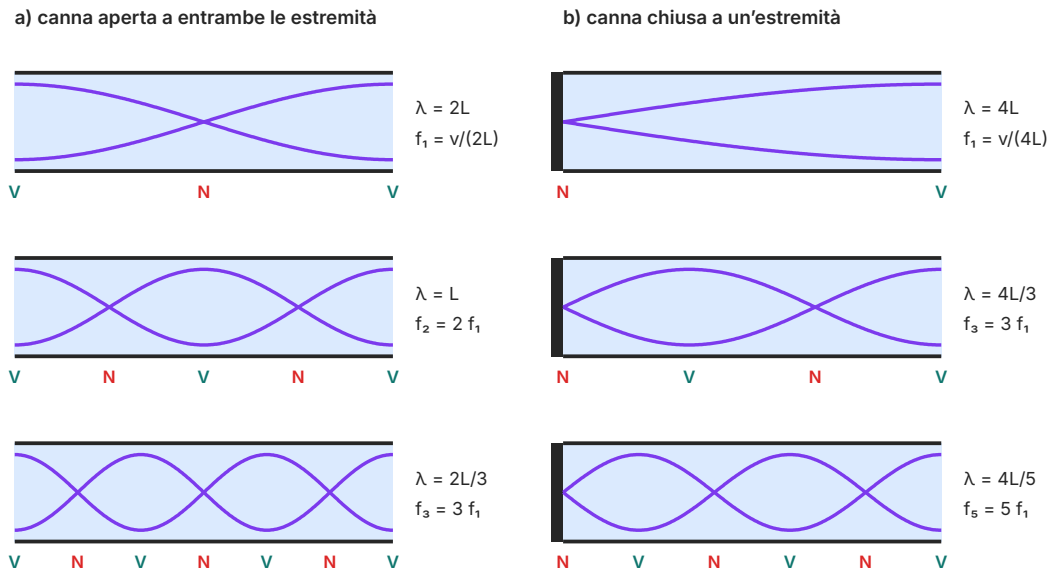


Figura 7.4 Le prime tre frequenze proprie di una canna di lunghezza L, calcolate. Le curve viola sono gli inviluppi entro cui oscilla lo spostamento dell'aria lungo la canna. a) Canna aperta alle due estremità: ventri a entrambe le bocche, tutte le armoniche. b) Canna chiusa a sinistra: nodo sul fondo chiuso, ventre alla bocca aperta, soltanto le armoniche dispari. La pressione ha i nodi dove lo spostamento ha i ventri, e viceversa.

Ci sono due differenze importanti rispetto alla canna aperta. La fondamentale ha lunghezza d'onda $4L$ invece di $2L$, quindi è un'ottava più bassa: a parità di lunghezza, una canna chiusa suona più grave. E mancano le armoniche pari: le frequenze proprie sono soltanto f_1, $3f_1$, $5f_1$, … Il clarinetto, il cui tubo è quasi cilindrico e chiuso dall'ancia all'estremità del bocchino, si comporta in buona approssimazione come una canna chiusa: per questo, a parità di lunghezza, ha note più gravi del flauto, il suo registro grave ha un timbro caratteristico, povero di armoniche pari, e quando il clarinettista «passa al registro superiore» la nota sale di un fattore 3, cioè di un'ottava e una quinta, invece che di un'ottava come nel flauto.

Anche il condotto uditivo è una canna chiusa: lungo circa 2,5 cm, è aperto verso l'esterno e chiuso dal timpano. La sua frequenza fondamentale è circa $343\ \text{m/s}/(4 \times 0{,}025\ \text{m}) \approx 3{,}4\ \text{kHz}$, ed è uno dei motivi per cui l'orecchio è particolarmente sensibile alle frequenze di qualche kilohertz.

Le formule che hai appena trovato sono un modello. Il ventre dello spostamento all'estremità aperta non cade esattamente sulla bocca, ma un poco fuori, perché l'aria che oscilla si estende oltre il tubo: tutto va come se la canna fosse un po' più lunga. La differenza si chiama **correzione di estremità**, è una frazione del raggio del tubo e abbassa di poco le frequenze calcolate. Nel laboratorio di questo capitolo vedrai come eliminarla dalla misura.

COLLEGAMENTI

In laboratorio: la velocità del suono con un tubo di risonanza

Materiali. Un tubo di vetro o di plastica trasparente lungo circa 1 m, con diametro interno di 4,0 cm, immerso verticalmente in un cilindro più largo pieno d'acqua, oppure collegato con un tubo di gomma a un serbatoio che si alza e si abbassa; un diapason da 512 Hz (incertezza ±1 Hz) e un martelletto di gomma, oppure uno smartphone con un'app che genera toni; un metro a nastro (risoluzione 1 mm); un termometro (±0,5 °C).

Procedimento. 1) Misura la temperatura dell'aula. 2) Porta il livello dell'acqua quasi alla bocca del tubo, colpisci il diapason e tienilo sopra la bocca. 3) Abbassa lentamente l'acqua: a certe lunghezze L della colonna d'aria il suono si rinforza nettamente. È la risonanza: la colonna, chiusa dall'acqua in basso e aperta in alto, è una canna chiusa a un'estremità che ha una frequenza propria uguale a quella del diapason. 4) Per ogni risonanza cerca il punto di massima intensità salendo e scendendo più volte con il livello, e misura L dalla bocca alla superficie dell'acqua; stima l'incertezza (qui ±0,5 cm). I dati di una prova sono nella Tabella 7.1.

Tabella 7.1 Lunghezze di risonanza della colonna d'aria con un diapason da 512 Hz, a 22,0 °C (dati tipici).

Risonanza	L (cm)	Differenza con la precedente (cm)
prima ($L \approx \lambda/4$)	15,6 ± 0,5	—
seconda ($L \approx 3\lambda/4$)	49,3 ± 0,5	33,7 ± 1,0
terza ($L \approx 5\lambda/4$)	82,7 ± 0,5	33,4 ± 1,0

Analisi. Fra due risonanze successive la lunghezza cresce di mezza lunghezza d'onda, e in questa differenza la correzione di estremità, che è la stessa per tutte le risonanze, si cancella. Dalla prima alla terza risonanza: $\lambda = L_3 - L_1 = (82{,}7 - 15{,}6)$ cm $= (67{,}1 \pm 1{,}0)$ cm. La velocità è $v = \lambda f = 0{,}671$ m $\times$ 512 Hz $= 343{,}6$ m/s, con un'incertezza relativa di $1{,}0/67{,}1 + 1/512 \approx 1{,}7\%$: $v = (344 \pm 6)$ m/s.

Confronto teoria–esperimento. A (22,0 ± 0,5) °C la formula $v = (331 + 0{,}6\,t_C)$ m/s prevede (344,2 ± 0,3) m/s. La misura, fra 338 e 350 m/s, comprende il valore previsto: misura e previsione sono compatibili. Inoltre la prima risonanza dovrebbe cadere a $\lambda/4 = 16{,}8$ cm, mentre si trova a 15,6 cm: la differenza, circa 1,2 cm, è la correzione di estremità, ed è circa 0,6 volte il raggio del tubo, in accordo con quanto si trova per un tubo di questo tipo.

Che cosa concludere. Il modello della canna chiusa descrive bene le risonanze, a patto di tenere conto della correzione di estremità; usando le differenze fra le risonanze la misura della velocità non ne risente. L'incertezza maggiore viene dalla posizione delle risonanze, che sono «larghe»: misurare più risonanze, o ripetere la serie con diapason di frequenze diverse e riportare L in funzione di $1/f$, la riduce.

Sicurezza. Colpisci il diapason sul martelletto di gomma, mai contro il tubo o il banco; maneggia il tubo di vetro con cura e asciuga subito l'acqua versata, soprattutto vicino a prese e dispositivi elettronici.

