CAPITOLO

9

L'energia cinetica e l'energia potenziale

Un corpo che corre e un corpo sollevato hanno qualcosa in comune: entrambi possono compiere lavoro.

OBIETTIVI

1. Definire l'energia come capacità di compiere lavoro e riconoscerne le principali forme.
2. Calcolare l'energia cinetica $K = \frac{1}{2}m\,v^2$ e applicare il teorema dell'energia cinetica, anche allo spazio di frenata.
3. Distinguere le forze conservative da quelle non conservative in base al lavoro su percorsi diversi o chiusi.
4. Calcolare l'energia potenziale gravitazionale $U = m\,g\,h$, scegliendo e dichiarando il livello di zero.
5. Calcolare l'energia potenziale elastica $U = \frac{1}{2}k\,x^2$ e leggerne il grafico.
6. Ricavare in laboratorio un coefficiente di attrito dal grafico dello spazio di arresto in funzione del quadrato della velocità.

INDICE DEL CAPITOLO

9.1 L'energia, capacità di compiere lavoro 2
9.2 L'energia cinetica 3
9.3 L'energia cinetica e la frenata 7
9.4 Forze conservative e forze non conservative 9
9.5 L'energia potenziale gravitazionale 10
9.6 L'energia potenziale elastica e l'energia nella vita quotidiana 12

Fisica 2 · Parte III · Lavoro ed energia · versione 1.0
Capitolo 9: L'energia cinetica e l'energia potenziale · pagine 221–242 del volume completo · estratto per lo studio

Un martello alzato sopra un chiodo, l'acqua chiusa dietro una diga, una molla caricata, un'auto lanciata in autostrada: sono situazioni molto diverse, ma hanno qualcosa in comune. In ciascuna c'è qualcosa che **può compiere lavoro**: il martello che scende pianta il chiodo, l'acqua che cade fa girare una turbina, la molla che si distende lancia una pallina, l'auto che urta un ostacolo lo deforma. A questa «capacità di compiere lavoro» la fisica dà un nome: *energia*.

Nel capitolo 8 hai imparato a calcolare il lavoro delle forze. In questo capitolo scopriamo che cosa produce quel lavoro: il lavoro totale fa cambiare la velocità di un corpo, e la misura di questo cambiamento è l'energia cinetica; il lavoro del peso e delle molle si può invece «mettere da parte» come energia potenziale. Divideremo inoltre le forze in due famiglie, conservative e non conservative, e ritroveremo per una via nuova un risultato noto: a velocità doppia, spazio di frenata quadruplo.

9.1 L'energia, capacità di compiere lavoro

9.1.1 Che cos'è l'energia

Diciamo che un corpo, o un sistema di corpi, possiede **energia** quando è in grado di compiere lavoro. L'energia si misura quindi con la stessa unità del lavoro, il **joule**, e come il lavoro è una **grandezza scalare**: un numero con un'unità di misura, senza direzione né verso. Quando un corpo compie lavoro su un altro, gli cede energia; quando una forza compie lavoro su un corpo, l'energia di quel corpo cambia. Il lavoro è dunque il modo in cui l'energia **passa** da un corpo all'altro, o da una forma all'altra, per mezzo di una forza.

L'energia non si legge su uno strumento come una lunghezza: si **calcola** a partire da grandezze misurabili, come la massa, la velocità, la quota o la deformazione di una molla.

9.1.2 Le forme dell'energia

L'energia si presenta in molte forme, che hanno nomi diversi ma si misurano tutte in joule:

- l'**energia cinetica**, che un corpo possiede perché si muove (il martello che scende, l'auto in corsa);
- l'**energia potenziale**, che un corpo possiede per la sua posizione o la sua deformazione: *gravitazionale* (l'acqua dietro la diga) ed *elastica* (la molla caricata);
- l'**energia chimica**, immagazzinata nei legami fra gli atomi delle sostanze, che si libera nella combustione della benzina o quando il nostro corpo «brucia» il cibo;
- l'**energia interna** dei corpi, legata al moto disordinato delle particelle che li compongono e alla loro temperatura, che studierai nei capitoli 10 e 12;

- l'**energia elettrica**, trasportata dalla corrente nei cavi, e l'**energia luminosa**, trasportata dalla luce del Sole o di una lampada;
- l'**energia nucleare**, immagazzinata nei nuclei degli atomi e liberata nelle centrali nucleari e nelle stelle.

Le prime due forme, cinetica e potenziale, sono quelle della meccanica e sono l'argomento di questo capitolo. Le altre le incontrerai nel resto del corso; per ora basta sapere che l'energia passa continuamente da una forma all'altra: in una centrale idroelettrica l'energia potenziale dell'acqua diventa cinetica, poi elettrica, e infine luminosa nelle lampadine delle nostre case.

9.2 L'energia cinetica

9.2.1 Dal lavoro alla velocità

Un carrello di massa m si muove su un binario orizzontale liscio con velocità v_0. Lo spingiamo con una forza costante $\boldsymbol{F}$, parallela al binario e nel verso del moto, lungo uno spostamento s. Sul carrello agiscono il peso e la reazione normale del binario, che si equilibrano e non compiono lavoro perché sono perpendicolari allo spostamento, e la forza F, che è quindi la risultante. Il lavoro totale è $W_{\text{tot}} = Fs$.

Per il secondo principio il carrello si muove di moto uniformemente accelerato con $a = F/m$. In *Fisica 1*, capitolo 16, hai ricavato per questo moto la relazione indipendente dal tempo, $v^2 = v_0^2 + 2as$, da cui $as = (v^2 - v_0^2)/2$. Allora

$$W_{\text{tot}} = Fs = mas = m \cdot \frac{v^2 - v_0^2}{2} = \tfrac{1}{2}mv^2 - \tfrac{1}{2}mv_0^2$$

Il lavoro della risultante è uguale alla differenza fra i valori finale e iniziale di una stessa grandezza, $\frac{1}{2}mv^2$, che dipende soltanto dalla massa del corpo e dalla sua velocità. Questa grandezza si chiama **energia cinetica**:

$$K = \tfrac{1}{2}\, mv^2 \qquad (\text{J} = \text{kg}\cdot\text{m}^2/\text{s}^2)$$

L'energia cinetica è sempre **positiva**, o nulla per un corpo fermo, perché la massa è positiva e v^2 non è mai negativo; e non dipende dalla direzione del moto, ma solo dal modulo della velocità. Le unità tornano: $\text{kg} \cdot (\text{m/s})^2 = (\text{kg}\cdot\text{m/s}^2) \cdot \text{m} = \text{N}\cdot\text{m} = \text{J}$. Un'automobile di 1200 kg a 50 km/h (13,9 m/s) ha un'energia cinetica di circa $1{,}16 \times 10^5$ J; una pallina da tennis di 57 g servita a 50 m/s ne ha circa 71 J.

Il fattore che conta di più è la velocità, che compare **al quadrato**. A parità di massa, una velocità doppia dà un'energia cinetica quadrupla; una velocità tripla, un'energia nove volte maggiore. La massa invece compare alla prima potenza: un camion di 12 t ha, alla stessa velocità, un'energia cinetica dieci volte quella di un'auto di 1,2 t.

9.2.2 Il teorema dell'energia cinetica

Abbiamo ricavato la relazione fra lavoro ed energia cinetica nel caso più semplice: una sola forza costante, parallela allo spostamento. Si dimostra che il risultato vale **sempre**: con più forze, con forze inclinate, con forze variabili, con traiettorie curve. È il **teorema dell'energia cinetica**, chiamato anche, con un nome storico, **teorema delle forze vive**:

DA RICORDARE

Teorema dell'energia cinetica. Il lavoro totale compiuto da tutte le forze che agiscono su un corpo è uguale alla variazione della sua energia cinetica:

$$W_{\text{tot}} = \Delta K = K_{\text{finale}} - K_{\text{iniziale}}$$

Se il lavoro totale è positivo il corpo accelera, se è negativo rallenta, se è nullo il modulo della velocità non cambia.

La Figura 9.1 illustra il teorema con dei numeri: un carrello di 2,0 kg che si muove a 1,0 m/s possiede un'energia cinetica di 1,0 J; la forza di 6,0 N compie su di esso un lavoro di 9,0 J lungo 1,5 m; alla fine il carrello ha 10 J di energia cinetica, e quindi una velocità di $\sqrt{(2 \times 10\ \text{J} / 2{,}0\ \text{kg})} \approx 3{,}2$ m/s. Il teorema ha due vantaggi pratici. Collega direttamente forze, spostamenti e velocità, **senza passare per il tempo** e senza calcolare l'accelerazione; e, siccome lavoro ed energia sono scalari, si sommano numeri con il segno, non vettori.

