VERIFICA

Verifica di fine parte · Le leggi del moto e i sistemi di riferimento

Tempo indicativo: 100 minuti · Punteggio totale: 100 punti

Fisica 3 · Parte I · Le leggi del moto e i sistemi di riferimento · versione 1.0
Verifica: Verifica di fine parte · Le leggi del moto e i sistemi di riferimento · pagine 123–128 del volume completo · estratto per lo studio

La verifica riguarda i capitoli 1–4. È ammessa la calcolatrice scientifica: in modalità gradi (DEG) per gli angoli, in modalità radianti (RAD) per le fasi del moto armonico. Scrivi sempre le formule che usi, i passaggi e le unità di misura: un risultato senza unità è considerato incompleto. Esprimi i risultati con un numero di cifre significative coerente con i dati. Puoi consultare le tabelle dell'appendice. Dove non è indicato diversamente usa $g = 9{,}8\ \text{m/s}^2$ e trascura la resistenza dell'aria.

Parte A · Domande a scelta multipla (10 domande, 2 punti ciascuna)

1. ● Dati i vettori $\boldsymbol{a} = 3{,}0\mathbf{i} + 4{,}0\mathbf{j}$ e $\boldsymbol{b} = 4{,}0\mathbf{i} - 3{,}0\mathbf{j}$, l'angolo fra $\boldsymbol{a}$ e $\boldsymbol{b}$ è:
   - **A.** 0°
   - **B.** 45°
   - **C.** 90°
   - **D.** 180°

2. ● Due vettori di moduli 4,0 e 5,0 formano un angolo di 150°. Il modulo del loro prodotto vettoriale vale:
   - **A.** 10
   - **B.** 17
   - **C.** −17
   - **D.** 20

3. ● Un corpo percorre una traiettoria curva con velocità scalare costante. La sua accelerazione:
   - **A.** è nulla
   - **B.** è perpendicolare alla velocità
   - **C.** è tangente alla traiettoria
   - **D.** ha lo stesso verso della velocità

4. ●● Il sistema S′ si muove rispetto a S con velocità $\boldsymbol{V} = 4{,}0\mathbf{i}$ m/s. Un corpo ha in S′ la velocità $\boldsymbol{v}' = (3{,}0\mathbf{i} + 4{,}0\mathbf{j})$ m/s. Il modulo della sua velocità in S è:
   - **A.** 5,0 m/s
   - **B.** 7,0 m/s
   - **C.** 11 m/s
   - **D.** 8,1 m/s

5. ● Quale di queste grandezze, riferita allo stesso corpo, può avere valori diversi in due sistemi di riferimento inerziali?

   A. l'energia cinetica
   B. la massa
   C. la durata di un evento
   D. l'accelerazione

6. ●● Un treno viaggia su un binario rettilineo a 25 m/s costanti. Un passeggero lascia cadere una moneta e misura, rispetto al treno, un'accelerazione di 9,8 m/s^2 verso il basso. Un osservatore fermo a terra misura per la moneta un'accelerazione:

   A. di (9,8 + 25) m/s^2
   B. inclinata all'indietro rispetto alla verticale
   C. nulla in orizzontale e diversa da 9,8 m/s^2 in verticale
   D. di 9,8 m/s^2 verso il basso

7. ●● Un ascensore sale aumentando la velocità con accelerazione di modulo 2,0 m/s^2. Una persona di 60 kg sta su una bilancia pesapersone nella cabina. La forza che la bilancia esercita sulla persona vale:

   A. 588 N
   B. 708 N
   C. 468 N
   D. 120 N

8. ●● Un corpo di 2,0 kg è fermo su una piattaforma che ruota con $\omega = 4{,}0$ rad/s, a 0,50 m dall'asse. Nel sistema della piattaforma la forza centrifuga sul corpo vale:

   A. 4,0 N
   B. 8,0 N
   C. 16 N
   D. 32 N

9. ● Un corpo si muove con la legge oraria $x(t) = (0{,}050\ \text{m})\cos[(10\ \text{rad/s})t]$. La sua accelerazione massima, in modulo, vale:

