CAPITOLO

10

La conservazione dell'energia meccanica

Senza attriti, il carrello delle montagne russe non dimentica mai da che altezza è partito.

OBIETTIVI

1. Definire l'energia meccanica e ricavare il principio della sua conservazione dal teorema dell'energia cinetica e dall'energia potenziale.
2. Riconoscere quando l'energia meccanica si conserva e rappresentare gli scambi di energia con diagrammi a barre.
3. Risolvere con la conservazione dell'energia problemi di caduta, lancio verticale, scivoli, pendoli, molle e montagne russe.
4. Calcolare il lavoro delle forze non conservative come variazione dell'energia meccanica e spiegare che cosa diventa l'energia dissipata.
5. Enunciare il principio generale di conservazione dell'energia e descrivere catene di trasformazioni e rendimenti.
6. Verificare in laboratorio la conservazione dell'energia di un pendolo e discutere le perdite.

INDICE DEL CAPITOLO

10.1 L'energia meccanica e la sua conservazione 2

10.2 Cadute, scivoli e pendoli: contano solo le quote 5

10.3 Molle e montagne russe 10

10.4 Quando l'energia meccanica non si conserva 13

10.5 Il principio generale di conservazione dell'energia 15

Fisica 2 · Parte III · Lavoro ed energia · versione 1.0
Capitolo 10: La conservazione dell'energia meccanica · pagine 243–264 del volume completo · estratto per lo studio

Un carrello delle montagne russe viene trainato lentamente in cima alla prima salita, poi viene lasciato andare. Da quel momento nessun motore lo spinge più: eppure precipita, risale su una collina più bassa, affronta curve e discese, e arriva alla fine del percorso ancora in movimento. Che cosa lo fa andare? E perché i progettisti sanno, prima ancora di costruire la pista, quanto veloce sarà il carrello in ogni punto, senza calcolare una sola accelerazione?

Nel capitolo 9 hai visto che il lavoro totale fa variare l'energia cinetica e che il lavoro del peso e della forza elastica si scrive come diminuzione di un'energia potenziale. In questo capitolo metti insieme i due risultati: quando lavorano soltanto forze conservative, la somma delle due energie **non cambia**. È il principio di conservazione dell'energia meccanica, che risolve in una riga problemi che con il secondo principio richiederebbero pagine. Vedremo poi che cosa succede quando ci sono attriti, e come questa idea sia diventata uno dei principi più generali della fisica.

10.1 L'energia meccanica e la sua conservazione

10.1.1 Lo stesso lavoro, contato in due modi

Considera un corpo su cui lavorano soltanto forze conservative: il peso, per esempio, o la forza di una molla ideale. Fra una posizione iniziale e una finale il lavoro totale W_c di queste forze si può calcolare in due modi, entrambi già noti dal capitolo 9.

Il primo è il teorema dell'energia cinetica: il lavoro totale è uguale alla variazione dell'energia cinetica, $W_c = K_f - K_i$. Il secondo usa la definizione di energia potenziale: il lavoro di una forza conservativa è uguale alla diminuzione dell'energia potenziale, $W_c = -(U_f - U_i) = U_i - U_f$. Si tratta dello stesso lavoro, quindi le due espressioni sono uguali:

$$K_f - K_i = U_i - U_f$$

(gli indici i e f stanno per «iniziale» e «finale»). Portando a sinistra le grandezze iniziali e a destra quelle finali si ottiene:

$$K_i + U_i = K_f + U_f$$

La somma $K + U$ si chiama **energia meccanica** del corpo e si indica con E:

$$E = K + U \qquad \text{(J)}$$

La relazione precedente dice dunque che l'energia meccanica finale è uguale a quella iniziale; e poiché le due posizioni sono qualsiasi, l'energia meccanica ha lo stesso valore in **tutti** i punti del moto. È il **principio di conservazione dell'energia meccanica**: **se sul corpo compiono la-**

voro soltanto forze conservative, la sua energia meccanica resta costante. Durante il moto l'energia cinetica e l'energia potenziale cambiano, ma in modo complementare: quanto ne guadagna l'una, tanto ne perde l'altra.

In un esercizio si scrive $K_i + U_i = K_f + U_f$, si sostituiscono $\frac{1}{2}mv^2$, mgh e $\frac{1}{2}kx^2$ e si ricava l'incognita. Non servono né l'accelerazione né il tempo: il metodo funziona anche quando la forza cambia durante il moto, come lungo uno scivolo curvo o nella compressione di una molla.

DA RICORDARE

Quando si conserva l'energia meccanica. La condizione riguarda il **lavoro**, non la presenza delle forze. Possono agire anche forze non conservative, purché **non compiano lavoro**: la reazione normale di una superficie liscia, perpendicolare allo spostamento; la tensione del filo di un pendolo, sempre perpendicolare alla velocità. L'energia meccanica **non** si conserva se compiono lavoro l'attrito dinamico, la resistenza dell'aria, una spinta muscolare o un motore.

Il valore di E dipende dal livello di zero scelto per l'energia potenziale, ma il principio no: scegli lo zero dove ti è più comodo, e tienilo fisso per tutto il problema.

10.1.2 I diagrammi a barre dell'energia

Un modo efficace per seguire gli scambi fra le forme di energia è il **diagramma a barre dell'energia**: per ogni posizione del corpo si disegnano, nella stessa scala, una barra per l'energia potenziale, una per l'energia cinetica e una per l'energia meccanica. Se l'energia meccanica si conserva, l'ultima barra ha sempre la stessa altezza, mentre le prime due si scambiano i ruoli.

La Figura 10.1a mostra una palla di 0,50 kg lasciata cadere da 20 m, con lo zero dell'energia potenziale al suolo; qui le barre sono orizzontali e messe una dopo l'altra, così che l'energia meccanica si legge come lunghezza totale. In partenza tutta l'energia è potenziale: $E = mgh$ = 0,50 kg × 9,8 N/kg × 20 m = 98 J. A metà altezza, 10 m, l'energia potenziale si è dimezzata (49 J) e altrettanta è diventata energia cinetica; al suolo i 98 J sono tutti cinetici. La Figura 10.1b riporta gli stessi valori in un grafico in funzione della quota: l'energia potenziale cresce linearmente con h, l'energia cinetica cala nello stesso modo, e la loro somma è una retta orizzontale.

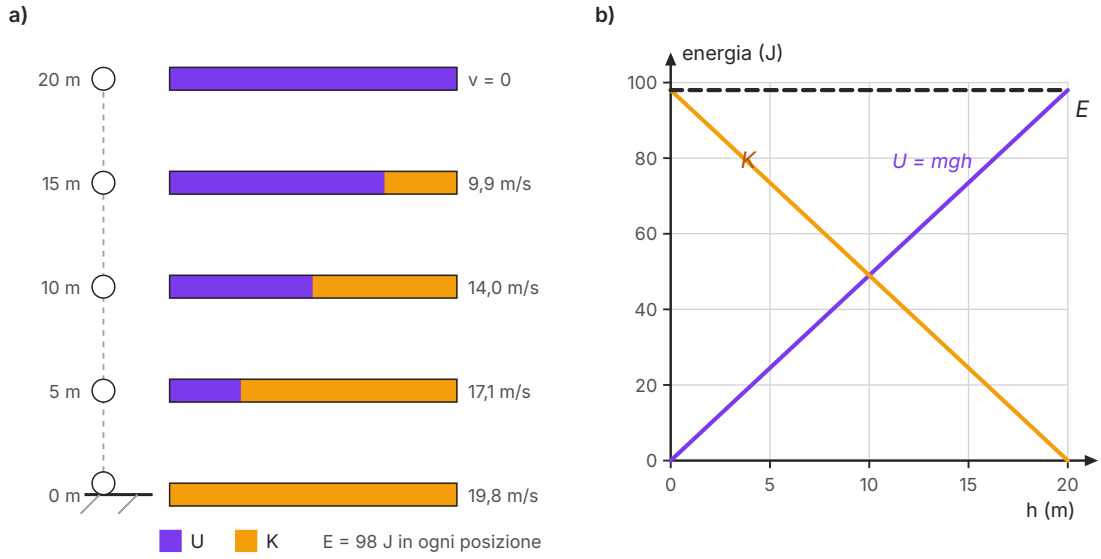


Figura 10.1 Caduta libera di una palla di 0,50 kg da 20 m, con lo zero dell'energia potenziale al suolo e resistenza dell'aria trascurabile. a) In cinque posizioni, l'energia potenziale U (viola) e l'energia cinetica K (arancio) sono disegnate una dopo l'altra: la lunghezza totale, cioè l'energia meccanica, è sempre di 98 J; a destra la velocità calcolata. b) Gli stessi valori in funzione della quota h: $U = mgh$ è una retta per l'origine, $K = E - U$ una retta decrescente, E una retta orizzontale.

ESEMPIO SVOLTO

Leggere un grafico dell'energia

Problema. Usa il grafico della Figura 10.1b. a) Ricava dalla pendenza della retta di U la massa della palla. b) Leggi l'energia cinetica a 8,0 m di quota e calcola la velocità in quel punto. c) A che quota l'energia cinetica è il triplo di quella potenziale?

Soluzione. a) La retta di U passa per l'origine e per il punto (20 m; 98 J): la pendenza è 98 J / 20 m = 4,9 J/m = 4,9 N. Poiché $U = (mg)h$, la pendenza è il peso mg: m = 4,9 N / 9,8 N/kg = 0,50 kg. b) A 8,0 m: U = 4,9 J/m × 8,0 m = 39,2 J e K = 98 J − 39,2 J = 58,8 J. Da $K = \frac{1}{2}mv^2$: $v = \sqrt{(2K/m)} = \sqrt{(2 \times 58{,}8\ \text{J} / 0{,}50\ \text{kg})} \approx 15$ m/s. c) $K = 3U$ significa $E = U + 3U = 4U$, cioè U = 98 J/4 = 24,5 J: h = 24,5 J / 4,9 J/m = 5,0 m.

