CAPITOLO

7

Applicare i principi: piani inclinati, curve e forze resistenti

Le leggi sono tre, le situazioni infinite: per affrontarle serve soltanto un buon diagramma di corpo libero.

OBIETTIVI

1. Applicare il secondo principio a un corpo su un piano inclinato, liscio o con attrito, in discesa e in salita.
2. Ricavare il coefficiente di attrito statico dall'inclinazione limite e quello dinamico dall'accelerazione di discesa, anche in laboratorio.
3. Riconoscere nella forza centripeta la risultante diretta verso il centro e individuare quale forza la fornisce: tensione, attrito statico, reazione normale, peso.
4. Calcolare la velocità massima in una curva piana e la velocità minima nel punto più alto di una circonferenza verticale.
5. Spiegare dal suolo, con il primo principio, la sensazione di essere spinti verso l'esterno in curva.
6. Spiegare con il secondo principio perché un corpo che cade nell'aria raggiunge una velocità limite.

INDICE DEL CAPITOLO

7.1 Il piano inclinato in dinamica 2
7.2 La dinamica del moto circolare 6
7.3 Curve sopraelevate, giri della morte e curve viste da dentro 10
7.4 Le forze resistenti e la velocità limite 13

Fisica 2 · Parte II · I principi della dinamica · versione 1.0
Capitolo 7: Applicare i principi: piani inclinati, curve e forze resistenti · pagine 169–190 del volume completo · estratto per lo studio

Uno sciatore scende lungo una pista e accelera sempre meno man mano che la neve si fa più molle; un'auto affronta una rotatoria e, se la strada è bagnata, rischia di finire dritta; un paracadutista si lancia da un aereo e, dopo una decina di secondi, smette di accelerare anche se nessuno lo trattiene. Sono situazioni molto diverse, ma per capirle non serve nessuna legge nuova: bastano i tre principi della dinamica che hai incontrato nei capitoli 4, 5 e 6, applicati con il metodo del diagramma di corpo libero.

In questo capitolo mettiamo al lavoro quel metodo in tre famiglie di problemi. Prima il piano inclinato, che nel primo volume hai studiato in equilibrio e che ora vedremo in movimento. Poi il moto circolare: il capitolo 3 ti ha insegnato che in curva c'è un'accelerazione verso il centro, e ora scopriremo quali forze la producono. Infine le forze resistenti dei fluidi, che spiegano perché un corpo in caduta nell'aria raggiunge una velocità massima, la velocità limite.

7.1 Il piano inclinato in dinamica

7.1.1 Dalla statica alla dinamica

Nel primo volume (*Fisica 1*, capitolo 9) hai scomposto il peso di un corpo appoggiato su un piano inclinato di un angolo α in due componenti: la componente parallela $P_{//} = mg \sin\alpha$, che tende a farlo scivolare, e la componente perpendicolare $P_{\perp} = mg \cos\alpha$, che lo preme contro il piano. Allora cercavi la forza necessaria a tenere fermo il corpo; ora lasciamo che si muova e chiediamo con quale accelerazione.

Il metodo è quello del capitolo 5. Si sceglie l'asse x **parallelo al piano**, nel verso del moto, e l'asse y perpendicolare al piano. La scelta non è casuale: il corpo si muove lungo il piano, quindi la sua accelerazione ha solo la componente a_x, e lungo y la risultante deve essere nulla. Lungo y agiscono soltanto $P_{\perp}$ e la reazione normale, che quindi si fanno equilibrio:

$$N = mg \cos\alpha$$

La reazione normale è dunque **minore del peso**, e diventa sempre più piccola quanto più il piano è ripido. Ricordarlo è essenziale, perché da N dipende l'attrito.

7.1.2 Il piano liscio

Se l'attrito è trascurabile, cioè su un **piano inclinato liscio**, lungo il piano agisce solo $P_{//}$, e il secondo principio dà $mg \sin\alpha = ma$, cioè

$$a = g \sin\alpha \qquad \text{(piano inclinato liscio)}$$

Come nella caduta libera, la massa si semplifica: sul piano liscio un camion giocattolo e una biglia scendono con la stessa accelerazione. La formula contiene i due casi estremi: per $\alpha = 0$ il piano è orizzontale e $a = 0$; per $\alpha = 90°$ il corpo cade in verticale e $a = g$. Fra i due estremi il piano inclinato «diluisce» la gravità: è il trucco con cui Galileo rallentò la caduta dei corpi abbastanza da poterla misurare con gli strumenti del suo tempo.