Per la relazione. Riporta la tabella con le incertezze, il calcolo di λ e di v e il confronto con la previsione. Ricava la correzione di estremità e confrontala con il raggio del tubo. Discuti perché non conviene calcolare v dalla sola prima risonanza, con $v = 4L_1 f$, e di quanto sbaglieresti. Proponi come usare lo stesso apparato per misurare la frequenza di un diapason sconosciuto.

7.5.3 I battimenti

Due diapason quasi uguali, uno da 440 Hz e uno da 443 Hz, suonati insieme, non danno un suono costante: si sente una nota sola, la cui intensità cresce e cala tre volte al secondo. Il fenomeno si chiama **battimenti**, ed è un caso di sovrapposizione di due onde con frequenze vicine, osservata non nello spazio ma nel tempo, in un punto fissato.

Nel punto in cui si trova l'orecchio le due onde, di uguale ampiezza A, fanno oscillare la pressione come $A\,\mathrm{sen}(2\pi f_1 t)$ e $A\,\mathrm{sen}(2\pi f_2 t)$. Per sommarle usi la formula di prostaferesi del capitolo 6, $\mathrm{sen}\,\alpha + \mathrm{sen}\,\beta = 2\,\mathrm{sen}((\alpha+\beta)/2)\cos((\alpha-\beta)/2)$:

$$y = 2A\cos\left(2\pi\,\frac{f_1 - f_2}{2}\,t\right)\cdot \mathrm{sen}\left(2\pi\,\frac{f_1 + f_2}{2}\,t\right)$$

Il secondo fattore è un'oscillazione rapida con la frequenza media delle due, ed è la nota che si sente. Il primo varia lentamente e fa da ampiezza variabile, l'inviluppo tratteggiato nella Figura 7.5. L'intensità del suono è massima ogni volta che il coseno vale +1 o −1, e il coseno passa per questi valori due volte in ogni suo periodo; quindi il numero di massimi al secondo, la **frequenza di battimento**, è il doppio della frequenza del coseno:

$$f_b = |f_1 - f_2|$$

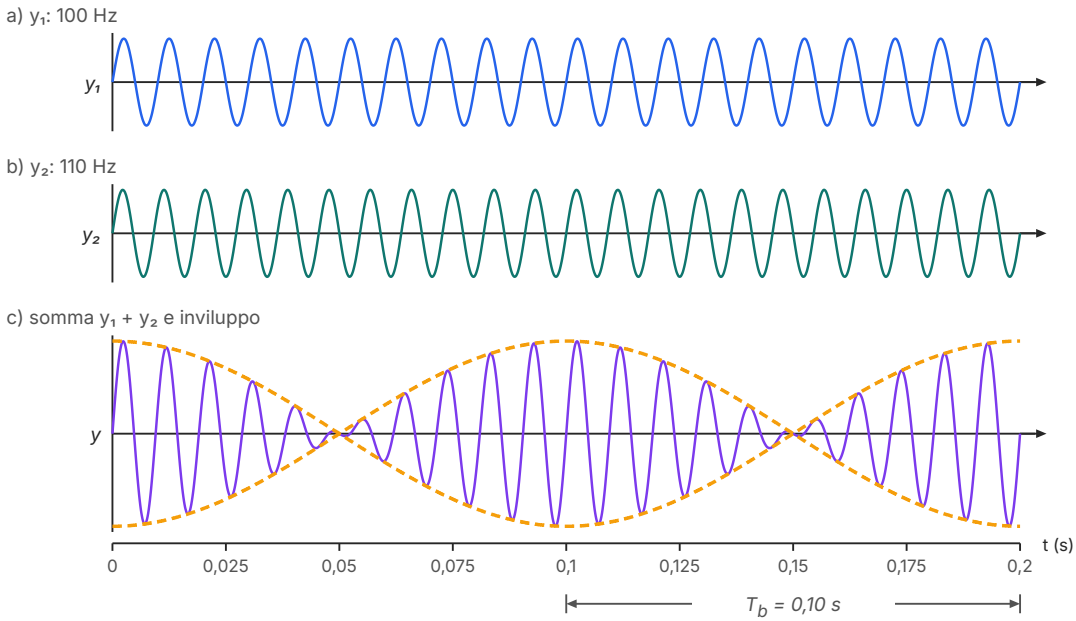


Figura 7.5 Battimenti, calcolati per due onde di uguale ampiezza con frequenze di 100 Hz (a) e 110 Hz (b), scelte basse perché le oscillazioni si possano distinguere. c) La somma oscilla con la frequenza media, 105 Hz, entro un inviluppo (tratteggiato) che si annulla e torna massimo con periodo $T_b = 1/|f_1 - f_2| = 0{,}10$ s.

Un controllo numerico della formula con i dati della figura: all'istante $t = 0{,}0125$ s, $\text{sen}(2\pi \times 100 \times 0{,}0125) + \text{sen}(2\pi \times 110 \times 0{,}0125) = \text{sen}(7{,}854) + \text{sen}(8{,}639) = 1{,}000 + 0{,}707 = 1{,}707$, e il secondo membro dà $2\cos(2\pi \times 5 \times 0{,}0125)\,\text{sen}(2\pi \times 105 \times 0{,}0125) = 2 \times 0{,}924 \times 0{,}924 = 1{,}707$.

I battimenti sono il metodo più preciso per accordare uno strumento a orecchio. Il musicista suona la stessa nota insieme a un diapason, o a uno strumento già accordato, e tende o allenta la corda finché i battimenti rallentano e scompaiono: quando $f_b = 0$ le due frequenze sono uguali. Se le frequenze differiscono di molto, invece, l'orecchio non sente più un'intensità che pulsa, ma due note distinte.

7.6 L'effetto Doppler

Se stai fermo sul marciapiede mentre un'ambulanza con la sirena accesa ti si avvicina, ti supera e si allontana, senti la sirena più acuta mentre arriva e più grave mentre se ne va. La sirena emette sempre la stessa frequenza; ciò che cambia è la frequenza che ricevi. Si chiama **effetto Doppler** la variazione della frequenza percepita dovuta al moto della sorgente o dell'osservatore rispetto al mezzo in cui l'onda si propaga. In tutto il paragrafo supponiamo che l'aria sia ferma, e misuriamo le velocità rispetto all'aria: v è la velocità del suono, v_s quella della sorgente, v_o quella dell'osservatore, f la frequenza emessa e f' quella ricevuta.

7.6.1 La sorgente in moto

Una sorgente ferma emette fronti d'onda sferici concentrici, distanziati di una lunghezza d'onda $\lambda = v/f$. Se invece la sorgente si muove verso destra con velocità v_s, ogni fronte d'onda parte da un punto più avanzato del precedente (Figura 7.6a). In un periodo T il fronte appena emesso percorre la distanza vT, ma nel frattempo la sorgente ha percorso v_sT nella stessa direzione e lì emette il fronte successivo: davanti alla sorgente la distanza fra due fronti è ridotta a $\lambda' = (v - v_s)T$, dietro è aumentata a $(v + v_s)T$. Un osservatore fermo davanti alla sorgente riceve onde che viaggiano a velocità v con lunghezza d'onda λ', quindi con frequenza

$$f' = \frac{v}{\lambda'} = \frac{v}{(v - v_s)T} = f\frac{v}{v - v_s}$$

Il denominatore è minore del numeratore, e la frequenza ricevuta è maggiore di quella emessa. Dietro la sorgente vale la stessa formula con $v + v_s$ al denominatore, e la frequenza è minore. Nota il ruolo del mezzo: i fronti d'onda, una volta emessi, si propagano nell'aria con velocità v indipendentemente da come si muoveva chi li ha emessi; del moto della sorgente resta traccia soltanto nella posizione dei loro centri, e quindi nella distanza fra un fronte e il successivo.