   A. 5,0 m/s^2
   B. 0,50 m/s^2
   C. 50 m/s^2
   D. 0,050 m/s^2

10. ●● Un pendolo semplice compie piccole oscillazioni con periodo 2,0 s. Se la lunghezza del filo diventa 9 volte maggiore, il periodo diventa:

    A. 3,0 s
    B. 6,0 s
    C. 18 s
    D. 2,0 s

Parte B · Esercizi (5 esercizi, 6 punti ciascuno)

11. ●● Una forza $\boldsymbol{F} = (12\mathbf{i} - 5{,}0\mathbf{j})$ N agisce su un corpo mentre questo compie lo spostamento $\Delta\boldsymbol{r} = (4{,}0\mathbf{i} + 3{,}0\mathbf{j})$ m. a) Calcola i moduli di $\boldsymbol{F}$ e di $\Delta\boldsymbol{r}$ (2 punti). b) Calcola il prodotto scalare $\boldsymbol{F} \cdot \Delta\boldsymbol{r}$ e l'angolo fra i due vettori (2 punti). c) Calcola il prodotto vettoriale $\boldsymbol{F} \times \Delta\boldsymbol{r}$, in modulo, direzione e verso (2 punti).

12. ●● Una ciclista parte da ferma su una pista circolare di raggio 40 m e aumenta la sua velocità con accelerazione tangenziale costante di 0,80 m/s^2. a) Dopo quanto tempo la sua accelerazione forma un angolo di 45° con la velocità? (3 punti) b) Quanto valgono in quell'istante la velocità e il modulo dell'accelerazione? (3 punti)

13. ●● Una nave procede verso est a 6,0 m/s rispetto all'acqua. Un passeggero di 70 kg attraversa il ponte camminando verso nord a 1,5 m/s rispetto alla nave, per 20 s. a) Calcola la velocità del passeggero rispetto all'acqua, in modulo e direzione (2 punti). b) Calcola il suo spostamento nei 20 s nel sistema della nave e in quello dell'acqua (2 punti). c) Calcola la sua energia cinetica nei due sistemi e spiega perché i valori sono diversi (2 punti).

14. ●● Una cassa di 40 kg è appoggiata sul pianale di un camion; il coefficiente di attrito statico fra cassa e pianale vale 0,35. a) Nel sistema di riferimento del camion, calcola la massima decelerazione che il camion può avere senza che la cassa scivoli (2 punti). b) Il camion frena in modo uniforme da 72 km/h a 0 in 5,0 s: la cassa scivola? (2 punti) c) Descrivi lo stesso fenomeno dal sistema di riferimento del suolo, indicando quali forze agiscono sulla cassa (2 punti).

15. ●● Un corpo di 0,30 kg appeso a una molla verticale la allunga di 12 cm. a) Calcola la costante elastica (1 punto). b) Calcola il periodo delle oscillazioni verticali (2 punti). c) Il corpo viene abbassato di 4,0 cm sotto la posizione di equilibrio e lasciato andare: calcola la velocità massima e l'accelerazione massima (3 punti).

Parte C · Problemi (3 problemi, 50 punti in totale)

16. ●●● **(18 punti)** Un pendolo semplice lungo 0,60 m è appeso al soffitto di un vagone ferroviario. Il treno parte su un binario rettilineo con accelerazione costante di 1,5 m/s^2. a) Nel sistema di riferimento del vagone, disegna le forze che agiscono sulla pallina ferma in equilibrio e calcola l'angolo che il filo forma con la verticale (5 punti). b) Calcola il modulo della gravità efficace nel vagone (3 punti). c) Spostata di poco dalla sua posizione di equilibrio, la pallina compie piccole oscillazioni: calcola il loro periodo (5 punti). d) Confronta questo periodo con quello del pendolo a treno fermo e calcola la variazione percentuale (3 punti). e) Un osservatore fermo sulla banchina vede la pallina in equilibrio rispetto al vagone: quali forze agiscono per lui sulla pallina, e qual è la loro risultante? (2 punti)