ESEMPIO SVOLTO

Lo slittino sulla pista ghiacciata

Problema. Uno slittino parte da fermo e scende per 20 m lungo una pista ghiacciata inclinata di 15°; l'attrito è trascurabile. Calcola l'accelerazione, la durata della discesa e la velocità finale.

Soluzione. Sullo slittino agiscono il peso e la reazione normale della pista. Lungo il piano: $a = g$ sen 15° = 9,8 m/s^2 × 0,259 ≈ 2,54 m/s^2. Il moto è uniformemente accelerato con partenza da fermo, quindi $s = \tfrac{1}{2}\, a\, t^2$ e

$$t = \sqrt{(2s/a)} = \sqrt{(2 \times 20\ \text{m} / 2{,}54\ \text{m/s}^2)} \approx 4{,}0\ \text{s}; \qquad v = at \approx 2{,}54\ \text{m/s}^2 \times 3{,}97\ \text{s} \approx 10\ \text{m/s}$$

Controllo. Lo slittino scende di un'altezza $h = 20\ \text{m} \times \text{sen}\ 15° \approx 5{,}2$ m. Un corpo in caduta libera da questa altezza arriverebbe a $\sqrt{(2gh)} \approx 10$ m/s: la stessa velocità, in un tempo più lungo. Non è una coincidenza: senza attrito la velocità finale dipende solo dal dislivello, come capirai nel capitolo 10 con l'energia.

7.1.3 Il piano con attrito: la discesa

Se c'è attrito e il corpo scivola verso il basso, l'attrito dinamico $F_d = \mu_d N = \mu_d mg \cos\alpha$ è diretto **verso l'alto lungo il piano**, contro il moto (Figura 7.1). Lungo l'asse x, rivolto verso il basso, il secondo principio dà $mg\ \text{sen}\ \alpha - \mu_d mg \cos\alpha = ma$, quindi

$$a = g\,(\text{sen}\ \alpha - \mu_d \cos\alpha) \qquad \text{(discesa con attrito)}$$

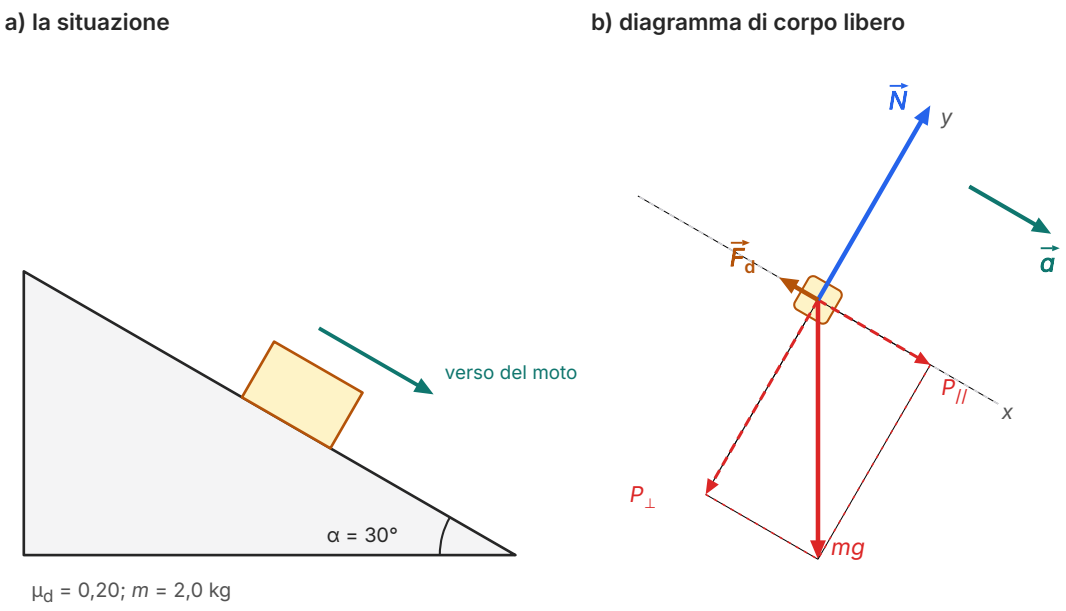


Figura 7.1 Un blocco di 2,0 kg scivola verso il basso su un piano inclinato di 30° con $\mu_d = 0{,}20$. a) La situazione. b) Il diagramma di corpo libero, con gli assi paralleli e perpendicolari al piano: il peso (scomposto, a tratteggio, in $P_{//}$ e $P_{\perp}$), la reazione normale $\boldsymbol{N}$, uguale e opposta a $P_{\perp}$, e l'attrito dinamico, rivolto verso l'alto lungo il piano. La risultante è diretta verso il basso lungo il piano e vale 9,8 N − 3,4 N ≈ 6,4 N: l'accelerazione è 3,2 m/s^2.