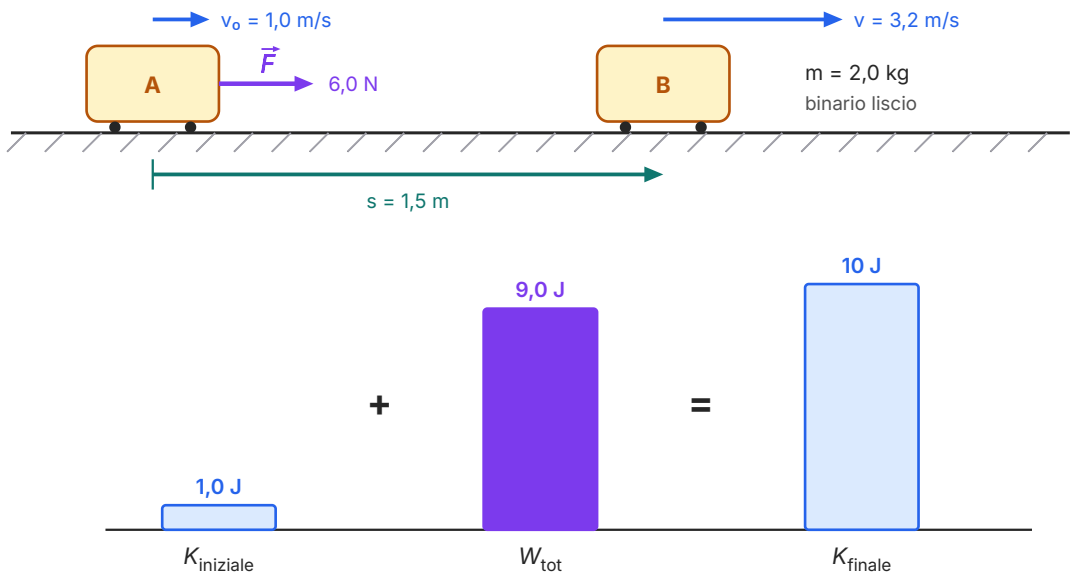


Figura 9.1 Il teorema dell'energia cinetica. Un carrello di 2,0 kg passa da A a B su un binario liscio spinto da una forza costante di 6,0 N lungo 1,5 m. Il diagramma a barre mostra il bilancio, in scala: energia cinetica iniziale (1,0 J) più lavoro totale (9,0 J) uguale energia cinetica finale (10 J).

Attenzione alla parola «totale»: nel teorema entra il lavoro di **tutte** le forze, con il loro segno. Il primo passo di ogni problema è sempre il diagramma di corpo libero, per non dimenticarne nessuna. Un corpo che si muove a velocità costante ha $\Delta K = 0$: le forze agiscono, ma i loro lavori si compensano esattamente. Lo avevi già notato in un esercizio del capitolo 8, dove il lavoro della fune e quello dell'attrito sulla cassa trascinata a velocità costante erano uguali e opposti.

ESEMPIO SVOLTO

Il lavoro per accelerare un'auto

Problema. Un'auto di 1200 kg accelera su una strada orizzontale da 0 a 50 km/h e poi da 50 km/h a 100 km/h. a) Calcola il lavoro totale necessario in ciascuna fase. b) Se la risultante delle forze fosse costante e pari a 2,4 kN, quanta strada servirebbe in ciascuna fase?

Soluzione. Sull'auto agiscono il peso e la reazione della strada, verticali e in equilibrio, che non compiono lavoro; la forza motrice (la spinta della strada sulle ruote motrici), in avanti; le resistenze dell'aria e di rotolamento, all'indietro. Il lavoro totale è il lavoro della risultante. Velocità: 50 km/h = 13,9 m/s; 100 km/h = 27,8 m/s.

a) $K_{50} = \frac{1}{2} \times 1200\ \text{kg} \times (13{,}9\ \text{m/s})^2 \approx 1{,}16 \times 10^5\ \text{J}$; $K_{100} = \frac{1}{2} \times 1200\ \text{kg} \times (27{,}8\ \text{m/s})^2 \approx 4{,}63 \times 10^5\ \text{J}$. Prima fase: $W_{\text{tot}} = 1{,}16 \times 10^5\ \text{J} - 0 \approx 1{,}2 \times 10^5\ \text{J}$. Seconda fase: $W_{\text{tot}} = 4{,}63 \times 10^5\ \text{J} - 1{,}16 \times 10^5\ \text{J} \approx 3{,}5 \times 10^5\ \text{J}$: il **triplo** della prima, per lo stesso aumento di velocità.

b) Da $W_{\text{tot}} = Rs$: prima fase $s = 1{,}16 \times 10^5\ \text{J} / 2400\ \text{N} \approx 48\ \text{m}$; seconda fase $s = 3{,}47 \times 10^5\ \text{J} / 2400\ \text{N} \approx 1{,}4 \times 10^2\ \text{m}$.

Controllo. J/N = m. Il risultato spiega un'esperienza comune: guadagnare velocità quando si va già veloci costa molta più energia, perché K cresce con il quadrato di v. Le auto reali hanno una risultante che diminuisce con la velocità, perché le resistenze crescono; i 140 m della seconda fase sono quindi una stima per difetto.

ERRORE FREQUENTE

«La velocità passa da 10 m/s a 20 m/s, quindi $\Delta K = \frac{1}{2}m(\Delta v)^2 = \frac{1}{2}m(10\ \text{m/s})^2$»: **sbagliato**. La variazione dell'energia cinetica è la differenza dei quadrati, $\frac{1}{2}m(v^2 - v_0^2) = \frac{1}{2}m(400 - 100)\ \text{m}^2/\text{s}^2$, non il quadrato della differenza: tre volte di più. Allo stesso modo, raddoppiare la velocità **non** raddoppia l'energia cinetica: la quadruplica.

APPROFONDIMENTO

Le «forze vive»

Il nome «teorema delle forze vive» viene da una lunga discussione fra i filosofi naturali fra Seicento e Settecento. Il tedesco Gottfried Wilhelm Leibniz chiamò *vis viva*, «forza viva», il prodotto della massa per il quadrato della velocità, mv^2, e sostenne che era questa la vera misura dell'«efficacia» di un corpo in moto, contro chi, seguendo Cartesio, la misurava con il prodotto della massa per la velocità. In quel dibattito la parola «forza» non aveva ancora il significato preciso che ha nel secondo principio della dinamica, e indicava cose diverse.

Una prova a favore di Leibniz venne da esperimenti come quelli dell'olandese Willem 's Gravesande, ripresi e discussi dalla studiosa francese Émilie du Châtelet: palline di metallo lasciate cadere in un letto di argilla morbida vi scavano buche la cui profondità è proporzionale all'altezza di caduta, cioè al quadrato della velocità d'impatto. Una pallina che arriva con velocità doppia scava una buca quattro volte più profonda: lo stesso «effetto del quadrato» dello spazio di frenata.

Nell'Ottocento l'ingegnere francese Gaspard-Gustave Coriolis, studiando il rendimento delle macchine, propose di chiamare «lavoro» il prodotto della forza per lo spostamento e di mettere davanti a mv^2 il fattore ½, in modo che il lavoro fosse esattamente uguale alla variazione della forza viva. È la forma del teorema che usiamo ancora oggi.

9.3 L'energia cinetica e la frenata

9.3.1 Lo spazio di frenata, rivisto

Un'auto di massa m viaggia a velocità v_0 su una strada orizzontale; il conducente frena bloccando le ruote. Sull'auto agiscono il peso mg, la reazione normale della strada, $N = mg$, e l'attrito dinamico, di modulo $F_d = \mu_d N = \mu_d mg$, opposto al moto. Peso e reazione normale non compiono lavoro; l'attrito compie il lavoro $-F_d d$ lungo lo spazio di frenata d. L'energia cinetica passa da $\frac{1}{2}mv_0^2$ a zero. Per il teorema:

$$-\mu_d mgd = 0 - \tfrac{1}{2}mv_0^2 \quad \Rightarrow \quad d = \frac{v_0^2}{2\mu_d g}$$

È lo stesso risultato che nel capitolo 5 avevi ottenuto con il secondo principio e la cinematica, ma con un ragionamento più diretto: **per fermarsi, l'auto deve «spendere» tutta la sua energia cinetica contro il lavoro dell'attrito**. Poiché l'energia cinetica è proporzionale a v_0^2 e la forza frenante non dipende dalla velocità, anche lo spazio di frenata è proporzionale a v_0^2 (Figura 9.2). La massa si semplifica: un'auto carica ha più energia cinetica, ma anche un attrito proporzionalmente maggiore.

