VERIFICA

Verifica di fine parte · I gas e la teoria cinetica

Tempo indicativo: 100 minuti · Punteggio totale: 100 punti

Fisica 3 · Parte V · I gas e la teoria cinetica · versione 1.0
Verifica: Verifica di fine parte · I gas e la teoria cinetica · pagine 443–448 del volume completo · estratto per lo studio

La verifica riguarda i capitoli 14 e 15. È ammessa la calcolatrice scientifica. Scrivi sempre le formule che usi, i passaggi e le unità di misura: un risultato senza unità è considerato incompleto. Esprimi i risultati con un numero di cifre significative coerente con i dati, e ricorda che nelle leggi dei gas la temperatura va in kelvin. Puoi consultare le tabelle dell'appendice. Dove non è indicato diversamente usa $R = 8{,}314\ \text{J/(mol·K)}$, $k_B = 1{,}38 \times 10^{-23}\ \text{J/K}$, $N_A = 6{,}02 \times 10^{23}\ \text{mol}^{-1}$, $g = 9{,}8\ \text{m/s}^2$ e considera i gas perfetti.

Parte A · Domande a scelta multipla (10 domande, 2 punti ciascuna)

1. ● Un gas, a temperatura costante, viene compresso da 6,0 L a 2,0 L. La sua pressione:
   - **A.** diventa un terzo
   - **B.** triplica
   - **C.** diventa nove volte maggiore
   - **D.** non cambia, perché la temperatura è costante

2. ● Un gas a pressione costante viene scaldato da 7 °C a 287 °C. Il suo volume:
   - **A.** diventa 41 volte maggiore
   - **B.** aumenta del 10% circa
   - **C.** si dimezza
   - **D.** raddoppia

3. ● Il volume molare di un gas perfetto vale 22,41 L/mol:
   - **A.** a 0 °C e 1 atm
   - **B.** a qualunque temperatura, purché la pressione sia 1 atm
   - **C.** a 20 °C e 1 atm
   - **D.** per qualunque gas e in qualunque condizione

4. ●● Quante moli ci sono in 4,0 g di elio (massa molare 4,003 g/mol)?
   - **A.** 4,0 mol
   - **B.** 0,25 mol
   - **C.** 1,0 mol
   - **D.** $6{,}0 \times 10^{23}$ mol

5. ●● L'aria secca contiene il 78,08% in volume di azoto. In una bombola di aria compressa alla pressione di $5{,}0 \times 10^5$ Pa la pressione parziale dell'azoto è circa:

   A. $5{,}0 \times 10^5$ Pa
   B. $3{,}9 \times 10^5$ Pa
   C. $1{,}1 \times 10^5$ Pa
   D. $7{,}8 \times 10^4$ Pa

6. ● L'energia cinetica media di traslazione delle molecole di un gas perfetto a 300 K vale circa:

   A. $4{,}1 \times 10^{-21}$ J
   B. $2{,}5 \times 10^3$ J
   C. $1{,}2 \times 10^{-20}$ J
   D. $6{,}2 \times 10^{-21}$ J

7. ●● In una miscela di elio (4,003 g/mol) e argon (39,95 g/mol) all'equilibrio, il rapporto fra la velocità quadratica media degli atomi di elio e quella degli atomi di argon è circa:

   A. 3,2
   B. 10
   C. 1
   D. 0,32

8. ●● Un gas perfetto è chiuso in un recipiente rigido. Se la sua pressione raddoppia, la velocità quadratica media delle molecole:

   A. raddoppia
   B. resta la stessa
   C. aumenta di un fattore $\sqrt{2}$
   D. quadruplica

9. ● L'energia interna di una mole di gas perfetto monoatomico a 400 K vale circa:

   A. 3,3 kJ
   B. 5,0 kJ
   C. 8,3 kJ
   D. 1,7 kJ

10. ●● Il cammino libero medio delle molecole di un gas aumenta quando:

    A. la temperatura aumenta a volume costante
    B. si aggiunge gas nello stesso recipiente
    C. le molecole sono più grandi
    D. il gas viene rarefatto, cioè diminuisce il numero di molecole per unità di volume

Parte B · Esercizi (5 esercizi, 6 punti ciascuno)

11. ●● Una siringa chiusa contiene 50 mL di aria a $1{,}0 \times 10^5$ Pa e 20 °C. a) Lo stantuffo viene spinto lentamente, a temperatura costante, fino a 20 mL: calcola la nuova pressione (3 punti). b) Bloccato lo stantuffo, la siringa viene immersa in acqua a 60 °C: calcola la pressione finale (3 punti).

