CAPITOLO

2

I calori specifici dei gas e le trasformazioni adiabatiche

Comprimi l'aria in fretta e si scalda; lasciala espandere e si raffredda. Nessun calore è entrato o uscito: è stato il lavoro a cambiarne la temperatura.

OBIETTIVI

1. Definire i calori specifici molari c_V e c_p di un gas e usarli per calcolare il calore scambiato a volume e a pressione costante.
2. Usare $\Delta U = nc_V\Delta T$ in qualunque trasformazione di un gas perfetto e ricavare la relazione di Mayer.
3. Prevedere c_V, c_p e γ con il principio di equipartizione e confrontarli con i valori misurati.
4. Descrivere la trasformazione adiabatica, calcolarne il lavoro e applicare l'equazione di Poisson nelle sue due forme.
5. Confrontare nel piano p–V le quattro trasformazioni fondamentali del gas perfetto e riconoscere le adiabatiche nei motori e nell'atmosfera.
6. Misurare γ dell'aria con il metodo di Rüchardt e confrontare la misura con la previsione del modello.

INDICE DEL CAPITOLO

2.1 Due calori specifici per un gas 2
2.2 L'energia interna e la relazione di Mayer 4
2.3 La trasformazione adiabatica 8
2.4 Le quattro trasformazioni del gas perfetto 13
2.5 Le adiabatiche nella tecnica e nella natura 16

Fisica 4 · Parte I · La termodinamica · versione 1.0
Capitolo 2: I calori specifici dei gas e le trasformazioni adiabatiche · pagine 49–74 del volume completo · estratto per lo studio

Tira lo stantuffo di una pompa da bicicletta, tappa l'uscita con il dito e spingi con forza: il fondo della pompa si scalda. Apri il rubinetto di una bombola di gas compresso e lascia uscire il gas per qualche secondo: la bombola si raffredda, e a volte si copre di brina. In un motore diesel non c'è nessuna candela, eppure il gasolio si accende da solo. E in una giornata d'estate le nuvole si formano a una quota precisa, come se un soffitto invisibile le tenesse tutte alla stessa altezza.

In tutti questi fenomeni un gas cambia temperatura senza che nessuno lo scaldi o lo raffreddi: la temperatura cambia perché il gas compie lavoro o perché lo subisce, troppo in fretta, o troppo lontano da ogni parete, per scambiare calore. Sono *trasformazioni adiabatiche*, e per descriverle in modo quantitativo serve uno strumento che nel capitolo precedente mancava: il modo di collegare l'energia interna di un gas alla sua temperatura con un unico numero, il calore specifico molare. In questo capitolo scoprirai che un gas ne ha due, e che il loro rapporto, indicato con la lettera γ, governa tutte le trasformazioni adiabatiche.

2.1 Due calori specifici per un gas

2.1.1 Il calore specifico molare

Nel volume di due anni fa (*Fisica 2*, capitolo 12) hai definito il calore specifico di una sostanza come il calore necessario per innalzare di un kelvin la temperatura di un kilogrammo: $Q = mc\Delta T$. Per i gas conviene contare le molecole invece dei kilogrammi, perché le proprietà di un gas perfetto dipendono dal numero di moli e non dalla natura delle molecole (*Fisica 3*, capitolo 14). Si definisce allora il **calore specifico molare** c come il calore necessario per innalzare di un kelvin la temperatura di una mole di sostanza:

$$Q = nc\,\Delta T \qquad c = \frac{Q}{n\,\Delta T}$$

L'unità di misura è il J/(mol·K). Il calore specifico molare è il calore specifico per unità di massa moltiplicato per la massa molare: per l'acqua liquida, 4186 J/(kg·K) × 0,0180 kg/mol = 75,3 J/(mol·K). Come sempre in termodinamica, in questo volume Q è positivo quando il sistema assorbe calore e W è positivo quando il sistema compie lavoro sull'ambiente; i due sono legati alla variazione di energia interna dal primo principio, $\Delta U = Q - W$ (capitolo 1).

C'è però una difficoltà, che per i solidi e i liquidi non avevi incontrato. Il calore non è una funzione di stato: il calore assorbito fra due stati dipende dalla trasformazione che li collega. Per scaldare di un kelvin una mole di gas serve quindi un calore diverso a seconda di *come* la si

scalda. Due modi sono più semplici e più importanti degli altri, e sono rappresentati nella Figura 2.1: tenere fisso il volume, oppure tenere fissa la pressione.

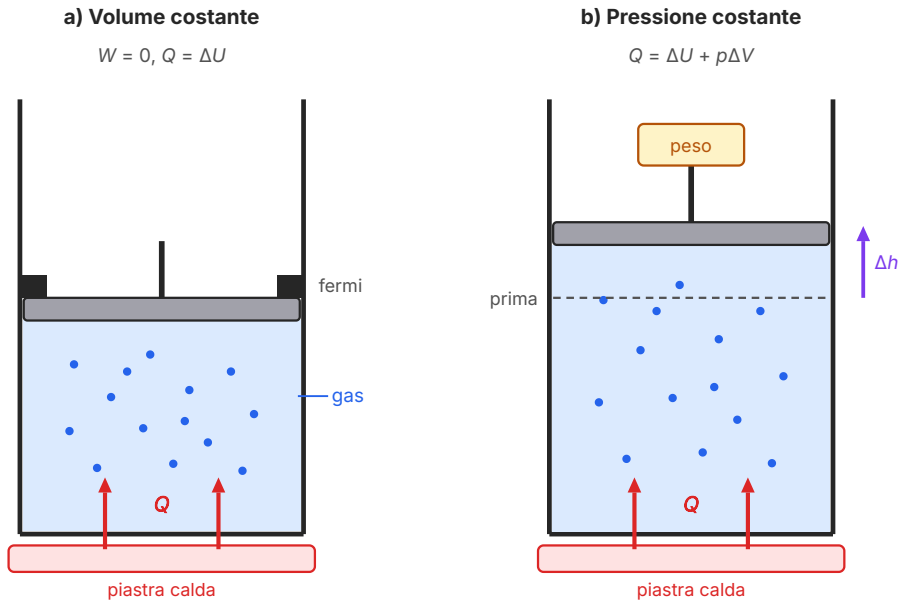


Figura 2.1 Due modi di scaldare un gas. a) Il pistone è bloccato da due fermi: il volume non cambia, il gas non compie lavoro e tutto il calore assorbito aumenta l'energia interna. b) Il pistone, caricato da un peso, è libero di salire: la pressione resta costante, il gas si espande e compie il lavoro $p\Delta V$; per ottenere lo stesso ΔT serve più calore.

2.1.2 A volume costante

Se il gas è chiuso in un recipiente rigido, o in un cilindro con il pistone bloccato, il volume non cambia e il gas non compie lavoro: $W = 0$. Per il primo principio tutto il calore assorbito va in energia interna, $Q = \Delta U$. Il calore per mole e per kelvin in queste condizioni è il **calore specifico molare a volume costante**, c_V:

$$Q = nc_V\,\Delta T \qquad \text{(a volume costante)}$$

2.1.3 A pressione costante

Se invece il pistone è libero di muoversi sotto un carico costante, la pressione del gas resta uguale a quella imposta dal peso e dall'atmosfera, e scaldando il gas questo si espande. Espandendosi spinge il pistone e compie un lavoro positivo, $W = p\Delta V$. Il calore assorbito deve allora fare due cose: aumentare l'energia interna, come prima, e fornire il lavoro di espansione. Il primo principio, scritto come $Q = \Delta U + W$, lo dice in una riga: a parità di ΔT serve più calore. Il

calore per mole e per kelvin a pressione costante è il **calore specifico molare a pressione costante**, c_p:

$$Q = nc_p\,\Delta T \qquad \text{(a pressione costante)}$$

Per ogni gas $c_p > c_V$. Per i solidi e i liquidi la differenza esiste ma è minima, perché scaldandosi si dilatano pochissimo e il lavoro di espansione contro l'atmosfera è trascurabile: per questo nel volume di due anni fa un solo calore specifico bastava. Un gas, invece, scaldato a pressione costante, aumenta il suo volume di circa un trecentesimo per ogni kelvin a temperatura ambiente, e il lavoro che compie non si può più trascurare.

ESEMPIO SVOLTO

Scaldare l'aria in due modi

Problema. Un cilindro contiene 2,00 mol di aria, che consideriamo un gas perfetto biatomico con c_V = 20,79 J/(mol·K) e c_p = 29,10 J/(mol·K), alla pressione di 1,013 × 10^5 Pa e alla temperatura di 20 °C. L'aria viene scaldata fino a 80 °C. Calcola il calore assorbito, il lavoro e la variazione di energia interna: a) con il pistone bloccato; b) con il pistone libero, a pressione costante.

Soluzione. La variazione di temperatura è ΔT = 60 K (una differenza di temperatura vale lo stesso in gradi Celsius e in kelvin).

a) Volume costante: $W = 0$ e $Q = nc_V\Delta T$ = 2,00 mol × 20,79 J/(mol·K) × 60 K = 2,49 × 10^3 J. Il calore è assorbito ($Q > 0$) e per il primo principio $\Delta U = Q - W$ = 2,49 × 10^3 J.

b) Pressione costante: $Q = nc_p\Delta T$ = 2,00 mol × 29,10 J/(mol·K) × 60 K = 3,49 × 10^3 J. Il volume iniziale è $V_i = nRT_i/p$ = (2,00 × 8,314 × 293,15)/(1,013 × 10^5) m^3 = 48,1 L, quello finale V_f = 48,1 L × 353,15/293,15 = 58,0 L. Il lavoro è $W = p\Delta V$ = 1,013 × 10^5 Pa × 9,85 × 10^{-3} m^3 = 998 J, positivo perché il gas si espande. Allora $\Delta U = Q - W$ = 3,49 × 10^3 J − 998 J = 2,49 × 10^3 J.

Commento. La variazione di energia interna è la stessa nei due casi, perché gli stati iniziale e finale hanno le stesse temperature: per un gas perfetto l'energia interna dipende solo da T. A pressione costante serve circa il 40% di calore in più, e la differenza, 998 J, è proprio il lavoro di espansione. Nota anche che $p\Delta V = nR\Delta T$ = 2,00 × 8,314 × 60 J = 998 J: è il primo indizio della relazione che ricaverai nel prossimo paragrafo.

2.2 L'energia interna e la relazione di Mayer

2.2.1 Lo strumento chiave: $\Delta U = n\,c_V\Delta T$

L'esempio svolto contiene l'idea più utile di tutta la termodinamica del gas perfetto. Nel capitolo precedente hai visto che l'energia interna è una funzione di stato e che, per un gas perfetto, dipende soltanto dalla temperatura. Ne segue che la variazione ΔU fra due stati dipende soltanto dalle temperature iniziale e finale, e non da come il gas passa dall'una all'altra.