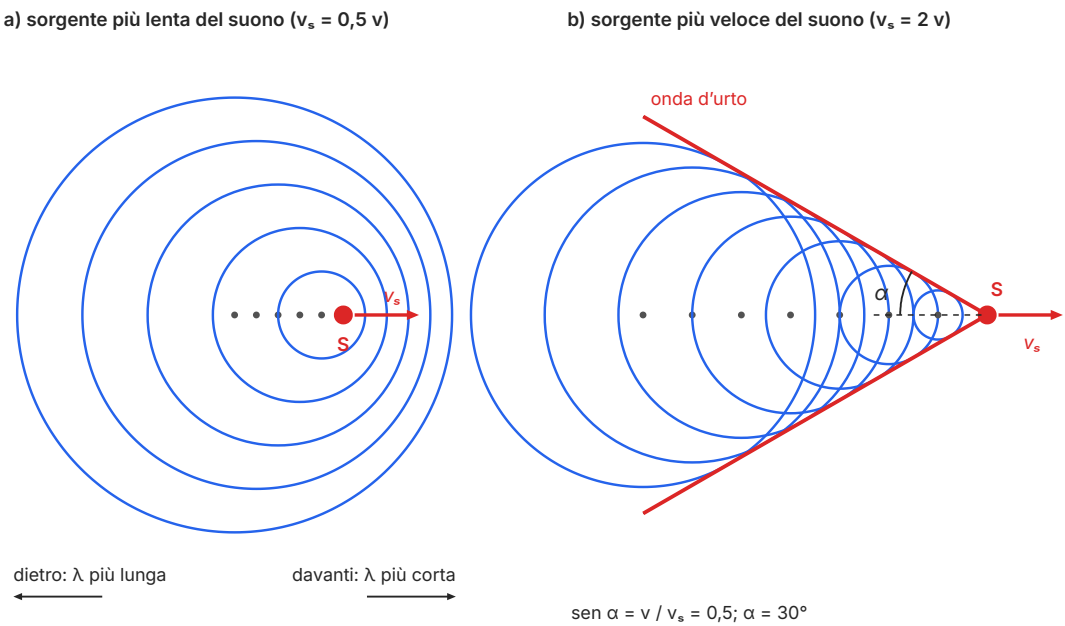


Figura 7.6 Fronti d'onda emessi a intervalli uguali da una sorgente S in moto verso destra, calcolati (i puntini grigi indicano dove si trovava S all'emissione di ciascun fronte). a) Con $v_s = 0{,}5\ v$ i fronti sono addensati davanti alla sorgente e diradati dietro. b) Con $v_s = 2\ v$ la sorgente precede i propri fronti, che si accumulano su un cono, l'onda d'urto, di semiapertura α con sen $\alpha = v/v_s$.

7.6.2 L'osservatore in moto

Ora la sorgente è ferma e l'osservatore le corre incontro con velocità v_o. La lunghezza d'onda nell'aria è quella normale, $\lambda = v/f$, perché la sorgente è ferma; ma rispetto all'osservatore, per la composizione galileiana delle velocità (*Fisica 3*, capitolo 2), le creste gli vengono incontro con velocità $v + v_o$, e lui ne incontra di più al secondo:

$$f' = \frac{v + v_o}{\lambda} = f\frac{v + v_o}{v}$$

Se l'osservatore si allontana, al numeratore c'è $v - v_o$. Le due situazioni non sono simmetriche: una sorgente che si avvicina a metà della velocità del suono dà $f' = 2f$, un osservatore che si avvicina alla stessa velocità dà $f' = 1{,}5f$. Il motivo è che il suono ha un mezzo, l'aria, e conta chi si muove rispetto a esso: nel primo caso cambia la lunghezza d'onda nell'aria, nel secondo cambia la velocità con cui l'osservatore attraversa le creste.

ESEMPIO SVOLTO

La formula generale dell'effetto Doppler

Obiettivo. Ricavare la frequenza ricevuta quando si muovono sia la sorgente sia l'osservatore, lungo la retta che li congiunge, e scrivere una regola per i segni.

Passo 1: la lunghezza d'onda nell'aria dipende solo dalla sorgente. Una volta emessi, i fronti si propagano nell'aria con velocità v. Se la sorgente si avvicina all'osservatore, la distanza fra due fronti nel tratto fra i due è $\lambda' = (v - v_s)/f$, qualunque cosa faccia l'osservatore.

Passo 2: la frequenza ricevuta dipende da come l'osservatore attraversa le creste. Se l'osservatore va incontro alle onde, le creste gli arrivano con velocità relativa $v + v_o$, e ne riceve $(v + v_o)/\lambda'$ al secondo.

Passo 3: si combinano i due passi. $f' = (v + v_o)/\lambda' = (v + v_o)\, f/(v - v_s)$, cioè

$$f' = f\frac{v \pm v_o}{v \mp v_s}$$

Passo 4: la regola dei segni. Si usano i segni superiori (+ al numeratore, − al denominatore) per un moto **di avvicinamento**, quelli inferiori per un moto di allontanamento, scegliendoli separatamente per l'osservatore (numeratore) e per la sorgente (denominatore). Un controllo che aiuta a non sbagliare: avvicinarsi, chiunque si muova, deve **alzare** la frequenza.

Controllo. Con $v_s = 0$ si ritrova la formula dell'osservatore in moto, con $v_o = 0$ quella della sorgente in moto, e se entrambi sono fermi $f' = f$. Se sorgente e osservatore si muovono nella stessa direzione con la stessa velocità, uno dietro l'altro, l'osservatore, davanti, si allontana (segno inferiore al numeratore) e la sorgente, dietro, si avvicina (segno superiore al denominatore): $f' = f(v - u)/(v - u) = f$: non c'è effetto, come per due ciclisti che pedalano uno dietro l'altro alla stessa velocità, in aria ferma: quello davanti sente il campanello dell'altro con la frequenza emessa.

7.6.3 Che cosa si sente quando una sorgente passa

La formula contiene una conseguenza che molti trovano sorprendente. Se una sorgente si avvicina a velocità costante lungo la retta che la unisce all'osservatore, la frequenza ricevuta è **costante**, più alta di f; nell'istante in cui la sorgente passa scende bruscamente al valore più basso, che poi resta costante mentre la sorgente si allontana. Se invece la sorgente passa a una certa distanza, per esempio su una strada mentre tu sei sul marciapiede, conta soltanto la componente della sua velocità diretta verso di te, che diminuisce man mano che la sorgente si avvicina al punto di minima distanza, si annulla lì e cambia segno dopo: la frequenza scende in modo graduale, tanto più rapidamente quanto più sei vicino alla strada (Figura 7.7).