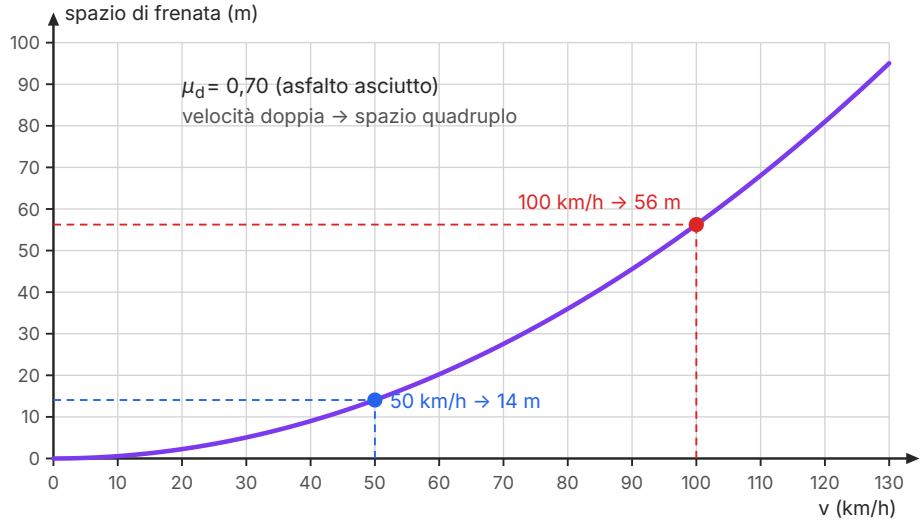


Figura 9.2 Spazio di frenata a ruote bloccate su strada orizzontale in funzione della velocità, calcolato con $d = v_0^2/(2\mu_d g)$ e $\mu_d = 0{,}70$. Passando da 50 km/h a 100 km/h l'energia cinetica quadruplica, e con essa lo spazio di frenata: da 14 m a 56 m.

ESEMPIO SVOLTO

Frenare sul bagnato

Problema. Un'auto di 1200 kg frena a ruote bloccate su asfalto bagnato ($\mu_d = 0{,}40$). a) Calcola l'energia cinetica e lo spazio di frenata a 50 km/h e a 100 km/h. b) Quanto vale la forza d'attrito?

Soluzione. Sull'auto agiscono il peso (verso il basso), la reazione normale (verso l'alto, uguale al peso perché la strada è orizzontale e in verticale non c'è accelerazione) e l'attrito dinamico, all'indietro. Solo l'attrito compie lavoro. b) $F_d = \mu_d mg = 0{,}40 \times 1200\ \text{kg} \times 9{,}8\ \text{N/kg} \approx 4{,}7 \times 10^3\ \text{N}$.

a) A 50 km/h = 13,9 m/s: $K \approx 1{,}16 \times 10^5$ J, e dal teorema $d = K/F_d = 1{,}16 \times 10^5\ \text{J} / 4704\ \text{N} \approx 25$ m. A 100 km/h = 27,8 m/s: $K \approx 4{,}63 \times 10^5$ J e $d \approx 98$ m.

Controllo. Con la formula: $(13{,}9\ \text{m/s})^2/(2 \times 0{,}40 \times 9{,}8\ \text{m/s}^2) \approx 25$ m. Il rapporto fra i due spazi è 4, come il rapporto fra le energie cinetiche. Ai valori trovati va aggiunto lo spazio percorso durante il tempo di reazione del conducente, prima che i freni entrino in azione.

COLLEGAMENTI

Sicurezza stradale: l'energia da dissipare

Il teorema dell'energia cinetica spiega perché la velocità è il fattore decisivo negli incidenti. In un urto contro un ostacolo l'energia cinetica del veicolo deve essere assorbita in pochi decimetri, deformando la carrozzeria, gli oggetti colpiti e, purtroppo, i corpi delle persone. A 50 km/h un'auto di 1200 kg porta con sé circa $1{,}2 \times 10^5$ J; è la stessa energia cinetica che acquisterebbe cadendo da un'altezza di circa 10 m, cioè dal terzo o quarto piano di un palazzo. A 100 km/h l'energia quadruplica, come una caduta da circa 40 m.

Per questo le zone di deformazione delle auto sono progettate per accartocciarsi in modo controllato: il lavoro necessario a deformarle sottrae energia cinetica all'abitacolo. E per questo, nelle zone residenziali, un limite di 30 km/h invece di 50 km/h fa una grande differenza: l'energia da dissipare in un urto si riduce a circa un terzo, perché $(30/50)^2 = 0{,}36$.

9.4 Forze conservative e forze non conservative

9.4.1 Il lavoro dipende dal percorso?

Nel capitolo 8 hai scoperto una differenza importante fra due forze. Il **lavoro del peso** per portare un corpo da un punto A a un punto B dipende solo dalla differenza di quota fra A e B, non dal percorso: rampa, scala o funivia danno lo stesso risultato. Il **lavoro dell'attrito dinamico**, invece, è proporzionale alla lunghezza del cammino, e cambia se si cambia percorso.

Questa differenza permette di dividere le forze in due famiglie. Una forza si dice **forza conservativa** quando il lavoro che compie su un corpo che si sposta da un punto A a un punto B **dipende soltanto da A e da B**, e non dal percorso seguito. Una forza che non ha questa proprietà si dice **forza non conservativa**.

C'è un modo equivalente di dire la stessa cosa. Su un percorso chiuso, che ritorna al punto di partenza, il lavoro di una forza conservativa è **nullo**: andando da A a B e tornando indietro, lungo un percorso qualsiasi, il lavoro dell'andata e quello del ritorno sono uguali e opposti. Un sasso lanciato verso l'alto riceve dal peso un lavoro negativo in salita e un lavoro positivo, uguale in valore assoluto, in discesa: tornato al punto di lancio, il lavoro totale del peso è zero. Una cassa trascinata avanti e indietro sul pavimento riceve invece dall'attrito un lavoro negativo sia all'andata sia al ritorno: il totale non è zero, ma il doppio del lavoro di andata.

9.4.2 Esempi e controesempi

Sono conservative il **peso**, vicino alla superficie terrestre, e la **forza elastica** di una molla ideale: il lavoro della forza elastica fra due deformazioni dipende solo dalle deformazioni iniziale e finale, e su un ciclo completo di allungamento e ritorno è nullo, come hai visto nel capitolo 8.

Sono non conservative l'**attrito dinamico** e la **resistenza dell'aria** o di un liquido: hanno sempre verso opposto alla velocità, e il loro lavoro è sempre negativo, su qualunque percorso, anche chiuso. Per questo si chiamano anche **forze dissipative**: il loro lavoro riduce l'energia cinetica dei corpi e la trasforma in energia interna, scaldando le superfici che strisciano o l'aria attraversata. Non sono conservative nemmeno le forze esercitate da un motore o dai muscoli, che possono compiere lavoro positivo anche lungo un percorso chiuso: un ciclista che percorre un circuito e torna al punto di partenza ha comunque compiuto lavoro con le gambe.

ERRORE FREQUENTE

«Dopo un giro di pista l'auto è tornata al punto di partenza, quindi il lavoro di tutte le forze è zero»: **falso**. È nullo il lavoro del **peso**, che è conservativo; il lavoro dell'attrito e della resistenza dell'aria è negativo, e quello della forza motrice positivo. Se l'auto ha la stessa velocità alla partenza e all'arrivo, il lavoro **totale** è zero per il teorema dell'energia cinetica, ma perché i lavori delle forze non conservative si compensano, non perché siano nulli.