Prendi allora una trasformazione qualsiasi di un gas perfetto, in cui la temperatura passa da T_i a T_f: un'isobara, un'espansione rapida, un percorso tortuoso nel piano p–V. La sua ΔU è uguale a quella di una trasformazione a volume costante fra le stesse due temperature, perché le due trasformazioni hanno gli stati estremi alla stessa temperatura. Ma per la trasformazione a volume costante $\Delta U = Q = nc_V\Delta T$. Dunque, per un gas perfetto,

$$\Delta U = nc_V\,\Delta T \qquad \text{(gas perfetto, qualunque trasformazione)}$$

Il pedice $_V$ ricorda come si misura c_V, non dice quando si può usare. È questa formula, insieme al primo principio e all'equazione di stato $pV = nRT$, la cassetta degli attrezzi con cui in questa parte del volume si risolvono quasi tutti i problemi sui gas: si calcola ΔU dalla temperatura, W dal grafico o dalla legge della trasformazione, e Q per differenza.

ERRORE FREQUENTE

Il calore specifico a volume costante anche quando il volume cambia

«Il gas si espande a pressione costante, quindi $\Delta U = nc_p\Delta T$»: sbagliato. $nc_p\Delta T$ è il *calore* assorbito in un'isobara, non la variazione di energia interna. L'energia interna di un gas perfetto varia sempre di $nc_V\Delta T$, anche quando il volume cambia, perché dipende solo dalla temperatura.

Regola pratica: c_V serve per ΔU in ogni trasformazione, e per Q solo nelle isocore; c_p serve soltanto per Q nelle isobare. Se in un problema usi c_p per calcolare una variazione di energia interna, fermati e ricontrolla.

2.2.2 I valori di c_V previsti dalla teoria cinetica

Il volume dello scorso anno (*Fisica 3*, capitolo 15) ti ha dato l'energia interna di un gas perfetto in base al principio di equipartizione: $U = (3/2)nRT$ per un gas monoatomico, che ha 3 gradi di libertà di traslazione, e $U = (5/2)nRT$ per un gas biatomico a temperatura ambiente, che ha in più 2 gradi di libertà di rotazione. La variazione di energia interna è allora $\Delta U = (3/2)nR\Delta T$ oppure $(5/2)nR\Delta T$, e confrontando con $\Delta U = nc_V\Delta T$:

$$c_V = \frac{3}{2}R = 12{,}5\ \text{J/(mol·K)}\ \text{(monoatomico)} \qquad c_V = \frac{5}{2}R = 20{,}8\ \text{J/(mol·K)}\ \text{(biatomico)}$$

In generale ogni grado di libertà attivo contribuisce con $R/2$ al calore specifico molare a volume costante. È una previsione notevole: un numero misurabile con un calorimetro discende dal conteggio dei modi in cui una molecola può muoversi.

2.2.3 La relazione di Mayer

Torniamo all'isobara. Il calore assorbito è $Q = nc_p\Delta T$; la variazione di energia interna, come in ogni trasformazione, è $\Delta U = nc_V\Delta T$; il lavoro è $W = p\Delta V$. Per un gas perfetto a pressione costante

l'equazione di stato dà $p\Delta V = nR\Delta T$, perché $pV = nRT$ all'inizio e alla fine e p non cambia. Sostituendo nel primo principio, $Q = \Delta U + W$:

$$nc_p\Delta T = nc_V\Delta T + nR\Delta T \qquad \Rightarrow \qquad c_p - c_V = R$$

È la **relazione di Mayer**: per un gas perfetto i due calori specifici molari differiscono esattamente della costante dei gas, qualunque sia il gas. Il significato fisico è chiaro: per ogni mole e per ogni kelvin, a pressione costante, il gas compie un lavoro di espansione pari a $R = 8{,}314$ J, e quel lavoro va pagato con calore in più. La relazione porta il nome del medico tedesco Julius Robert Mayer, che nel 1842 se ne servì, applicata all'aria, per stimare l'equivalente meccanico del calore (ne parla l'Approfondimento del capitolo 1). Ricorda che vale per i calori specifici *molari* e per il gas *perfetto*: per i calori specifici per unità di massa la differenza è R/M_{mol}, diversa da gas a gas.

Con la relazione di Mayer i valori dell'equipartizione diventano $c_p = (5/2)R = 20{,}8$ J/(mol·K) per un gas monoatomico e $c_p = (7/2)R = 29{,}1$ J/(mol·K) per un gas biatomico (Tabella A.2 dell'appendice). Il loro rapporto si chiama **rapporto dei calori specifici**, o indice adiabatico, e si indica con γ:

$$\gamma = \frac{c_p}{c_V} \qquad \gamma = 5/3 \approx 1{,}67 \text{ (monoatomico)} \qquad \gamma = 7/5 = 1{,}40 \text{ (biatomico)}$$

Poiché $c_p > c_V$, per ogni gas $\gamma > 1$. Due relazioni che seguono da $c_p = \gamma c_V$ e dalla relazione di Mayer ti saranno utili fra poco: $c_V(\gamma - 1) = R$, cioè $c_V = R/(\gamma - 1)$, e $c_p = \gamma R/(\gamma - 1)$.

2.2.4 Il modello alla prova delle misure

La Tabella 2.1 confronta le previsioni con i calori specifici misurati di alcuni gas a temperatura ambiente, e la Figura 2.2 riporta i valori di γ che ne seguono. Per i gas nobili l'accordo è perfetto: $c_p = 20{,}8$ J/(mol·K), esattamente $(5/2)R$. Per l'azoto, l'ossigeno e l'aria l'accordo con $(7/2)R = 29{,}1$ J/(mol·K) è entro l'1%. La teoria cinetica, costruita con palline e molle, prevede bene numeri che si misurano con termometri e calorimetri.

Tabella 2.1 Calori specifici molari di alcuni gas a 25 °C e bassa pressione: c_p dalle tabelle termochimiche NIST-JANAF (per l'aria, valore tipico), c_V e γ ricavati con la relazione di Mayer, confrontati con la previsione dell'equipartizione.

Gas	c_p (J/(mol·K))	c_V (J/(mol·K))	γ misurato	γ previsto
elio, He (monoatomico)	20,8	12,5	1,67	5/3 ≈ 1,67
argon, Ar (monoatomico)	20,8	12,5	1,67	5/3 ≈ 1,67
azoto, N_2 (biatomico)	29,1	20,8	1,40	7/5 = 1,40
ossigeno, O_2 (biatomico)	29,4	21,1	1,39	7/5 = 1,40
aria (miscela, quasi tutta biatomica)	29,1	20,8	1,40	7/5 = 1,40
anidride carbonica, CO_2	37,1	28,8	1,29	7/5 = 1,40 (solo traslazioni e rotazioni)

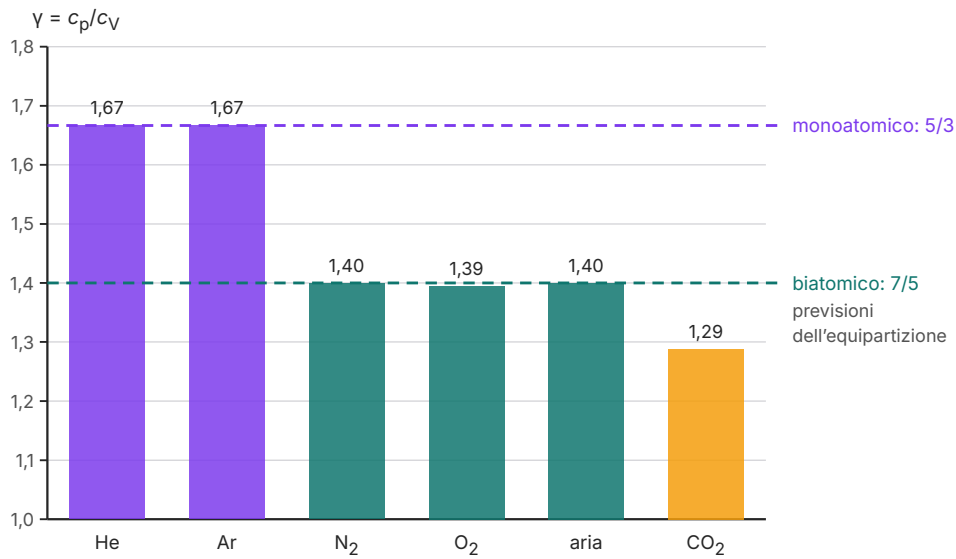


Figura 2.2 Il rapporto $\gamma = c_p/c_V$ per i gas della Tabella 2.1. Le linee tratteggiate sono le previsioni dell'equipartizione per un gas monoatomico (5/3) e biatomico (7/5). L'anidride carbonica è l'unico gas del grafico che se ne discosta in modo netto.

L'anidride carbonica invece non torna. Una molecola di CO_2 è lineare (O=C=O): come una biatomica ha 3 gradi di libertà di traslazione e 2 di rotazione, e il modello prevederebbe $c_V = (5/2)R = 20{,}8$ J/(mol·K) e $\gamma = 1{,}40$. Le misure danno $c_V = 28{,}8$ J/(mol·K) e $\gamma = 1{,}29$: c'è energia interna in più.

Il motivo è che i tre atomi della molecola possono anche vibrare, e una delle vibrazioni, quella in cui la molecola si piega, è già in parte attiva a temperatura ambiente. Nell'azoto e nell'ossigeno, invece, le vibrazioni richiedono molta più energia e a 25 °C non contribuiscono: sono **gradi di libertà congelati**, che si «scongelano» soltanto a temperature di migliaia di kelvin. Come hai visto lo scorso anno, spiegare perché un grado di libertà conta oppure no è compito della fisica quantistica. Qui basta il messaggio: il modello è eccellente per i gas mono e biatomici a temperatura ambiente, e i suoi limiti si vedono nei gas con molecole più complesse.

2.3 La trasformazione adiabatica

2.3.1 Senza scambio di calore

Nel capitolo 1 hai incontrato la trasformazione adiabatica: una trasformazione in cui il sistema non scambia calore con l'ambiente, $Q = 0$. Ci sono due modi di realizzarla. Il primo è isolare termicamente il gas, con pareti di materiale isolante o un recipiente come quello dei thermos. Il secondo è fare in fretta: lo scambio di calore attraverso le pareti richiede tempo, e una compressione o un'espansione che dura una frazione di secondo è con ottima approssimazione adiabatica anche se le pareti conducono il calore. Per lo stesso motivo sono adiabatiche le compressioni e le espansioni di una grande massa d'aria nell'atmosfera: l'aria conduce male il calore, e la parte interna di una massa d'aria larga centinaia di metri non fa in tempo a scambiarne con l'esterno.