17. ●●● **(16 punti)** Un aereo deve volare da una città a un'altra situata 300 km più a nord. La sua velocità rispetto all'aria è 240 km/h, e soffia un vento costante di 60 km/h diretto verso nord-est. Usa un asse x verso est e un asse y verso nord. a) In quale direzione deve puntare il muso dell'aereo? (4 punti) b) Calcola la velocità dell'aereo rispetto al suolo e la durata del volo (4 punti). c) Scrivi con i versori $\mathbf{i}$ e $\mathbf{j}$ la velocità $\boldsymbol{v}'$ dell'aereo rispetto all'aria e la velocità $\boldsymbol{V}$ del vento; verifica che $\boldsymbol{v}' + \boldsymbol{V}$ è diretta verso nord e calcola il prodotto scalare $\boldsymbol{v}' \cdot \boldsymbol{V}$: che cosa indica il suo segno? (4 punti) d) Nel sistema di riferimento dell'aria (che si muove con il vento) quale traiettoria descrive l'aereo, e quanto è lunga? (4 punti)

18. ●●● **(16 punti)** Un blocco di 0,50 kg, su un piano orizzontale senza attrito, è attaccato a una molla di costante elastica 50 N/m. All'istante $t = 0$ il blocco si trova a 3,0 cm dalla posizione di equilibrio e si allontana da essa con velocità 0,40 m/s. a) Calcola la pulsazione e il periodo dell'oscillazione (3 punti). b) Calcola l'ampiezza dell'oscillazione, dicendo quale legge di conservazione usi e perché vale (4 punti). c) Calcola la velocità massima e l'accelerazione massima del blocco (3 punti). d) Un compagno sostiene: «Se all'inizio il blocco avesse una velocità maggiore, il periodo sarebbe più lungo, perché il blocco dovrebbe percorrere un tratto più lungo». Spiega in poche righe perché ha torto, e che cosa cambierebbe invece se sul piano agisse un debole attrito (6 punti).

Griglia di valutazione Punti per sezione.

Sezione	Contenuto	Punti
Parte A	domande 1–10 × 2 punti	20
Parte B	esercizi 11–15 × 6 punti	30
Parte C	problema 16 (18), problema 17 (16), problema 18 (16)	50
Totale		**100**

Dal punteggio al voto Corrispondenza indicativa fra punteggio e voto in decimi.

Punteggio	0–24	25–34	35–44	45–54	55–64	65–74	75–84	85–94	95–100
Voto	2	3	4	5	6	7	8	9	10

Soluzioni

1. C (2 punti). $\boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{b} = 3{,}0 \times 4{,}0 + 4{,}0 \times (-3{,}0) = 0$: i vettori sono perpendicolari.

2. A (2 punti). $|\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b}| = ab \operatorname{sen} \theta = 4{,}0 \times 5{,}0 \times \operatorname{sen} 150° = 20 \times 0{,}50 = 10$. Il modulo non è mai negativo.

3. B (2 punti). La velocità scalare non cambia, quindi l'accelerazione tangenziale è nulla; resta l'accelerazione centripeta v^2/r, perpendicolare alla velocità.

4. D (2 punti). $\boldsymbol{v} = \boldsymbol{v}' + \boldsymbol{V} = (7{,}0\mathbf{i} + 4{,}0\mathbf{j})$ m/s; $|\boldsymbol{v}| = \sqrt{(7{,}0^2 + 4{,}0^2)}$ m/s ≈ 8,1 m/s. (7,0 m/s sarebbe la somma dei moduli, che vale solo per vettori paralleli.)

5. A (2 punti). La velocità è relativa, e quindi anche $\frac{1}{2}mv^2$; massa, intervalli di tempo e accelerazione sono invarianti fra sistemi inerziali.

6. D (2 punti). Il treno si muove di moto rettilineo uniforme rispetto al suolo: l'accelerazione è invariante ($\boldsymbol{a} = \boldsymbol{a}'$), quindi anche a terra si misura 9,8 m/s^2 verso il basso; cambia la traiettoria (una parabola), non l'accelerazione.