9.5 L'energia potenziale gravitazionale

9.5.1 Lavoro messo da parte

Per sollevare lentamente una cassa di massa m da terra fino a un'altezza h dobbiamo compiere su di essa un lavoro mgh, mentre il peso compie il lavoro $-mgh$. La cassa sollevata, ferma sullo scaffale, non ha energia cinetica; ma se cade, il peso compie su di essa il lavoro $+mgh$, e la cassa arriva a terra con energia cinetica. Il lavoro che abbiamo fatto non è andato perduto: è rimasto come «messo da parte» nella posizione della cassa, pronto a ritrasformarsi in energia cinetica.

Questa energia di posizione si chiama **energia potenziale gravitazionale**. Più in generale, si può associare un'**energia potenziale** U a **ogni forza conservativa**, e solo a esse, definendola attraverso il lavoro della forza: il lavoro di una forza conservativa è uguale all'**opposto** della variazione dell'energia potenziale,

$$W_{\text{conservativa}} = -\Delta U = U_{\text{iniziale}} - U_{\text{finale}}$$

Quando la forza conservativa compie lavoro positivo l'energia potenziale diminuisce; quando compie lavoro negativo l'energia potenziale aumenta. La definizione ha senso solo perché il lavoro della forza conservativa non dipende dal percorso: altrimenti U non avrebbe un valore definito in ogni punto. Per l'attrito un'energia potenziale non esiste.

9.5.2 La formula U = mgh e il livello di zero

Per il peso il lavoro fra due quote è $W_{\text{peso}} = mg(h_{\text{iniziale}} - h_{\text{finale}})$ (capitolo 8). Confrontandolo con la definizione, vediamo che l'energia potenziale gravitazionale di un corpo di massa m a quota h è

$$U = mgh \quad \text{(J)}$$

La quota h è misurata a partire da un **livello di zero**, la quota alla quale si sceglie $U = 0$. La scelta è **arbitraria**, il pavimento, un tavolo, il livello del mare, ma va dichiarata all'inizio di ogni problema e mantenuta fino alla fine. Cambiando il livello di zero cambiano i valori di U, ma non le loro differenze, e solo le differenze hanno un significato fisico, perché solo esse entrano nel lavoro. La Figura 9.3 lo mostra con un libro di 1,5 kg che cade da una mensola alta 1,80 m sul piano di una scrivania alto 0,75 m. Con lo zero sul pavimento l'energia potenziale passa da 26,5 J a 11,0 J; con lo zero sulla scrivania da 15,4 J a 0 J. In entrambi i casi $\Delta U = -15{,}4$ J, e il peso compie sul libro un lavoro di +15,4 J.

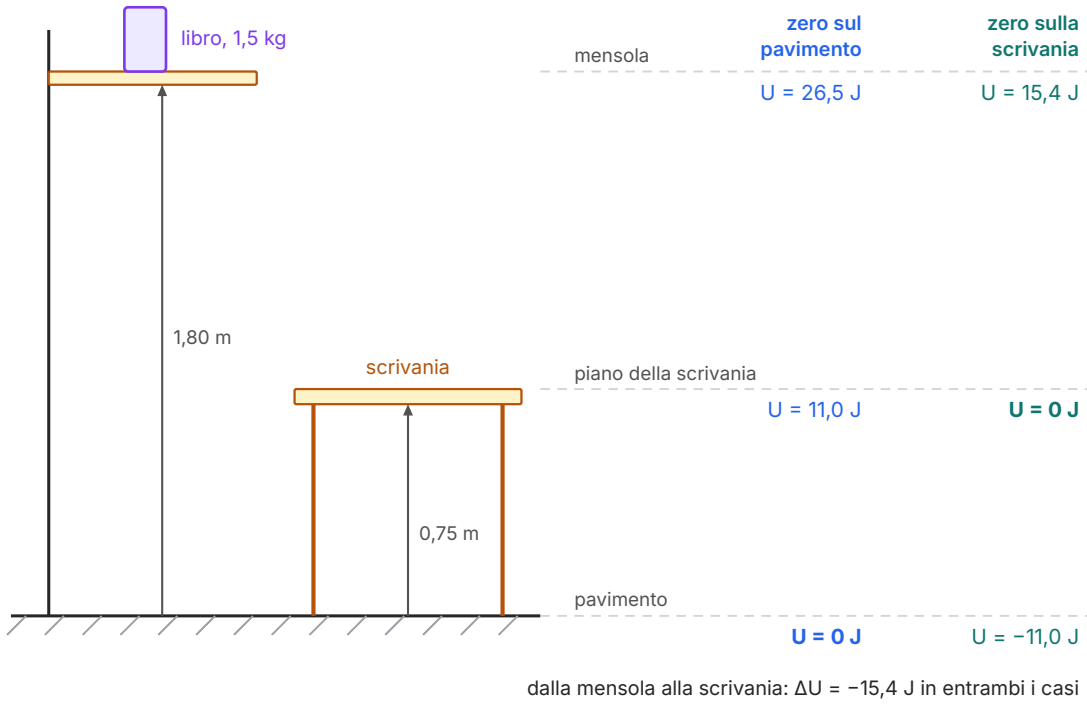


Figura 9.3 L'energia potenziale gravitazionale di un libro di 1,5 kg, calcolata con $U = mgh$ rispetto a due diversi livelli di zero. I valori di U cambiano, e sotto il livello di zero diventano negativi; la variazione fra due posizioni, per esempio dalla mensola alla scrivania, è la stessa.

Un corpo che si trova sotto il livello di zero ha h negativa e quindi un'energia potenziale **negativa**: il libro sul pavimento, se lo zero è sulla scrivania, ha $U = -11{,}0$ J. Non è un errore né una stranezza: significa soltanto che il corpo ha meno energia potenziale che al livello di zero. Infine, la formula $U = mgh$ vale **vicino alla superficie terrestre**, dove il peso si può considerare costante; per corpi molto lontani, come i satelliti, l'energia potenziale ha un'altra espressione, che studierai negli anni successivi.

ESEMPIO SVOLTO

L'energia potenziale di un tuffatore

Problema. Una tuffatrice di 52 kg si trova sulla piattaforma dei 10 m, cioè 10,0 m sopra la superficie dell'acqua; la vasca è profonda 5,0 m. a) Calcola la sua energia potenziale gravitazionale scegliendo lo zero sulla superficie dell'acqua e poi sul fondo della vasca. b) Calcola il lavoro del peso fra la piattaforma e la superficie dell'acqua. c) Con quale velocità entra in acqua, se si trascura la resistenza dell'aria?

Soluzione. Durante la caduta sulla tuffatrice agisce soltanto il peso, verso il basso. a) Zero sull'acqua: $U = 52\ \text{kg} \times 9{,}8\ \text{N/kg} \times 10{,}0\ \text{m} \approx 5{,}1 \times 10^3\ \text{J}$ (5096 J). Zero sul fondo: $U = 52\ \text{kg} \times 9{,}8\ \text{N/kg} \times 15{,}0\ \text{m} \approx 7{,}6 \times 10^3\ \text{J}$. b) Con il primo zero $\Delta U = 0 - 5096\ \text{J}$; con il secondo $\Delta U = 2548\ \text{J} - 7644\ \text{J} = -5096\ \text{J}$: in entrambi i casi $W_{\text{peso}} = -\Delta U \approx +5{,}1 \times 10^3\ \text{J}$. c) Il peso è l'unica forza che compie lavoro; per il teorema dell'energia cinetica $\tfrac{1}{2}mv^2 = 5096\ \text{J}$, quindi $v = \sqrt{(2 \times 5096\ \text{J} / 52\ \text{kg})} = \sqrt{(2 \times 9{,}8 \times 10{,}0)}\ \text{m/s} \approx 14\ \text{m/s}$.

Controllo. La velocità non dipende dalla massa, come in *Fisica 1*, capitolo 16, dove con la cinematica avevi trovato $v = \sqrt{(2gh)}$ per un corpo in caduta libera: 14 m/s sono circa 50 km/h. Nel prossimo capitolo questo modo di ragionare diventerà un principio generale.