Con $Q = 0$ il primo principio diventa $\Delta U = -W$: tutto il lavoro compiuto dal gas viene pagato con la sua energia interna, e tutto il lavoro compiuto sul gas va in energia interna. Per un gas perfetto, con $\Delta U = nc_V\Delta T$, il **lavoro adiabatico** è

$$W = -\Delta U = -nc_V\,(T_f - T_i) \qquad \text{(adiabatica, gas perfetto)}$$

Le conseguenze si leggono nei segni. In un'**espansione** adiabatica il gas compie lavoro, $W > 0$, quindi $\Delta U < 0$ e la temperatura *diminuisce*: il gas si raffredda senza cedere calore a nessuno. In una **compressione** adiabatica $W < 0$, $\Delta U > 0$ e la temperatura *aumenta*: il gas si scalda senza ricevere calore da nessuno. È quello che succede nella pompa da bicicletta tappata e nella bombola che si raffredda. Attenzione alle parole: «adiabatico» non vuol dire «a temperatura costante». In un'adiabatica è il calore a essere nullo, e proprio per questo la temperatura cambia.

Usando $c_V = R/(\gamma - 1)$ e l'equazione di stato, $nRT = pV$, il lavoro adiabatico si scrive anche in funzione di pressioni e volumi (il passaggio è svolto nel prossimo esempio):

$$W = \frac{p_iV_i - p_fV_f}{\gamma - 1} \qquad \text{(adiabatica, gas perfetto)}$$

2.3.2 L'equazione di Poisson

Le formule del lavoro dicono quanto lavoro si compie se si conoscono gli stati iniziale e finale, ma non dicono quale stato finale si raggiunge partendo da un certo stato e cambiando il volume senza scambiare calore. Per saperlo serve la legge della trasformazione, cioè la curva che essa descrive nel piano p–V. Se la trasformazione è reversibile, cioè quasistatica e senza attriti (capitolo 1), la curva si chiama **adiabatica** e per un gas perfetto la sua equazione è

$$pV^{\gamma} = \text{costante} \qquad \text{(adiabatica reversibile di un gas perfetto)}$$

È l'**equazione di Poisson**, dal nome del matematico francese Siméon-Denis Poisson. Fra due stati della stessa adiabatica si scrive $p_\text{i}V_\text{i}^{\gamma} = p_\text{f}V_\text{f}^{\gamma}$. Ricavarla in generale richiede di sommare infiniti passi infinitamente piccoli, e lo dimostrerai con gli strumenti dell'analisi matematica. Ma puoi già verificarla con una somma di passi piccoli ma finiti, come nell'esempio che segue, e con un foglio di calcolo puoi rendere i passi piccoli quanto vuoi.

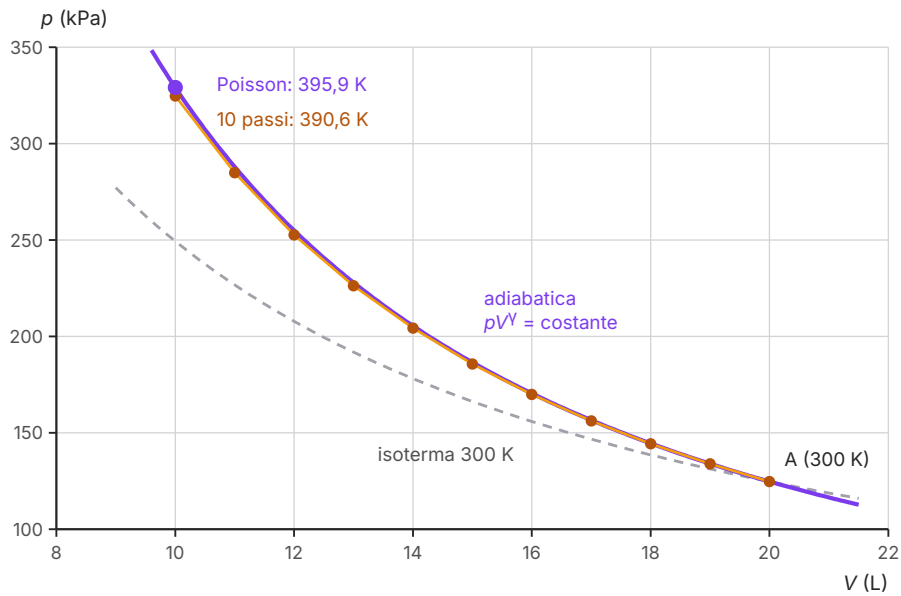


Figura 2.3 La compressione adiabatica della Tabella 2.2 nel piano p–V. I punti arancioni sono i passi da 1,0 L; la curva viola è l'adiabatica pV^{γ} = costante con γ = 1,4; la curva grigia tratteggiata è l'isoterma a 300 K che passa per lo stesso stato iniziale A. Con passi sempre più piccoli i punti si avvicinano all'adiabatica.

ESEMPIO SVOLTO

Costruire l'adiabatica un passo alla volta

Problema. 1,00 mol di gas perfetto biatomico ($c_V = (5/2)R$) occupa 20,0 L a 300 K. Viene compressa lentamente in un cilindro isolato fino a 10,0 L. Costruisci la trasformazione a passi di 1,0 L, usando solo il primo principio e l'equazione di stato, e confronta il risultato con l'equazione di Poisson.

Il metodo. In un passo piccolo il volume cambia di $\Delta V = -1{,}0$ L e la pressione cambia poco: il lavoro compiuto dal gas è circa $p\Delta V$, con la pressione all'inizio del passo. Poiché $Q = 0$, $\Delta U = -W$, cioè $nc_V\Delta T = -p\Delta V$, da cui $\Delta T = -p\Delta V/(nc_V)$. Con la nuova temperatura e il nuovo volume l'equazione di stato dà la nuova pressione, $p = nRT/V$, e si ripete.

Primo passo. $p_i = (1{,}00 \times 8{,}314 \times 300)/(20{,}0 \times 10^{-3})$ Pa = 124,7 kPa. Comprimendo di 1,0 L il gas subisce il lavoro $W = p\Delta V = 124{,}7 \times 10^3$ Pa $\times$ $(-1{,}0 \times 10^{-3}$ m$^3) = -124{,}7$ J, quindi $\Delta T = 124{,}7$ J/(1,00 mol $\times$ 20,79 J/(mol·K)) = 6,0 K. Il nuovo stato è a 19,0 L e 306,0 K, con $p = 133{,}9$ kPa. La Tabella 2.2 riporta tutti i passi.

Lettura dei dati. La temperatura cresce sempre più in fretta, perché a ogni passo la pressione è maggiore e il lavoro subito è più grande. Il prodotto pV non è costante, come sarebbe in un'isoterma: passa da 2494 a 3247 kPa·L. Il prodotto pV^γ invece cambia di poco, da 8267 a 8157 kPa·L$^{1{,}4}$, cioè dell'1,3%. La piccola deriva viene dal metodo: in ogni passo abbiamo usato la pressione iniziale, un po' più bassa della media, e così abbiamo sottostimato il lavoro.

Confronto. Con l'equazione di Poisson, $p_f = p_i(V_i/V_f)^\gamma = 124{,}7$ kPa $\times$ $2{,}0^{1{,}4} = 329{,}1$ kPa e $T_f = p_fV_f/(nR) = 395{,}9$ K. I passi di 1,0 L danno 390,6 K. Rifacendo il calcolo con 100 passi da 0,1 L si ottiene 395,3 K, con 1000 passi 395,8 K: più i passi sono piccoli, più il risultato si avvicina alla previsione di Poisson (Figura 2.3).

Tabella 2.2 Compressione adiabatica di 1,00 mol di gas biatomico calcolata a passi di 1,0 L. L'ultima colonna è pV^{γ}, con p in kPa e V in litri.

Passo	V (L)	T (K)	p (kPa)	pV^{γ} (kPa·L^{1,4})
0	20,0	300,0	124,7	8267
1	19,0	306,0	133,9	8261
2	18,0	312,4	144,3	8254
3	17,0	319,4	156,2	8247
4	16,0	326,9	169,9	8239
5	15,0	335,1	185,7	8230
6	14,0	344,0	204,3	8219
7	13,0	353,8	226,3	8207
8	12,0	364,7	252,7	8193
9	11,0	376,9	284,9	8177
10	10,0	390,6	324,7	8157

2.3.3 Temperatura e volume lungo un'adiabatica

Spesso interessa la temperatura finale più della pressione. Dall'equazione di Poisson e dall'equazione di stato si ricava una seconda forma, che collega T e V:

$$TV^{\gamma-1} = \text{costante} \qquad \text{cioè} \qquad T_{\mathrm{i}}V_{\mathrm{i}}^{\gamma-1} = T_{\mathrm{f}}V_{\mathrm{f}}^{\gamma-1}$$

ESEMPIO SVOLTO

Dal lavoro alle due forme dell'equazione di Poisson

Obiettivo. Ricavare l'espressione del lavoro adiabatico con pressioni e volumi, e la relazione fra temperatura e volume lungo un'adiabatica reversibile.

Passo 1: c_V in funzione di γ. Dalla relazione di Mayer, $c_p = c_V + R$; dividendo per c_V, $\gamma = 1 + R/c_V$, quindi $c_V = R/(\gamma - 1)$.

Passo 2: il lavoro. $W = -nc_V(T_f - T_i) = -\dfrac{R}{\gamma - 1}n(T_f - T_i) = \dfrac{nRT_i - nRT_f}{\gamma - 1}$. Con l'equazione di stato, $nRT_i = p_iV_i$ e $nRT_f = p_fV_f$: si ottiene $W = (p_iV_i - p_fV_f)/(\gamma - 1)$. Questa formula vale per ogni adiabatica di un gas perfetto, anche irreversibile, perché usa solo $Q = 0$, il primo principio e l'equazione di stato negli stati estremi.

Passo 3: da p a T. Lungo un'adiabatica reversibile pV^γ = costante. Sostituiamo $p = nRT/V$: $(nRT/V)V^\gamma = nRTV^{\gamma-1}$ = costante. Poiché nR è fissato, $TV^{\gamma-1}$ = costante.

Controllo. Nella compressione della Tabella 2.2, $T_f = T_i(V_i/V_f)^{\gamma-1} = 300\ \text{K} \times 2{,}0^{0{,}4} = 300\ \text{K} \times 1{,}320 = 395{,}9\ \text{K}$, lo stesso valore trovato dalla pressione. Il lavoro è $W = (124{,}7\ \text{kPa} \times 20{,}0\ \text{L} - 329{,}1\ \text{kPa} \times 10{,}0\ \text{L})/0{,}4 = (2494\ \text{J} - 3291\ \text{J})/0{,}4 = -1992\ \text{J}$, uguale a $-nc_V\Delta T = -20{,}79\ \text{J/K} \times 95{,}9\ \text{K} = -1{,}99 \times 10^3\ \text{J}$. Il segno meno dice che il lavoro è compiuto *sul* gas. (Ricorda: 1 kPa·L = 1 J.)