Controllo. J/m = N·m/m = N, e N/(N/kg) = kg: le unità tornano. Con la cinematica, dopo una caduta di 12 m: $\sqrt{(2 \times 9{,}8\ \text{m/s}^2 \times 12\ \text{m})} \approx 15$ m/s.

10.2 Cadute, scivoli e pendoli: contano solo le quote

10.2.1 La caduta e il lancio verticale, senza cinematica

Nel primo volume (*Fisica 1*, capitolo 16) hai ricavato dalle leggi del moto uniformemente accelerato che un corpo lasciato cadere da fermo da un'altezza h arriva al suolo con velocità $v = \sqrt{(2gh)}$. Ora puoi ottenere lo stesso risultato in due righe. Con lo zero dell'energia potenziale al suolo, all'inizio $K_i = 0$ e $U_i = mgh$; all'arrivo $K_f = \frac{1}{2}mv^2$ e $U_f = 0$. La conservazione dell'energia meccanica dà

$$mgh = \tfrac{1}{2}mv^2 \quad \Longrightarrow \quad v = \sqrt{(2gh)}$$

La massa si semplifica: la velocità di arrivo non dipende dalla massa, come aveva visto Galileo. Lo stesso ragionamento, letto al contrario, dice quanto sale un corpo lanciato verso l'alto con velocità v_0: nel punto più alto la velocità è nulla, e tutta l'energia cinetica iniziale è diventata energia potenziale, $\frac{1}{2}mv_0^2 = mgh_{max}$, da cui $h_{max} = v_0^2/(2g)$. Senza attriti, inoltre, ogni quota viene attraversata alla stessa velocità in salita e in discesa.

ESEMPIO SVOLTO

Il sasso dal ponte

Problema. Da un ponte, 15,0 m sopra il livello di un fiume, si lancia un sasso con velocità di 8,0 m/s. Calcola la velocità con cui il sasso arriva all'acqua se viene lanciato a) verso il basso, b) in orizzontale, c) verso l'alto. Trascura la resistenza dell'aria. d) Nel caso c), di quanto sale sopra il ponte?

Soluzione. Sul sasso, dopo il lancio, agisce soltanto il peso, una forza conservativa: l'energia meccanica si conserva. Scegliamo lo zero dell'energia potenziale sulla superficie dell'acqua. Nei tre casi l'energia iniziale è la stessa, perché la velocità iniziale ha lo stesso modulo e l'energia cinetica non dipende dalla direzione: $\frac{1}{2}mv_0^2 + mgh = \frac{1}{2}mv^2$. Dividendo per m e moltiplicando per 2:

$$v = \sqrt{(v_0^2 + 2gh)} = \sqrt{((8{,}0\ \text{m/s})^2 + 2 \times 9{,}8\ \text{m/s}^2 \times 15{,}0\ \text{m})} = \sqrt{(358\ \text{m}^2/\text{s}^2)} \approx 19\ \text{m/s}$$

a), b), c): la stessa velocità, circa 19 m/s, anche se cambiano la traiettoria, la durata del volo e la direzione con cui il sasso entra in acqua. d) Nel punto più alto il sasso lanciato verso l'alto ha velocità nulla: $h_{max} = v_0^2/(2g) = (8{,}0\ \text{m/s})^2 / (2 \times 9{,}8\ \text{m/s}^2) \approx 3{,}3$ m sopra il ponte.

Controllo. Per il lancio verso il basso, la relazione senza il tempo di *Fisica 1*, capitolo 16, $v^2 = v_0^2 + 2gh$, dà lo stesso risultato. Per il lancio orizzontale, con il metodo del capitolo 2: $v_x = 8{,}0$ m/s, $v_y = \sqrt{(2 \times 9{,}8 \times 15{,}0)}$ m/s $\approx 17{,}1$ m/s, $v = \sqrt{(8{,}0^2 + 17{,}1^2)}$ m/s ≈ 19 m/s.

10.2.2 Scivoli e rampe di qualunque forma

Nel capitolo 7 hai calcolato la velocità di uno slittino in fondo a una pista ghiacciata con il secondo principio e le leggi del moto, e hai notato che il risultato coincideva con quello della caduta libera dalla stessa altezza. Ora sai perché. Su un corpo che scivola lungo una superficie liscia agiscono due forze: il peso, conservativo, e la reazione normale, che è sempre perpendicolare alla superficie e quindi allo spostamento. La reazione normale **non compie lavoro**; l'energia meccanica si conserva, e la velocità in fondo è ancora $\sqrt{(2gh)}$, dove h è il dislivello fra partenza e arrivo.

La conseguenza è sorprendente: **senza attrito, la velocità di arrivo dipende soltanto dal dislivello, non dalla forma del percorso**. Nella Figura 10.2 tre scivoli molto diversi partono dalla stessa quota, 5,0 m sopra il suolo: una rampa rettilinea, uno scivolo curvo, uno scivolo con una gobba intermedia. Un corpo che parte da fermo arriva in fondo a ciascuno con la stessa velocità, $\sqrt{(2 \times 9{,}8\ \text{m/s}^2 \times 5{,}0\ \text{m})} \approx 9{,}9$ m/s. Cambia invece il **tempo** della discesa, che la conservazione dell'energia non dice. Se la gobba fosse più alta della partenza, il corpo non riuscirebbe a superarla: lassù dovrebbe avere un'energia potenziale maggiore dell'energia meccanica di cui dispone.

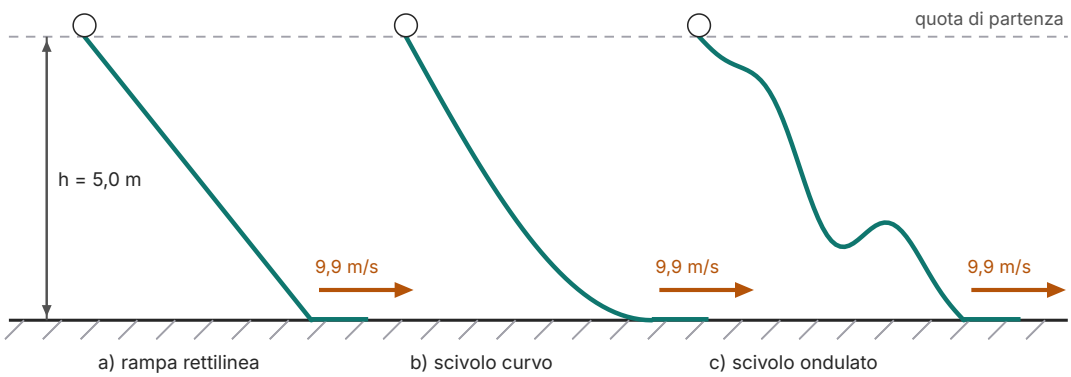


Figura 10.2 Tre scivoli lisci di forma diversa, con la partenza alla stessa quota di 5,0 m sopra il punto di arrivo. Un corpo che parte da fermo arriva in fondo a ciascuno con la stessa velocità, $\sqrt{(2gh)} \approx 9{,}9$ m/s; cambiano la durata della discesa e la velocità nei punti intermedi.

Si chiama **punto di inversione** la posizione in cui la velocità si annulla e il moto cambia verso: il punto più alto di un lancio verticale, l'estremo di un'oscillazione. Lì l'energia meccanica è tutta potenziale, quindi la sua quota è $h = E/(mg)$; le regioni in cui U supererebbe E sono inaccessibili, perché l'energia cinetica non può essere negativa.

ERRORE FREQUENTE

«Il corpo più pesante arriva in fondo più veloce, perché ha più energia.» **No.** Un corpo di massa doppia ha energia potenziale doppia, ma anche energia cinetica doppia a parità di velocità: nell'uguaglianza $mgh = \tfrac{1}{2}mv^2$ la massa si semplifica e $v = \sqrt{(2gh)}$ è la stessa. La massa conta per l'energia, non per la velocità.

Un secondo errore è applicare $mgh = \tfrac{1}{2}mv^2$ quando la velocità iniziale non è nulla, o quando il corpo non arriva al livello zero. In generale scrivi sempre tutti e quattro i termini, $K_i + U_i = K_f + U_f$, e solo dopo cancella quelli che sono davvero nulli.

10.2.3 Il pendolo

Un pendolo è una pallina appesa a un filo inestensibile di massa trascurabile (capitolo 7). Sulla pallina agiscono il peso e la tensione del filo. La pallina si muove lungo un arco di circonferenza con centro nel punto di sospensione, quindi la sua velocità è sempre tangente all'arco, cioè perpendicolare al filo: la tensione non compie lavoro. Se l'attrito con l'aria è trascurabile, l'energia meccanica si conserva.