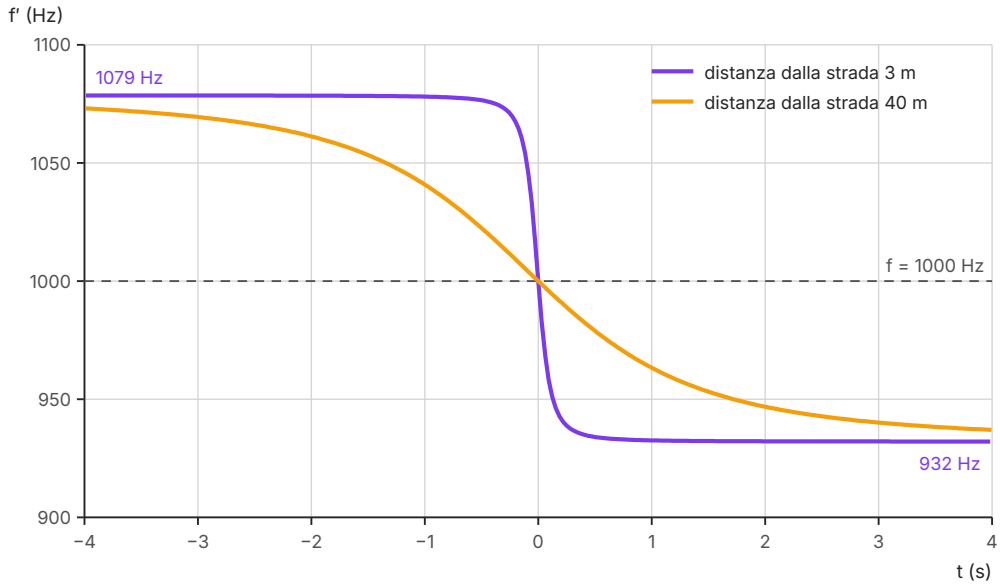


Figura 7.7 Frequenza ricevuta da un osservatore fermo mentre una sorgente che emette 1000 Hz percorre una strada rettilinea a 25 m/s, calcolata per due distanze dell'osservatore dalla strada (v = 343 m/s). L'istante t = 0 è quello in cui arriva il suono emesso dalla sorgente nel punto di minima distanza. Lontano dal passaggio la frequenza tende a 1079 Hz prima e a 932 Hz dopo; il calo è tanto più brusco quanto più l'osservatore è vicino alla strada.

ERRORE FREQUENTE

«Mentre si avvicina, il suono diventa sempre più acuto»

È l'impressione di molti, ma è sbagliata. Mentre un'auto si avvicina a velocità costante la frequenza che ricevi è costante, come mostrano le parti piatte delle curve della Figura 7.7. Ciò che cresce è l'**intensità**, perché la distanza diminuisce: il suono diventa sempre più forte, non sempre più acuto. Il cambiamento di altezza avviene tutto attorno all'istante del passaggio, ed è quello che l'orecchio nota.

ESEMPIO SVOLTO

Quanto andava veloce l'ambulanza?

Problema. Con un'app che analizza il suono, uno studente registra la sirena di un'ambulanza che gli passa vicino e ottiene un grafico della frequenza in funzione del tempo simile alla curva viola della Figura 7.7. Prima del passaggio legge un valore costante di 1079 Hz, dopo il passaggio 932 Hz. L'aria è a 20 °C. Ricava la velocità dell'ambulanza e la frequenza emessa dalla sirena.

Soluzione. Lontano dal passaggio la sorgente si muove quasi lungo la retta che la congiunge allo studente, che è fermo. In avvicinamento $f_a = f\,v/(v - v_s)$, in allontanamento $f_r = f\,v/(v + v_s)$. Le incognite sono due, f e v_s; dividendo membro a membro f si elimina:

$$\frac{f_a}{f_r} = \frac{v + v_s}{v - v_s} \Rightarrow v_s = v\,\frac{f_a - f_r}{f_a + f_r}$$

Sostituendo: v_s = 343 m/s × (1079 − 932) Hz/(1079 + 932) Hz = 343 m/s × 147/2011 = 25,1 m/s, cioè circa 90 km/h. La frequenza emessa si ricava da una delle due relazioni: $f = f_a(v - v_s)/v$ = 1079 Hz × (343 − 25,1)/343 = 1000 Hz. Controllo con l'altra: $f_r(v + v_s)/v$ = 932 Hz × 368,1/343 = 1000 Hz.

Commento. Non serve conoscere la frequenza della sirena: il **rapporto** fra le due frequenze basta a dare la velocità. Le frequenze vanno lette sui tratti piatti, lontano dal passaggio; leggendole troppo vicino all'istante del passaggio, dove la curva scende, si sottostimerebbe la velocità. Il calo da 1079 Hz a 932 Hz, circa il 14%, corrisponde a due semitoni e mezzo: un intervallo ben udibile.

7.6.4 Le applicazioni

L'effetto Doppler non riguarda solo il suono, ma tutte le onde, e ha molte applicazioni. In medicina l'ecografia Doppler misura la velocità del sangue: la sonda emette ultrasuoni di qualche megahertz che vengono riflessi dai globuli rossi in moto. Ogni globulo rosso fa due volte da protagonista, prima come osservatore in moto che riceve l'onda e poi come sorgente in moto che la rimanda indietro, e la frequenza dell'eco differisce da quella emessa di qualche kilohertz: una differenza che, trasformata in suono, il medico ascolta come il «soffio» del flusso sanguigno (lo calcolerai in uno dei problemi di fine capitolo). In astronomia la luce delle galassie lontane arri-

va con le righe spettrali spostate verso frequenze più basse, verso il rosso: è il segno che le galassie si allontanano da noi, anche se una descrizione precisa del fenomeno richiede la relatività, che studierai il prossimo anno.

7.6.5 L'onda d'urto e il cono di Mach

Che cosa succede se la sorgente è più veloce del suono, $v_s > v$? La sorgente precede i fronti d'onda che emette, e questi non possono più stare davanti a lei: si accumulano tutti sulla superficie di un cono che ha il vertice nella sorgente (Figura 7.6b). Su questa superficie i fronti si sovrappongono e producono una variazione di pressione brusca e intensa, l'**onda d'urto**.

La semiapertura α del cono si trova con un triangolo rettangolo. In un tempo t la sorgente percorre $v_s t$, mentre il fronte emesso all'inizio è una sfera di raggio vt, tangente al cono. Il raggio è il cateto opposto ad α, il percorso della sorgente l'ipotenusa:

$$\operatorname{sen}\alpha = \frac{vt}{v_s t} = \frac{v}{v_s}$$

Il cono si chiama **cono di Mach**, e il rapporto v_s/v è il **numero di Mach**: un aereo che vola a Mach 2 va a una velocità doppia di quella del suono nell'aria in cui si trova, e il suo cono ha sen $\alpha = 1/2$, cioè $\alpha = 30°$. Più l'aereo è veloce, più il cono è stretto.

Un aereo supersonico trascina con sé il proprio cono di Mach per tutto il tempo in cui vola più veloce del suono. Quando il cono raggiunge il suolo e investe un osservatore, questi sente un colpo secco e fortissimo, il **bang sonico**, dovuto al brusco salto di pressione dell'onda d'urto; gli osservatori lungo una fascia sotto la rotta lo sentono uno dopo l'altro, man mano che il cono li raggiunge.

APPROFONDIMENTO

Doppler, le stelle doppie e i trombettisti sul treno

Nel 1842 il fisico e matematico austriaco Christian Doppler, che insegnava a Praga, presentò un lavoro sulla luce colorata delle stelle doppie. La sua idea era generale: se una sorgente di onde e un osservatore si avvicinano, l'osservatore riceve più onde al secondo; se si allontanano, ne riceve di meno. Doppler pensava di spiegare così i colori di alcune stelle, che a suo avviso dipendevano dal loro moto. Su questo punto aveva torto: le velocità delle stelle sono troppo piccole rispetto a quella della luce per cambiarne in modo visibile il colore. Ma il principio era giusto, e si poteva verificare con il suono, molto più lento della luce.

Lo fece nel 1845 il meteorologo olandese Christophorus Buys Ballot, scettico sulle conclusioni astronomiche di Doppler. Su una linea ferroviaria nei pressi di Utrecht una locomotiva trainava un vagone aperto con alcuni suonatori di tromba, che tenevano una nota fissa; lungo i binari altri musicisti, con un orecchio allenato a riconoscere l'altezza delle note, annotavano che cosa sentivano mentre il treno si avvicinava e si allontanava. La nota risultava più alta in avvicinamento e più bassa in allontanamento, in accordo con la previsione. Un principio nato per la luce delle stelle era stato verificato con il suono e un treno.

IN SINTESI

Le formule del capitolo

$v = \sqrt{(\gamma RT/M_{\text{mol}})} \approx (331 + 0{,}6\, t_C)$ m/s — velocità del suono in un gas (aria: 343 m/s a 20 °C); cresce con la radice della temperatura assoluta, non dipende dalla pressione né dalla frequenza. Nei liquidi e nei solidi è molto maggiore (Tabella A.4).