Nella relazione $TV^{\gamma-1}$ = costante, come in tutte le relazioni che contengono prodotti o rapporti di temperature, T va espresso in kelvin. Con $\gamma = 1{,}4$ l'esponente è 0,4: dimezzare il volume di una massa d'aria con una compressione adiabatica moltiplica la sua temperatura assoluta per $2^{0{,}4} = 1{,}32$, raddoppiarlo la divide per lo stesso fattore. Partendo da 300 K, cioè 27 °C, si arriva a 396 K (123 °C) comprimendo e a 227 K (−46 °C) espandendo.

2.3.4 L'adiabatica è più ripida dell'isoterma

Nella Figura 2.4 l'adiabatica e l'isoterma passano per lo stesso stato P. In P l'adiabatica è più ripida, e lo stesso vale per l'adiabatica e l'isoterma che passano per un qualunque altro stato: comprimendo, la pressione sale più in fretta lungo l'adiabatica che lungo l'isoterma; espandendo, scende più in fretta. A 10 L l'isoterma arriva a 249 kPa, l'adiabatica a 329 kPa; a 40 L l'isoterma scende a 62,4 kPa, l'adiabatica a 47,3 kPa.

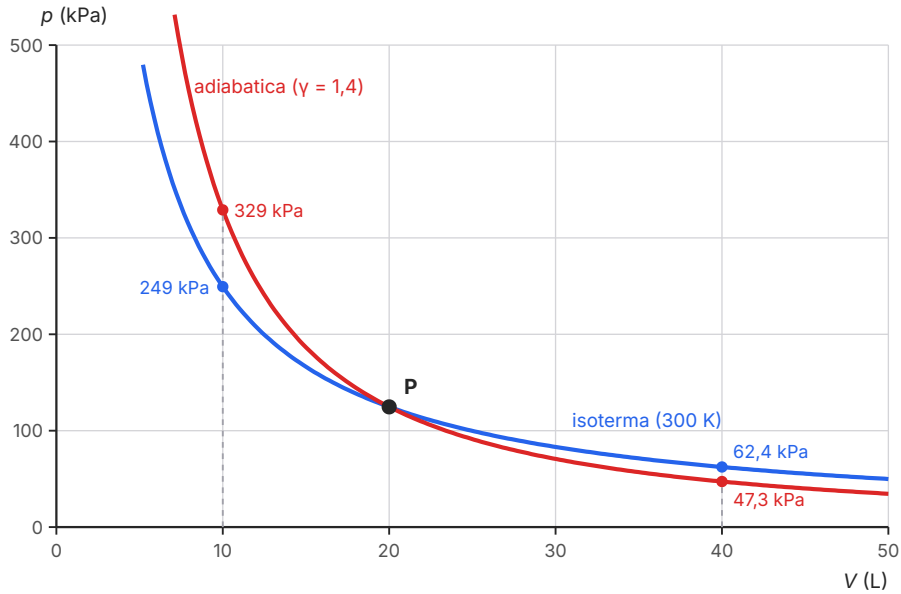


Figura 2.4 Isoterma e adiabatica di 1,00 mol di gas perfetto biatomico che passano per lo stesso stato P (20 L, 124,7 kPa, 300 K), calcolate con pV = costante e pV^{γ} = costante, $\gamma = 1{,}4$. Sono indicati i valori di p a 10 L e a 40 L.

DA RICORDARE

Perché l'adiabatica scende più ripida

Lungo un'isoterma la pressione cambia per un solo motivo: il volume. Lungo un'adiabatica i motivi sono due, e agiscono nello stesso verso. Comprimendo, il volume diminuisce *e* la temperatura aumenta, perché il lavoro subito diventa energia interna: tutte e due le cose fanno crescere la pressione. Espandendo, il volume aumenta *e* la temperatura diminuisce: tutte e due fanno calare la pressione.

Nel linguaggio delle formule: lungo l'isoterma $p \propto 1/V$, lungo l'adiabatica $p \propto 1/V^{\gamma}$, con $\gamma > 1$. Ne segue che, partendo dallo stesso stato e a parità di variazione di volume, una compressione adiabatica richiede più lavoro di una isoterma: da 20 L a 10 L, 1992 J contro 1729 J, perché l'area sotto l'adiabatica è maggiore.

2.4 Le quattro trasformazioni del gas perfetto

Con l'adiabatica la galleria delle trasformazioni fondamentali del gas perfetto è completa. La Tabella 2.3 le riassume: per ciascuna, che cosa resta costante, la legge che la descrive e le espressioni di W, Q e ΔU. Nell'adiabatica il lavoro si può scrivere anche come $(p_i V_i - p_f V_f)/(\gamma - 1)$,

e la legge anche come $TV^{\gamma-1}$ = costante. Vale la pena di osservare la struttura della tabella più che memorizzarla: la colonna ΔU è sempre $nc_V\Delta T$ (che nell'isoterma è zero), e in ogni riga $Q - W = \Delta U$.

Tabella 2.3 Le quattro trasformazioni reversibili fondamentali di n moli di gas perfetto. In ogni riga $\Delta U = Q - W$.

Trasformazione	Legge	Lavoro W	Calore Q	ΔU
isocora (V costante)	p/T = costante	0	$nc_V\Delta T$	$nc_V\Delta T$
isobara (p costante)	V/T = costante	$p\Delta V = nR\Delta T$	$nc_p\Delta T$	$nc_V\Delta T$
isoterma (T costante)	pV = costante	$nRT\ln(V_f/V_i)$	$nRT\ln(V_f/V_i)$	0
adiabatica ($Q = 0$)	pV^γ = costante	$-nc_V\Delta T$	0	$nc_V\Delta T$

La Figura 2.5 disegna le quattro trasformazioni a partire dallo stesso stato A: 1,00 mol di gas biatomico a 300 K in 20,0 L. Nell'isocora A → B il gas viene scaldato a volume costante fino a 450 K; nelle altre tre il volume raddoppia. L'isobara A → C è l'unica delle tre espansioni in cui la temperatura sale (fino a 600 K), perché il gas riceve più calore di quanto lavoro compie; nell'isoterma A → D la temperatura resta 300 K, perché il calore assorbito è esattamente uguale al lavoro; nell'adiabatica A → E il gas non riceve calore e la temperatura scende a 227 K. Fra le tre espansioni l'isobara è quella con l'area, e quindi il lavoro, maggiore, l'adiabatica quella con il lavoro minore.

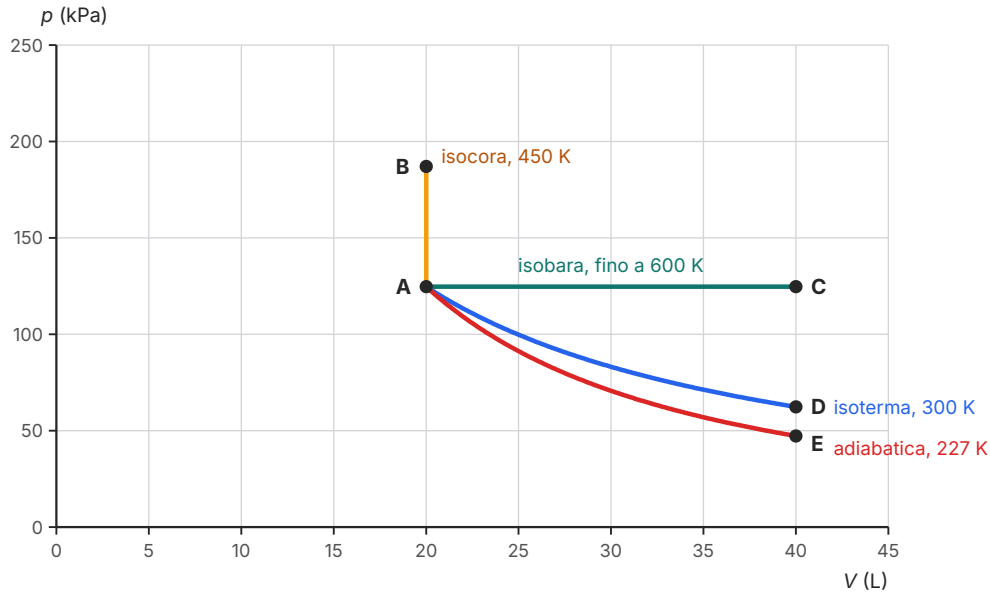


Figura 2.5 Le quattro trasformazioni fondamentali a partire dallo stesso stato A (1,00 mol di gas biatomico, 20,0 L, 124,7 kPa, 300 K): isocora A → B, isobara A → C, isoterma A → D e adiabatica A → E, le ultime tre fino a 40,0 L. Accanto a ogni stato finale è indicata la sua temperatura.

ESEMPIO SVOLTO

Un ciclo con un'adiabatica

Problema. Con riferimento alla Figura 2.5, 1,00 mol di gas biatomico percorre il ciclo A → E → D → A: espansione adiabatica reversibile fino a 40,0 L, riscaldamento a volume costante fino a 300 K, compressione isoterma fino allo stato iniziale. Calcola Q, W e ΔU di ogni tratto e del ciclo.

A → E (adiabatica). $Q = 0$. $TV^{\gamma-1}$ = costante: $T_f = 300\ \text{K} \times (20{,}0/40{,}0)^{0{,}4} = 227{,}4\ \text{K}$. Allora $\Delta U = nc_V\Delta T = 1{,}00 \times 20{,}79 \times (227{,}4 - 300)\ \text{J} = -1510\ \text{J}$ e, per il primo principio con $Q = 0$, $W = -\Delta U = +1510\ \text{J}$: il gas compie lavoro a spese della propria energia interna.

E → D (isocora). $W = 0$. $\Delta U = nc_V\Delta T = 20{,}79\ \text{J/K} \times 72{,}6\ \text{K} = +1510\ \text{J}$, e $Q = \Delta U = +1510\ \text{J}$, assorbito.

D → A (isoterma a 300 K). $\Delta U = 0$. $W = nRT\ln(V_f/V_i) = 8{,}314 \times 300 \times \ln(20{,}0/40{,}0)\ \text{J} = -1729\ \text{J}$, compiuto sul gas; $Q = W = -1729\ \text{J}$, ceduto all'ambiente.

Ciclo. $\Delta U_{\text{ciclo}} = -1510\ \text{J} + 1510\ \text{J} + 0 = 0$, come deve essere per una funzione di stato. $W_{\text{ciclo}} = 1510\ \text{J} + 0 - 1729\ \text{J} = -219\ \text{J}$ e $Q_{\text{ciclo}} = 0 + 1510\ \text{J} - 1729\ \text{J} = -219\ \text{J}$: lavoro e calore netti sono uguali, come richiede il primo principio.

Commento. Il lavoro netto è negativo: il ciclo, percorso in senso antiorario nel piano p–V, riceve lavoro dall'ambiente e cede calore netto. L'area racchiusa fra l'isoterma e l'adiabatica, chiusa dal tratto verticale, misura 219 J. Cicli fatti di adiabatiche e di isoterme, percorsi in un verso o nell'altro, saranno i protagonisti del prossimo capitolo: in un verso funzionano come motori, nell'altro come frigoriferi.