Con i dati della Figura 7.1: $a = 9{,}8\ \text{m/s}^2 \times (0{,}500 - 0{,}20 \times 0{,}866) \approx 3{,}2\ \text{m/s}^2$, contro i 4,9 m/s^2 che il blocco avrebbe sul piano liscio. Anche qui la massa non compare. Se $\mu_d \cos\alpha$ è maggiore di sen α, l'accelerazione risulta negativa: un corpo lanciato verso il basso rallenta e si ferma, come uno sciatore che arriva su un tratto poco ripido di neve fresca.

7.1.4 L'inclinazione limite, con la tangente

Se il corpo è fermo, l'attrito è statico e si adatta, fino al valore massimo $\mu_s N$. Nel primo volume hai visto che, inclinando a poco a poco un'asse, un blocchetto comincia a scivolare a un angolo preciso, l'inclinazione limite, in cui $P_{//}$ eguaglia l'attrito statico massimo: mg sen $\alpha = \mu_s mg \cos\alpha$. Ora che conosci la tangente (capitolo 2), questa condizione si scrive in modo molto compatto, perché sen α/cos α = tan α:

$$\tan\alpha_{\text{lim}} = \mu_s$$

Per esempio, se $\mu_s = 0{,}60$ il blocchetto parte a $\alpha_{\text{lim}} = \tan^{-1} 0{,}60 \approx 31°$, qualunque sia la sua massa. Per misurare il coefficiente di attrito statico bastano un'asse e un goniometro, o un righello: tan α è il rapporto fra l'altezza e la base del piano.

7.1.5 Il piano con attrito: la salita

Se il corpo viene lanciato verso l'alto, il moto ha verso opposto e quindi **anche l'attrito si inverte**: ora punta verso il basso lungo il piano, nello stesso verso di $P_{//}$. Le due forze si sommano e il corpo rallenta più in fretta di quanto accelerava scendendo. Prendendo l'asse x verso l'alto, nel verso del moto:

$$a = -g\,(\operatorname{sen}\alpha + \mu_d \cos\alpha) \qquad \text{(salita con attrito, mentre il corpo sale)}$$

Quando il corpo si ferma, la storia non è finita: resta fermo se $P_{//}$ non supera l'attrito statico massimo, cioè se $\tan\alpha \le \mu_s$; altrimenti riparte verso il basso, e da quel momento vale la formula della discesa.

ERRORE FREQUENTE

Due errori ricorrenti sul piano inclinato. Il primo è scrivere $F_d = \mu_d mg$: la forza premente non è il peso, ma $P_\perp = mg\cos\alpha$. Il secondo è disegnare l'attrito sempre verso l'alto lungo il piano, «perché si oppone alla discesa»: l'attrito dinamico si oppone al **moto** del corpo rispetto al piano. Quando il corpo sale, punta verso il basso.

ESEMPIO SVOLTO

Una cassa lanciata su una rampa

Problema. Una cassa viene lanciata a 6,0 m/s su per una rampa inclinata di 30°, con $\mu_d = 0{,}20$ e $\mu_s = 0{,}35$. a) Quanta strada percorre prima di fermarsi? b) Resta ferma o torna indietro? c) Se torna indietro, con quale velocità ripassa dal punto di partenza?

Soluzione. Sulla cassa agiscono il peso, la reazione normale $N = mg\cos 30°$ e l'attrito dinamico, che durante la salita punta verso il basso lungo il piano. a) $a = -9{,}8\ \text{m/s}^2 \times (0{,}500 + 0{,}20 \times 0{,}866) \approx -6{,}6\ \text{m/s}^2$. Dalla relazione indipendente dal tempo (*Fisica 1*, capitolo 16), $0 = v_0^2 + 2as$, quindi $s = (6{,}0\ \text{m/s})^2/(2 \times 6{,}60\ \text{m/s}^2) \approx 2{,}7$ m.

b) Nel punto più alto $\tan 30° \approx 0{,}58$ è maggiore di $\mu_s = 0{,}35$: l'attrito statico non basta a trattenerla, e la cassa riparte verso il basso.

c) In discesa $a = 9{,}8\ \text{m/s}^2 \times (0{,}500 - 0{,}20 \times 0{,}866) \approx 3{,}2\ \text{m/s}^2$; su 2,73 m la cassa raggiunge $v = \sqrt{(2 \times 3{,}20\ \text{m/s}^2 \times 2{,}73\ \text{m})} \approx 4{,}2$ m/s.