12. ●● Un palloncino contiene 2,0 g di elio (4,003 g/mol) a 20 °C e alla pressione di $1{,}05 \times 10^5$ Pa. a) Quante moli e quanti atomi di elio contiene? (2 punti) b) Quale volume ha il palloncino? (2 punti) c) Quanti grammi di azoto (28,01 g/mol) servirebbero per gonfiare un palloncino identico alle stesse pressione e temperatura? Quale principio usi? (2 punti)

13. ●● Un termometro a gas a volume costante segna $1{,}200 \times 10^5$ Pa nel ghiaccio fondente (0,0 °C) e $1{,}640 \times 10^5$ Pa nell'acqua bollente a pressione normale (100,0 °C). a) Scrivi la legge che lega la pressione alla temperatura in gradi Celsius e calcola di quanto aumenta la pressione per ogni grado (2 punti). b) Estrapola la retta fino a pressione nulla: a quale temperatura si arriva? (2 punti) c) Che cosa rappresenta questa temperatura, e perché nessun gas reale arriva davvero a pressione nulla? (2 punti)

14. ●● Un gas di azoto (28,01 g/mol) si trova a 500 K. a) Calcola l'energia cinetica media di traslazione delle molecole e la loro velocità quadratica media (4 punti). b) A quale temperatura gli atomi di elio (4,003 g/mol) avrebbero la stessa velocità quadratica media? (2 punti)

15. ●● Una bombola di 3,0 L contiene argon alla pressione di $2{,}0 \times 10^5$ Pa. a) Calcola l'energia cinetica totale di traslazione degli atomi (2 punti). b) La bombola viene svuotata e riempita di azoto, alla stessa pressione e alla stessa temperatura. L'energia cinetica totale di traslazione delle molecole cambia? E l'energia interna del gas? Calcola entrambe e motiva la risposta (4 punti).

Parte C · Problemi (3 problemi, 50 punti in totale)

16. ●●● **(18 punti)** Una camera da vuoto di 40 L contiene azoto residuo (28,01 g/mol) alla pressione di $1{,}0 \times 10^{-3}$ Pa e alla temperatura di 20 °C. a) Quante moli e quante molecole contiene? (4 punti) b) Quante molecole ci sono in ogni centimetro cubo? Confronta con l'aria a pressione atmosferica, che ne contiene circa $2{,}5 \times 10^{19}$ (3 punti). c) Calcola la velocità quadratica media delle molecole e l'energia cinetica totale di traslazione del gas (3 punti). d) Per pulirne le pareti la camera chiusa viene scaldata a 150 °C. Supponendo che dalle pareti non si liberi altro gas, quale pressione raggiunge? Quale legge usi? (4 punti) e) Il cammino libero medio è inversamente proporzionale al numero di molecole per unità di volume, e nell'aria a 20 °C e $1{,}0 \times 10^5$ Pa vale circa 7×10^{-8} m. Stima il cammino libero medio nella camera a 20 °C e spiega che cosa urtano più spesso le molecole: le altre molecole o le pareti? (4 punti)

17. ●●● **(16 punti)** Un recipiente di 5,0 L contiene 0,50 mol di idrogeno (H_2, 2,016 g/mol) a 300 K. a) Calcola la pressione con l'equazione di stato (3 punti). b) Calcola la velocità quadratica media delle molecole (3 punti). c) Calcola il numero di molecole e la massa di una molecola, e verifica che la formula della teoria cinetica $pV = \tfrac{1}{3}Nmv_{\mathrm{qm}}^{\,2}$ dà la stessa pressione (4 punti). d) Calcola l'energia interna del gas, spiegando quanti gradi di libertà usi e perché (3 punti). e) Secondo la regola pratica sulla ritenzione dei gas (velocità di fuga $\geq 6\,v_{\mathrm{qm}}$ circa; per la Terra $v_{\mathrm{fuga}} = 11{,}2$ km/s), fino a quale temperatura dell'alta atmosfera la Terra tratterrebbe l'idrogeno? Confronta con i circa 1000 K che l'alta atmosfera raggiunge davvero e spiega perché l'atmosfera terrestre contiene pochissimo idrogeno libero (3 punti).

18. ●●● **(16 punti)** La tabella dà il rapporto $Z = pV/(nRT)$ per una mole di anidride carbonica a 300 K, a diverse pressioni (valori calcolati con il modello di van der Waals, $a = 0{,}364$ Pa·m^6/mol^2, $b = 4{,}27 \times 10^{-5}$ m^3/mol).