9.6 L'energia potenziale elastica e l'energia nella vita quotidiana

9.6.1 L'energia di una molla deformata

Anche la forza elastica è conservativa, e anche a essa si associa un'energia potenziale. Nel capitolo 8 hai calcolato che, mentre una molla di costante elastica k torna alla lunghezza a riposo partendo da una deformazione x, la forza elastica compie il lavoro $+\tfrac{1}{2}kx^2$. Scegliendo lo zero dell'energia potenziale quando la molla è a riposo, la definizione $W = U_{\text{iniziale}} - U_{\text{finale}}$ dà

$$U = \tfrac{1}{2}\,kx^2 \qquad \text{(J)}$$

dove x è la deformazione rispetto alla lunghezza a riposo, sia un allungamento sia una compressione. Questa è l'**energia potenziale elastica** della molla. La scelta dello zero è quella naturale, ma anche qui conta solo la variazione: passando dalla deformazione x_1 alla deformazione x_2, la forza elastica compie il lavoro $\tfrac{1}{2}kx_1^2 - \tfrac{1}{2}kx_2^2$.

Il grafico di U in funzione di x è una **parabola** con il vertice nella posizione di riposo (Figura 9.4). Due proprietà si leggono subito: l'energia è la stessa per una compressione e per un allungamento di uguale valore, perché x compare al quadrato; e una deformazione doppia immagazzina un'energia quadrupla. Allo stesso modo si comportano tutti i corpi elastici, finché vale la legge di Hooke: l'arco teso, il trampolino piegato, la corda di una racchetta.

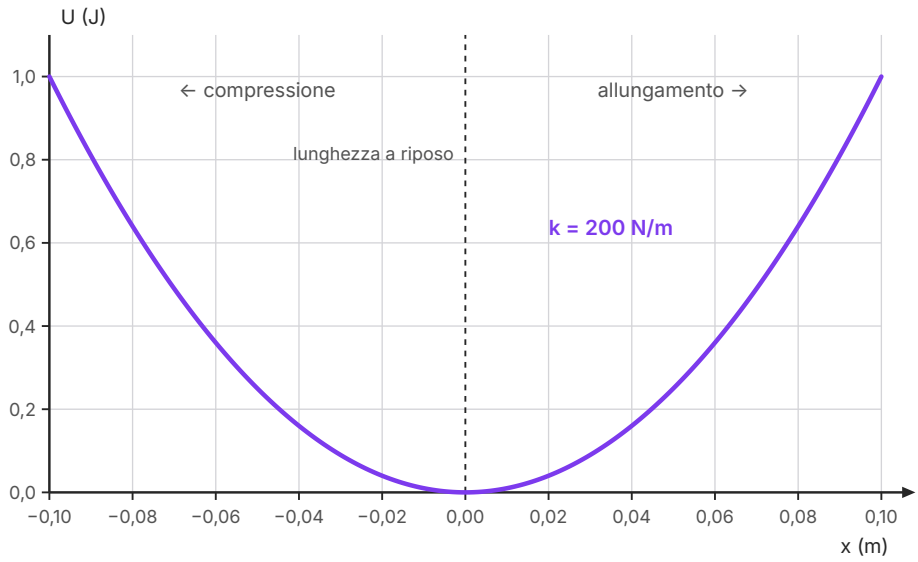


Figura 9.4 Energia potenziale elastica $U = \frac{1}{2}kx^2$ di una molla di costante elastica 200 N/m, in funzione della deformazione x (negativa per una compressione, positiva per un allungamento). La curva è una parabola: a una compressione e a un allungamento uguali corrisponde la stessa energia.

ESEMPIO SVOLTO

Leggere il grafico dell'energia elastica

Problema. Usa il grafico della Figura 9.4. a) Leggi l'energia potenziale per $x = 0{,}10$ m e ricava la costante elastica. b) Quanta energia è immagazzinata con una compressione di 6,0 cm? c) La molla, allungata di 10 cm, viene lasciata tornare fino a un allungamento di 5,0 cm: quanto lavoro compie la forza elastica?

Soluzione. a) Dal grafico, per $x = 0{,}10$ m si legge $U = 1{,}0$ J. Da $U = \frac{1}{2}kx^2$: $k = 2U/x^2 = 2 \times 1{,}0\ \text{J} / (0{,}10\ \text{m})^2 = 2{,}0 \times 10^2$ N/m. b) $U = \frac{1}{2} \times 200\ \text{N/m} \times (0{,}060\ \text{m})^2 = 0{,}36$ J, lo stesso valore che per un allungamento di 6,0 cm (sul grafico, il punto di ascissa −0,06 m). c) $U_{\text{iniziale}} = 1{,}0$ J, $U_{\text{finale}} = \frac{1}{2} \times 200\ \text{N/m} \times (0{,}050\ \text{m})^2 = 0{,}25$ J; $W = U_{\text{iniziale}} - U_{\text{finale}} = 0{,}75$ J.

Controllo. $(\text{N/m}) \cdot \text{m}^2 = \text{J}$. Il lavoro è positivo perché la forza elastica, diretta verso la posizione di riposo, ha il verso dello spostamento. Notare che dimezzando la deformazione resta un quarto dell'energia, non la metà.

9.6.2 L'energia del cibo e quella della salita

Le etichette degli alimenti indicano l'energia in kilojoule e in **kilocalorie** (kcal), spesso scritte «Calorie» con l'iniziale maiuscola. La caloria è un'unità antica, legata al riscaldamento dell'acqua, che studierai nel capitolo 12; la sua relazione con il joule è **1 kcal = 4186 J ≈ 4,19 kJ**.

COLLEGAMENTI

Quanta energia serve per salire in montagna?

Un escursionista di 60 kg sale da un rifugio a una cima 1000 m più alta. L'aumento della sua energia potenziale gravitazionale è $\Delta U = mg\Delta h = 60\ \text{kg} \times 9{,}8\ \text{N/kg} \times 1000\ \text{m} \approx 5{,}9 \times 10^5\ \text{J}$, cioè $5{,}88 \times 10^5\ \text{J} / 4186\ \text{J/kcal} \approx 140\ \text{kcal}$. È all'incirca l'energia indicata sull'etichetta di una piccola merendina: un risultato che sorprende chi si aspetta che un dislivello di mille metri «costi» moltissimo.

La sorpresa si spiega con il rendimento, che hai incontrato nel capitolo 8. I muscoli trasformano in lavoro meccanico solo una parte dell'energia chimica che consumano; il resto diventa energia interna, ed è il motivo per cui in salita si suda. Inoltre l'organismo consuma energia anche a riposo, per respirare, far battere il cuore e mantenere la temperatura del corpo. L'energia davvero consumata durante l'escursione è quindi parecchie volte maggiore di 140 kcal; ma il calcolo con mgh ne dà il valore minimo, quello che nessun allenamento può ridurre.



Figura 9.5 Spazio di arresto d del blocco di legno in funzione del quadrato della velocità iniziale (dati della tabella, con le barre d'incertezza). I punti sono allineati su una retta per l'origine, come previsto dal teorema dell'energia cinetica; dalla pendenza si ricava il coefficiente di attrito dinamico.

COLLEGAMENTI

In laboratorio: lo spazio di arresto di un blocco

Materiali. Un blocco di legno su cui è fissata una bandierina di cartoncino lunga l = (5,00 ± 0,01) cm; un tavolo orizzontale (verificato con una livella); una fotocellula collegata a un cronometro elettronico (sensibilità 0,1 ms); un metro a nastro (sensibilità 1 mm).

Procedimento. 1) Si lancia il blocco con una spinta della mano, che lo lascia prima della fotocellula; la fotocellula misura il tempo Δt in cui la bandierina interrompe il fascio, e la velocità è $v = l/\Delta t$. 2) Dopo la fotocellula sul blocco agiscono il peso, la reazione normale e l'attrito dinamico: si misura la distanza d percorsa fino all'arresto, con un'incertezza di 1 cm dovuta alla difficoltà di individuare il punto esatto di partenza e di arrivo. 3) Si ripete con spinte diverse. Per il teorema dell'energia cinetica $-\mu_d mgd = 0 - \tfrac{1}{2}mv^2$, quindi $d = v^2/(2\mu_d g)$: il grafico di d in funzione di v^2 deve essere una retta per l'origine, di pendenza $1/(2\mu_d g)$.