La Figura 10.3 mostra un pendolo lungo $l = 1{,}20$ m, lasciato andare da fermo con il filo inclinato di 40° rispetto alla verticale (posizione A). Rispetto al punto più basso C, la pallina parte da una quota che si ricava con il coseno (*Fisica 1*, capitolo 6): il filo, inclinato, ha una proiezione verticale $l \cos 40°$, quindi $h = l - l \cos 40° = l(1 - \cos 40°) = 1{,}20\ \text{m} \times (1 - 0{,}766) \approx 0{,}281$ m. Nel punto più basso tutta l'energia potenziale è diventata cinetica:

$$v_C = \sqrt{(2gh)} = \sqrt{(2 \times 9{,}8\ \text{m/s}^2 \times 0{,}281\ \text{m})} \approx 2{,}3\ \text{m/s}$$

In una posizione intermedia B, con il filo a 20° dalla verticale, la pallina si trova a $l(1 - \cos 20°) \approx 0{,}072$ m sopra C: le resta un quarto circa dell'energia sotto forma potenziale, e ha velocità $\sqrt{(2g(0{,}281\ \text{m} - 0{,}072\ \text{m}))} \approx 2{,}0$ m/s. Dopo il punto più basso la pallina risale dall'altra parte e si ferma in A', alla **stessa quota** di A: un pendolo ideale oscilla fra due punti di inversione simmetrici, scambiando di continuo energia potenziale ed energia cinetica. Un pendolo reale, invece, risale un po' meno a ogni oscillazione, come vedrai nel laboratorio.

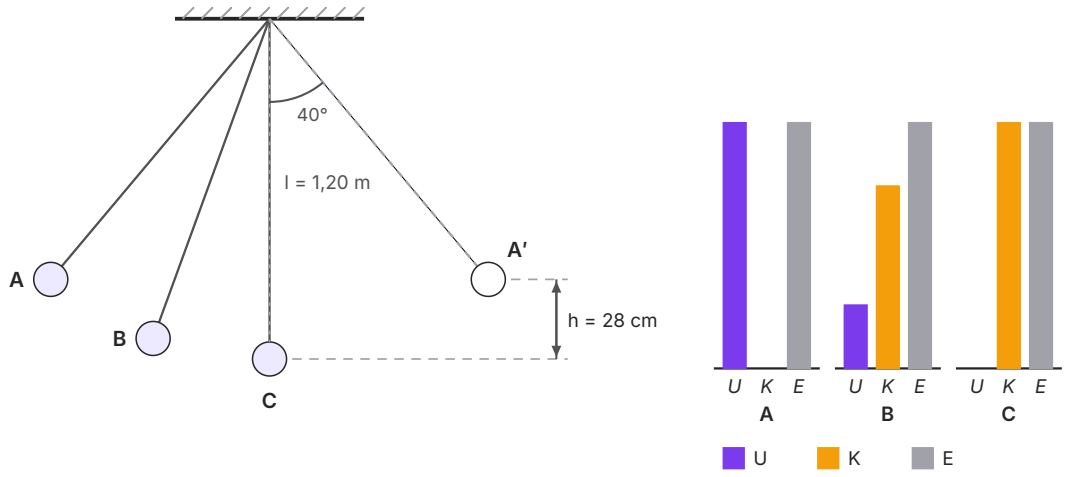


Figura 10.3 Un pendolo lungo 1,20 m lasciato andare da fermo in A, con il filo a 40° dalla verticale: la pallina parte 28 cm sopra il punto più basso C e risale, dall'altra parte, fino ad A′, alla stessa quota. Le barre, in scala, mostrano *U*, *K* ed *E* (zero dell'energia potenziale in C) nelle posizioni A, B (filo a 20°) e C.

APPROFONDIMENTO

Il pendolo interrotto di Galileo

Nei *Discorsi e dimostrazioni matematiche intorno a due nuove scienze* (1638) Galileo descrive un esperimento semplicissimo. Si appende una palla di piombo a un filo lungo, fissato a una parete, e si traccia sulla parete una linea orizzontale all'altezza da cui la palla viene lasciata andare. Lasciata libera, la palla scende e risale dall'altra parte fino alla stessa linea. Poi si pianta un chiodo sulla verticale del punto di sospensione, più in basso: quando la palla passa per il punto più basso, il filo si impiglia nel chiodo e la palla percorre un arco più stretto. Ma risale ancora, con buona approssimazione, fino alla stessa linea orizzontale.

Galileo ne trae un'idea che hai già incontrato con i suoi due piani inclinati (capitolo 4): la velocità acquistata scendendo basta a riportare il corpo alla quota di partenza, qualunque sia la strada della risalita. Galileo non parlava di energia, un concetto molto più tardo; ma il suo **pendolo interrotto** è un esempio perfetto di quello che oggi chiamiamo conservazione dell'energia meccanica: la quota raggiunta è fissata dall'energia, non dalla forma della traiettoria.

COLLEGAMENTI

In laboratorio: l'energia di un pendolo

Materiali. Una sfera d'acciaio appesa a un filo inestensibile lungo circa 1 m, con sostegno e morsetto; una fotocellula con cronometro elettronico (risoluzione 0,1 ms); un calibro (0,1 mm); una bilancia (0,1 g); un metro rigido (1 mm) e una squadra.

Procedimento. 1) Misura la massa della sfera, m = (64,2 ± 0,1) g, e il suo diametro, d = (25,0 ± 0,1) mm. 2) Disponi la fotocellula in modo che il fascio sia attraversato dal centro della sfera nel punto più basso. 3) Sposta la sfera, a filo teso, finché il suo centro è a una quota h sopra il punto più basso (incertezza stimata 2 mm), e lasciala andare senza spingerla. 4) Il cronometro misura il tempo di oscuramento Δt; la velocità nel punto più basso è $v = d/\Delta t$. 5) Ripeti per cinque quote diverse, poi calcola per ciascuna l'energia potenziale iniziale $U = mgh$ e l'energia cinetica nel punto più basso $K = \frac{1}{2}mv^2$, con le loro incertezze (*Fisica 1*, capitolo 4).

Tabella 10.1 Pendolo lasciato andare da cinque quote (dati tipici di una prova). Energie in millijoule.

h (cm)	Δt (ms)	v (m/s)	K (mJ)	U (mJ)	K/U
5,0	25,6	0,977	30,6 ± 0,5	31 ± 1	0,97
10,0	18,1	1,381	61 ± 1	63 ± 1	0,97
15,0	14,8	1,689	92 ± 2	94 ± 1	0,97
20,0	12,9	1,938	121 ± 3	126 ± 2	0,96
25,0	11,5	2,174	152 ± 4	157 ± 2	0,96

Che cosa concludere. In ogni riga gli intervalli di K e di U si toccano o si sovrappongono: entro le incertezze, l'energia cinetica nel punto più basso è uguale all'energia potenziale di partenza, come prevede la conservazione dell'energia meccanica. Il rapporto K/U, però, è **sempre** un po' minore di 1, fra 0,96 e 0,97: uno scarto che ha sempre lo stesso segno non è dovuto al caso, ma a un effetto sistematico. Il 3–4% dell'energia meccanica è stato dissipato dall'aria e dall'attrito nel punto di sospensione; contribuisce anche il metodo, perché $d/\Delta t$ è la velocità media mentre la sfera attraversa il fascio, un po' minore di quella massima.

Sicurezza. Lascia andare la sfera solo quando nessuno è sulla sua traiettoria; fissa bene il sostegno al banco.

Per la relazione. Segui lo schema di *Fisica 1*, capitolo 5. Riporta la tabella con le incertezze e mostra il calcolo completo per una riga. Traccia il grafico di K in funzione di U, con le barre d'errore, insieme alla retta $K = U$: i punti stanno sulla retta o leggermente sotto? Discuti la compatibilità riga per riga e il segno costante dello scarto; elenca le cause sistematiche e proponi come ridurle (una sfera più compatta, un fascio più sottile, angoli di lancio più piccoli). Spiega

infine perché la massa della sfera, in realtà, non serve per verificare la conservazione: $v^2/2$ si può confrontare direttamente con $g\,h$.

10.3 Molle e montagne russe

10.3.1 Il lanciatore a molla

Quando una molla compressa spinge un corpo, la sua energia potenziale elastica $\tfrac{1}{2}kx^2$ si trasforma in energia cinetica e, se il corpo sale, in energia potenziale gravitazionale. La forza elastica di una molla ideale è conservativa, quindi l'energia meccanica si conserva purché nel conto si mettano tutte le energie potenziali: $E = K + U_{\text{gravitazionale}} + U_{\text{elastica}}$. Un **lanciatore a molla**, come quello di un flipper, sfrutta proprio questa trasformazione.

Se il corpo viene lanciato in orizzontale, su un piano liscio, il bilancio è immediato: $\tfrac{1}{2}kx^2 = \tfrac{1}{2}mv^2$. Se viene lanciato verso l'alto, nel punto più alto della traiettoria la velocità è nulla e tutta l'energia elastica è diventata gravitazionale: $\tfrac{1}{2}kx^2 = mgh$, dove h è misurata dalla posizione del corpo a molla compressa. Raddoppiare la compressione quadruplica l'energia, e quindi l'altezza raggiunta.

ESEMPIO SVOLTO

Una pallina sparata verso l'alto

Problema. In un lanciatore giocattolo verticale, una molla di costante elastica 250 N/m viene compressa di 4,0 cm; sopra la molla è appoggiata una pallina di 25 g. Trascura la massa della molla e la resistenza dell'aria. a) Quanta energia elastica è immagazzinata nella molla? b) Fino a che altezza sale la pallina, rispetto alla posizione di partenza? c) Con quale velocità la pallina si stacca dalla molla, quando questa torna alla lunghezza a riposo?