Controllo. La cassa torna più lenta di come era partita (4,2 m/s contro 6,0 m/s), e impiega più tempo a scendere (1,3 s) che a salire (0,9 s): l'attrito l'ha frenata in tutti e due i tratti.

COLLEGAMENTI

In laboratorio: il coefficiente di attrito dal piano inclinato

Materiali. Un'asse di legno lunga $l = (1{,}200 \pm 0{,}002)$ m, appoggiata con un'estremità su una pila di libri; un blocchetto di legno di massa $(0{,}250 \pm 0{,}001)$ kg; un metro; un cronometro, o lo smartphone che registra un video con il metro nell'inquadratura; un dinamometro da 2 N (sensibilità 0,02 N).

Procedimento. 1) Si misura l'altezza h dell'estremità sollevata: $\text{sen}\,\alpha = h/l$. 2) Si lascia partire il blocchetto da fermo e si misura il tempo che impiega a percorrere $s = (1{,}000 \pm 0{,}002)$ m lungo l'asse; si ripete cinque volte e si prendono la media e la semidispersione. 3) Da $s = \tfrac{1}{2} a t^2$ si ricava $a = 2s/t^2$, e dalla formula della discesa $\mu_d = \tan\alpha - a/(g\cos\alpha)$. 4) Si ripete con altre due altezze. 5) Per confronto, si trascina il blocchetto con il dinamometro a velocità costante sull'asse orizzontale: la lettura è l'attrito dinamico, e $\mu_d = F/(mg)$.

Tabella 7.1 Discesa del blocchetto per tre inclinazioni (dati tipici di una prova).

h (m)	sen α	t (s)	a (m/s^2)	μ_d
0,420	0,350	1,33 ± 0,02	1,13 ± 0,04	0,25 ± 0,01
0,480	0,400	1,09 ± 0,02	1,68 ± 0,07	0,25 ± 0,01
0,540	0,450	0,95 ± 0,01	2,22 ± 0,05	0,25 ± 0,01

Che cosa concludere. Le tre inclinazioni danno lo stesso coefficiente entro le incertezze, in media $\mu_d = 0{,}25 \pm 0{,}01$: il modello della discesa con attrito descrive bene il moto. Con il dinamometro, $F = (0{,}62 \pm 0{,}02)$ N, quindi $\mu_d = 0{,}62\ \text{N}/(0{,}250\ \text{kg} \times 9{,}8\ \text{m/s}^2) = 0{,}25 \pm 0{,}01$: le due misure sono compatibili. Nota come l'incertezza sul tempo, che entra al quadrato, pesi più di quella sulle lunghezze.

Sicurezza. Fissa la base dell'asse perché non scivoli, e metti un fermo morbido in fondo per il blocchetto.

Per la relazione. Segui lo schema di *Fisica 1*, capitolo 5. Riporta la tabella con le incertezze, il calcolo di a e di μ_d per ogni inclinazione (con l'incertezza ottenuta dai valori massimo e minimo), il valore medio e il confronto con il dinamometro. Discuti gli errori sistematici: il tempo di reazione nell'avviare e fermare il cronometro, un'asse non uniforme, un blocchetto che parte con una piccola spinta. Spiega infine perché non conviene usare inclinazioni vicine all'inclinazione limite: che cosa succede all'accelerazione, e quindi all'incertezza relativa su a?

7.2 La dinamica del moto circolare

Nel capitolo 3 hai visto che un corpo in moto circolare uniforme ha un'accelerazione diretta verso il centro, di modulo $a_c = v^2/r = \omega^2 r$. Il secondo principio ci dice subito qualcosa di impor-

tante: se c'è un'accelerazione deve esserci una forza risultante, con la stessa direzione e lo stesso verso. Per far girare un corpo di massa m su una circonferenza di raggio r con velocità v serve quindi una risultante diretta verso il centro, la **forza centripeta**:

$$F_c = m\frac{v^2}{r} = m\omega^2 r$$

Senza questa forza, per il primo principio, il corpo proseguirebbe in linea retta. La forza centripeta è quindi ciò che **curva** la traiettoria: non accelera il corpo lungo il moto, ma cambia continuamente la direzione della sua velocità.