7. B (2 punti). Nel sistema della cabina sulla persona agiscono il peso, la forza della bilancia F e la forza apparente $-m\boldsymbol{A}$, diretta verso il basso: $F = m(g + A) = 60 \text{ kg} \times 11{,}8 \text{ m/s}^2 \approx 708$ N.

8. C (2 punti). $F_{cf} = m\omega^2 r = 2{,}0 \text{ kg} \times (4{,}0 \text{ rad/s})^2 \times 0{,}50 \text{ m} = 16$ N, diretta in verso opposto all'asse.

9. A (2 punti). $a_{max} = \omega^2 A = (10 \text{ rad/s})^2 \times 0{,}050 \text{ m} = 5{,}0 \text{ m/s}^2$.

10. B (2 punti). $T = 2\pi\sqrt{(l/g)}$ è proporzionale a $\sqrt{l}$: con l nove volte maggiore il periodo triplica, $3 \times 2{,}0 \text{ s} = 6{,}0$ s.

11. a) $|\boldsymbol{F}| = \sqrt{(12^2 + 5{,}0^2)}$ N = 13 N; $|\Delta\boldsymbol{r}| = \sqrt{(4{,}0^2 + 3{,}0^2)}$ m = 5,0 m (2 punti). b) $\boldsymbol{F} \cdot \Delta\boldsymbol{r} = 12 \times 4{,}0 + (-5{,}0) \times 3{,}0 = 33$ N·m = 33 J (1 punto); $\cos\theta = 33/(13 \times 5{,}0) \approx 0{,}508$, $\theta \approx 59°$ (1 punto). c) Il prodotto vettoriale è perpendicolare al piano xy, quindi diretto lungo l'asse z: $\boldsymbol{F} \times \Delta\boldsymbol{r} = (F_x\Delta y - F_y\Delta x)\mathbf{k} = (12 \times 3{,}0 - (-5{,}0) \times 4{,}0)\mathbf{k}$ N·m = $56\mathbf{k}$ N·m (1 punto). Modulo 56 N·m, verso $+z$, cioè uscente dal foglio se x va a destra e y in alto (regola della mano destra) (1 punto). Controllo: $F|\Delta\boldsymbol{r}| \operatorname{sen}\theta = 65 \times \operatorname{sen} 59{,}5° \approx 56$.

12. a) L'accelerazione forma 45° con la velocità quando la componente centripeta è uguale a quella tangenziale: $v^2/r = a_t$ (1 punto), cioè $v = \sqrt{(a_t r)} = \sqrt{(0{,}80 \text{ m/s}^2 \times 40 \text{ m})} \approx 5{,}66$ m/s (1 punto). Partendo da ferma con a_t costante, $v = a_t t$: $t = 5{,}66 \text{ m/s} / 0{,}80 \text{ m/s}^2 \approx 7{,}1$ s (1 punto). b) $v \approx 5{,}7$ m/s (1 punto); $|\boldsymbol{a}| = \sqrt{(a_t^2 + a_c^2)} = 0{,}80\sqrt{2} \text{ m/s}^2 \approx 1{,}1 \text{ m/s}^2$ (2 punti).

13. Sistema S: l'acqua; sistema S′: la nave, con $\boldsymbol{V} = 6{,}0\mathbf{i}$ m/s (asse x verso est, y verso nord). a) $\boldsymbol{v} = \boldsymbol{v}' + \boldsymbol{V} = (6{,}0\mathbf{i} + 1{,}5\mathbf{j})$ m/s; $|\boldsymbol{v}| = \sqrt{(6{,}0^2 + 1{,}5^2)}$ m/s ≈ 6,2 m/s (1 punto), $\tan\alpha = 1{,}5/6{,}0$, $\alpha \approx 14°$ a nord dell'est (1 punto). b) In S′: $1{,}5 \text{ m/s} \times 20 \text{ s} = 30$ m verso nord (1 punto). In S: $(120\mathbf{i} + 30\mathbf{j})$ m, di modulo ≈ 124 m, nella stessa direzione della velocità (1 punto). c) $K' = \frac{1}{2} \times 70 \text{ kg} \times (1{,}5 \text{ m/s})^2 \approx 79$ J; $K = \frac{1}{2} \times 70 \text{ kg} \times (6{,}18 \text{ m/s})^2 \approx 1{,}3 \times 10^3$ J (1 punto). L'energia cinetica dipende dalla velocità, che è una grandezza relativa: non è invariante per le trasformazioni di Galileo (1 punto).