Tabella 9.1 Lanci di un blocco di legno sul tavolo (dati tipici).

lancio	Δt (ms)	v (m/s)	v^2 (m^2/s^2)	d (cm)
1	83,3	0,600	0,360	6,0
2	62,5	0,800	0,640	10,0
3	50,0	1,000	1,000	16,0
4	43,5	1,149	1,32	21,0
5	38,5	1,299	1,69	27,5
6	34,5	1,449	2,10	33,0

Che cosa concludere. L'incertezza relativa di v è al più 0,2% + 0,3% = 0,5%, quella di v^2 il doppio, cioè circa l'1%. Nel grafico della Figura 9.5 i punti, con le loro barre d'errore, sono allineati su una retta per l'origine: lo spazio di arresto è proporzionale al quadrato della velocità, come prevede il teorema. La retta che meglio li descrive ha pendenza 0,160 s^2/m; le rette di pendenza massima e minima che passano per tutte le barre d'errore hanno pendenze 0,156 s^2/m e 0,164 s^2/m. Quindi pendenza = (0,160 ± 0,004) s^2/m e $\mu_d = 1/(2 \times 9{,}8\ \text{m/s}^2 \times 0{,}160\ \text{s}^2/\text{m}) \approx 0{,}319$, con la stessa incertezza relativa del 2,5%: $\mu_d = 0{,}32 \pm 0{,}01$.

Per la relazione. Segui lo schema di *Fisica 1*, capitolo 5. Riporta la tabella con le incertezze, il grafico di d in funzione di v^2 con le barre d'errore e le rette di pendenza massima e minima, il valore di μ_d con la sua incertezza. Confrontalo con il valore ottenuto dagli stessi materiali in un'altra prova, per esempio con il piano inclinato del capitolo 7, e verifica se i due valori sono compatibili. Discuti gli errori sistematici: un tavolo non perfettamente orizzontale, una superficie non uniforme, la bandierina non parallela al moto, il blocco che ruota durante la frenata. Spiega perché il grafico di d in funzione di v non sarebbe una retta.

IN SINTESI

Le formule dell'energia cinetica e potenziale

$K = \frac{1}{2}mv^2$ — energia cinetica (J) di un corpo di massa m (kg) che si muove con velocità di modulo v (m/s). Sempre positiva o nulla; cresce con il quadrato della velocità.

$W_{tot} = \Delta K = K_{finale} - K_{iniziale}$ — teorema dell'energia cinetica: il lavoro di tutte le forze (J) è uguale alla variazione dell'energia cinetica.

$d = v_0^2/(2\mu_d g)$ — spazio di frenata (m) a ruote bloccate su strada orizzontale: l'energia cinetica si annulla contro il lavoro dell'attrito.

$W_{conservativa} = -\Delta U$ — il lavoro di una forza conservativa (il cui lavoro non dipende dal percorso) è l'opposto della variazione dell'energia potenziale.

$U = mgh$ — energia potenziale gravitazionale (J) a quota h (m) sopra il livello di zero scelto, vicino alla superficie terrestre. Conta solo ΔU.

$U = \frac{1}{2}kx^2$ — energia potenziale elastica (J) di una molla di costante k (N/m) deformata di x (m) rispetto alla lunghezza a riposo.

1 kcal = 4186 J — la «Caloria» delle etichette alimentari.

SINTESI

- Un corpo possiede energia quando è in grado di compiere lavoro. L'energia è una grandezza scalare e si misura in joule; si presenta in molte forme (cinetica, potenziale, chimica, interna, elettrica, luminosa, nucleare) che si trasformano l'una nell'altra.
- L'energia cinetica di un corpo di massa m e velocità v è $K = \frac{1}{2}mv^2$: è sempre positiva o nulla e cresce con il quadrato della velocità.
- Teorema dell'energia cinetica: il lavoro totale di tutte le forze che agiscono su un corpo è uguale alla variazione della sua energia cinetica, $W_{tot} = \Delta K$. Il lavoro positivo fa accelerare, quello negativo rallentare.
- Il teorema collega forze, spostamenti e velocità senza passare per il tempo, e si applica a forze qualsiasi; il primo passo è sempre il diagramma di corpo libero.
- Nella frenata a ruote bloccate l'energia cinetica si annulla contro il lavoro dell'attrito: lo spazio di frenata è $v_0^2/(2\mu_d g)$ e quadruplica quando la velocità raddoppia.
- Una forza è conservativa se il suo lavoro fra due punti non dipende dal percorso, o, in modo equivalente, se il suo lavoro su un percorso chiuso è nullo: il peso e la forza elastica lo sono, l'attrito e la resistenza dell'aria no.
- A ogni forza conservativa si associa un'energia potenziale U, tale che il lavoro della forza è l'opposto della sua variazione: $W = -\Delta U$.
- L'energia potenziale gravitazionale vicino alla superficie terrestre è $U = mgh$, con h misurata da un livello di zero scelto liberamente; U può essere negativa, e solo le sue variazioni hanno significato fisico.
- L'energia potenziale elastica di una molla deformata di x è $U = \frac{1}{2}kx^2$: è la stessa per allungamenti e compressioni uguali e quadruplica se la deformazione raddoppia.
- Le energie degli alimenti si misurano anche in kilocalorie (1 kcal = 4186 J); il lavoro contro il peso in una salita è il minimo di energia che i muscoli devono fornire.

ESERCIZI

Comprendere e ricordare

1. ● L'energia cinetica di un corpo dipende:
   - **A.** dalla sua massa e dalla sua quota
   - **B.** dalla sua massa e dal modulo della sua velocità
   - **C.** soltanto dalla sua velocità
   - **D.** dalla forza che agisce su di esso

2. ● Se la velocità di un'auto raddoppia, la sua energia cinetica:
   - **A.** raddoppia
   - **B.** si dimezza
   - **C.** quadruplica
   - **D.** resta la stessa

3. ● Nel SI l'energia si misura in:
   - **A.** watt
   - **B.** newton
   - **C.** kilowatt
   - **D.** joule

4. ●● Il lavoro totale compiuto su un corpo è negativo. Allora il corpo:
   - **A.** rallenta
   - **B.** accelera
   - **C.** è fermo
   - **D.** si muove a velocità costante

5. ● Quale di queste forze **non** è conservativa?
   - **A.** il peso di un corpo vicino alla superficie terrestre
   - **B.** la forza elastica di una molla
   - **C.** l'attrito dinamico
   - **D.** nessuna delle tre

6. ●● L'energia potenziale gravitazionale di un libro appoggiato su un tavolo:
   - **A.** è sempre positiva
   - **B.** dipende dalla velocità del libro
   - **C.** è nulla perché il libro è fermo
   - **D.** dipende dalla scelta del livello di zero

7. ●● Una molla viene compressa di 3 cm, poi allungata di 3 cm. La sua energia potenziale elastica:
   - **A.** è maggiore quando è compressa
   - **B.** è la stessa nei due casi
   - **C.** è negativa quando è compressa
   - **D.** è nulla quando è compressa

8. ●●● Due bambini uguali partono da fermi dalla stessa altezza su due scivoli lisci, uno lungo e poco ripido, l'altro corto e ripido. In fondo, la loro velocità è:
   - **A.** uguale
   - **B.** maggiore sullo scivolo lungo
   - **C.** maggiore sullo scivolo ripido
   - **D.** nulla su entrambi

9. ● Una kilocaloria è uguale a:

   A. 4186 J

   B. 4,186 J

   C. 1000 J

   D. $3{,}6 \times 10^6$ J

Vero o falso

10. ● L'energia cinetica di un corpo può essere negativa. V / F

11. ●● Su un corpo che si muove a velocità costante il lavoro totale delle forze è nullo. V / F

12. ● Il lavoro dell'attrito dinamico su un percorso chiuso è nullo. V / F

13. ●● L'energia potenziale gravitazionale di un corpo può essere negativa. V / F

14. ●● Se la deformazione di una molla triplica, la sua energia potenziale elastica triplica. V / F

Applicare

15. ● Calcola l'energia cinetica di una pallina da tennis di 57 g che viaggia a 50 m/s.

16. ● Un velocista di 70 kg corre a 36 km/h. Calcola la sua energia cinetica.

17. ●● Un corpo di 2,0 kg ha un'energia cinetica di 81 J. Qual è la sua velocità?

18. ● Uno studente di 50 kg è su un trampolino 3,0 m sopra la superficie dell'acqua di una piscina profonda 4,0 m. Calcola la sua energia potenziale gravitazionale a) con lo zero sulla superficie dell'acqua; b) con lo zero sul fondo della piscina.

19. ● Una molla di costante elastica 800 N/m è compressa di 4,0 cm. Quanta energia potenziale elastica immagazzina?

20. ●● Usa il grafico della Figura 9.2. a) Qual è lo spazio di frenata a 80 km/h? b) A quale velocità lo spazio di frenata è di 20 m? c) Verifica il risultato a) con la formula.