$\Delta t = 2d/v$ — ritardo dell'eco di un ostacolo a distanza d; il suono percorre la distanza due volte.

$I = P/(4\pi r^2)$ — intensità (W/m^2) a distanza r da una sorgente puntiforme che emette la potenza P in tutte le direzioni, senza riflessioni.

$\beta = 10 \log(I/I_0)$, $I_0 = 1{,}0 \times 10^{-12}$ W/m^2 — livello di intensità sonora in decibel (log in base 10); $I = I_0 \cdot 10^{\beta/10}$. Intensità ×2: +3 dB; ×10: +10 dB; distanza ×2 (sorgente puntiforme): −6 dB. Per più sorgenti incoerenti si sommano le intensità, non i livelli.

$f_n = n\, v/(2L)$ — canna aperta alle due estremità: tutte le armoniche ($n = 1, 2, 3, \ldots$). $f_n = (2n - 1)\, v/(4L)$ — canna chiusa a un'estremità: solo le armoniche dispari, fondamentale con $\lambda = 4L$. Valgono a meno della correzione di estremità.

$f_b = |f_1 - f_2|$ — frequenza di battimento di due suoni di frequenze vicine; la nota percepita ha la frequenza media.

$f' = f\,(v \pm v_o)/(v \mp v_s)$ — effetto Doppler, velocità misurate rispetto all'aria ferma, lungo la congiungente: segni superiori per l'avvicinamento, inferiori per l'allontanamento. Non è simmetrico fra sorgente e osservatore.

$\operatorname{sen} \alpha = v/v_s$ — semiapertura del cono di Mach, per $v_s > v$; v_s/v è il numero di Mach.

SINTESI

- Il suono è un'onda meccanica longitudinale: gli strati del mezzo oscillano nella direzione di propagazione, formando compressioni e rarefazioni. Senza un mezzo il suono non si propaga.
- Un'onda sonora si descrive con lo spostamento y degli strati o con la variazione di pressione Δp; le due onde sono sfasate di un quarto di lunghezza d'onda, e in un'onda stazionaria dove lo spostamento ha un ventre la pressione ha un nodo.
- Nell'aria $v = \sqrt{(\gamma RT/M_{\text{mol}})} \approx (331 + 0{,}6\ t_C)$ m/s, 343 m/s a 20 °C; nei liquidi e nei solidi la velocità è molto maggiore. La velocità non dipende dalla frequenza.
- L'eco e il sonar misurano distanze dal ritardo di un suono riflesso, $\Delta t = 2d/v$; gli ultrasuoni, con lunghezze d'onda piccole, permettono di distinguere dettagli piccoli.
- L'altezza dipende dalla frequenza (udibile fra circa 20 Hz e 20 kHz; sotto infrasuoni, sopra ultrasuoni); l'ottava è il rapporto 2 : 1. Il timbro dipende dallo spettro, cioè dalle ampiezze relative delle armoniche.
- L'intensità di una sorgente puntiforme decresce come $1/r^2$. Il livello $\beta = 10 \log(I/I_0)$ si misura in decibel: +3 dB raddoppiano l'intensità, +10 dB la decuplicano, raddoppiare la distanza toglie 6 dB.
- Per combinare sorgenti incoerenti si sommano le intensità: due sorgenti uguali danno 3 dB in più, non il doppio dei decibel.
- In una canna aperta alle due estremità $f_n = nv/(2L)$ con tutte le armoniche; in una canna chiusa a un'estremità $f_n = (2n - 1)v/(4L)$, solo armoniche dispari, e la fondamentale è un'ottava più bassa.
- Due suoni di frequenze vicine producono battimenti con frequenza $f_b = |f_1 - f_2|$, usati per accordare gli strumenti.
- L'effetto Doppler: $f' = f(v \pm v_o)/(v \mp v_s)$. Una sorgente che si avvicina a velocità costante si sente più acuta e con altezza costante; la frequenza cala attorno al passaggio.
- Una sorgente più veloce del suono genera un'onda d'urto a forma di cono, con $\operatorname{sen} \alpha = v/v_s$; il cono accompagna l'aereo per tutto il volo supersonico, e ogni osservatore al suolo sente il bang sonico quando il cono lo raggiunge.

ESERCIZI

Comprendere e ricordare

1. ● Nell'aria il suono si propaga come un'onda:
   A. trasversale, come un'onda su una corda
   B. longitudinale, con compressioni e rarefazioni
   C. che trasporta l'aria dalla sorgente all'orecchio
   D. che può propagarsi anche nel vuoto

2. ●● In un punto in cui, in un certo istante, lo spostamento degli strati d'aria è massimo, la variazione di pressione è:
   A. massima
   B. minima, cioè la più negativa
   C. metà del valore massimo
   D. nulla

3. ● Se la temperatura dell'aria aumenta, la velocità del suono:
   A. aumenta, proporzionalmente alla radice quadrata della temperatura assoluta
   B. diminuisce, perché l'aria diventa meno densa
   C. non cambia, perché dipende solo dalla pressione
   D. aumenta, proporzionalmente alla temperatura Celsius

4. ● L'altezza di un suono è determinata soprattutto:
   A. dall'ampiezza dell'onda
   B. dalla forma d'onda
   C. dalla frequenza
   D. dalla velocità di propagazione

5. ●● Se l'intensità di un suono viene moltiplicata per 100, il suo livello sonoro:
   A. raddoppia
   B. aumenta di 20 dB
   C. aumenta di 100 dB
   D. aumenta di 2 dB

6. ●● In una canna lunga L, chiusa a un'estremità, la lunghezza d'onda della fondamentale è:
   A. $L/2$
   B. L
   C. $2L$
   D. $4L$

7. ● Due diapason di 256 Hz e 260 Hz suonati insieme producono battimenti con frequenza:
   A. 4 Hz
   B. 258 Hz
   C. 2 Hz
   D. 516 Hz

8. ●● Una sorgente si avvicina a velocità costante, lungo una retta, a un osservatore fermo. La frequenza che l'osservatore riceve:
   A. cresce continuamente mentre la sorgente si avvicina
   B. è uguale a quella emessa finché la sorgente non lo supera
   C. è maggiore di quella emessa e costante
   D. è minore di quella emessa e costante

9. ● Un violino e una tromba suonano la stessa nota con lo stesso livello sonoro. I due suoni si distinguono perché hanno:
   A. frequenze fondamentali diverse
   B. ampiezze relative delle armoniche diverse
   C. velocità di propagazione diverse
   D. lunghezze d'onda della fondamentale diverse

Vero o falso

10. ● Il suono si propaga anche nel vuoto, ma più lentamente che nell'aria. V / F

11. ● Nell'aria a 20 °C un suono di 50 Hz e uno di 5000 Hz si propagano con la stessa velocità. V / F

12. ●● Due altoparlanti uguali producono ciascuno, in un punto P, un livello di 70 dB. Accesi insieme producono in P un livello di 140 dB. V / F

13. ●● In una canna aperta a entrambe le estremità sono presenti soltanto le armoniche dispari. V / F

14. ●● Il bang sonico si sente soltanto nell'istante in cui un aereo supera la velocità del suono. V / F

Applicare

15. ● Calcola la velocità del suono nell'aria a −10 °C e a 35 °C.

16. ● Calcola, nell'aria a 20 °C, la lunghezza d'onda: a) del suono più grave udibile, 20 Hz; b) del più acuto, 20 kHz. c) Un suono di 1000 Hz passa dall'aria (343 m/s) all'acqua dolce (1480 m/s): quali grandezze cambiano e quali no? Calcola le due lunghezze d'onda.

17. ● Gridi davanti a una parete di roccia e senti l'eco 1,6 s dopo. L'aria è a 20 °C. A che distanza si trova la parete?