Soluzione. Dopo lo sgancio sulla pallina agiscono il peso e la forza della molla, entrambi conservativi. Prendiamo lo zero dell'energia potenziale gravitazionale nella posizione di partenza. a) $U_{\text{el}} = \tfrac{1}{2}kx^2 = \tfrac{1}{2} \times 250\ \text{N/m} \times (0{,}040\ \text{m})^2 = 0{,}20\ \text{J}$. b) Nel punto più alto $K = 0$ e la molla è scarica: $0{,}20\ \text{J} = mgh$, $h = 0{,}20\ \text{J} / (0{,}025\ \text{kg} \times 9{,}8\ \text{N/kg}) \approx 0{,}82\ \text{m}$. c) Quando la molla è a riposo, la pallina è salita di 0,040 m: $0{,}20\ \text{J} = mg \times 0{,}040\ \text{m} + \tfrac{1}{2}mv^2$. Il primo termine vale $0{,}025 \times 9{,}8 \times 0{,}040\ \text{J} \approx 0{,}0098\ \text{J}$, quindi $\tfrac{1}{2}mv^2 \approx 0{,}190\ \text{J}$ e $v = \sqrt{(2 \times 0{,}190\ \text{J} / 0{,}025\ \text{kg})} \approx 3{,}9\ \text{m/s}$.

Controllo. $(\text{N/m}) \cdot \text{m}^2 = \text{J}$ e $\text{J/N} = \text{m}$. La Figura 10.4 mostra i tre momenti con le barre dell'energia: in ogni fase la somma delle tre barre è 0,20 J. Nel punto c) l'energia gravitazionale è appena il 5% del totale.

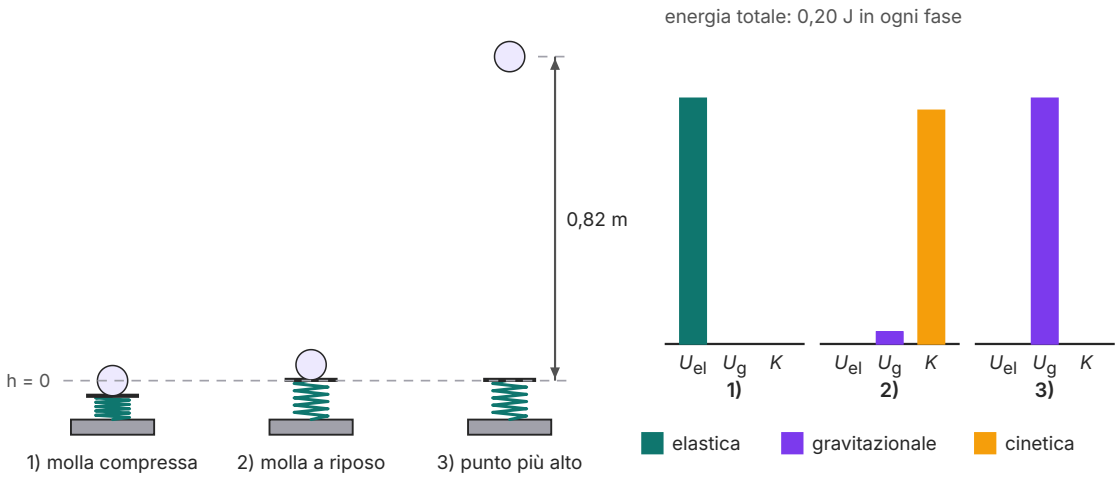


Figura 10.4 Il lanciatore a molla dell'esempio svolto (k = 250 N/m, compressione 4,0 cm, pallina di 25 g), con lo zero dell'energia potenziale gravitazionale nella posizione di partenza. 1) Tutta l'energia è elastica; 2) quando la molla torna a riposo l'energia è quasi tutta cinetica; 3) nel punto più alto, 0,82 m sopra la partenza, è tutta gravitazionale. Le barre sono in scala; il disegno della pallina non lo è.

10.3.2 Le montagne russe

Torniamo al carrello dell'inizio del capitolo. La catena lo porta in cima alla prima salita, a 30 m di quota, e lo lascia andare praticamente da fermo; da lì in poi, trascurando gli attriti, sul carrello lavora soltanto il peso, perché la reazione delle rotaie è perpendicolare al moto. La Figura 10.5 mostra un profilo possibile, con le barre dell'energia in quattro punti per un carrello di 500 kg. L'energia meccanica, con lo zero al livello del suolo, vale E = 500 kg × 9,8 N/kg × 30 m = 147 kJ, e resta tale in ogni punto.

In fondo alla prima discesa (B, quota 0) tutta l'energia è cinetica e il carrello passa a $\sqrt{(2 \times 9{,}8 \times 30)}$ m/s ≈ 24 m/s, circa 87 km/h. Sulla seconda collina (C, 20 m) un terzo dell'energia è cinetica: $v = \sqrt{(2g \times 10\ \text{m})} = 14$ m/s. In ogni punto vale la regola $v = \sqrt{(2g(h_A - h))}$: la velocità dipende solo da quanto il carrello si trova sotto la quota di partenza. Per questo la prima salita è la più alta: nessuna collina successiva può superarla. Nelle montagne russe reali gli attriti sottraggono un po' di energia a ogni tratto, e le colline sono progettate via via più basse.

ESEMPIO SVOLTO

●●● Il giro della morte

Problema. Nel capitolo 7 hai visto che una macchinina percorre senza staccarsi il giro della morte di una pista giocattolo, di raggio $r = 15$ cm, solo se nel punto più alto ha almeno la velocità $v_{min} = \sqrt{(gr)}$. Da quale altezza minima h, misurata dal punto più basso dell'anello, deve partire da ferma la macchinina, se la pista è liscia?

Soluzione. Sulla macchinina agiscono il peso e la reazione della pista, che è perpendicolare alla pista e non compie lavoro: l'energia meccanica si conserva. Zero dell'energia potenziale nel punto più basso dell'anello. Partenza: $E = mgh$. Punto più alto dell'anello, a quota $2r$, con la velocità minima: $E = mg(2r) + \frac{1}{2}m(gr) = 2{,}5\ mgr$. Uguagliando e semplificando mg:

$$h_{min} = 2{,}5\ r = 2{,}5 \times 15\ \text{cm} \approx 38\ \text{cm}$$

Controllo. Il risultato non dipende né dalla massa né da g, ed è una lunghezza: è coerente. Partendo da quota $2r$ la macchinina arriverebbe in cima con velocità nulla, mentre lassù deve ancora muoversi: serve mezzo raggio in più, e su una pista reale, con gli attriti, qualcosa di più ancora. Si chiama **quota minima di partenza** per un giro della morte questo valore, 2,5 volte il raggio dell'anello sopra il suo punto più basso.

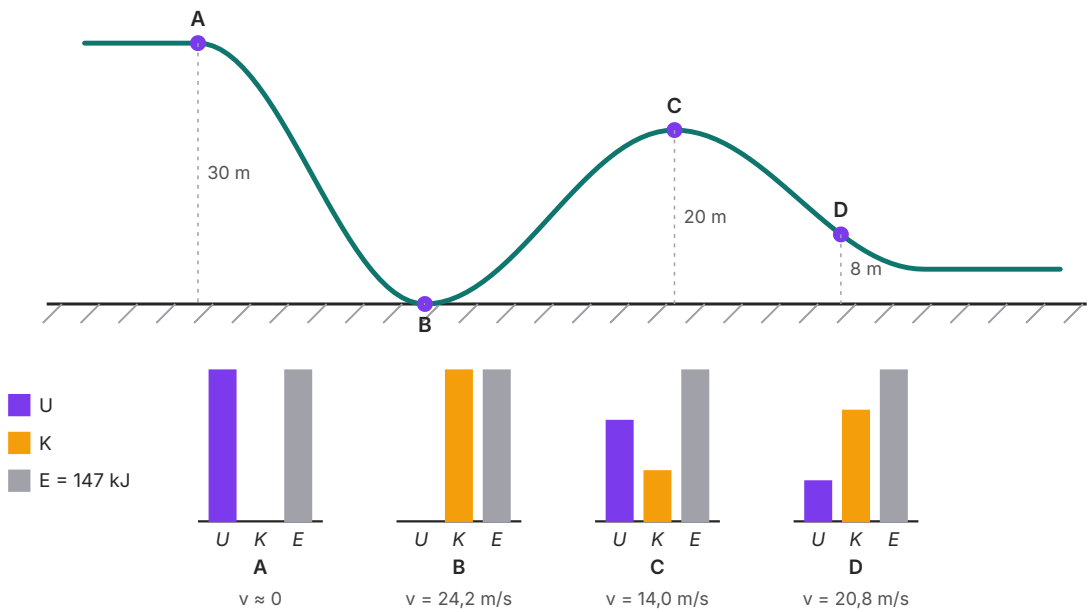


Figura 10.5 Profilo di una montagna russa (schematico, quote in scala) con un carrello di 500 kg che parte praticamente da fermo da A, a 30 m di quota; attriti trascurabili e zero dell'energia potenziale al suolo. Sotto, per i punti A, B (0 m), C (20 m) e D (8 m), le barre di U, K ed E = 147 kJ e la velocità calcolata.

10.4 Quando l'energia meccanica non si conserva

10.4.1 Il lavoro delle forze non conservative

Se un'auto frena fino a fermarsi su una strada orizzontale, la sua energia cinetica scompare e nessuna energia potenziale prende il suo posto: l'energia meccanica diminuisce. Qui compie lavoro l'attrito, una forza non conservativa. Il bilancio si riscrive facilmente. Il lavoro totale si divide in due parti, quello delle forze conservative W_c e quello delle forze non conservative W_{nc}; il teorema dell'energia cinetica diventa $W_c + W_{nc} = K_f - K_i$. Sostituendo $W_c = U_i - U_f$ e riordinando si ottiene

$$W_{nc} = (K_f + U_f) - (K_i + U_i) = E_f - E_i = \Delta E$$

Il lavoro delle forze non conservative è uguale alla variazione dell'energia meccanica. Se le forze non conservative non compiono lavoro, $W_{nc} = 0$ e ritroviamo la conservazione: è un caso particolare di questa relazione più generale. L'attrito dinamico e la resistenza dell'aria compiono sempre un lavoro negativo, quindi fanno **diminuire** l'energia meccanica. Una forza esterna che spinge nel verso del moto, come i muscoli di un ciclista o il motore di un ascensore, compie invece un lavoro positivo e la fa aumentare.