14. a) Nel sistema del camion che frena con decelerazione A, sulla cassa agiscono il peso, la reazione normale ($N = mg$), la forza apparente mA diretta in avanti e l'attrito statico, diretto all'indietro. La cassa resta ferma se $mA \le \mu_s mg$, cioè $A \le \mu_s g = 0{,}35 \times 9{,}8 \text{ m/s}^2 \approx 3{,}4 \text{ m/s}^2$ (2 punti). b) 72 km/h = 20 m/s; $A = 20 \text{ m/s} / 5{,}0 \text{ s} = 4{,}0 \text{ m/s}^2 > 3{,}4 \text{ m/s}^2$: la cassa scivola in avanti sul pianale (2 punti). c) Dal suolo non c'è forza apparente: la cassa, per inerzia, tenderebbe a proseguire a velocità costante; l'unica forza orizzontale che può rallentarla è l'attrito, che al massimo le dà una decelerazione $\mu_s g \approx 3{,}4 \text{ m/s}^2$ (poi, scivolando, $\mu_d g$). Il camion rallenta di più, quindi la cassa avanza rispetto al pianale (2 punti).

15. a) In equilibrio $k\Delta l = mg$: $k = 0{,}30 \text{ kg} \times 9{,}8 \text{ m/s}^2 / 0{,}12 \text{ m} \approx 24{,}5 \text{ N/m} \approx 25$ N/m (1 punto). b) $T = 2\pi\sqrt{(m/k)} = 2\pi\sqrt{(\Delta l/g)} = 2\pi\sqrt{(0{,}12 \text{ m} / 9{,}8 \text{ m/s}^2)} \approx 0{,}70$ s (2 punti). c) $A = 0{,}040$ m, $\omega = 2\pi/T \approx 9{,}04$ rad/s. $v_{max} =$

$\omega A \approx 0{,}36$ m/s (1,5 punti); $a_{max} = \omega^2 A = (k/m)A \approx 81{,}7$ s^{-2} × 0,040 m ≈ 3,3 m/s^2 (1,5 punti).

16. a) Sistema del vagone, non inerziale: sulla pallina agiscono il peso $m\boldsymbol{g}$ (verso il basso), la tensione del filo e la forza apparente $-m\boldsymbol{A}$, diretta all'indietro (2 punti per il diagramma). In equilibrio la tensione equilibra la somma del peso e della forza apparente, quindi il filo è inclinato all'indietro di θ con $\tan\theta = A/g = 1{,}5/9{,}8 \approx 0{,}153$ (2 punti): θ ≈ 8,7° (1 punto). b) $\boldsymbol{g}_{eff} = \boldsymbol{g} - \boldsymbol{A}$, con le due componenti perpendicolari: $g_{eff} = \sqrt{(9{,}8^2 + 1{,}5^2)}$ m/s^2 ≈ 9,91 m/s^2 (3 punti). c) Nel vagone peso e forza apparente agiscono insieme come un «peso» mg_{eff} costante, diretto lungo il filo in equilibrio: la pallina oscilla attorno a questa posizione come un pendolo in un campo di gravità g_{eff} (2 punti). $T = 2\pi\sqrt{(l/g_{eff})} = 2\pi\sqrt{(0{,}60\text{ m} / 9{,}91\text{ m/s}^2)} \approx 1{,}546$ s ≈ 1,55 s (3 punti). d) A treno fermo $T_0 = 2\pi\sqrt{(0{,}60/9{,}8)}$ s ≈ 1,555 s (1 punto); $(T - T_0)/T_0 \approx -0{,}58\%$: il periodo si accorcia di poco più di mezzo punto percentuale (2 punti). e) Dal suolo agiscono solo il peso e la tensione: nessuna forza apparente (1 punto). La loro risultante non è nulla: è orizzontale, in avanti, di modulo mA, e dà alla pallina la stessa accelerazione del treno (1 punto).