18. ●● a) Calcola il livello sonoro di un suono di intensità $3{,}2 \times 10^{-5}$ W/m^2. b) Calcola l'intensità di un suono di 85 dB.

19. ●● Una piccola sorgente emette una potenza sonora di 0,80 W uniformemente in tutte le direzioni, all'aperto. Calcola l'intensità e il livello sonoro a 5,0 m e a 10 m dalla sorgente.

20. ●● Un tubo lungo 60 cm è aperto alle due estremità; l'aria è a 20 °C. a) Calcola le frequenze delle prime tre armoniche. b) Se chiudi una delle estremità, quali sono le prime tre frequenze proprie? (Trascura la correzione di estremità.)

21. ●● Una chitarrista suona la corda del la insieme a un diapason da 440 Hz e sente 3 battimenti al secondo. Tende un poco la corda, e i battimenti diventano 5 al secondo. Completa: prima di tenderla la corda vibrava a _____ Hz; ora vibra a _____ Hz; per accordarla deve _____ la corda.

22. ●● Nella Figura 7.5c misura sull'asse dei tempi l'intervallo fra due massimi successivi dell'inviluppo e verifica che corrisponde a $|f_1 - f_2|$. Quante oscillazioni compie la somma y in un periodo dei battimenti?

Problemi

23. ●● Il sonar di una nave invia verso il fondo un impulso di ultrasuoni di 40 kHz e ne riceve l'eco dopo 0,84 s. La velocità del suono nell'acqua di mare è 1520 m/s. a) Quanto è profondo il fondale? b) Qual è la lunghezza d'onda dell'impulso nell'acqua? c) E quale avrebbe nell'aria a 20 °C? Spiega quale grandezza resta la stessa nei due mezzi.

24. ●● Un tosaerba produce un livello di 90 dB a 2,0 m di distanza. Consideralo una sorgente puntiforme che emette uniformemente in tutte le direzioni, senza riflessioni. a) Quale livello si misura a 16 m? b) Qual è la potenza sonora emessa? c) Quale livello si misura a 2,0 m da due tosaerba uguali, entrambi a quella distanza?

25. ●●● Un'ambulanza viaggia a 25 m/s con la sirena che emette 960 Hz; l'aria è ferma, a 20 °C. a) Quale frequenza riceve un pedone fermo davanti all'ambulanza? b) E dopo che l'ambulanza lo ha superato? c) Quale frequenza riceve il conducente di un'auto che va incontro all'ambulanza a 15 m/s? d) Di che percentuale cala la frequenza percepita dal pedone quando l'ambulanza lo supera?

26. ●●● Ecografia Doppler. Una sonda emette ultrasuoni di 5,0 MHz lungo un vaso sanguigno, nel quale il sangue scorre verso la sonda a 0,40 m/s. Nei tessuti il suono viaggia a 1540 m/s. a) Quale frequenza ricevono i globuli rossi? b) Quale frequenza ha l'eco che torna alla sonda? c) Calcola la differenza fra la frequenza dell'eco e quella emessa, e spiega perché il medico la può ascoltare.

27. ●●● Un aereo vola orizzontalmente a Mach 1,6 a 8,0 km di quota, dove l'aria è a −37 °C. Supponi, per semplicità, che la velocità del suono sia la stessa a tutte le quote. a) Calcola la velocità del suono a quella temperatura e la velocità dell'aereo. b) Calcola la semiapertura del cono di Mach. c) Quanto tempo dopo che l'aereo è passato esattamente sopra la sua testa un osservatore a terra sente il bang sonico?

28. ●●● Nel capitolo 2 hai visto che la velocità del suono in un gas è $v = \sqrt{(\gamma p/d)}$. a) Usando l'equazione di stato dei gas perfetti, riscrivila in funzione della temperatura e calcola la velocità nell'aria (γ = 1,40, M_{mol} = 28,96 g/mol) a 20 °C e nell'elio (γ = 5/3, M_{mol} = 4,003 g/mol) a 0 °C; confronta con la Tabella A.4. b) Un tubo di 50 cm aperto alle due estremità ha fondamentale 343 Hz nell'aria a 20 °C. Quale fondamentale ha se lo riempi di elio a 20 °C?

29. ●●● Con un tubo di risonanza chiuso in basso dall'acqua e un diapason da 440 Hz, una classe trova le prime due risonanze a 18,6 cm e a 57,6 cm dalla bocca. a) Ricava la lunghezza d'onda e la velocità del suono. b) Stima la temperatura dell'aula. c) Calcola la correzione di estremità.

30. ●●● La corda più grave di una chitarra classica, lunga 65 cm fra il ponticello e il capotasto, ha la fondamentale a 196 Hz e una densità lineare di 1,2 g/m. a) Calcola la velocità delle onde sulla corda e la sua tensione (capitolo 6). b) Quanto deve essere lunga una canna d'organo chiusa a un'estremità, nell'aria a 20 °C, per avere la stessa fondamentale? c) La nota che senti dalla chitarra ha lunghezza d'onda uguale a quella delle onde sulla corda?

Ragionare e argomentare

31. ●● Chi respira un po' di elio e poi parla ha una voce buffa, «da cartone animato». Le corde vocali, però, vibrano più o meno con la stessa frequenza di prima. Spiega che cosa cambia, usando la velocità del suono nell'elio e quello che sai sul timbro e sulle risonanze delle cavità.

32. ●●● Stima di Fermi. Una persona che parla a voce normale produce un livello di circa 60 dB a 1 m di distanza. a) Stima la potenza sonora della sua voce, supponendo che il suono si distribuisca uniformemente in tutte le direzioni. b) Quante persone dovrebbero parlare contemporaneamente per produrre, in totale, una potenza sonora di 10 W? Commenta il risultato.

33. ●● Trova l'errore. Uno studente scrive: «Quando un treno si avvicina a velocità costante, il fischio diventa sempre più acuto man mano che il treno è più vicino, e diventa più grave appena il treno è passato». Che cosa c'è di giusto e che cosa di sbagliato? Che cosa aumenta davvero mentre il treno si avvicina?

PER APPROFONDIRE

- [FEY] R. P. Feynman, R. B. Leighton, M. Sands, *La fisica di Feynman*, vol. I: i capitoli sul suono, sui battimenti e sull'armonia, con la spiegazione di perché alcuni intervalli musicali suonano consonanti.
- [HEW] P. G. Hewitt, *Conceptual Physics*: i capitoli sul suono e sulla musica, ricchi di esempi quotidiani e quasi senza formule, utili per fissare le idee prima dei problemi.
- [HRW] D. Halliday, R. Resnick, J. Walker, *Fondamenti di fisica*: il capitolo sulle onde sonore, con la relazione fra onda di spostamento e onda di pressione e molti problemi sull'effetto Doppler.
- [TAY] J. R. Taylor, *Introduzione all'analisi degli errori*: le regole per propagare le incertezze, da applicare alla misura della velocità del suono con il tubo di risonanza.

Glossario del capitolo

Altezza
Caratteristica che fa percepire un suono come acuto o grave; dipende dalla frequenza.

Bang sonico
Colpo forte e secco udito al suolo quando l'onda d'urto di un oggetto supersonico raggiunge l'osservatore.

Battimenti
Variazione periodica dell'intensità prodotta dalla sovrapposizione di due suoni di frequenze vicine; la frequenza di battimento è $|f_1 - f_2|$.

Canna chiusa
Colonna d'aria chiusa a un'estremità e aperta all'altra; ha frequenze proprie $(2n - 1)v/(4L)$, cioè solo armoniche dispari.

Cono di Mach
Superficie conica, con vertice in una sorgente più veloce del suono, su cui si accumulano i fronti d'onda; sen $\alpha = v/v_s$.