ESEMPIO SVOLTO

Lo scivolo del parco giochi

Problema. Un bambino di 25 kg parte da fermo in cima a uno scivolo rettilineo lungo 4,0 m, la cui sommità è 2,5 m sopra il punto di arrivo. In fondo la sua velocità è 5,0 m/s. a) Con quale velocità arriverebbe se lo scivolo fosse liscio? b) Quanta energia meccanica si è trasformata durante la discesa? c) Quanto vale la forza di attrito media lungo lo scivolo?

Soluzione. Sul bambino agiscono il peso, la reazione normale (che non compie lavoro) e l'attrito, diretto verso l'alto lungo lo scivolo. Zero dell'energia potenziale nel punto di arrivo. a) Senza attrito: $v = \sqrt{(2gh)} = \sqrt{(2 \times 9{,}8\ \text{m/s}^2 \times 2{,}5\ \text{m})} = 7{,}0$ m/s. b) $E_i = mgh = 25\ \text{kg} \times 9{,}8\ \text{N/kg} \times 2{,}5\ \text{m} \approx 613$ J; $E_f = \tfrac{1}{2}mv^2 = \tfrac{1}{2} \times 25\ \text{kg} \times (5{,}0\ \text{m/s})^2 \approx 313$ J. $\Delta E = 313\ \text{J} - 613\ \text{J} = -300$ J: l'attrito ha compiuto un lavoro di $-3{,}0 \times 10^2$ J, e 300 J di energia meccanica si sono trasformati. c) Il lavoro dell'attrito è $-F_d \times 4{,}0$ m (capitolo 8), quindi $F_d = 300\ \text{J} / 4{,}0\ \text{m} = 75$ N.

Controllo. J/m = N. Quasi metà dell'energia iniziale si è trasformata; non è sparita: lo scivolo e i pantaloni, dopo molte discese, sono un po' più caldi.

10.4.2 L'attrito scalda: l'energia interna

Strofina con forza le mani: si scaldano. Una lima sul ferro, i freni di una bicicletta dopo una lunga discesa, un fiammifero sfregato: ovunque l'attrito compie lavoro, i corpi a contatto si ri-

scaldano. L'energia meccanica che «manca» nel bilancio dello scivolo non è stata distrutta: si è trasformata in un'energia che non si vede, ma si rivela con un termometro.

Ogni corpo è formato da un numero enorme di particelle, atomi e molecole, in continuo movimento disordinato, che interagiscono fra loro. L'energia associata a questi moti e a queste interazioni si chiama **energia interna** del corpo; quando la temperatura di un corpo aumenta, la sua energia interna cresce. L'attrito trasforma il moto ordinato dell'intero corpo, la sua energia cinetica, in moto disordinato delle particelle delle superfici a contatto. Per questo si parla di **energia dissipata**: non è scomparsa, ma è diventata energia interna, dispersa fra miliardi di particelle e molto difficile da riconvertire in energia meccanica. Il legame fra lavoro e riscaldamento è il punto di partenza della quarta parte del libro: nel capitolo 12 vedrai come lo misurò Joule.

10.4.3 La palla che rimbalza

Lascia cadere una palla da 1 m su un pavimento duro: risale, ma non fino a 1 m. Durante la caduta e la risalita l'energia meccanica si conserva quasi perfettamente, perché la resistenza dell'aria è piccola; la perdita avviene nell'urto, durante i pochi millesimi di secondo in cui la palla si schiaccia e si riespande. Una parte dell'energia cinetica diventa energia interna della palla e del pavimento e una piccola parte si allontana come suono. La Figura 10.6 schematizza i rimbalzi di una palla che, a ogni urto, conserva il 75% della propria energia meccanica: le quote massime sono 1,00 m, 0,75 m, 0,56 m, 0,42 m, ciascuna i tre quarti della precedente, perché l'energia meccanica in un punto di inversione è mgh. Il rapporto dipende dalla palla e dal pavimento: una palla di plastilina non rimbalza affatto.

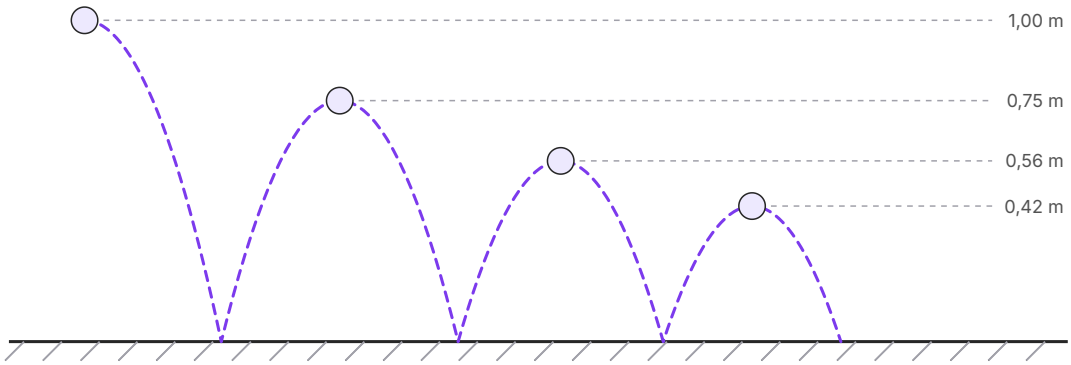


Figura 10.6 Rimbalzi di una palla lasciata cadere da 1,00 m (schematico). In questo esempio a ogni urto la palla conserva il 75% della sua energia meccanica, e quindi risale ai tre quarti della quota precedente; la perdita avviene nell'urto, non durante il volo. La lieve traslazione orizzontale serve solo a separare i rimbalzi nel disegno.

ERRORE FREQUENTE

«Con l'attrito l'energia si perde.» Detto così, è sbagliato: si perde **energia meccanica**, non energia. La parte che manca nel bilancio è diventata energia interna dei corpi a contatto. Scrivere «l'energia non si conserva» confonde due affermazioni diverse: l'energia meccanica si conserva solo se le forze non conservative non compiono lavoro, mentre l'energia totale si conserva sempre.

Attenzione anche al segno di W_{nc}: per l'attrito è sempre negativo. Se in un esercizio trovi che l'attrito ha fatto **aumentare** l'energia meccanica di un corpo che scivola, hai invertito E_i ed E_f.

10.5 Il principio generale di conservazione dell'energia

10.5.1 L'energia cambia forma, ma non si crea e non si distrugge

L'energia meccanica è solo una delle forme dell'energia elencate nel capitolo 9: ci sono anche l'energia interna, l'energia chimica dei combustibili e degli alimenti, l'energia elettrica, l'energia trasportata dalla luce, l'energia nucleare. Nel corso dell'Ottocento i fisici si convinsero, attraverso misure sempre più precise, che in ogni trasformazione la quantità totale di energia resta la stessa. È il **principio di conservazione dell'energia**: **l'energia non si crea e non si distrugge; si trasforma da una forma all'altra e si trasferisce da un corpo all'altro, ma la sua quantità totale non cambia**.

Questo principio non si dimostra a partire da altre leggi, come abbiamo fatto con la conservazione dell'energia meccanica: è una generalizzazione dei risultati sperimentali, che nessun esperimento ha mai smentito. È anche il motivo per cui nessuna «**macchina del moto perpetuo**», capace di produrre lavoro senza ricevere energia, ha mai funzionato: chi la propone dovrebbe creare energia dal nulla.

10.5.2 Catene di trasformazioni

Una **trasformazione dell'energia** è il passaggio di energia da una forma a un'altra; spesso ne avvengono diverse in successione, e si parla di una **catena energetica**. In una **centrale idroelettrica** l'acqua di un bacino, raccolta in quota, ha energia potenziale gravitazionale; scendendo nelle condotte la trasforma in energia cinetica; l'acqua mette in rotazione una turbina, che trascina un generatore, e il generatore produce energia elettrica, che le linee portano fino alle case. Ogni metro cubo d'acqua (1000 kg) che scende di 100 m rende disponibili mgh = 1000 kg × 9,8 N/kg × 100 m = $9{,}8 \times 10^5$ J, circa 0,27 kWh.

In ogni anello della catena una parte dell'energia prende strade diverse da quella voluta: attriti nelle condotte e nei cuscinetti, riscaldamento dei cavi e del generatore. Per questo il rendimento di una macchina, che hai definito nel capitolo 8, è sempre minore di 1: non perché l'e-

nergia scompaia, ma perché una parte diventa energia interna dell'ambiente, una forma che non riusciamo più a utilizzare. Anche il tuo corpo è un anello di una catena: l'energia chimica degli alimenti diventa, nei muscoli, lavoro ed energia interna.

COLLEGAMENTI

Energia e società: dal bacino alla presa di casa

Il conto del paragrafo precedente si estende facilmente a un'intera centrale. Supponiamo che nelle turbine scendano 10 m^3 di acqua al secondo, con un dislivello di 100 m. Ogni secondo l'acqua cede $10 \times 9{,}8 \times 10^5$ J $= 9{,}8 \times 10^6$ J: la potenza meccanica disponibile è 9,8 MW. Se il rendimento complessivo di condotte, turbine e generatori fosse, per esempio, 0,85, la potenza elettrica sarebbe $0{,}85 \times 9{,}8$ MW $\approx 8{,}3$ MW, e in un'ora la centrale produrrebbe circa $8{,}3 \times 10^3$ kWh.