2.5 Le adiabatiche nella tecnica e nella natura

2.5.1 Accendere con la compressione

Nel motore a benzina la miscela di aria e carburante viene accesa da una scintilla, prodotta dalla candela. Il motore diesel, brevettato da Rudolf Diesel alla fine dell'Ottocento, non ha candele: aspira soltanto aria e la comprime così rapidamente e così tanto che la sua temperatura supera quella di accensione del gasolio. Quando, alla fine della compressione, il gasolio viene iniettato nel cilindro, si accende da solo. È l'**accensione per compressione**.

Quanto conta la compressione si misura con il **rapporto di compressione** $r = V_i/V_f$, il rapporto fra il volume del cilindro con il pistone in basso e quello con il pistone in alto. Nei motori diesel r vale circa fra 15 e 22. Calcoliamo che cosa prevede l'adiabatica reversibile per $r = 18$, con aria aspirata a 27 °C (300 K) e alla pressione di 1,0 bar:

$$T_f = T_i r^{\gamma-1} = 300\ \text{K} \times 18^{0{,}4} = 953\ \text{K} \approx 680\ ^\circ\text{C} \qquad p_f = p_i r^{\gamma} = 1{,}0\ \text{bar} \times 18^{1{,}4} = 57\ \text{bar}$$

Il gasolio si accende spontaneamente nell'aria a poco più di 200 °C, quindi c'è un ampio margine. Nel motore reale la temperatura raggiunta è più bassa, perché durante la compressione le

pareti del cilindro assorbono un po' di calore e la trasformazione non è perfettamente adiabatica né reversibile; ma la compressione dura qualche centesimo di secondo, troppo poco perché la perdita conti molto. Per lo stesso motivo un motore diesel freddo, d'inverno, parte con più fatica: le pareti fredde sottraggono più calore all'aria compressa.

COLLEGAMENTI

L'acciarino pneumatico

L'**acciarino pneumatico** è un cilindretto di vetro spesso o di metallo, chiuso in fondo, con un pistone a tenuta. Sul fondo si mette un batuffolo di cotone o un pezzetto di tela carbonizzata; poi si spinge il pistone con un colpo secco. Il cotone prende fuoco e si vede, per un istante, una piccola fiamma dentro il cilindro. L'oggetto è antico: strumenti di questo tipo erano usati per accendere il fuoco in diverse parti del Sud-Est asiatico, e in Europa furono di moda all'inizio dell'Ottocento, prima dei fiammiferi.

Con un rapporto di compressione di 15, partendo da 20 °C, l'adiabatica reversibile prevede $T_f = 293\ \text{K} \times 15^{0,4} = 866\ \text{K}$, cioè circa 590 °C. Il colpo deve essere secco: se spingi lentamente, il calore ha il tempo di passare alle pareti, la compressione si avvicina a un'isoterma e il cotone non si accende. È la stessa fisica del motore diesel, e mostra in modo spettacolare che «adiabatico» e «rapido» spesso vanno insieme.

2.5.2 Espansioni rapide

Il raffreddamento per espansione adiabatica spiega la bombola di gas compresso che si raffredda mentre si svuota. Il gas che resta nella bombola si espande spingendo fuori quello che esce: compie lavoro, e lo paga con la propria energia interna. Se l'uscita è rapida, la bombola non fa in tempo a ricevere calore dall'ambiente e si raffredda tanto da appannarsi; l'umidità dell'aria può addirittura brinare sulla valvola. Nelle bombolette spray contribuisce soprattutto l'evaporazione del gas liquefatto che contengono, ma l'idea è la stessa: l'energia per l'espansione o per l'evaporazione viene presa dal sistema stesso. Su una catena di compressioni ed espansioni di un fluido si basano i frigoriferi e le pompe di calore, che studierai nel prossimo capitolo.

2.5.3 L'aria che sale si raffredda

La pressione dell'atmosfera diminuisce con la quota. Una massa d'aria che sale, spinta dal vento lungo un pendio o perché più calda e meno densa dell'aria intorno, si trova a pressione sempre più bassa e si espande; poiché è grande e l'aria conduce male il calore, l'espansione è adiabatica, e l'aria si raffredda. Una massa d'aria che scende si comprime e si scalda.

COLLEGAMENTI

Nuvole, montagne e föhn

Per l'aria secca, cioè senza condensazione del vapore, il raffreddamento con la quota vale circa 9,8 K ogni kilometro di salita: è il **gradiente adiabatico secco**. Il valore discende proprio dalla fisica di questo capitolo: si può dimostrare che è uguale a g/c, dove c è il calore specifico dell'aria per unità di massa a pressione costante, (29,1 J/(mol·K))/(0,02896 kg/mol) ≈ 1005 J/(kg·K); e infatti (9,8 m/s^2)/(1005 J/(kg·K)) = 9,8 × 10^{-3} K/m.

Una massa d'aria umida che sale si raffredda finché la sua temperatura raggiunge quella alla quale il vapore che contiene comincia a condensare in goccioline: la quota alla quale succede è il **livello di condensazione**, e lì si forma la base delle nuvole. Per questo in una giornata di bel tempo i cumuli hanno la base piatta, tutti alla stessa altezza. Sopra quella quota l'aria continua a salire e a raffreddarsi, ma più lentamente, perché il vapore che condensa le restituisce il suo calore latente (*Fisica 2*, capitolo 13).

Quando l'aria umida scavalca una catena montuosa, sul versante sopravento sale, si raffredda, forma nubi e perde acqua come pioggia o neve. Sul versante opposto scende ormai secca e si riscalda di 9,8 K per kilometro lungo tutta la discesa: arriva a valle più calda e più secca di com'era partita alla stessa quota dall'altra parte. È il **föhn**, il vento caldo e secco che scende nelle valli alpine, sui due versanti della catena a seconda della direzione del vento.

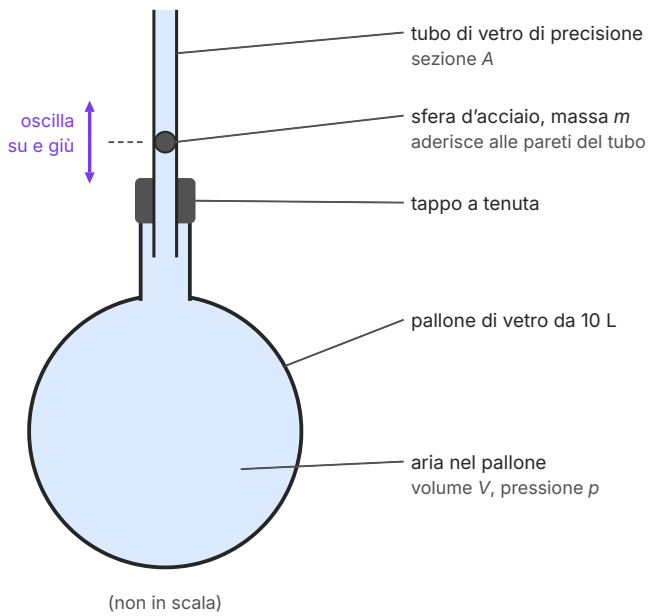


Figura 2.6 Schema dell'apparato di Rüchardt. La sfera d'acciaio chiude a tenuta il tubo di precisione e oscilla attorno alla posizione di equilibrio (tratteggio), comprimendo ed espandendo adiabaticamente l'aria del pallone.

COLLEGAMENTI

In laboratorio: il rapporto γ dell'aria con il metodo di Rüchardt

Il **metodo di Rüchardt**, ideato dal fisico tedesco Eduard Rüchardt, misura γ di un gas facendo oscillare una sfera che chiude un tubo verticale montato su un grande pallone (Figura 2.6). La sfera aderisce alle pareti del tubo e funziona come un pistone: se scende di un tratto x, comprime l'aria del pallone, la pressione sale e la spinge di nuovo in su; se sale, l'aria si espande e la pressione cala. L'aria si comporta come una molla, e la sfera oscilla di moto armonico (*Fisica 3*, capitolo 4).

Teoria. Le oscillazioni sono rapide, quindi le compressioni sono adiabatiche: se la sfera si sposta verso l'alto di un piccolo tratto x (verso il basso se $x < 0$), il volume dell'aria cambia di $\Delta V = Ax$ e l'equazione di Poisson dà $\Delta p = -\gamma p A x/V$ (si usa l'approssimazione $(1 + \varepsilon)^{\gamma} \approx 1 + \gamma\varepsilon$ per ε piccolo, che puoi controllare con la calcolatrice: $1{,}001^{1{,}4} = 1{,}0014$). La forza sulla sfera è $A\Delta p = -(\gamma p A^2/V)x$: una forza elastica di costante $k = \gamma p A^2/V$. Il periodo è quindi $T_{\text{osc}} = 2\pi\sqrt{(mV/(\gamma p A^2))}$, da cui $\gamma = 4\pi^2 mV/(T_{\text{osc}}^2 p A^2)$. Qui p è la pressione dell'aria nel pallone con la sfera in equilibrio, cioè la pressione atmosferica più mg/A.

Materiali. Un pallone di vetro da 10,00 L (± 0,05 L) chiuso da un tappo a tenuta; un tubo di vetro di precisione con diametro interno di 16,0 mm (± 0,05 mm); una sfera d'acciaio di 16,7 g (± 0,1 g) che scorre nel tubo quasi senza gioco; un cronometro (risoluzione 0,01 s); un barometro.

Procedimento. 1) Misura la pressione atmosferica: 101,3 kPa. 2) Lascia cadere la sfera nel tubo: oscilla attorno alla posizione di equilibrio, con oscillazioni che si smorzano in una ventina di periodi. 3) Misura il tempo di 10 oscillazioni complete, partendo dalla seconda; ripeti cinque volte, riportando ogni volta la sfera in cima al tubo (con un magnete dall'esterno o capovolgendo il tutto).

Tabella 2.4 Tempo di 10 oscillazioni della sfera nel tubo di Rüchardt (dati tipici).

Prova	1	2	3	4	5
t_{10} (s)	10,76	10,84	10,79	10,82	10,78

Elaborazione. La media è $t_{10} = 10{,}80$ s, con semidispersione 0,04 s: $T_{\text{osc}} = (1{,}080 \pm 0{,}004)$ s. La sezione del tubo è $A = \pi(8{,}00 \times 10^{-3}\ \text{m})^2 = 2{,}011 \times 10^{-4}\ \text{m}^2$, e $mg/A = 814$ Pa, quindi $p = 102{,}1$ kPa. Si ottiene $\gamma = 4\pi^2 \times 0{,}0167 \times 0{,}01000/(1{,}080^2 \times 102\,114 \times (2{,}011 \times 10^{-4})^2) = 1{,}37$. Sommando le incertezze relative (0,6% sulla massa, 0,5% sul volume, 2 × 0,6% sulla sezione, 2 × 0,4% sul periodo) si ha il 3,1%, cioè $\gamma = 1{,}37 \pm 0{,}04$.