21. ●● Completa. L'energia cinetica è uguale a _____ per il quadrato della velocità. Il lavoro totale compiuto su un corpo è uguale alla _____ della sua energia cinetica. Il lavoro di una forza conservativa su un percorso chiuso è _____ . L'energia potenziale elastica è proporzionale al _____ della deformazione.

22. ● Converti: a) 250 kcal in joule; b) 1,0 kWh in kilocalorie; c) $5{,}0 \times 10^5$ J in kilocalorie.

Problemi

23. ● Un carrello di 0,80 kg, fermo su una rotaia orizzontale senza attrito, viene spinto da una forza costante orizzontale di 2,0 N lungo 1,5 m. a) Calcola il lavoro della forza. b) Quanto vale l'energia cinetica finale del carrello? c) E la sua velocità?

24. ●● Un'auto di 1000 kg rallenta da 72 km/h a 36 km/h in 50 m su una strada orizzontale. a) Calcola la variazione della sua energia cinetica. b) Supponendo costante la forza frenante, quanto vale?

25. ●● Dopo un incidente su una strada orizzontale bagnata ($\mu_d = 0{,}50$) un'auto ha lasciato tracce di frenata lunghe 25 m. a) Con il teorema dell'energia cinetica, calcola la velocità dell'auto all'inizio della frenata. b) Il limite era 50 km/h: era rispettato?

26. ●●● Una cassa di 15 kg parte da ferma dalla sommità di una rampa lunga 4,0 m e alta 2,0 m e scivola fino in fondo; il coefficiente di attrito dinamico è 0,20. a) Disegna il diagramma di corpo libero. b) Calcola il lavoro di ciascuna forza (ricorda dal capitolo 7 che la reazione normale vale $mg\cos\alpha$, cioè mgb/l, con b base della rampa). c) Con il teorema dell'energia cinetica, calcola la velocità in fondo alla rampa.

27. ●●● La molla di una pistola giocattolo ha costante elastica 500 N/m ed è compressa di 4,0 cm. Spara orizzontalmente una pallina di 10 g dal bordo di un tavolo alto 0,80 m. a) Quanta energia potenziale elastica è immagazzinata nella molla? b) Trascurando gli attriti, con quale velocità esce la pallina? c) A quale distanza orizzontale dal bordo del tavolo tocca terra (capitolo 2)?

28. ●● Un'escursionista di 70 kg sale da 1200 m a 2100 m di quota. a) Calcola l'aumento della sua energia potenziale gravitazionale, in joule e in kilocalorie. b) Supponi che i suoi muscoli trasformino in lavoro contro il peso il 25% dell'energia chimica consumata: quante kilocalorie consuma per la salita?

29. ●●● Una palla di 0,40 kg viene lanciata verticalmente verso l'alto a 12 m/s. a) Senza resistenza dell'aria, quale altezza raggiungerebbe? Usa il teorema dell'energia cinetica. b) In realtà sale di 6,5 m. Calcola il lavoro della resistenza dell'aria durante la salita. c) Quanto vale la forza media della resistenza dell'aria?

Ragionare e argomentare

30. ● Trova l'errore. Un compagno scrive: «Un'auto di 1000 kg passa da 10 m/s a 20 m/s; la variazione della sua energia cinetica è $\tfrac{1}{2}m(\Delta v)^2 = \tfrac{1}{2} \times 1000 \times 10^2\ \text{J} = 5{,}0 \times 10^4\ \text{J}$». Dov'è l'errore? Qual è il risultato corretto?

31. ●●● Stima di Fermi. Stima l'energia cinetica di un treno ad alta velocità lanciato a 300 km/h ed esprimila in kilowattora. Quante auto a 130 km/h servirebbero per avere la stessa energia cinetica?

32. ●●● Spiega, usando la definizione di forza conservativa, perché per l'attrito dinamico non si può definire un'energia potenziale, mentre per il peso sì.

PER APPROFONDIRE

- [FEY] R. P. Feynman, R. B. Leighton, M. Sands, *La fisica di Feynman*, vol. I: il capitolo sulla conservazione dell'energia, che parte dall'energia potenziale gravitazionale e dalle macchine che sollevano pesi.
- [HRW] D. Halliday, R. Resnick, J. Walker, *Fondamenti di fisica*: i capitoli su energia cinetica e lavoro e su energia potenziale, con molti problemi risolti sul teorema dell'energia cinetica.
- [HEW] P. G. Hewitt, *Conceptual Physics*: il capitolo sull'energia, con esempi quotidiani sull'energia cinetica, sullo spazio di frenata e sull'energia del cibo.
- [EIN] A. Einstein, L. Infeld, *L'evoluzione della fisica*: le pagine in cui il concetto di energia si allarga dalla meccanica al calore.

Glossario del capitolo

Energia
Capacità di un corpo o di un sistema di compiere lavoro. È una grandezza scalare e si misura in joule.

Energia chimica
Energia immagazzinata nei legami fra gli atomi delle sostanze, liberata per esempio nelle combustioni e nella digestione del cibo.

Energia cinetica
Energia che un corpo possiede perché si muove: $K = \frac{1}{2} m v^2$. È sempre positiva o nulla.

Energia elettrica
Energia trasportata dalla corrente elettrica nei conduttori.

Energia luminosa
Energia trasportata dalla luce.

Energia nucleare
Energia immagazzinata nei nuclei degli atomi, liberata nelle centrali nucleari e nelle stelle.

Energia potenziale
Energia associata a una forza conservativa e alla posizione (o deformazione) di un corpo, definita in modo che il lavoro della forza sia $W = -\Delta U$.

Energia potenziale elastica
Energia potenziale di una molla deformata di x rispetto alla lunghezza a riposo: $U = \frac{1}{2} k x^2$.

Energia potenziale gravitazionale
Energia potenziale associata al peso: $U = m g h$, con h quota sopra il livello di zero, valida vicino alla superficie terrestre.

Forza conservativa
Forza il cui lavoro su un corpo che si sposta fra due punti dipende solo dai due punti e non dal percorso; il suo lavoro su un percorso chiuso è nullo. Esempi: il peso, la forza elastica.

Forza dissipativa
Forza non conservativa, come l'attrito dinamico o la resistenza dell'aria, il cui lavoro è sempre negativo e trasforma energia cinetica in energia interna.

Forza non conservativa
Forza il cui lavoro fra due punti dipende dal percorso seguito, come l'attrito dinamico o la forza di un motore.

Kilocaloria
Unità di energia non SI usata per gli alimenti (kcal, la «Caloria» delle etichette): 1 kcal = 4186 J.

Livello di zero
Quota, scelta liberamente, alla quale si pone uguale a zero l'energia potenziale gravitazionale; solo le differenze di energia potenziale hanno significato fisico.

Teorema dell'energia cinetica
Il lavoro totale di tutte le forze che agiscono su un corpo è uguale alla variazione della sua energia cinetica: $W_{\text{tot}} = \Delta K$.

Teorema delle forze vive
Nome storico del teorema dell'energia cinetica, dalla *vis viva* di Leibniz.

Soluzioni

1. B. $K = \frac{1}{2}mv^2$.

2. C. K è proporzionale a v^2: $2^2 = 4$.

3. D. L'energia si misura con la stessa unità del lavoro, il joule.

4. A. Per il teorema dell'energia cinetica $\Delta K < 0$: il modulo della velocità diminuisce.

5. C. Il lavoro dell'attrito dinamico dipende dalla lunghezza del percorso.

6. D. $U = mgh$ con h misurata dal livello di zero scelto.

7. B. $U = \frac{1}{2}kx^2$ dipende dal quadrato della deformazione.

8. A. Il lavoro del peso è mgh in entrambi i casi e la reazione normale non compie lavoro: per il teorema dell'energia cinetica le energie cinetiche finali, e quindi le velocità, sono uguali.

9. A. 1 kcal = 4186 J.

10. F. $\frac{1}{2}mv^2$ è il prodotto di una massa positiva per un quadrato: è positiva, o nulla se il corpo è fermo.

11. V. L'energia cinetica non cambia, quindi per il teorema $W_{tot} = \Delta K = 0$.

12. F. L'attrito ha sempre verso opposto al moto: il suo lavoro è negativo in ogni tratto, e su un percorso chiuso non si annulla.