Il rendimento cambia molto da una macchina all'altra, ed è uno dei criteri con cui si confrontano le tecnologie. Una lampadina a incandescenza trasforma in luce visibile soltanto pochi joule ogni cento che riceve, e il resto riscalda il vetro e l'aria: le lampade a LED, a parità di luce, assorbono una potenza molto minore. Il principio di conservazione dice che l'energia non si perde; il rendimento dice quanta ne riusciamo a usare per lo scopo che ci interessa.

Anche la palla che rimbalza percorre una catena: energia potenziale, cinetica, elastica della palla schiacciata, di nuovo cinetica e potenziale; dopo qualche decina di rimbalzi è ferma, e tutta l'energia potenziale iniziale è diventata energia interna della palla, del pavimento e dell'aria. In fisica, «energia persa» significa sempre «energia diventata inutilizzabile», mai «energia sparita».

IN SINTESI

Le formule del capitolo

$E = K + U$ — energia meccanica (J): somma dell'energia cinetica e di tutte le energie potenziali (gravitazionale mgh, elastica $\frac{1}{2}kx^2$).

$K_i + U_i = K_f + U_f$ — conservazione dell'energia meccanica: vale se compiono lavoro soltanto forze conservative (le forze perpendicolari al moto non contano, perché non compiono lavoro).

$v = \sqrt{(2gh)}$ — velocità (m/s) dopo una discesa di dislivello h (m), partendo da fermo, senza attriti e lungo qualunque percorso; $h_{max} = v_0^2/(2g)$ — quota raggiunta salendo con velocità iniziale v_0.

$\frac{1}{2}kx^2 = mgh$ — lanciatore a molla verticale: l'energia elastica (J) diventa energia potenziale gravitazionale nel punto più alto.

$h = l(1 - \cos\theta)$ — quota (m) di un pendolo di lunghezza l con il filo inclinato di θ, rispetto al punto più basso.

$W_{nc} = E_f - E_i = \Delta E$ — il lavoro (J) delle forze non conservative è la variazione dell'energia meccanica; per l'attrito è negativo: l'energia meccanica diminuisce e diventa energia interna.

L'energia totale si conserva sempre: si trasforma da una forma all'altra, ma non si crea e non si distrugge.

SINTESI

- L'energia meccanica di un corpo è la somma della sua energia cinetica e della sua energia potenziale: $E = K + U$.
- Se compiono lavoro soltanto forze conservative, l'energia meccanica si conserva: $K_i + U_i = K_f + U_f$. Il risultato segue dal teorema dell'energia cinetica e dalla definizione di energia potenziale.
- Forze come la reazione normale di una superficie liscia o la tensione del filo di un pendolo non compiono lavoro, perché sono perpendicolari allo spostamento: non impediscono la conservazione.
- Nei diagrammi a barre l'energia potenziale e l'energia cinetica si scambiano i ruoli, mentre la barra dell'energia meccanica resta costante.
- Senza attriti la velocità dopo una discesa dipende solo dal dislivello, non dalla massa né dalla forma del percorso: $v = \sqrt{(2gh)}$ partendo da fermo.
- In un punto di inversione la velocità è nulla e l'energia meccanica è tutta potenziale: un pendolo ideale risale alla quota di partenza, e nessuna collina di una montagna russa senza attriti può superare la prima.
- Nel lanciatore a molla l'energia elastica $\frac{1}{2}k\,x^2$ diventa energia cinetica e potenziale gravitazionale; per il giro della morte senza attriti bisogna partire almeno da 2,5 volte il raggio dell'anello.
- Il lavoro delle forze non conservative è uguale alla variazione dell'energia meccanica, $W_{nc} = \Delta E$; l'attrito la fa diminuire.
- L'energia meccanica dissipata dall'attrito diventa energia interna dei corpi a contatto, che si scaldano: è il ponte verso lo studio del calore.
- Il principio generale di conservazione dell'energia afferma che l'energia non si crea e non si distrugge, ma si trasforma; il rendimento minore di 1 delle macchine reali indica la parte che diventa inutilizzabile, non energia scomparsa.

ESERCIZI

Comprendere e ricordare

1. ● L'energia meccanica di un corpo è:

   A. la somma della sua energia cinetica e della sua energia potenziale

   B. il prodotto della sua energia cinetica per la sua energia potenziale

   C. la differenza fra la sua energia cinetica e la sua energia potenziale

   D. l'energia cinetica che il corpo ha nel punto più basso

2. ● L'energia meccanica di un corpo si conserva quando:
   A. sul corpo non agisce nessuna forza
   B. il corpo è fermo
   C. compiono lavoro soltanto forze conservative
   D. il corpo si muove a velocità costante

3. ●● Due palline, di 100 g e di 200 g, cadono da ferme dalla stessa altezza, con resistenza dell'aria trascurabile. Quando arrivano al suolo hanno:
   A. la stessa energia cinetica
   B. la stessa velocità
   C. velocità doppia quella più pesante
   D. velocità doppia quella più leggera

4. ●● Un carrello parte da fermo e scende senza attrito da un'altezza h, arrivando in fondo con velocità v. Partendo da fermo da un'altezza $4h$ arriverebbe con velocità:
   A. $4v$
   B. $16v$
   C. v
   D. $2v$

5. ● Un pendolo ideale oscilla. Nel punto più basso della traiettoria la pallina ha:
   A. energia cinetica nulla
   B. energia potenziale massima
   C. energia cinetica massima
   D. energia meccanica massima

6. ●● Un lanciatore a molla verticale, con la molla compressa di x, spara una pallina fino all'altezza h. Se la molla viene compressa di $2x$, la pallina sale fino a (trascura il piccolo spostamento dovuto alla compressione):
   A. $4h$
   B. $2h$
   C. h
   D. $\sqrt{2}\,h$

7. ● Una cassa lanciata su un pavimento orizzontale scivola e si ferma. La sua energia cinetica:
   A. scompare senza lasciare traccia
   B. si trasforma in energia potenziale gravitazionale
   C. si trasforma in forza di attrito
   D. si trasforma soprattutto in energia interna della cassa e del pavimento

8. ●● Una slitta scende lungo un pendio innevato con attrito. Il lavoro compiuto dall'attrito fra la partenza e l'arrivo è uguale:
   A. alla variazione dell'energia cinetica della slitta
   B. alla variazione dell'energia meccanica della slitta
   C. alla variazione dell'energia potenziale della slitta
   D. a zero, perché l'attrito è perpendicolare al moto

9. ●● In una centrale idroelettrica la catena di trasformazioni principale è:
   A. energia elettrica → energia cinetica → energia potenziale
   B. energia cinetica → energia potenziale → energia elettrica
   C. energia potenziale gravitazionale → energia cinetica → energia elettrica
   D. energia potenziale elastica → energia elettrica → energia cinetica

Vero o falso

10. ● L'energia meccanica di un sasso che cade nel vuoto resta costante. V / F

11. ●● Il valore dell'energia meccanica dipende dal livello scelto come zero dell'energia potenziale, ma le sue variazioni no. V / F

12. ● In un pendolo la tensione del filo compie lavoro e fa variare l'energia meccanica della pallina. V / F

13. ●● Quando l'energia meccanica di un corpo diminuisce a causa dell'attrito, l'energia totale diminuisce della stessa quantità. V / F

14. ● Senza attriti, la velocità con cui un corpo partito da fermo arriva in fondo a uno scivolo dipende dalla forma dello scivolo. V / F

Applicare

15. ● Una palla di 0,40 kg si trova 5,0 m sopra il suolo e si muove a 6,0 m/s. Prendendo lo zero dell'energia potenziale al suolo, calcola la sua energia cinetica, la sua energia potenziale e la sua energia meccanica.

16. ● Un vaso cade da fermo da un davanzale a 4,5 m di altezza. Con la conservazione dell'energia calcola la velocità con cui arriva al suolo, trascurando l'aria.

17. ● Una pallina è lanciata verso l'alto a 12 m/s. Fino a che altezza sale sopra il punto di lancio, trascurando l'aria?

18. ●● Un pendolo lungo 0,80 m viene lasciato andare da fermo con il filo inclinato di 30° rispetto alla verticale. Calcola la quota di partenza rispetto al punto più basso e la velocità della pallina nel punto più basso.

19. ●● Una molla di costante elastica 600 N/m, compressa di 5,0 cm, lancia in orizzontale una pallina di 50 g su un piano liscio. Con quale velocità parte la pallina?

20. ● Completa. Se su un corpo compiono lavoro soltanto forze conservative, la somma dell'energia _____ e dell'energia _____ rimane _____ ; il lavoro delle forze non conservative è uguale alla variazione dell'energia _____ .

21. ●● Nella Figura 10.5 leggi le quote dei punti A e C. Se il carrello avesse una massa di 800 kg invece di 500 kg, quanto varrebbero la sua energia meccanica e la sua velocità in C? Che percentuale dell'energia meccanica è cinetica in C?

22. ●● Una slitta di 40 kg, compreso il bambino che la guida, parte da ferma e scende lungo un pendio con un dislivello di 12 m, arrivando in fondo a 12 m/s. Quanta energia meccanica è stata dissipata dagli attriti?

Problemi

23. ●● Uno skater di 55 kg parte da fermo dal bordo di un half-pipe, 3,2 m sopra il fondo. a) Trascurando gli attriti, con quale velocità passa sul fondo? b) A che altezza risale sul bordo opposto? c) In realtà risale fino a 2,9 m: quanta energia meccanica è stata dissipata?