DA RICORDARE

La forza centripeta **non è un nuovo tipo di forza**, da aggiungere al peso, alla tensione, all'attrito e alla reazione normale. È il nome del **ruolo** che una di queste forze, o la risultante di più forze, svolge quando è diretta verso il centro di una traiettoria circolare. Nel diagramma di corpo libero non si disegna mai una freccia «forza centripeta»: si disegnano le forze vere e si impone che la loro risultante verso il centro valga mv^2/r.

Il metodo per i problemi di moto circolare è quindi quello del capitolo 5, con una sola differenza: un asse si sceglie lungo il raggio, verso il centro, perché lì sappiamo quanto vale l'accelerazione. Vediamo quali forze possono fare da forza centripeta.

7.2.1 La tensione di una fune

Facciamo girare una pallina legata a un filo su un tavolo orizzontale liscio, attorno a un perno (Figura 7.2). Peso e reazione del tavolo sono verticali e si fanno equilibrio; l'unica forza orizzontale è la tensione del filo, che tira la pallina verso il perno: è lei la forza centripeta. Per non confonderla con il periodo T, in questo capitolo indichiamo la tensione con F_T. Con una pallina di 0,20 kg, un filo di 0,80 m e un giro ogni 0,50 s, la velocità è $v = 2\pi r/T \approx 10$ m/s e

$$F_T = m\frac{v^2}{r} = 0{,}20\ \text{kg} \times \frac{(10{,}1\ \text{m/s})^2}{0{,}80\ \text{m}} \approx 25\ \text{N}$$

più di dieci volte il peso della pallina. Se il filo si spezza, la forza centripeta sparisce e la pallina, per inerzia, prosegue in linea retta lungo la tangente al punto in cui si trovava, non in direzione radiale. È lo stesso principio del lancio del martello: l'atleta fa ruotare l'attrezzo tirando il cavo, e quando lo lascia andare il martello parte lungo la tangente.

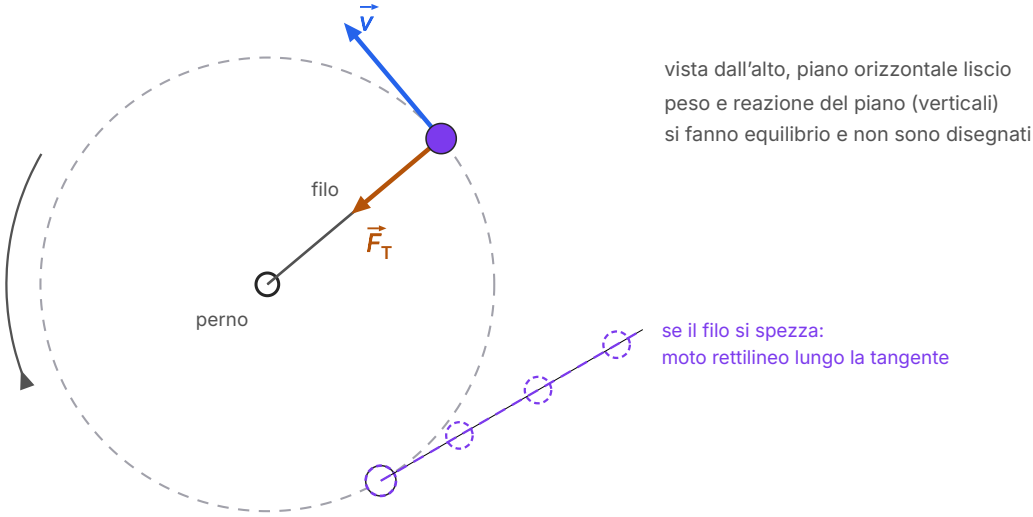


Figura 7.2 Una pallina legata a un filo gira su un piano orizzontale liscio attorno a un perno (vista dall'alto). La tensione $\boldsymbol{F}_T$ del filo, diretta verso il centro, è la forza centripeta; la velocità $\boldsymbol{v}$ è tangente alla circonferenza. Se il filo si spezza, la pallina prosegue di moto rettilineo uniforme lungo la tangente.

7.2.2 L'attrito statico: l'auto in curva

Un'auto percorre a velocità costante una **curva piana**, cioè una curva su una strada orizzontale. Quale forza la fa girare? Peso e reazione normale sono verticali; il motore spinge in avanti e la resistenza dell'aria frena all'indietro, entrambe lungo la tangente. Resta una sola forza che può puntare verso il centro: l'attrito fra gli pneumatici e l'asfalto (Figura 7.3).