Correzione di estremità
Piccola distanza oltre la bocca aperta di una canna alla quale si trova davvero il ventre dello spostamento; rende la canna «acusticamente» più lunga.

Decibel
Unità (dB) del livello di intensità sonora: dieci volte il logaritmo decimale di un rapporto fra intensità.

Eco
Suono riflesso da un ostacolo che giunge all'orecchio abbastanza in ritardo da essere percepito distinto dal suono diretto.

Effetto Doppler
Variazione della frequenza ricevuta dovuta al moto della sorgente o dell'osservatore rispetto al mezzo.

Infrasuoni
Onde sonore di frequenza inferiore a circa 20 Hz, non udibili dall'orecchio umano.

Livello di intensità sonora
$\beta = 10 \log(I/I_0)$, con $I_0 = 1{,}0 \times 10^{-12}$ W/m^2; si misura in decibel.

Numero di Mach
Rapporto fra la velocità di un oggetto e la velocità del suono nel mezzo in cui si muove.

Onda d'urto
Brusca e intensa variazione di pressione che si forma quando una sorgente si muove più veloce delle onde che emette.

Onda di pressione
Descrizione di un'onda sonora mediante la variazione di pressione Δp; è sfasata di un quarto di lunghezza d'onda rispetto all'onda di spostamento.

Ottava
Intervallo fra due note le cui frequenze stanno nel rapporto 2 : 1.

Soglia di udibilità
Intensità minima di un suono percepibile; a 1000 Hz vale circa $1{,}0 \times 10^{-12}$ W/m^2, cioè 0 dB.

Timbro
Caratteristica che distingue due suoni di uguale altezza e intensità; dipende dalle ampiezze relative delle armoniche.

Ultrasuoni
Onde sonore di frequenza superiore a circa 20 kHz, usate nel sonar e nell'ecografia.

Soluzioni

1. B. Gli strati d'aria oscillano nella direzione di propagazione; l'aria non viaggia, e nel vuoto il suono non si propaga.

2. D. Dove lo spostamento è massimo gli strati vicini sono spostati quasi della stessa quantità: la loro distanza non cambia e $\Delta p = 0$. Le due onde sono sfasate di $\lambda/4$.

3. A. $v = \sqrt{(\gamma RT/M_{\text{mol}})} \propto \sqrt{T}$; la retta 331 + 0,6 t_C è solo un'approssimazione di questa dipendenza, e non è una proporzionalità.

4. C. L'altezza è la sensazione associata alla frequenza; l'ampiezza è legata all'intensità, la forma d'onda al timbro.

5. B. $\Delta\beta = 10 \log 100 = 10 \times 2 = 20$ dB.

6. D. Fra il nodo sul fondo e il ventre alla bocca c'è $\lambda/4$, quindi $L = \lambda/4$ e $\lambda = 4L$.

7. A. $f_b = |260 \text{ Hz} - 256 \text{ Hz}| = 4$ Hz; la nota percepita ha la frequenza media, 258 Hz.

8. C. $f' = f\,v/(v - v_s)$ è costante se v_s è costante, ed è maggiore di f. Cresce l'intensità, non l'altezza.

9. B. La nota (quindi la fondamentale) e il livello sono gli stessi; il timbro dipende dallo spettro delle armoniche.

10. F. Il suono è un'onda meccanica e ha bisogno di un mezzo: nel vuoto non si propaga affatto (esperimento della campana a vuoto).

11. V. La velocità è fissata dal mezzo e, nell'aria, non dipende dalla frequenza: 343 m/s per entrambi; cambia la lunghezza d'onda (6,86 m e 6,86 cm).

12. F. Si sommano le intensità: l'intensità raddoppia e il livello cresce di 10 log 2 ≈ 3 dB, cioè 73 dB.

13. F. Con ventri a entrambe le estremità $L = n\lambda/2$ per ogni n intero: ci sono tutte le armoniche. Solo la canna chiusa a un'estremità ha soltanto armoniche dispari.

14. F. Il cono di Mach accompagna l'aereo per tutto il volo supersonico; ogni osservatore sotto la rotta sente il bang quando il cono lo raggiunge.

15. $v = (331 + 0{,}6\,t_C)$ m/s: a −10 °C, $v = (331 - 6)$ m/s = 325 m/s; a 35 °C, $v = (331 + 21)$ m/s = 352 m/s. Il mezzo, e la sua temperatura, fissano la velocità.

16. a) $\lambda = v/f = (343 \text{ m/s})/(20 \text{ Hz}) = 17$ m. b) $\lambda = (343 \text{ m/s})/(2{,}0 \times 10^4 \text{ Hz}) = 1{,}7 \times 10^{-2}$ m = 1,7 cm. c) La frequenza, fissata dalla sorgente, resta 1000 Hz; cambiano la velocità, fissata dal mezzo, e la lunghezza d'onda: 0,343 m nell'aria, (1480 m/s)/(1000 Hz) = 1,48 m nell'acqua.

17. Il suono va e torna: $2d = v\Delta t$, $d = (343 \text{ m/s} \times 1{,}6 \text{ s})/2 = 2{,}7 \times 10^2$ m.

18. a) $\beta = 10 \log(3{,}2 \times 10^{-5}/1{,}0 \times 10^{-12}) = 10 \log(3{,}2 \times 10^7) = 10 \times 7{,}51 = 75$ dB. b) $I = I_0 \cdot 10^{8{,}5} = 1{,}0 \times 10^{-12}$ W/m^2 $\times\, 3{,}16 \times 10^8 = 3{,}2 \times 10^{-4}$ W/m^2.

19. A 5,0 m: $I = P/(4\pi r^2) = 0{,}80 \text{ W}/(4\pi \times 25 \text{ m}^2) = 2{,}5 \times 10^{-3}$ W/m^2, $\beta = 10 \log(2{,}55 \times 10^9) = 94$ dB. A 10 m: l'intensità è un quarto, $6{,}4 \times 10^{-4}$ W/m^2, e $\beta = 94 \text{ dB} - 6 \text{ dB} = 88$ dB.

20. a) $f_1 = v/(2L) = (343 \text{ m/s})/(1{,}20 \text{ m}) = 286$ Hz; $f_2 = 2f_1 = 572$ Hz; $f_3 = 3f_1 = 858$ Hz. b) Canna chiusa: $f_1 = v/(4L) = (343 \text{ m/s})/(2{,}40 \text{ m}) = 143$ Hz, poi soltanto le armoniche dispari: 3 × 143 Hz = 429 Hz e 5 × 143 Hz = 715 Hz.

21. Prima la corda vibrava a 443 Hz (o a 437 Hz: 3 battimenti al secondo non distinguono); tendendola la sua frequenza sale, e i battimenti aumentano solo se era già sopra 440 Hz: dunque era a 443 Hz e ora vibra a 445 Hz. Per accordarla deve **allentare** la corda, finché i battimenti scompaiono.

22. I massimi dell'inviluppo cadono a $t = 0$, 0,10 s e 0,20 s: $T_b = 0{,}10$ s, $f_b = 1/T_b = 10 \text{ Hz} = |110 \text{ Hz} - 100 \text{ Hz}|$. La somma oscilla con la frequenza media, 105 Hz, quindi in un periodo dei battimenti compie 105 Hz × 0,10 s = 10,5 oscillazioni.

23. a) Il suono va e torna: $d = v\Delta t/2 = 1520$ m/s × 0,84 s/2 = 6,4 × 10^2 m. b) $\lambda = v/f = (1520 \text{ m/s})/(4{,}0 \times 10^4 \text{ Hz}) = 3{,}8 \times 10^{-2}$ m = 3,8 cm. c) Nell'aria $\lambda = (343 \text{ m/s})/(4{,}0 \times 10^4 \text{ Hz}) = 8{,}6 \times 10^{-3}$ m = 8,6 mm. La frequenza è fissata dalla sorgente e resta 40 kHz; la velocità è fissata dal mezzo, e con essa cambia la lunghezza d'onda.