13. V. È negativa se il corpo si trova sotto il livello di zero scelto.

14. F. $U = \frac{1}{2}kx^2$: triplicando x l'energia diventa 9 volte maggiore.

15. $K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2} \times 0{,}057 \text{ kg} \times (50 \text{ m/s})^2 \approx 71 \text{ J}$.

16. $v = 36/3{,}6 \text{ m/s} = 10 \text{ m/s}$; $K = \frac{1}{2} \times 70 \text{ kg} \times (10 \text{ m/s})^2 = 3{,}5 \times 10^3 \text{ J}$.

17. $v = \sqrt{(2K/m)} = \sqrt{(2 \times 81 \text{ J} / 2{,}0 \text{ kg})} = 9{,}0 \text{ m/s}$.

18. a) $U = mgh = 50 \text{ kg} \times 9{,}8 \text{ N/kg} \times 3{,}0 \text{ m} \approx 1{,}5 \times 10^3 \text{ J}$ (1470 J). b) $h = 7{,}0$ m: $U = 50 \times 9{,}8 \times 7{,}0 \text{ J} \approx 3{,}4 \times 10^3 \text{ J}$ (3430 J). I valori sono diversi, ma la differenza fra due posizioni non dipende dalla scelta.

19. $U = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2} \times 800 \text{ N/m} \times (0{,}040 \text{ m})^2 = 0{,}64 \text{ J}$.

20. a) Circa 36 m. b) Circa 60 km/h. c) $v = 80/3{,}6$ m/s = 22,2 m/s; $d = (22{,}2 \text{ m/s})^2/(2 \times 0{,}70 \times 9{,}8 \text{ m/s}^2) \approx 36$ m.

21. metà della massa; variazione; nullo; quadrato.

22. a) $250 \times 4186 \text{ J} \approx 1{,}05 \times 10^6$ J. b) $3{,}6 \times 10^6 \text{ J} / 4186 \text{ J/kcal} \approx 860$ kcal. c) $5{,}0 \times 10^5 \text{ J} / 4186 \text{ J/kcal} \approx 1{,}2 \times 10^2$ kcal.

23. Sul carrello agiscono il peso e la reazione normale, che si equilibrano e non compiono lavoro, e la forza orizzontale, che è la risultante. a) $W = Fs = 2{,}0 \text{ N} \times 1{,}5 \text{ m} = 3{,}0 \text{ J}$. b) Per il teorema $K_{finale} = 0 + 3{,}0 \text{ J} = 3{,}0 \text{ J}$. c) $v = \sqrt{(2 \times 3{,}0 \text{ J} / 0{,}80 \text{ kg})} \approx 2{,}7 \text{ m/s}$.

24. Sull'auto agiscono il peso e la reazione della strada, in equilibrio e senza lavoro, e la forza frenante, all'indietro. a) $v_0 = 20$ m/s, $v = 10$ m/s: $\Delta K = \frac{1}{2} \times 1000 \text{ kg} \times (100 - 400) \text{ m}^2/\text{s}^2 = -1{,}5 \times 10^5$ J. b) Il lavoro della forza frenante è $-Fs = \Delta K$: $F = 1{,}5 \times 10^5 \text{ J} / 50 \text{ m} = 3{,}0 \times 10^3$ N.

25. Sull'auto agiscono il peso, la reazione normale ($N = mg$) e l'attrito dinamico, l'unica forza che compie lavoro. a) $-\mu_d mgd = 0 - \frac{1}{2}mv_0^2 \Rightarrow v_0 = \sqrt{(2\mu_d gd)} = \sqrt{(2 \times 0{,}50 \times 9{,}8 \times 25)} \text{ m/s} \approx 15{,}7 \text{ m/s} \approx 56 \text{ km/h}$. b) No, la velocità superava il limite; il risultato è però una stima, perché μ_d non è noto con precisione.

26. a) Sulla cassa agiscono il peso (147 N, verso il basso), la reazione normale (perpendicolare alla rampa) e l'attrito dinamico (parallelo alla rampa, verso l'alto, opposto al moto). b) Peso: $W = mgh = 147 \text{ N} \times 2{,}0 \text{ m} \approx 294$ J. Reazione normale: 0 J. Base $b = \sqrt{(4{,}0^2 - 2{,}0^2)} \text{ m} \approx 3{,}46$ m; $N = 147 \text{ N} \times 3{,}46/4{,}0 \approx 127$ N; $F_d = 0{,}20 \times 127 \text{ N} \approx 25{,}5$ N; $W_{attrito} = -25{,}5 \text{ N} \times 4{,}0 \text{ m} \approx -102$ J. c) $W_{tot} \approx 294 \text{ J} - 102 \text{ J} = 192 \text{ J} = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow v = \sqrt{(2 \times 192 \text{ J} / 15 \text{ kg})} \approx 5{,}1 \text{ m/s}$.

27. a) $U = \frac{1}{2} \times 500 \text{ N/m} \times (0{,}040 \text{ m})^2 = 0{,}40$ J. b) Mentre la molla si distende, sulla pallina agiscono il

peso e la reazione della canna, perpendicolari al moto, e la forza elastica, che compie il lavoro $U_{\text{iniziale}} - U_{\text{finale}} = 0{,}40$ J. Per il teorema $\frac{1}{2}mv^2 = 0{,}40$ J $\Rightarrow v = \sqrt{(2 \times 0{,}40 \text{ J} / 0{,}010 \text{ kg})} \approx 8{,}9$ m/s. c) Lancio orizzontale: tempo di caduta $t = \sqrt{(2h/g)} = \sqrt{(2 \times 0{,}80 / 9{,}8)}$ s $\approx 0{,}40$ s; gittata $x = vt \approx 8{,}94$ m/s $\times 0{,}404$ s $\approx 3{,}6$ m.

28. a) $\Delta U = mg\Delta h = 70$ kg $\times 9{,}8$ N/kg $\times 900$ m $\approx 6{,}2 \times 10^5$ J; $6{,}17 \times 10^5$ J / 4186 J/kcal $\approx 1{,}5 \times 10^2$ kcal. b) 147 kcal / 0,25 $\approx 5{,}9 \times 10^2$ kcal.

29. Sulla palla in salita agiscono il peso (3,92 N, verso il basso) e la resistenza dell'aria (verso il basso, opposta al moto). a) Solo il peso: $-mgh = 0 - \frac{1}{2}mv_0^2 \Rightarrow h = v_0^2/(2g) = (12 \text{ m/s})^2/(19{,}6 \text{ m/s}^2) \approx 7{,}3$ m. b) $\Delta K = -\frac{1}{2} \times 0{,}40$ kg $\times (12 \text{ m/s})^2 = -28{,}8$ J; $W_{\text{peso}} = -3{,}92$ N $\times 6{,}5$ m $\approx -25{,}5$ J; $W_{\text{aria}} = \Delta K - W_{\text{peso}} \approx -28{,}8$ J + 25,5 J $\approx -3{,}3$ J. c) $F = 3{,}3$ J / 6,5 m $\approx 0{,}51$ N.

30. Traccia di risposta. La variazione dell'energia cinetica è la differenza dei quadrati, non il quadrato della differenza: $\Delta K = \frac{1}{2} \times 1000$ kg $\times (20^2 - 10^2)$ m^2/s^2 $= 1{,}5 \times 10^5$ J, il triplo del valore del compagno.

31. Traccia di risposta. Massa del treno dell'ordine di 4×10^5 kg (alcune centinaia di tonnellate); $v \approx 83$ m/s. $K \approx \frac{1}{2} \times 4 \times 10^5 \times 83^2$ J $\approx 1{,}4 \times 10^9$ J $\approx 4 \times 10^2$ kWh. Un'auto di 1200 kg a 130 km/h (36 m/s) ha $K \approx 7{,}8 \times 10^5$ J: servirebbero circa 2×10^3 auto. Il risultato spiega perché un treno ad alta velocità ha bisogno di chilometri per fermarsi.

32. Traccia di risposta. L'energia potenziale si definisce attraverso il lavoro della forza fra due punti, $W = U_{\text{iniziale}} - U_{\text{finale}}$. Perché U abbia un valore ben definito in ogni punto, il lavoro deve dipendere solo dai punti di partenza e di arrivo. Per il peso è così (mg per il dislivello); per l'attrito il lavoro dipende dalla lunghezza del percorso, e su un percorso chiuso non è nullo: tornando al punto di partenza, l'«energia potenziale» dovrebbe avere due valori diversi nello stesso punto, il che è assurdo.