Si tratta di attrito **statico**, anche se l'auto è in moto: gli pneumatici rotolano, e il tratto di gomma a contatto con l'asfalto non striscia lateralmente. Finché l'auto tiene la strada, l'attrito statico fornisce esattamente la forza centripeta richiesta, $F_s = mv^2/r$; ma non può superare il suo valore massimo, $\mu_s N = \mu_s mg$. La condizione per non slittare è $mv^2/r \le \mu_s mg$, da cui la **velocità massima in curva**:

$$v_{max} = \sqrt{(\mu_s g r)} \qquad \text{(curva piana)}$$

La massa si semplifica ancora una volta: un camion e un'utilitaria con pneumatici uguali hanno, in teoria, la stessa velocità massima. Contano invece l'aderenza e il raggio: una curva stretta (raggio piccolo) va affrontata più piano, e su una strada bagnata o ghiacciata, dove μ_s è minore, la velocità massima si abbassa.

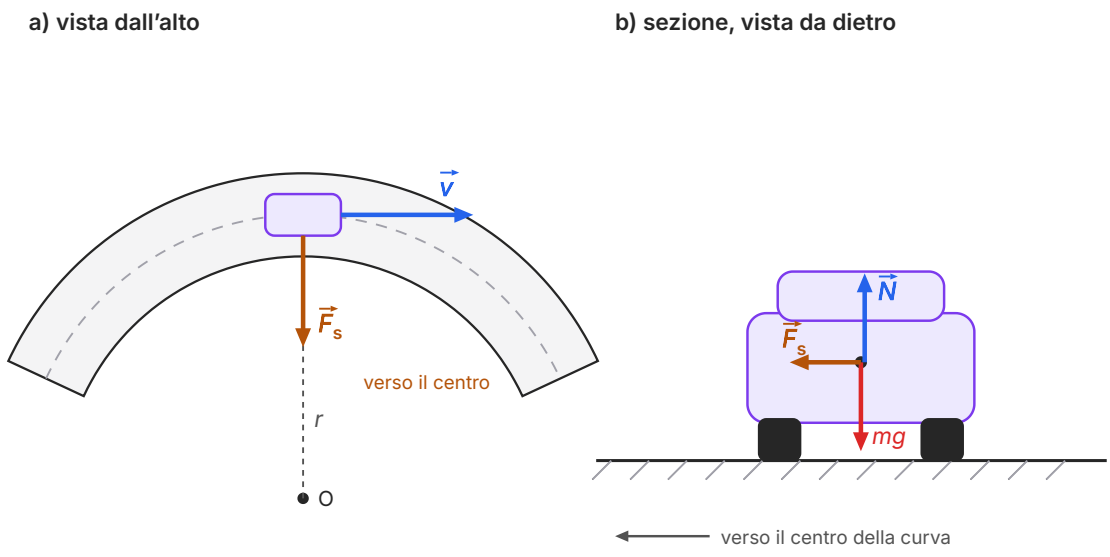


Figura 7.3 Un'auto in una curva piana. a) Vista dall'alto: la velocità è tangente alla curva; l'attrito statico F_s fra pneumatici e strada punta verso il centro O ed è la forza centripeta. b) Sezione vista da dietro (modello del punto materiale): il peso e la reazione normale si fanno equilibrio, l'attrito statico è orizzontale e diretto verso il centro della curva. Le forze sono disegnate in scala nel caso limite in cui l'attrito ha raggiunto il valore massimo.

ESEMPIO SVOLTO

Una curva sull'asciutto e sul bagnato

Problema. Una curva piana ha raggio 50 m. Il coefficiente di attrito statico fra pneumatici e asfalto vale 0,80 sull'asciutto e 0,50 sul bagnato. a) Calcola la velocità massima nei due casi, in m/s e in km/h. b) Quanto vale l'attrito su un'auto di 1200 kg che percorre la curva alla velocità massima sull'asciutto?