Confronto teoria–esperimento. Il modello del gas biatomico prevede $\gamma = 1{,}40$ per l'aria; equivalentemente, con $\gamma = 1{,}40$ il periodo previsto è (1,068 ± 0,013) s. La misura, (1,37 ± 0,04), comprende 1,40 nel suo intervallo (da 1,33 a 1,41): misura e previsione sono compatibili, ma il valore centrale è un po' più basso, come accade quasi sempre con questo apparato.

Che cosa concludere. Lo scarto sistematico verso il basso ha due cause probabili. La prima: un po' d'aria filtra fra la sfera e il tubo, e la «molla» d'aria è meno rigida di quella ideale. La seconda: vicino alle pareti del pallone e del tubo l'aria scambia un po' di calore, e la trasformazione sta un poco fra l'adiabatica ($\gamma = 1{,}40$) e l'isoterma (che corrisponderebbe a «$\gamma = 1$»). Lo smorzamento per attrito, invece, cambia pochissimo il periodo. Un controllo utile è ripetere la misura con un pallone di volume diverso: se γ non cambia, le cause sono quelle descritte.

Sicurezza. Maneggia il pallone di vetro con cura e appoggialo su un supporto ad anello: con il tubo montato è alto e instabile. Non far cadere la sfera nel tubo dall'alto con forza.

Per la relazione. Riporta i dati con le incertezze, il calcolo di p con la correzione mg/A, il valore di γ con la propagazione dell'incertezza e il confronto con 1,40. Indica quale grandezza contribuisce di più all'incertezza finale (qui il diametro del tubo, che entra al quadrato nella sezione e di nuovo al quadrato nella formula) e discuti le cause sistematiche.

APPROFONDIMENTO

Newton, Laplace e la velocità del suono

Il suono è un'onda di pressione: l'aria viene compressa e rarefatta molte volte al secondo, e la perturbazione si propaga (lo studierai nel capitolo 7). Newton, nei *Principia*, fu il primo a calcolarne la velocità con una teoria meccanica. Nel suo modello le compressioni avvengono a temperatura costante, e la velocità risulta $v = \sqrt{(p/d)}$, dove d è la densità dell'aria. A 0 °C e 1 atm, con $d = 1{,}293$ kg/m^3, si ottiene $\sqrt{(101\,325/1{,}293)}$ m/s ≈ 280 m/s. Le misure dirette, già allora, davano valori sensibilmente più alti: oggi sappiamo che a 0 °C il suono viaggia a 331 m/s, il 18% più in fretta. Era una differenza troppo grande per essere un errore sperimentale, e Newton cercò di spiegarla con argomenti poco convincenti.

Il problema fu risolto da Pierre-Simon de Laplace, che capì dove stava l'errore: le compressioni e le rarefazioni del suono sono così rapide, e così lontane fra loro rispetto alle distanze su cui il calore riesce a spostarsi, che non sono isoterme ma adiabatiche. Durante una compressione l'aria si scalda e la sua pressione cresce di più di quanto direbbe la legge di Boyle; l'aria è quindi più «rigida», e il suono più veloce. Nel calcolo questo introduce proprio il fattore γ, e si arriva alla **formula di Laplace**:

$$v = \sqrt{(\gamma p/d)} = \sqrt{(1{,}40 \times 101\,325/1{,}293)}\ \text{m/s} \approx 331\ \text{m/s}$$

in accordo con le misure a 0 °C. Fu un risultato notevole: il rapporto dei calori specifici dell'aria, una grandezza termica, si poteva ricavare da una misura acustica. Nel capitolo 7 vedrai come la velocità del suono dipenda dalla temperatura.

IN SINTESI

Le formule del capitolo

$Q = nc_V\Delta T$ (volume costante), $Q = nc_p\Delta T$ (pressione costante) — definizioni dei calori specifici molari, in J/(mol·K); il calore assorbito dipende dalla trasformazione.

$\Delta U = nc_V\Delta T$ — variazione di energia interna di un gas perfetto in **qualunque** trasformazione, perché U dipende solo da T.

$c_p - c_V = R$ — relazione di Mayer, per i calori specifici molari di un gas perfetto: a pressione costante ogni mole compie il lavoro R per kelvin.

$c_V = (3/2)R$, $c_p = (5/2)R$, $\gamma = 5/3$ (monoatomico); $c_V = (5/2)R$, $c_p = (7/2)R$, $\gamma = 7/5$ (biatomico, a temperatura ambiente) — previsioni dell'equipartizione; $\gamma = c_p/c_V > 1$ sempre; $c_V = R/(\gamma - 1)$.

$Q = 0$, $W = -\Delta U = -nc_V\Delta T = (p_iV_i - p_fV_f)/(\gamma - 1)$ — trasformazione adiabatica di un gas perfetto: espandendosi il gas si raffredda, compresso si scalda.

pV^γ = costante, $TV^{\gamma-1}$ = costante — equazione di Poisson nelle sue due forme: vale solo per un'adiabatica **reversibile** di un gas perfetto, con T in kelvin; l'adiabatica è più ripida dell'isoterma.

SINTESI

- Il calore specifico molare è il calore necessario per scaldare di un kelvin una mole di sostanza: $Q = nc\Delta T$, in J/(mol·K).
- Per un gas il calore dipende dalla trasformazione: a volume costante $Q = nc_V\Delta T$, a pressione costante $Q = nc_p\Delta T$, e $c_p > c_V$ perché a pressione costante il gas compie anche lavoro di espansione.
- Poiché l'energia interna di un gas perfetto dipende solo dalla temperatura, $\Delta U = nc_V\Delta T$ in qualunque trasformazione, non solo nelle isocore.
- Il primo principio applicato a un'isobara dà la relazione di Mayer, $c_p - c_V = R$, valida per i calori specifici molari di un gas perfetto.
- L'equipartizione prevede $c_V = (3/2)R$ e $\gamma = 5/3$ per i gas monoatomici, $c_V = (5/2)R$ e $\gamma = 7/5$ per i biatomici a temperatura ambiente; le misure lo confermano, mentre gas come il CO_2 hanno c_V maggiore perché in parte vibrano.
- In una trasformazione adiabatica $Q = 0$ e $W = -\Delta U$: in un'espansione il gas si raffredda, in una compressione si scalda. Adiabatico non significa isotermo.
- Il lavoro adiabatico di un gas perfetto vale $W = -nc_V\Delta T = (p_iV_i - p_fV_f)/(\gamma - 1)$.
- Lungo un'adiabatica reversibile di un gas perfetto valgono pV^γ = costante (equazione di Poisson) e $TV^{\gamma-1}$ = costante; la si può verificare sommando molti passi piccoli.
- Nel piano p–V l'adiabatica è più ripida dell'isoterma che passa per lo stesso punto, perché pressione e temperatura cambiano nello stesso verso.
- Le compressioni adiabatiche accendono il gasolio nel motore diesel e il cotone nell'acciarino pneumatico; le espansioni adiabatiche raffreddano l'aria che sale e formano le nubi, e il riscaldamento dell'aria che scende produce il föhn.
- Laplace corresse la velocità del suono di Newton trattando le compressioni del suono come adiabatiche: $v = \sqrt{(\gamma p/d)}$. Il metodo di Rüchardt misura γ dal periodo di oscillazione di una sfera su una molla d'aria.

ESERCIZI

Comprendere e ricordare

1. ● Il calore specifico molare si misura in:
   - **A.** J/(kg·K)
   - **B.** J/(mol·K)
   - **C.** J/mol
   - **D.** J/K

2. ● Per un gas perfetto c_p è maggiore di c_V perché:
   A. a pressione costante il gas, scaldandosi, compie lavoro di espansione
   B. a pressione costante le molecole hanno più gradi di libertà
   C. c_V si misura sempre a temperatura più bassa
   D. a volume costante il gas cede calore alle pareti

3. ● Per un gas perfetto biatomico a temperatura ambiente il rapporto $\gamma = c_p/c_V$ vale:
   A. 5/3
   B. 1
   C. 7/5
   D. 9/7

4. ●● In un'espansione adiabatica di un gas perfetto:
   A. la temperatura resta costante
   B. il gas assorbe calore
   C. l'energia interna aumenta
   D. la temperatura diminuisce

5. ●● Per un gas perfetto la relazione $\Delta U = nc_V\Delta T$ vale:
   A. solo nelle trasformazioni a volume costante
   B. solo nelle trasformazioni reversibili
   C. solo nelle trasformazioni a pressione costante
   D. in qualunque trasformazione

6. ●● Nel piano p–V, l'adiabatica e l'isoterma di un gas perfetto che passano per lo stesso punto:
   A. coincidono
   B. hanno la stessa pendenza in quel punto, ma poi l'adiabatica è meno ripida
   C. si incontrano in quel punto, e l'adiabatica è più ripida
   D. sono rette parallele

7. ●● L'equazione pV^γ = costante vale:
   A. per un'adiabatica reversibile di un gas perfetto
   B. per ogni trasformazione con $Q = 0$
   C. per ogni trasformazione di un gas perfetto
   D. per un'isoterma reversibile

8. ●●● Un gas perfetto raddoppia il volume con un'espansione adiabatica reversibile. Rispetto a un'espansione isoterma dallo stesso stato allo stesso volume finale, la pressione finale e il lavoro compiuto dal gas sono:
   A. maggiore la pressione, maggiore il lavoro
   B. uguali entrambi
   C. minore la pressione, minore il lavoro
   D. minore la pressione, maggiore il lavoro

Vero o falso

9. ● In una trasformazione adiabatica la temperatura di un gas non cambia. V / F

10. ● Per un gas perfetto $c_p - c_V = R$, qualunque sia il gas. V / F

11. ●● Due moli di elio e due moli di azoto, scaldate di 10 K a volume costante, assorbono lo stesso calore. V / F

12. ●● Quando un gas perfetto si espande senza scambiare calore, il lavoro che compie è uguale alla diminuzione della sua energia interna. V / F

13. ●● Per un gas perfetto il rapporto $\gamma = c_p/c_V$ può essere minore di 1. V / F

Applicare

14. ● Calcola il calore necessario per scaldare a volume costante 3,00 mol di argon (gas monoatomico) da 20 °C a 50 °C.

15. ● Le 3,00 mol di argon dell'esercizio precedente vengono scaldate da 20 °C a 50 °C a pressione costante. Calcola il calore assorbito, il lavoro compiuto dal gas e la variazione di energia interna, e controlla il primo principio.

16. ● Completa: per un gas perfetto biatomico a temperatura ambiente c_V = _____ J/(mol·K), c_p = _____ J/(mol·K) e γ = _____ .