Tabella V5.1 Rapporto $Z = pV/(nRT)$ per una mole di CO_2 a 300 K (valori calcolati con il modello di van der Waals; 1 bar = 10^5 Pa).

p (bar)	Z
1	0,996
10	0,957
30	0,859
50	0,733

a) Quanto vale Z per un gas perfetto? Calcola il volume di una mole di CO_2 a 50 bar e 300 K secondo il modello del gas perfetto e secondo la tabella (4 punti). b) Spiega con il modello microscopico perché Z è minore di 1 e diminuisce all'aumentare della pressione (4 punti). c) Verifica il valore della tabella a 50 bar: calcola con l'equazione di van der Waals la pressione di una mole di CO_2 a 300 K nel volume che hai ricavato in a) dalla tabella, e confrontala, in percentuale, con quella che avrebbe il gas perfetto nello stesso volume (4 punti). d) Argomenta: in quali condizioni il modello del gas perfetto è affidabile per la CO_2? Quale ipotesi del modello cade per prima, e perché a densità ancora molto più grandi Z finirebbe per superare 1? (4 punti)

Griglia di valutazione Punti per sezione.

Sezione	Contenuto	Punti
Parte A	domande 1–10 × 2 punti	20
Parte B	esercizi 11–15 × 6 punti	30
Parte C	problema 16 (18), problema 17 (16), problema 18 (16)	50
Totale		**100**

Dal punteggio al voto Corrispondenza indicativa fra punteggio e voto in decimi.

Punteggio	0–24	25–34	35–44	45–54	55–64	65–74	75–84	85–94	95–100
Voto	2	3	4	5	6	7	8	9	10

Soluzioni

1. B (2 punti). Legge di Boyle: pV costante, quindi $p_2 = p_1 \times 6{,}0\ \text{L} / 2{,}0\ \text{L} = 3p_1$.

2. D (2 punti). A pressione costante V/T è costante con T in kelvin: da 280 K a 560 K il volume raddoppia. Il rapporto 287/7 non ha significato fisico.

3. A (2 punti). $V/n = RT/p$ dipende da temperatura e pressione: 22,41 L/mol è il valore a 273,15 K e 101 325 Pa.

4. C (2 punti). $n = 4{,}0\ \text{g} / 4{,}003\ \text{g/mol} \approx 1{,}0$ mol, cioè circa $6{,}0 \times 10^{23}$ atomi (non moli).

5. B (2 punti). Per la legge di Dalton la pressione parziale è la frazione molare per la pressione totale: $0{,}7808 \times 5{,}0 \times 10^5\ \text{Pa} \approx 3{,}9 \times 10^5\ \text{Pa}$.

6. D (2 punti). $K_\text{m} = (3/2)k_\text{B}T = 1{,}5 \times 1{,}38 \times 10^{-23}\ \text{J/K} \times 300\ \text{K} \approx 6{,}2 \times 10^{-21}$ J, per qualunque gas. ($4{,}1 \times 10^{-21}$ J è $k_\text{B}T$, senza il fattore 3/2.)

7. A (2 punti). Alla stessa temperatura $v_\text{qm} \propto 1/\sqrt{M_\text{mol}}$: $\sqrt{(39{,}95/4{,}003)} \approx 3{,}2$.

8. C (2 punti). A volume costante $p \propto T$, quindi T raddoppia; $v_\text{qm} \propto \sqrt{T}$ aumenta di $\sqrt{2} \approx 1{,}41$.

9. B (2 punti). $U = (3/2)nRT = 1{,}5 \times 1{,}00\ \text{mol} \times 8{,}314\ \text{J/(mol·K)} \times 400\ \text{K} \approx 4{,}99\ \text{kJ} \approx 5{,}0\ \text{kJ}$.

10. D (2 punti). Con meno molecole per unità di volume una molecola percorre in media un tratto più lungo prima di urtarne un'altra; molecole più grandi e gas più denso lo accorciano.

11. a) Isoterma, legge di Boyle: $p_2 = 1{,}0 \times 10^5\ \text{Pa} \times 50\ \text{mL} / 20\ \text{mL} = 2{,}5 \times 10^5$ Pa (3 punti: 1 per la legge, 2 per il calcolo). b) Isocora, p/T costante con T in kelvin: $p_3 = 2{,}5 \times 10^5\ \text{Pa} \times 333{,}15\ \text{K} / 293{,}15\ \text{K} \approx 2{,}8 \times 10^5$ Pa (3 punti; 0 punti per il calcolo con 60/20 in gradi Celsius).