24. ●●● Un lanciatore verticale ha una molla di costante 320 N/m, compressa di 6,0 cm, con sopra una pallina di 30 g. Trascura la massa della molla e l'aria. a) Calcola l'energia elastica immagazzinata. b) Fino a che altezza, rispetto alla posizione di partenza, sale la pallina? c) Con quale velocità si stacca dalla molla, quando questa torna alla lunghezza a riposo?

25. ●●● Un cubetto di ghiaccio parte da fermo dalla cima di una rampa liscia e scende di 0,45 m fino al piano di un tavolo; lì la rampa termina in orizzontale, sul bordo del tavolo, che è alto 0,80 m. Trascura ogni attrito. a) Con quale velocità il cubetto lascia il tavolo? b) A che distanza orizzontale dal bordo del tavolo tocca il pavimento (capitolo 2)? c) Con quale velocità tocca il pavimento? Calcolala in due modi.

26. ●●● Un carrello di una montagna russa, di 400 kg, parte da fermo da 25 m di quota e affronta un giro della morte di raggio 8,0 m, il cui punto più basso è al livello zero. Trascura gli attriti. a) Calcola la velocità nel punto più basso dell'anello. b) Calcola la velocità nel punto più alto dell'anello. c) Verifica che è maggiore della velocità minima $\sqrt{(g\,r)}$ (capitolo 7). d) Calcola la forza che la rotaia esercita sul carrello nel punto più alto. e) Da quale quota minima potrebbe partire il carrello?

27. ●● Un ciclista arriva alla base di una salita a 10 m/s e smette di pedalare; la massa di ciclista e bicicletta è 80 kg. a) Senza attriti, di quanto salirebbe in quota prima di fermarsi? b) In realtà si ferma dopo essere salito di 4,2 m: quanta energia meccanica è stata dissipata? Che percentuale è dell'energia iniziale?

28. ●● In una centrale idroelettrica scendono 15 m^3 di acqua al secondo con un dislivello di 120 m; il rendimento complessivo è 0,88. Calcola a) la potenza meccanica che l'acqua cede ogni secondo, b) la potenza elettrica prodotta, c) l'energia elettrica prodotta in un giorno, in kilowattora.

29. ●●● Una palla di 60 g viene lasciata cadere da 1,50 m e, dopo il primo rimbalzo, risale fino a 1,05 m. a) Che frazione della sua energia meccanica ha perso nell'urto? b) Quanta energia si è trasformata in energia interna e suono? c) Calcola la velocità della palla subito prima e subito dopo l'urto. d) Se a ogni rimbalzo la palla perde la stessa frazione di energia, dopo quanti rimbalzi la quota massima scende per la prima volta sotto 0,50 m?

Ragionare e argomentare

30. ●● Trova l'errore. Una pallina di 0,20 kg è su uno scaffale a 1,0 m dal pavimento; Luca prende lo zero dell'energia potenziale sul piano di un tavolo alto 1,5 m e trova per la pallina $U = -0{,}98$ J. Conclude: «Ho sbagliato, l'energia non può essere negativa». Ha ragione?

31. ●● Stima di ordine di grandezza. Un saltatore con l'asta corre a circa 10 m/s. Supponi che tutta la sua energia cinetica diventi energia potenziale gravitazionale, e ricorda che il suo baricentro, durante la corsa, si trova già a circa 1 m da terra. Fino a che altezza può arrivare il suo baricentro? Confronta con il fatto che i record mondiali di salto con l'asta superano di poco i 6 m.

32. ●●● Progetta un esperimento per verificare che, in assenza di attriti apprezzabili, la velocità in fondo a uno scivolo dipende solo dal dislivello e non dalla forma. Indica i materiali, le misure da fare, come calcoleresti le incertezze e come confronteresti i risultati.

PER APPROFONDIRE

- [FEY] R. P. Feynman, R. B. Leighton, M. Sands, *La fisica di Feynman*, vol. I: il capitolo sulla conservazione dell'energia, che si apre con la parabola dei cubetti che un bambino non riesce mai a perdere.
- [GAL] G. Galilei, *Discorsi e dimostrazioni matematiche intorno a due nuove scienze*: le pagine sul pendolo che si impiglia nel chiodo e risale alla stessa altezza.
- [HEW] P. G. Hewitt, *Conceptual Physics*: il capitolo sull'energia, con molti esempi di trasformazioni e di catene energetiche nella vita quotidiana.
- [EIN] A. Einstein, L. Infeld, *L'evoluzione della fisica*: come l'idea di energia si è estesa dalla meccanica al calore, fino a diventare un principio generale.

Glossario del capitolo

Catena energetica
Successione di trasformazioni dell'energia, come quella di una centrale idroelettrica: potenziale → cinetica → elettrica.

Centrale idroelettrica
Impianto che trasforma l'energia potenziale gravitazionale dell'acqua in quota in energia elettrica, attraverso turbine e generatori.

Diagramma a barre dell'energia
Rappresentazione in cui, per una o più posizioni di un corpo, l'energia potenziale, l'energia cinetica e l'energia meccanica sono disegnate come barre nella stessa scala.

Energia dissipata
Energia meccanica che, per effetto dell'attrito o di un urto, si trasforma in energia interna e diventa praticamente inutilizzabile.

Energia interna
Energia associata al moto disordinato e alle interazioni delle particelle che formano un corpo; aumenta quando il corpo si scalda.

Energia meccanica
Somma dell'energia cinetica e dell'energia potenziale (gravitazionale ed elastica) di un corpo: $E = K + U$; si misura in joule.

Lanciatore a molla
Dispositivo che immagazzina energia potenziale elastica in una molla compressa e la trasforma in energia cinetica di un corpo, ed eventualmente in energia potenziale gravitazionale.

Lavoro delle forze non conservative
Lavoro compiuto da forze come l'attrito o una spinta muscolare; è uguale alla variazione dell'energia meccanica, $W_{nc} = \Delta E$.

Macchina del moto perpetuo
Macchina ipotetica che produrrebbe lavoro senza ricevere energia; è impossibile, perché violerebbe il principio di conservazione dell'energia.

Pendolo interrotto
Esperimento descritto da Galileo nei *Discorsi*: il filo di un pendolo si impiglia in un chiodo, ma la pallina risale ancora alla quota di partenza.

Principio di conservazione dell'energia
L'energia non si crea e non si distrugge: si trasforma da una forma all'altra e si trasferisce fra corpi, ma la sua quantità totale resta costante.

Principio di conservazione dell'energia meccanica
Se su un corpo compiono lavoro soltanto forze conservative, la sua energia meccanica resta costante: $K_i + U_i = K_f + U_f$.

Punto di inversione
Posizione in cui la velocità di un corpo si annulla e il moto cambia verso; lì l'energia meccanica è tutta potenziale.

Quota minima di partenza
Per un giro della morte senza attriti, altezza minima da cui un corpo deve partire da fermo per percorrere l'anello: 2,5 volte il raggio, sopra il punto più basso dell'anello.

Trasformazione dell'energia
Passaggio di energia da una forma a un'altra, per esempio da potenziale gravitazionale a cinetica.

Soluzioni

1. A. Per definizione $E = K + U$.

2. C. È la condizione del principio: possono agire anche altre forze, purché non compiano lavoro. La velocità costante non basta: un ascensore che sale a velocità costante aumenta la sua energia potenziale, e quindi la sua energia meccanica.

3. B. $v = \sqrt{(2g\,h)}$ non dipende dalla massa; l'energia cinetica della pallina da 200 g è invece doppia.

4. D. $v = \sqrt{(2g\,h)} \propto \sqrt{h}$: $\sqrt{4} = 2$.

5. C. È il punto più basso: l'energia potenziale è minima e quindi l'energia cinetica è massima; l'energia meccanica è la stessa ovunque.

6. A. $\frac{1}{2}k\,x^2 = m\,g\,h$: l'altezza è proporzionale a x^2, e $(2x)^2 = 4x^2$.

7. D. L'attrito trasforma l'energia meccanica in energia interna: le superfici si scaldano. Una forza non è una forma di energia.

8. B. $W_{nc} = \Delta E$. La variazione dell'energia cinetica è uguale al lavoro di **tutte** le forze, peso compreso.

9. C. L'acqua in quota scende (potenziale → cinetica) e mette in moto turbina e generatore (→ elettrica).

10. V. Sul sasso agisce solo il peso, che è una forza conservativa.

11. V. Cambiare lo zero aggiunge la stessa costante a U (e quindi a E) in tutte le posizioni; le differenze restano uguali.

12. F. La tensione è sempre perpendicolare alla velocità della pallina: non compie lavoro.

13. F. L'energia meccanica persa diventa energia interna: l'energia totale si conserva.

14. F. Dipende soltanto dal dislivello: $v = \sqrt{(2g\,h)}$.

15. $K = \frac{1}{2} \times 0{,}40\text{ kg} \times (6{,}0\text{ m/s})^2 = 7{,}2\text{ J}$; $U = 0{,}40\text{ kg} \times 9{,}8\text{ N/kg} \times 5{,}0\text{ m} = 19{,}6\text{ J} \approx 20\text{ J}$; $E = 7{,}2\text{ J} + 19{,}6\text{ J} \approx 27\text{ J}$.

16. $m\,g\,h = \frac{1}{2}m\,v^2 \Longrightarrow v = \sqrt{(2 \times 9{,}8\text{ m/s}^2 \times 4{,}5\text{ m})} = \sqrt{88{,}2}\text{ m/s} \approx 9{,}4\text{ m/s}$.