17. ●● In una trasformazione adiabatica un gas perfetto compie un lavoro di 850 J. Quanto vale la variazione della sua energia interna? Il gas si è scaldato o raffreddato?

18. ●● 0,500 mol di aria si raffreddano da 400 K a 300 K con una trasformazione di cui non conosci i dettagli. Calcola la variazione di energia interna.

19. ●● Dell'aria a 100 kPa occupa 2,00 L in un cilindro. Viene compressa con una trasformazione adiabatica reversibile fino a 0,500 L. Calcola la pressione finale.

20. ●● Nell'esercizio precedente l'aria si trovava inizialmente a 20,0 °C. Calcola la temperatura finale in kelvin e in gradi Celsius.

21. ●● Nella Figura 2.4 leggi la pressione dell'isoterma e quella dell'adiabatica a 40 L. Verifica le due letture con pV = costante e con pV^γ = costante, partendo dallo stato P (20,0 L; 124,7 kPa).

Problemi

22. ●● 4,00 mol di azoto, alla pressione costante di $1{,}013 \times 10^5$ Pa, vengono scaldate da 300 K a 400 K. Calcola il volume iniziale e quello finale, il calore assorbito, il lavoro compiuto e la variazione di energia interna.

23. ●● 2,00 mol di elio occupano 10,0 L a 300 K e si espandono con una trasformazione adiabatica reversibile fino a 30,0 L. Calcola la temperatura finale, la pressione iniziale e quella finale e il lavoro compiuto dal gas, in due modi.

24. ●●● In un motore diesel l'aria entra nel cilindro a 40 °C e 1,00 bar e viene compressa con un rapporto di compressione 16. a) Considerando la compressione adiabatica reversibile, calcola la temperatura e la pressione finali. b) La temperatura raggiunta basta ad accendere un combustibile che si accende spontaneamente a 250 °C? c) Calcola il lavoro compiuto sull'aria per ogni mole.

25. ●●● Un campione di elio a 300 K viene compresso con una trasformazione adiabatica reversibile fino a un ottavo del volume iniziale. a) Calcola la temperatura finale. b) Usando la teoria cinetica (*Fisica 3*, capitolo 15), calcola la velocità quadratica media degli atomi di elio prima e dopo la compressione ($M_{\text{mol}} = 4{,}003$ g/mol). Di quale fattore è cambiata?

26. ●●● 1,00 mol di aria a 300 K occupa 20,0 L e viene compressa fino a 10,0 L in due modi: a) con una compressione isoterma reversibile; b) con una compressione adiabatica reversibile. Per ciascun caso calcola il lavoro, il calore scambiato, la variazione di energia interna, la temperatura e la pressione finali. Quale compressione richiede più lavoro, e perché?

27. ●● Un recipiente rigido di 5,00 L contiene aria a 20,0 °C e $1{,}00 \times 10^5$ Pa. Una piccola resistenza elettrica al suo interno fornisce all'aria 250 J di calore. Calcola la temperatura e la pressione finali, trascurando il calore assorbito dal recipiente.

28. ●● Una massa d'aria umida a 20,0 °C, al livello del mare, è spinta dal vento su per una catena montuosa. Sale senza condensazione fino a 1000 m, dove si forma la base delle nubi; da lì alla cresta, a 3000 m, si raffredda di 5,0 K per kilometro. Sul versante opposto scende secca fino al livello del mare. Con un gradiente adiabatico secco di 9,8 K/km, calcola la temperatura dell'aria sulla cresta e quella con cui arriva in fondo alla valle.

29. ●●● Per identificare un gas si fornisce lo stesso calore, 500 J, a due campioni di 0,500 mol ciascuno: il primo in un recipiente rigido, il secondo a pressione costante. Le temperature aumentano rispettivamente di 48,0 K e di 34,4 K. a) Calcola c_V e c_p. b) Verifica la relazione di Mayer. c) Calcola γ e decidi se il gas è monoatomico o biatomico.

Ragionare e argomentare

30. ●● Perché per i solidi e i liquidi si parla di un solo calore specifico, mentre per i gas se ne distinguono due?

31. ●●● Trova l'errore. «Comprimo dell'aria a 20 °C con una compressione adiabatica reversibile che dimezza il volume. Poiché $TV^{\gamma-1}$ è costante, $T_f = 20\ °\text{C} \times 2^{0{,}4} = 26\ °\text{C}$.»

32. ●● Progetta un esperimento con una siringa chiusa collegata a un sensore di pressione per mostrare che una compressione rapida è quasi adiabatica e una lenta quasi isoterma. Che cosa misureresti, e quali risultati ti aspetti?

33. ●●● Il modello dell'equipartizione prevede $\gamma = 1{,}40$ per l'aria, ma per il CO_2 si misura 1,29. Spiega perché, e prevedi qualitativamente come cambiano c_V e γ dell'aria a temperature di alcune migliaia di kelvin.

PER APPROFONDIRE

- [FER] E. Fermi, *Termodinamica*: il capitolo sul primo principio ricava i calori specifici di un gas perfetto e l'equazione delle adiabatiche con un rigore che apprezzerai dopo aver studiato l'analisi matematica.
- [FEY] R. P. Feynman, R. B. Leighton, M. Sands, *La fisica di Feynman*, vol. I: i capitoli sulla teoria cinetica discutono la compressione adiabatica di un gas dal punto di vista delle molecole e il fallimento dell'equipartizione per i calori specifici.
- [HRW] D. Halliday, R. Resnick, J. Walker, *Fondamenti di fisica*: il capitolo sulla teoria cinetica dei gas tratta i calori specifici molari, la relazione di Mayer e l'espansione adiabatica con molti esercizi.
- [HEW] P. G. Hewitt, *Conceptual Physics*: il capitolo sulla termodinamica spiega senza formule le nubi, il föhn e il riscaldamento dell'aria compressa.

Glossario del capitolo

Accensione per compressione
Accensione del combustibile, nel motore diesel, dovuta all'alta temperatura raggiunta dall'aria compressa rapidamente, senza scintilla.

Acciarino pneumatico
Cilindro con pistone a tenuta in cui una compressione rapida dell'aria scalda il gas fino ad accendere un materiale infiammabile.

Adiabatica
Curva che rappresenta nel piano p–V una trasformazione adiabatica reversibile; per un gas perfetto ha equazione pV^γ = costante ed è più ripida dell'isoterma che passa per lo stesso punto.

Calore specifico molare
Calore necessario per innalzare di un kelvin la temperatura di una mole di sostanza: $Q = nc\Delta T$; si misura in J/(mol·K).

Calore specifico molare a pressione costante
c_p: calore per mole e per kelvin assorbito da un gas a pressione costante; è maggiore di c_V perché comprende il lavoro di espansione.

Calore specifico molare a volume costante
c_V: calore per mole e per kelvin assorbito da un gas a volume costante; per un gas perfetto $\Delta U = nc_V\Delta T$ in ogni trasformazione.

Equazione di Poisson
Legge di un'adiabatica reversibile di un gas perfetto: pV^γ = costante, equivalente a $TV^{\gamma-1}$ = costante.

Föhn
Vento caldo e secco che scende sul versante sottovento di una catena montuosa, riscaldandosi per compressione adiabatica dopo aver perso umidità sul versante opposto.

Formula di Laplace
Velocità del suono in un gas, $v = \sqrt{(\gamma p/d)}$, ottenuta trattando come adiabatiche le compressioni dell'onda sonora.

Gradi di libertà congelati
Gradi di libertà (di vibrazione, a volte di rotazione) che a una data temperatura non contribuiscono all'energia interna; si attivano solo a temperature più alte, per ragioni spiegate dalla fisica quantistica.

Gradiente adiabatico secco
Diminuzione della temperatura dell'aria secca che sale nell'atmosfera espandendosi adiabaticamente: circa 9,8 K per kilometro.

Lavoro adiabatico
Lavoro compiuto da un sistema in una trasformazione senza scambio di calore; è uguale alla diminuzione della sua energia interna, $W = -\Delta U$.

Livello di condensazione
Quota alla quale l'aria umida che sale, raffreddandosi, comincia a condensare il suo vapore; vi si forma la base delle nubi.

Metodo di Rüchardt
Misura di γ di un gas dal periodo di oscillazione di una sfera che chiude un tubo montato su un grande recipiente di gas.

Rapporto dei calori specifici
$\gamma = c_p/c_V$, detto anche indice adiabatico; vale 5/3 per un gas perfetto monoatomico e 7/5 per uno biatomico a temperatura ambiente; è sempre maggiore di 1.

Rapporto di compressione
Rapporto fra il volume massimo e il volume minimo del gas nel cilindro di un motore; nei motori diesel vale circa da 15 a 22.

Relazione di Mayer
$c_p - c_V = R$: relazione fra i calori specifici molari di un gas perfetto, ricavata dal primo principio applicato a un'isobara.

Soluzioni

1. B. J/(mol·K): calore per mole e per kelvin.

2. A. A pressione costante parte del calore diventa lavoro di espansione, $W = p\Delta V = nR\Delta T$; per lo stesso ΔT serve più calore.

3. C. $c_p/c_V = (7/2)R/((5/2)R) = 7/5 = 1{,}40$.

4. D. Con $Q = 0$ e $W > 0$, $\Delta U = -W < 0$: la temperatura diminuisce.

5. D. L'energia interna di un gas perfetto dipende solo da T, quindi la sua variazione è la stessa di un'isocora fra le stesse temperature.

6. C. Le due curve passano per lo stesso punto e l'adiabatica ($p \propto 1/V^{\gamma}$) è più ripida dell'isoterma ($p \propto 1/V$).

7. A. L'equazione di Poisson richiede una trasformazione adiabatica reversibile di un gas perfetto; una trasformazione con $Q = 0$ irreversibile, come l'espansione libera, non la segue.

8. C. Lungo l'adiabatica la pressione scende più in fretta (anche la temperatura diminuisce), quindi la curva sta sotto l'isoterma e l'area sotto di essa, cioè il lavoro, è minore.

9. F. In un'adiabatica è nullo il calore scambiato, non la variazione di temperatura: il gas si scalda se compresso e si raffredda se si espande.

10. V. È la relazione di Mayer, valida per i calori specifici molari di qualunque gas perfetto.

11. F. L'elio ha $c_V = 12{,}5$ J/(mol·K), l'azoto 20,8 J/(mol·K): $Q = 2 \times 12{,}47 \times 10$ J = 249 J contro $Q = 2 \times 20{,}79 \times 10$ J = 416 J.

12. V. Con $Q = 0$ il primo principio dà $W = -\Delta U$: il lavoro compiuto è uguale alla diminuzione di energia interna.

13. F. $c_p = c_V + R > c_V$, quindi $\gamma > 1$ sempre.

14. $Q = nc_V\Delta T = 3{,}00$ mol $\times$ 12,47 J/(mol·K) $\times$ 30 K = $1{,}12 \times 10^3$ J, assorbito ($Q > 0$).