17. Sistema S: il suolo; sistema S′: l'aria, che si muove con $\boldsymbol{V} = (42{,}4\mathbf{i} + 42{,}4\mathbf{j})$ km/h (60 km/h × cos 45° = 42,4 km/h per componente). a) La velocità rispetto al suolo $\boldsymbol{v} = \boldsymbol{v}' + \boldsymbol{V}$ deve essere diretta verso nord, quindi la componente x di $\boldsymbol{v}'$ deve annullare quella del vento: 240 km/h × sen α = 42,4 km/h (2 punti), sen α ≈ 0,177, α ≈ 10,2° a ovest del nord (2 punti). b) v = 240 km/h × cos α + 42,4 km/h ≈ 236,2 km/h + 42,4 km/h ≈ 279 km/h (2 punti); t = 300 km / 278,6 km/h ≈ 1,08 h, circa 1 h 05 min (2 punti). c) $\boldsymbol{v}' = (-42{,}4\mathbf{i} + 236{,}2\mathbf{j})$ km/h, $\boldsymbol{V} = (42{,}4\mathbf{i} + 42{,}4\mathbf{j})$ km/h (1 punto); $\boldsymbol{v}' + \boldsymbol{V} = 278{,}6\mathbf{j}$ km/h, diretta verso nord (1 punto). $\boldsymbol{v}' \cdot \boldsymbol{V} = (-42{,}4) \times 42{,}4 + 236{,}2 \times 42{,}4 \approx 8{,}2 \times 10^3$ (km/h)^2 (1 punto): il segno positivo indica che l'angolo fra la prua e il vento è minore di 90° ($\cos\theta = 8{,}2 \times 10^3/(240 \times 60) \approx 0{,}57$, θ ≈ 55° = 45° + α): il vento ha una componente nel verso in cui punta l'aereo e lo aiuta, anche se in parte lo spinge di lato (1 punto). d) Nel sistema dell'aria l'aereo si muove di moto rettilineo uniforme a 240 km/h nella direzione della prua (2 punti); in 1,08 h percorre 240 km/h × 1,077 h ≈ 2,6 × 10^2 km (258 km), meno dei 300 km misurati a terra (2 punti). Il tempo è lo stesso nei due sistemi (tempo assoluto), le traiettorie no.

18. a) $\omega = \sqrt{(k/m)} = \sqrt{(50\text{ N/m} / 0{,}50\text{ kg})} = 10$ rad/s (2 punti); $T = 2\pi/\omega \approx 0{,}63$ s (1 punto). b) Si conserva l'energia meccanica, perché l'unica forza che compie lavoro è la forza elastica, conservativa: peso e reazione normale sono perpendicolari allo spostamento e non c'è attrito (2 punti). $\frac{1}{2}kx_0^2 + \frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}kA^2 \Rightarrow A = \sqrt{(x_0^2 + (v_0/\omega)^2)} = \sqrt{(0{,}030^2 + 0{,}040^2)}$ m = 0,050 m (2 punti). c) $v_{max} = \omega A = 0{,}50$ m/s (1,5 punti); $a_{max} = \omega^2 A = 5{,}0$ m/s^2 (1,5 punti). d) Traccia (6 punti: 3 per il periodo, 3 per l'attrito). Il periodo di una massa su una molla, $2\pi\sqrt{(m/k)}$, dipende solo da m e k: la forza di richiamo $-kx$ dà sempre $a = -(k/m)x$, qualunque siano le condizioni iniziali. Una velocità iniziale maggiore aumenta l'ampiezza, ma in proporzione aumentano anche le velocità lungo tutto il percorso, e il tempo di un'oscillazione resta lo stesso (isocronismo, finché vale la legge di Hooke). Con un debole attrito l'energia meccanica non si conserva più: il lavoro dell'attrito è negativo, l'energia diminuisce e con essa l'ampiezza, che si riduce a ogni oscillazione (oscillazione smorzata); il periodo resta praticamente uguale.