12. a) $n = 2{,}0\ \text{g} / 4{,}003\ \text{g/mol} \approx 0{,}50$ mol; $N = nN_\text{A} \approx 0{,}500 \times 6{,}02 \times 10^{23} \approx 3{,}0 \times 10^{23}$ atomi (2 punti). b) $V = nRT/p = 0{,}500\ \text{mol} \times 8{,}314\ \text{J/(mol·K)} \times 293{,}15\ \text{K} / 1{,}05 \times 10^5\ \text{Pa} \approx 1{,}16 \times 10^{-2}\ \text{m}^3 \approx 12$ L (2 punti). c) Principio di Avogadro: stessi V, p, $T \Rightarrow$ stesso numero di molecole, quindi 0,500 mol di N_2, cioè $0{,}500\ \text{mol} \times 28{,}01\ \text{g/mol} \approx 14$ g (2 punti).

13. a) Seconda legge di Gay-Lussac: $p = p_0(1 + \alpha t)$, lineare; pendenza $(1{,}640 - 1{,}200) \times 10^5\ \text{Pa} / 100{,}0\ ^\circ\text{C} = 440\ \text{Pa/°C}$ (2 punti). b) $p = 0$ per $t = -1{,}200 \times 10^5\ \text{Pa} / (440\ \text{Pa/°C}) \approx -273\ ^\circ\text{C}$ (2 punti). c) È lo zero assoluto, 0 K, origine della scala Kelvin: la temperatura alla quale l'agitazione molecolare sarebbe minima (1 punto). Un gas reale si liquefà e si solidifica molto prima, e la legge lineare smette di valere (1 punto).

14. a) $K_\text{m} = (3/2)k_\text{B}T = 1{,}5 \times 1{,}38 \times 10^{-23}\ \text{J/K} \times 500\ \text{K} \approx 1{,}04 \times 10^{-20}$ J (2 punti); $v_\text{qm} = \sqrt{(3RT/M_\text{mol})} = \sqrt{(3 \times 8{,}314 \times 500 / 0{,}02801)}\ \text{m/s} \approx 667\ \text{m/s}$ (2 punti). b) v_qm uguale richiede T/M_mol uguale: $T = 500\ \text{K} \times 4{,}003/28{,}01 \approx 71{,}5$ K (2 punti).

15. a) $NK_\text{m} = (3/2)pV = 1{,}5 \times 2{,}0 \times 10^5\ \text{Pa} \times 3{,}0 \times 10^{-3}\ \text{m}^3 = 900$ J, che per l'argon monoatomico è anche l'energia interna (2 punti). b) L'energia di traslazione resta 900 J: dipende solo da p e V (stesso numero di molecole, stessa K_m alla stessa T) (2 punti). L'energia interna cresce: l'azoto è biatomico, con 2 gradi di libertà di rotazione in più, e $U = (5/2)pV = 1{,}5 \times 10^3$ J (2 punti).

16. a) $n = pV/(RT) = 1{,}0 \times 10^{-3}\ \text{Pa} \times 0{,}040\ \text{m}^3 / (8{,}314\ \text{J/(mol·K)} \times 293{,}15\ \text{K}) \approx 1{,}6 \times 10^{-8}$ mol (2 punti per la formula con unità SI e T in kelvin, 1 per il risultato); $N = nN_\text{A} \approx 9{,}9 \times 10^{15}$ molecole (1 punto). b) $N/V = 9{,}9 \times 10^{15} / 4{,}0 \times 10^4\ \text{cm}^3 \approx 2{,}5 \times 10^{11}$ molecole/cm^3 (2 punti): un «vuoto» che contiene ancora centinaia di miliardi di molecole per centimetro cubo, circa cento milioni di volte meno dell'aria (il rapporto delle pressioni, a pari temperatura) (1 punto). c) $v_\text{qm} = \sqrt{(3RT/M_\text{mol})} = \sqrt{(3 \times 8{,}314 \times 293{,}15 / 0{,}02801)}\ \text{m/s} \approx 511\ \text{m/s}$: non dipende dalla pressione (1,5 punti); $NK_\text{m} = (3/2)pV = 1{,}5 \times 1{,}0 \times 10^{-3}\ \text{Pa} \times 0{,}040\ \text{m}^3 = 6{,}0 \times 10^{-5}$ J (1,5 punti). d) Volume e quantità di gas costanti: seconda legge di Gay-Lussac, p/T costante con T in kelvin (2 punti); $p' = 1{,}0 \times 10^{-3}\ \text{Pa} \times 423{,}15\ \text{K} /$

293,15 K ≈ $1{,}4 \times 10^{-3}$ Pa (2 punti). e) Alla stessa temperatura la densità numerica è $1{,}0 \times 10^{5}/1{,}0 \times 10^{-3} = 1{,}0 \times 10^{8}$ volte minore, quindi il cammino libero medio è 10^{8} volte maggiore: circa 7×10^{-8} m × $10^{8} \approx 7$ m (2 punti). È molto più grande della camera (un cubo di 40 L ha lato di circa 34 cm): le molecole vanno da una parete all'altra quasi senza urtarsi, e urtano soprattutto le pareti (2 punti).