15. $Q = nc_p\Delta T = 3{,}00 \times 20{,}79 \times 30$ J = $1{,}87 \times 10^3$ J, assorbito. $W = p\Delta V = nR\Delta T = 3{,}00 \times 8{,}314 \times 30$ J = 748 J, positivo (il gas si espande). $\Delta U = nc_V\Delta T = 1{,}12 \times 10^3$ J. Controllo: $Q - W = 1871$ J − 748 J = 1123 J $\approx \Delta U$.

16. $c_V = (5/2)R = 20{,}8$ J/(mol·K); $c_p = (7/2)R = 29{,}1$ J/(mol·K); $\gamma = 1{,}40$.

17. $Q = 0$, quindi $\Delta U = -W = -850$ J. L'energia interna diminuisce: il gas si è raffreddato.

18. $\Delta U = nc_V\Delta T$ vale per qualunque trasformazione: $\Delta U = 0{,}500$ mol $\times$ 20,79 J/(mol·K) $\times$ (−100 K) = $-1{,}04 \times 10^3$ J. Q e W dipendono dalla trasformazione; si sa solo che $Q - W = -1{,}04 \times 10^3$ J.

19. Equazione di Poisson: $p_f = p_i(V_i/V_f)^{\gamma} = 100$ kPa $\times$ $4{,}00^{1{,}4} = 100$ kPa $\times$ 6,96 = 696 kPa. ($Q = 0$; il lavoro è negativo, compiuto sull'aria, e l'energia interna aumenta.)

20. $T_f = T_i(V_i/V_f)^{\gamma - 1} = 293{,}15$ K $\times$ $4{,}00^{0{,}4} = 293{,}15$ K $\times$ 1,741 = 510 K, cioè 237 °C.

21. Dal grafico: isoterma circa 62 kPa, adiabatica circa 47 kPa. Calcolo: isoterma $p = 124{,}7$ kPa $\times$ 20,0/40,0 = 62,4 kPa; adiabatica $p = 124{,}7$ kPa $\times$ $(0{,}500)^{1{,}4} = 124{,}7$ kPa $\times$ 0,379 = 47,3 kPa.

22. $V_i = nRT/p = 4{,}00 \times 8{,}314 \times 300/(1{,}013 \times 10^5)$ m^3 = $9{,}85 \times 10^{-2}$ m^3 = 98,5 L; $V_f = 98{,}5$ L $\times$ 400/300 = 131 L. $Q = nc_p\Delta T = 4{,}00 \times 29{,}10 \times 100$ J = $1{,}16 \times 10^4$ J, assorbito. $W = nR\Delta T = 4{,}00 \times 8{,}314 \times 100$ J = $3{,}33 \times 10^3$ J, compiuto dal gas. $\Delta U = nc_V\Delta T = 4{,}00 \times 20{,}79 \times 100$ J = $8{,}31 \times 10^3$ J. Controllo: $Q - W = 11\,640$ J − 3326 J = 8314 J = ΔU.

23. Elio monoatomico, $\gamma = 5/3$, $\gamma - 1 = 2/3$. $T_f = 300$ K $\times$ $(10{,}0/30{,}0)^{2/3} = 300$ K $\times$ 0,481 = 144 K. $p_i = nRT/V = 2{,}00 \times 8{,}314 \times 300/(10{,}0 \times 10^{-3})$ Pa = $4{,}99 \times 10^5$ Pa; $p_f = p_i(1/3)^{5/3} = 4{,}99 \times 10^5$ Pa $\times$ 0,160 = $7{,}99 \times 10^4$ Pa. Lavoro, primo modo: $W = -nc_V\Delta T = -2{,}00 \times 12{,}47 \times (144{,}2 - 300)$ J = $3{,}89 \times 10^3$ J. Secondo modo: $W = (p_iV_i - p_fV_f)/(\gamma - 1) = (4988\text{ J} - 2398\text{ J})/(2/3) = 3{,}89 \times 10^3$ J. Il la-

voro è positivo (il gas si espande) e $Q = 0$, quindi $\Delta U = -3{,}89 \times 10^3$ J: il gas si raffredda.

24. a) Per il primo principio con $Q = 0$ e per l'equazione di Poisson (compressione rapida, considerata adiabatica reversibile; aria biatomica, $\gamma = 1{,}40$): $T_f = 313{,}15\ \text{K} \times 16^{0,4} = 313{,}15\ \text{K} \times 3{,}03 = 949$ K, cioè 676 °C; $p_f = 1{,}00\ \text{bar} \times 16^{1,4} = 48{,}5$ bar. b) Sì: 676 °C supera ampiamente 250 °C; anche con le perdite di calore reali resta un largo margine. c) Poiché $Q = 0$, $W = -\Delta U = -c_V \Delta T$ per mole $= -20{,}79\ \text{J/(mol·K)} \times (949 - 313)\ \text{K} = -1{,}32 \times 10^4$ J/mol: il segno meno indica lavoro compiuto sull'aria.

25. a) Per l'equazione di Poisson nella forma $TV^{\gamma - 1}$ = costante, con $\gamma - 1 = 2/3$ (elio monoatomico): $T_f = 300\ \text{K} \times 8^{2/3} = 300\ \text{K} \times 4 = 1200$ K. b) Per la teoria cinetica $v_{qm} = \sqrt{(3RT/M_{mol})}$: prima $\sqrt{(3 \times 8{,}314 \times 300/0{,}004003)}\ \text{m/s} = 1{,}37 \times 10^3$ m/s, dopo $\sqrt{(3 \times 8{,}314 \times 1200/0{,}004003)}\ \text{m/s} = 2{,}73 \times 10^3$ m/s. La temperatura assoluta è quadruplicata, quindi v_{qm} è raddoppiata: il lavoro subito dal gas è diventato energia cinetica degli atomi.

26. a) Isoterma ($\Delta U = 0$ perché T è costante): $W = nRT \ln(V_f/V_i) = 8{,}314 \times 300 \times \ln 0{,}500\ \text{J} = -1{,}73 \times 10^3$ J, compiuto sul gas; per il primo principio $Q = W = -1{,}73 \times 10^3$ J, ceduto all'ambiente; $T_f = 300$ K; $p_f = 2 \times 124{,}7\ \text{kPa} = 249$ kPa. b) Adiabatica ($Q = 0$): $T_f = 300\ \text{K} \times 2^{0,4} = 396$ K; $p_f = 124{,}7\ \text{kPa} \times 2^{1,4} = 329$ kPa; $\Delta U = nc_V \Delta T = 20{,}79 \times 95{,}9\ \text{J} = 1{,}99 \times 10^3$ J; $W = -\Delta U = -1{,}99 \times 10^3$ J. La compressione adiabatica richiede più lavoro (1992 J contro 1729 J) perché il gas si scalda e la sua pressione cresce più in fretta: l'adiabatica è più ripida e l'area sotto di essa è maggiore.

27. $n = pV/(RT) = 1{,}00 \times 10^5 \times 5{,}00 \times 10^{-3}/(8{,}314 \times 293{,}15)\ \text{mol} = 0{,}205$ mol. Volume costante: $W = 0$ e $Q = \Delta U = nc_V \Delta T = 250$ J (assorbito), quindi $\Delta T = 250\ \text{J}/(0{,}205\ \text{mol} \times 20{,}79\ \text{J/(mol·K)}) = 58{,}6$ K: $T_f = 351{,}8$ K = 78,6 °C. Isocora: $p_f = p_i T_f/T_i = 1{,}00 \times 10^5\ \text{Pa} \times 351{,}8/293{,}15 = 1{,}20 \times 10^5$ Pa.

28. Salita secca fino a 1000 m: 20,0 °C − 9,8 °C = 10,2 °C. Salita con condensazione per 2,0 km: 10,2 °C − 2,0 × 5,0 °C = 0,2 °C sulla cresta. Discesa secca di 3,0 km: 0,2 °C + 3,0 × 9,8 °C = 29,6 °C. L'aria arriva in valle quasi 10 °C più calda di com'era partita: è l'effetto föhn, dovuto al calore latente liberato dalla condensazione sul versante sopravento.

29. a) $c_V = Q/(n\Delta T) = 500\ \text{J}/(0{,}500\ \text{mol} \times 48{,}0\ \text{K}) = 20{,}8$ J/(mol·K); $c_p = 500\ \text{J}/(0{,}500\ \text{mol} \times 34{,}4\ \text{K}) = 29{,}1$ J/(mol·K). b) $c_p - c_V = 29{,}07 - 20{,}83 = 8{,}24$ J/(mol·K), che differisce da $R = 8{,}314$ J/(mol·K) di meno dell'1%: la relazione di Mayer è verificata entro l'incertezza dei dati. c) $\gamma = 29{,}07/20{,}83 = 1{,}40$: il gas si comporta come un gas biatomico, con 5 gradi di libertà attivi (per esempio azoto o ossigeno).

30. Traccia di risposta: il calore specifico dipende dalla trasformazione perché il calore non è una funzione di stato. Per solidi e liquidi la dilatazione termica è piccolissima: il lavoro contro l'atmosfera è trascurabile e il calore specifico a pressione costante coincide in pratica con quello a volume costante. Un gas invece a pressione costante si espande molto e compie un lavoro $nR\Delta T$ paragonabile a ΔU, quindi i due calori specifici sono nettamente diversi.

31. L'errore è usare la temperatura Celsius in un prodotto. Con le temperature assolute: $T_f = 293{,}15\ \text{K} \times 2^{0,4} = 293{,}15\ \text{K} \times 1{,}320 = 387$ K, cioè circa 114 °C, non 26 °C.

32. Traccia di risposta: si chiude l'ugello della siringa sul sensore e si comprime l'aria dallo stesso volume iniziale in due modi: con un colpo secco di una frazione di secondo e lentamente, in un minuto. Si registra la pressione subito dopo la compressione. Nel primo caso ci si aspetta una pressione vicina a $p_i 2^{1,4} \approx 2{,}6 p_i$, che poi scende nel giro di qualche secondo mentre l'aria cede calore alle pareti, fino a $2p_i$; nel secondo caso una pressione vicina a $2p_i$ per tutto il tempo, come previsto dalla legge di Boyle. La discesa della pressione a volume fermo è la prova che la compressione rapida aveva scaldato il gas.

33. Traccia di risposta: la molecola di CO_2 può anche vibrare, e una delle sue vibrazioni è in parte attiva già a temperatura ambiente; i gradi di libertà in più aumentano c_V, quindi $\gamma = 1 + R/c_V$ diminuisce. Per l'aria a temperature di migliaia di kelvin si attivano anche le vibrazioni di N_2 e O_2 (ciascuna aggiunge fino a R a c_V): c_V cresce verso $(7/2)R$ e γ scende verso $9/7 \approx 1{,}29$.