Soluzione. Sull'auto agiscono il peso, la reazione normale ($N = mg$, perché la strada è orizzontale) e l'attrito statico verso il centro. a) $v_{max} = \sqrt{(0{,}80 \times 9{,}8\ \text{m/s}^2 \times 50\ \text{m})} \approx 19{,}8\ \text{m/s} \approx 71\ \text{km/h}$ sull'asciutto; $\sqrt{(0{,}50 \times 9{,}8\ \text{m/s}^2 \times 50\ \text{m})} \approx 15{,}7\ \text{m/s} \approx 56\ \text{km/h}$ sul bagnato. b) $F_s = mv^2/r = 1200\ \text{kg} \times (19{,}8\ \text{m/s})^2/50\ \text{m} \approx 9{,}4 \times 10^3\ \text{N}$, cioè proprio $\mu_s mg = 0{,}80 \times 1200\ \text{kg} \times 9{,}8\ \text{m/s}^2$.

Controllo. Il rapporto fra le due velocità è $\sqrt{(0{,}50/0{,}80)} \approx 0{,}79$: la velocità massima è proporzionale alla radice quadrata del coefficiente di attrito, non al coefficiente stesso.

COLLEGAMENTI

Sicurezza stradale: le curve sotto la pioggia

La formula $v_{max} = \sqrt{(\mu_s g r)}$ mostra che tutto dipende dall'**aderenza**, cioè dalla capacità degli pneumatici di non slittare sulla strada, misurata da μ_s. Spiega anche molti cartelli e molte regole di guida. Poiché la forza centripeta richiesta cresce con il **quadrato** della velocità, chi entra in curva al doppio della velocità ha bisogno di un'aderenza quattro volte maggiore. Sul bagnato il coefficiente di attrito diminuisce; con uno strato d'acqua spesso, a velocità elevata, lo pneumatico può addirittura sollevarsi dall'asfalto e «galleggiare» (**aquaplaning**), perdendo quasi del tutto l'aderenza. Pneumatici consumati, con il battistrada poco profondo, smaltiscono l'acqua peggio. Ecco perché le curve si affrontano rallentando **prima** di entrare, quando le ruote sono ancora dritte: in curva l'aderenza serve tutta a girare.

7.2.3 La reazione normale: il rotore e il cestello

In alcune giostre, dette **rotore**, le persone stanno in piedi con la schiena appoggiata alla parete di un grande cilindro che gira attorno al suo asse verticale. Qui la forza centripeta è la **reazione normale** della parete, che spinge ciascuno verso l'asse. Quando la rotazione è abbastanza veloce, il pavimento si abbassa e le persone restano «appese» alla parete: le sostiene l'attrito statico, verticale e diretto verso l'alto, che equilibra il peso. Perché ciò accada dev'essere $mg \le \mu_s N = \mu_s m v^2/r$, cioè $v \ge \sqrt{(gr/\mu_s)}$. Con un cilindro di raggio 2,5 m e $\mu_s = 0{,}40$ servono almeno 7,8 m/s, cioè un giro ogni 2,0 s circa.

Lo stesso accade al bucato nel cestello di una lavatrice: la parete spinge i panni verso l'asse e li fa girare. L'acqua, invece, attraversa i fori del cestello, dove nessuna parete la spinge verso il centro: per il primo principio prosegue lungo la tangente e si allontana dai panni.

7.2.4 Il peso: la Luna

Nel capitolo 3 hai calcolato che la Luna, nel suo moto attorno alla Terra, ha un'accelerazione centripeta di circa $2{,}7 \times 10^{-3}$ m/s^2. La forza che la fornisce è l'attrazione che la Terra esercita sulla Luna, cioè il peso della Luna verso la Terra, che a quella distanza è molto più debole che sulla superficie terrestre. Lo stesso vale per i satelliti artificiali. La legge che descrive questa attrazione, la gravitazione universale, la studierai negli anni successivi.

7.3 Curve sopraelevate, giri della morte e curve viste da dentro

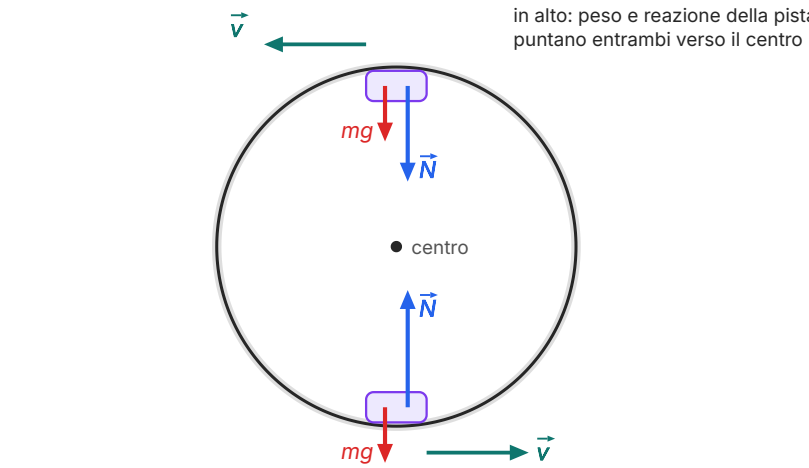
7.3.1 Le curve sopraelevate

Affidare la forza centripeta soltanto all'attrito è rischioso. Per questo molte curve, sulle autostrade, sulle piste dei velodromi o nelle gare automobilistiche, sono **curve sopraelevate**: la car-