17. $\frac{1}{2}m\,v_0^{\,2} = m\,g\,h_{max} \Longrightarrow h_{max} = (12\text{ m/s})^2/(2 \times 9{,}8\text{ m/s}^2) \approx 7{,}3\text{ m}$.

18. $h = l(1 - \cos 30°) = 0{,}80\text{ m} \times (1 - 0{,}866) \approx 0{,}107\text{ m}$; $v = \sqrt{(2g\,h)} = \sqrt{(2 \times 9{,}8\text{ m/s}^2 \times 0{,}107\text{ m})} \approx 1{,}4\text{ m/s}$ (1,45 m/s).

19. $\frac{1}{2}k\,x^2 = \frac{1}{2} \times 600\text{ N/m} \times (0{,}050\text{ m})^2 = 0{,}75\text{ J} = \frac{1}{2}m\,v^2 \Longrightarrow v = \sqrt{(2 \times 0{,}75\text{ J} / 0{,}050\text{ kg})} \approx 5{,}5\text{ m/s}$.

20. cinetica; potenziale; costante; meccanica.

21. $h_A = 30\text{ m}$, $h_C = 20\text{ m}$. $E = 800\text{ kg} \times 9{,}8\text{ N/kg} \times 30\text{ m} \approx 2{,}35 \times 10^5\text{ J}$. La velocità non dipende dalla massa: $v_C = \sqrt{(2 \times 9{,}8\text{ m/s}^2 \times 10\text{ m})} = 14\text{ m/s}$, come per il carrello da 500 kg. $K/E = (30 - 20)/30 \approx 0{,}33$, cioè il 33%.

22. Zero dell'energia potenziale in fondo. $E_i = 40\text{ kg} \times 9{,}8\text{ N/kg} \times 12\text{ m} \approx 4{,}70 \times 10^3\text{ J}$; $E_f = \frac{1}{2} \times 40\text{ kg} \times (12\text{ m/s})^2 = 2{,}88 \times 10^3\text{ J}$; $\Delta E \approx -1{,}8 \times 10^3\text{ J}$: sono stati dissipati circa $1{,}8 \times 10^3\text{ J}$.

23. Sullo skater agiscono il peso e la reazione della rampa, che non compie lavoro; zero dell'energia potenziale sul fondo. a) $v = \sqrt{(2 \times 9{,}8\text{ m/s}^2 \times 3{,}2\text{ m})} \approx 7{,}9\text{ m/s}$. b) Alla stessa quota di partenza, 3,2 m (punto di inversione con $E = m\,g\,h$). c) $\Delta E = m\,g(2{,}9\text{ m} - 3{,}2\text{ m}) = 55\text{ kg} \times 9{,}8\text{ N/kg} \times (-0{,}3\text{ m}) \approx -1{,}6 \times 10^2\text{ J}$: dissipati circa 160 J.

24. Zero dell'energia potenziale gravitazionale nella posizione di partenza. a) $U_{el} = \frac{1}{2} \times 320\text{ N/m} \times (0{,}060\text{ m})^2 \approx 0{,}576\text{ J} \approx 0{,}58\text{ J}$. b) $0{,}576\text{ J} = m\,g\,h \Longrightarrow h = 0{,}576\text{ J} / (0{,}030\text{ kg} \times 9{,}8\text{ N/kg}) \approx 2{,}0\text{ m}$. c) Quando la molla è a riposo la pallina è salita di 0,060 m: $\frac{1}{2}m\,v^2 = 0{,}576\text{ J} - 0{,}030 \times 9{,}8 \times 0{,}060\text{ J} \approx 0{,}576\text{ J} - 0{,}018\text{ J} \approx 0{,}558\text{ J} \Longrightarrow v = \sqrt{(2 \times 0{,}558\text{ J} / 0{,}030\text{ kg})} \approx 6{,}1\text{ m/s}$.

25. a) Conservazione dell'energia sulla rampa (la reazione normale non compie lavoro): $v_0 = \sqrt{(2 \times 9{,}8\text{ m/s}^2 \times 0{,}45\text{ m})} \approx 2{,}97\text{ m/s} \approx 3{,}0\text{ m/s}$. b) Lancio orizzontale: $t = \sqrt{(2h/g)} = \sqrt{(2 \times 0{,}80\text{ m} / 9{,}8\text{ m/s}^2)} \approx 0{,}404\text{ s}$; $x_G = v_0 t \approx 2{,}97\text{ m/s} \times 0{,}404\text{ s} \approx 1{,}2\text{ m}$. c) Con l'energia, dislivello totale 1,25 m: $v = \sqrt{(2 \times 9{,}8 \times 1{,}25)}\text{ m/s} \approx 4{,}9$

m/s. Con le componenti: $v_x = 2{,}97$ m/s, $v_y = g\,t \approx 3{,}96$ m/s, $v = \sqrt{(2{,}97^2 + 3{,}96^2)}$ m/s $\approx 4{,}9$ m/s.

26. Sul carrello agiscono il peso e la reazione della rotaia, che non compie lavoro. a) $v = \sqrt{(2 \times 9{,}8\ \text{m/s}^2 \times 25\ \text{m})} \approx 22$ m/s. b) Il punto più alto è a 16 m: $v = \sqrt{(2 \times 9{,}8 \times (25 - 16))}$ m/s $= \sqrt{176{,}4}$ m/s ≈ 13 m/s (13,3 m/s). c) $\sqrt{(9{,}8 \times 8{,}0)}$ m/s $\approx 8{,}9$ m/s < 13 m/s: il carrello percorre l'anello. d) In cima peso e reazione puntano verso il centro: $N + m\,g = m\,v^2/r \Longrightarrow N = 400\ \text{kg} \times (176{,}4/8{,}0 - 9{,}8)\ \text{m/s}^2 = 400 \times 12{,}25$ N $\approx 4{,}9 \times 10^3$ N, verso il basso. e) $h_{\min} = 2{,}5r = 20$ m.

27. Zero dell'energia potenziale alla base. a) $h = v^2/(2g) = (10\ \text{m/s})^2/(19{,}6\ \text{m/s}^2) \approx 5{,}1$ m. b) $E_i = \tfrac{1}{2} \times 80\ \text{kg} \times (10\ \text{m/s})^2 = 4{,}0 \times 10^3$ J; $E_f = 80\ \text{kg} \times 9{,}8\ \text{N/kg} \times 4{,}2\ \text{m} \approx 3{,}29 \times 10^3$ J; dissipati circa $7{,}1 \times 10^2$ J, cioè il 18% circa dell'energia iniziale (resistenza dell'aria e attriti di rotolamento).

28. a) Massa al secondo $1{,}5 \times 10^4$ kg; $P = m\,g\,h/\Delta t = 1{,}5 \times 10^4\ \text{kg} \times 9{,}8\ \text{N/kg} \times 120\ \text{m} / 1\ \text{s} \approx 1{,}76 \times 10^7$ W ≈ 18 MW. b) $0{,}88 \times 17{,}6$ MW $\approx 15{,}5$ MW ≈ 16 MW. c) $15{,}5 \times 10^3$ kW $\times$ 24 h $\approx 3{,}7 \times 10^5$ kWh.

29. Zero dell'energia potenziale sul pavimento; nei punti di inversione $E = m\,g\,h$. a) E è proporzionale alla quota: 1,05/1,50 = 0,70; perso il 30%. b) $m\,g(1{,}50\ \text{m} - 1{,}05\ \text{m}) = 0{,}060\ \text{kg} \times 9{,}8\ \text{N/kg} \times 0{,}45\ \text{m} \approx 0{,}26$ J. c) Prima: $\sqrt{(2 \times 9{,}8 \times 1{,}50)}$ m/s $\approx 5{,}4$ m/s; dopo: $\sqrt{(2 \times 9{,}8 \times 1{,}05)}$ m/s $\approx 4{,}5$ m/s. d) Quote: 1,05 m; 0,735 m; 0,515 m; 0,360 m: dopo il quarto rimbalzo.

30. No: il calcolo è corretto. La pallina è 0,50 m sotto il livello zero scelto, quindi $U = 0{,}20 \times 9{,}8 \times (-0{,}50)$ J $= -0{,}98$ J. L'energia potenziale ha senso solo rispetto a uno zero arbitrario: può essere negativa, e solo le sue variazioni hanno significato fisico. Negativa non può essere l'energia cinetica, $\tfrac{1}{2}m\,v^2$.

31. $h = v^2/(2g) = (10\ \text{m/s})^2/(2 \times 9{,}8\ \text{m/s}^2) \approx 5$ m, a cui si aggiunge circa 1 m: il baricentro può arrivare a circa 6 m, l'ordine di grandezza dei record. L'asta immagazzina temporaneamente l'energia come energia elastica e la restituisce; le braccia dell'atleta aggiungono un po' di lavoro, mentre una parte va dissipata. La stima spiega perché la velocità della rincorsa conta così tanto.

32. Traccia di risposta: due guide per carrellini (o due binari a basso attrito), una rettilinea e una curva, con la partenza alla stessa quota h, misurata con metro e squadra; una fotocellula in fondo a ciascuna guida e una bandierina di larghezza nota sul carrello, così da misurare $v = d/\Delta t$. Si ripetono 5–10 lanci per guida, si calcolano media e semidispersione e si confrontano le due velocità fra loro e con $\sqrt{(2g\,h)}$ (incertezza relativa di v teorica: metà di quella di h). Le velocità sono compatibili se gli intervalli si sovrappongono. Si ripete per tre quote diverse; si discutono attriti e rotazione delle ruote, che rendono le velocità misurate sistematicamente un po' minori.