17. a) $p = nRT/V = 0{,}50$ mol × 8,314 J/(mol·K) × 300 K / $5{,}0 \times 10^{-3}$ m$^3 \approx 2{,}5 \times 10^{5}$ Pa (3 punti). b) $v_{qm} = \sqrt{(3RT/M_{mol})} = \sqrt{(3 \times 8{,}314 \times 300 / 0{,}002016)}$ m/s ≈ $1{,}93 \times 10^{3}$ m/s (3 punti). c) $N = nN_A = 0{,}50 \times 6{,}02 \times 10^{23} \approx 3{,}0 \times 10^{23}$; $m = M_{mol}/N_A = 0{,}002016$ kg / $6{,}02 \times 10^{23} \approx 3{,}35 \times 10^{-27}$ kg (2 punti). $p = Nmv_{qm}^2/(3V) = 3{,}01 \times 10^{23} \times 3{,}35 \times 10^{-27}$ kg × (1927 m/s)^2 / (3 × $5{,}0 \times 10^{-3}$ m^3) ≈ $2{,}5 \times 10^{5}$ Pa, uguale: le due formule coincidono perché $K_m = (3/2)k_BT$ (2 punti). d) H_2 è biatomico: a 300 K ha 3 gradi di libertà di traslazione e 2 di rotazione, ciascuno con ½RT per mole (equipartizione) (1 punto); $U = (5/2)nRT = 2{,}5 \times 0{,}50 \times 8{,}314 \times 300$ J ≈ $3{,}1 \times 10^{3}$ J (2 punti). e) Serve $v_{qm} \le 11{,}2$ km/s / 6 ≈ 1,87 km/s, cioè $T \le M_{mol}v_{qm}^2/(3R) = 0{,}002016 \times (1867$ m/s$)^2$ / (3 × 8,314) K ≈ $2{,}8 \times 10^{2}$ K (2 punti). L'alta atmosfera, a circa 1000 K, è più di tre volte più calda: la coda della distribuzione di Maxwell contiene abbastanza molecole più veloci della velocità di fuga perché in tempi geologici l'idrogeno sfugga nello spazio (1 punto).

18. a) Per un gas perfetto $Z = 1$ a ogni pressione (1 punto). $V = RT/p = 8{,}314 \times 300 / 5{,}0 \times 10^{6}$ m$^3 \approx 4{,}99 \times 10^{-4}$ m$^3 = 0{,}499$ L (1 punto); secondo la tabella $V = Z \times 0{,}499$ L ≈ 0,366 L (2 punti): il gas reale occupa circa un quarto di volume in meno. b) Le molecole si attraggono: una molecola che sta per urtare la parete è trattenuta dalle altre, tutte dalla stessa parte, e la colpisce più piano; la pressione è minore di quella del gas perfetto con gli stessi n, V, T (2 punti). L'effetto cresce con il numero di molecole vicine, cioè con la densità, e quindi con la pressione (2 punti). c) $V = 3{,}66 \times 10^{-4}$ m^3: $RT/(V - b) = 8{,}314 \times 300 / (3{,}66 \times 10^{-4} - 0{,}427 \times 10^{-4})$ Pa ≈ 7,71 MPa; $a/V^2 = 0{,}364 / (3{,}66 \times 10^{-4})^2$ Pa ≈ 2,72 MPa; $p \approx 4{,}99$ MPa ≈ 50 bar, il valore della tabella (2 punti). Gas perfetto nello stesso volume: $RT/V \approx 6{,}81$ MPa (1 punto); la pressione di van der Waals è circa il 27% più bassa: il rapporto 4,99/6,81 ≈ 0,73 è proprio Z (1 punto). d) Traccia: il modello è affidabile a bassa pressione e temperatura alta rispetto alla temperatura critica (304 K), dove Z differisce da 1 di meno dell'1% (pressioni dell'ordine di 1 bar) (1 punto). Cade per prima l'ipotesi di assenza di forze fra le molecole: l'attrazione conta già a densità moderate (1 punto). A densità molto grandi le molecole sono quasi a contatto: il volume escluso nb diventa una parte importante di V, lo spazio libero per il moto è molto minore di V, gli urti con le pareti diventano più frequenti e il termine del covolume prevale sull'attrazione, portando Z sopra 1 (2 punti).