24. a) Per una sorgente puntiforme $\beta_2 - \beta_1 = -20 \log(r_2/r_1) = -20 \log 8 = -18$ dB: $\beta = 90$ dB − 18 dB = 72 dB. b) A 2,0 m $I = I_0 \cdot 10^9 = 1{,}0 \times 10^{-3}$ W/m^2; $P = 4\pi r^2 I = 4\pi \times (2{,}0 \text{ m})^2 \times 1{,}0 \times 10^{-3}$ W/m^2 = 5,0 × 10^{-2} W. c) Le intensità si sommano: 2,0 × 10^{-3} W/m^2, $\beta = 90$ dB + 10 log 2 = 93 dB.

25. a) Per l'effetto Doppler con sorgente in avvicinamento e osservatore fermo, $f' = f\,v/(v - v_s) = 960$ Hz × 343/(343 − 25) = 960 Hz × 1,079 = 1,04 × 10^3 Hz (1035 Hz). b) Sorgente in allontanamento: f' = 960 Hz × 343/(343 + 25) = 895 Hz. c) Si muovono entrambi, uno verso l'altro: segni di avvicinamento al numeratore e al denominatore, f' = 960 Hz × (343 + 15)/(343 − 25) = 1,08 × 10^3 Hz (1081 Hz). d) 895/1035 = 0,864: la frequenza cala del 14% circa.

26. a) I globuli rossi sono osservatori in moto verso la sorgente ferma: $f_1 = f(v + u)/v = 5{,}0 \times 10^6$ Hz × 1540,40/1540 = 5 001 300 Hz, cioè 1300 Hz in più. b) Riflettendo l'onda i globuli rossi diventano sorgenti in moto verso la sonda, che è ferma: $f_2 = f_1 v/(v - u)$ = 5 001 300 Hz × 1540/1539,60 = 5 002 600 Hz. c) $\Delta f = f_2 - f = f \cdot 2u/(v - u) \approx 2fu/v = 2 \times 5{,}0 \times 10^6$ Hz × 0,40/1540 = 2,6 × 10^3 Hz. L'effetto si applica due volte, perciò la variazione è doppia; 2,6 kHz è nell'intervallo udibile, e l'apparecchio può trasformare la differenza in un suono.

27. a) $v = (331 + 0{,}6 \times (-37))$ m/s = 309 m/s; per definizione del numero di Mach $v_s = 1{,}6 \times 309$ m/s = 494 m/s. b) sen $\alpha = v/v_s = 1/1{,}6 = 0{,}625$, $\alpha = 38{,}7° \approx 39°$. c) Il cono ha il vertice nell'aereo e si apre all'indietro: tocca il suolo, sotto la rotta, a una distanza orizzontale dietro l'aereo $x = h/\tan\alpha = 8{,}0$ km/0,801 = 10,0 km. Quando l'osservatore sente il bang, l'aereo è 10,0 km più avanti; poiché si muove di moto uniforme, il tempo trascorso dal passaggio sulla verticale è $t = x/v_s = 9{,}99 \times 10^3$ m/(494 m/s) = 20 s.

28. a) Per l'equazione di stato $p/d = RT/M_{mol}$, quindi $v = \sqrt{(\gamma RT/M_{mol})}$. Aria a 293,15 K: $v = \sqrt{(1{,}40 \times 8{,}314 \times 293{,}15/0{,}02896)}$ m/s = 343 m/s. Elio a 273,15 K: $v = \sqrt{(1{,}667 \times 8{,}314 \times 273{,}15/0{,}004003)}$ m/s = 972 m/s, in accordo con il valore «circa 970 m/s» della tabella. b) La lunghezza del tubo fissa la lunghezza d'onda della fondamentale, $\lambda = 2L = 1{,}00$ m, mentre il gas fissa la velocità. Elio a 20 °C: $v = \sqrt{(1{,}667 \times 8{,}314 \times 293{,}15/0{,}004003)}$ m/s = 1007 m/s, e $f_1 = v/\lambda = 1{,}01 \times 10^3$ Hz, quasi tre volte la fondamentale nell'aria.

29. a) Fra due risonanze successive di una canna chiusa la lunghezza cresce di mezza lunghezza d'onda: $\lambda/2$ = 57,6 cm − 18,6 cm = 39,0 cm, λ = 78,0 cm. Il diapason fissa la frequenza: $v = \lambda f = 0{,}780$ m × 440 Hz = 343 m/s. b) Da $v = (331 + 0{,}6\,t_C)$ m/s: t_C = (343,2 − 331)/0,6 ≈ 20 °C. c) La prima risonanza dovrebbe cadere a $\lambda/4$ = 19,5 cm; si trova a 18,6 cm, quindi il ventre è 0,9 cm fuori dalla bocca: correzione di estremità ≈ 0,9 cm.

30. a) Per le onde stazionarie su una corda fissata agli estremi (capitolo 6) $f_1 = v/(2L)$, quindi $v = 2Lf_1 = 2 \times 0{,}65$ m × 196 Hz = 255 m/s; da $v = \sqrt{(F_T/\mu)}$, $F_T = \mu v^2 = 1{,}2 \times 10^{-3}$ kg/m × (254,8 m/s)^2 = 78 N. b) Per la canna chiusa $f_1 = v/(4L)$, quindi $L = v/(4f_1) = (343 \text{ m/s})/(4 \times 196 \text{ Hz}) = 0{,}438$ m = 43,8 cm. c) No: la frequenza è la stessa, fissata dalla corda che vibra, ma la velocità è diversa (255 m/s sulla corda, 343 m/s nell'aria), e quindi anche la lunghezza d'onda: 1,30 m sulla corda, (343 m/s)/(196 Hz) = 1,75 m nell'aria.

31. Traccia di risposta. La frequenza fondamentale della voce è fissata dalle corde vocali, che vibrano quasi come prima: l'altezza della nota cambia poco. Il timbro, invece, è dato dalle cavità della bocca e della gola, che si comportano come canne e rinforzano per risonanza certe frequenze. Le loro frequenze proprie sono proporzionali alla velocità del suono nel gas che le riempie ($f = v/\lambda$, con λ fissata dalle dimensioni della cavità); nell'elio il suono è circa tre volte più veloce, quindi le risonanze si spostano verso frequenze molto più alte e vengono rinforzate armoniche più acute: lo spettro cambia, e la voce sembra più acuta pur avendo quasi la stessa fondamentale.

32. a) A 60 dB $I = I_0 \cdot 10^6 = 1 \times 10^{-6}$ W/m^2; $P = 4\pi r^2 I = 4\pi \times (1\text{ m})^2 \times 10^{-6}$ W/m$^2 \approx 1{,}3 \times 10^{-5}$ W, cioè circa 10^{-5} W. b) $N \approx 10\text{ W}/(1{,}3 \times 10^{-5}\text{ W}) \approx 8 \times 10^5$: quasi un milione di persone, la popolazione di una grande città, per la potenza di una piccola lampadina a LED. Il suono trasporta pochissima energia, e l'orecchio è sensibile proprio perché ne riceve pochissima. La stima è d'ordine di grandezza: la voce non si distribuisce in modo uniforme in tutte le direzioni e il livello di una conversazione varia molto.

33. È giusto che il fischio sia più acuto mentre il treno si avvicina e più grave quando si allontana. È sbagliato che diventi «sempre più acuto»: con velocità costante lungo la congiungente la frequenza ricevuta, $f\,v/(v - v_s)$, è costante. Se l'osservatore è a una certa distanza dai binari, la frequenza addirittura comincia a calare prima del passaggio, perché diminuisce la componente della velocità diretta verso di lui (Figura 7.7). Ciò che cresce mentre il treno si avvicina è l'intensità, perché la distanza diminuisce.