reggiata è inclinata verso l'interno, con il bordo esterno più alto. Su una strada inclinata la reazione normale non è più verticale ma perpendicolare alla carreggiata, quindi è inclinata verso il centro della curva: una sua componente orizzontale contribuisce alla forza centripeta. In una curva ben progettata esiste una velocità, detta **velocità di progetto**, per cui questa componente basta da sola, e l'auto girerebbe anche su una strada perfettamente liscia; alle altre velocità l'attrito fornisce la differenza.

7.3.2 Il moto circolare in verticale

Si può far girare un secchio pieno d'acqua su una circonferenza verticale senza versarne una goccia, purché lo si faccia abbastanza in fretta. Nel punto più alto il peso dell'acqua e la spinta del fondo del secchio puntano entrambi verso il basso, cioè verso il centro, e insieme forniscono la forza centripeta. Più lento è il giro, minore è la forza centripeta richiesta, e minore la spinta del fondo; alla **velocità minima** la spinta è nulla e il peso da solo basta: $mg = mv^2/r$. Sotto questa velocità il peso è più grande di quanto serve per curvare la traiettoria, e l'acqua cade fuori dal secchio.



pista giocattolo di raggio 15 cm, macchinina di 50 g: mg = 0,49 N; in alto v = 2,0 m/s e N = 0,84 N (frecce in scala); in basso le frecce sono solo indicative.

Figura 7.4 Una macchinina percorre il giro della morte di una pista giocattolo di raggio 15 cm. In alto il peso e la reazione della pista puntano entrambi verso il centro; in basso la reazione, verso il centro, è maggiore del peso. Nel punto più alto le frecce delle forze sono in scala per i valori dell'esempio svolto; in basso sono solo indicative.

Un moto su una circonferenza verticale non è uniforme: salendo il corpo rallenta e scendendo accelera. Nei punti più alto e più basso, però, tutte le forze sono dirette lungo il raggio, e il se-

condo principio per la direzione radiale dà ancora mv^2/r. Lo stesso accade nel **giro della morte** delle piste giocattolo e delle montagne russe, in cui il carrello percorre un anello verticale stando all'interno della pista.

ESEMPIO SVOLTO

●●● Il giro della morte

Problema. Una macchinina di 50 g percorre il giro della morte di una pista giocattolo, una circonferenza verticale di raggio 15 cm (Figura 7.4). a) Qual è la velocità minima con cui può passare nel punto più alto senza staccarsi dalla pista? b) Se nel punto più alto ha una velocità di 2,0 m/s, con quale forza la pista la spinge?

Soluzione. Nel punto più alto la macchinina è sotto la pista: su di lei agiscono il peso, verso il basso, e la reazione N della pista, anch'essa verso il basso. Entrambe puntano verso il centro, e la loro somma è la forza centripeta: $mg + N = mv^2/r$.

a) La pista può solo spingere, non tirare: $N \geq 0$. Il caso limite è $N = 0$, in cui $mg = mv^2/r$ e quindi $v_{\text{min}} = \sqrt{(gr)} = \sqrt{(9{,}8\ \text{m/s}^2 \times 0{,}15\ \text{m})} \approx 1{,}2\ \text{m/s}$. Anche qui la massa non conta.

b) $N = m(v^2/r - g) = 0{,}050\ \text{kg} \times ((2{,}0\ \text{m/s})^2/0{,}15\ \text{m} - 9{,}8\ \text{m/s}^2) \approx 0{,}84\ \text{N}$, poco meno del doppio del peso (0,49 N).

Controllo. Con $v = 1{,}21$ m/s la formula del punto b) dà $N = 0$, come deve. Molte montagne russe moderne non hanno anelli circolari ma «a goccia», più stretti in alto e più larghi in basso: la forma riduce le forze sui passeggeri nella parte bassa dell'anello.

7.3.3 Spinti verso l'esterno?

Chiunque sia stato in auto in una curva stretta conosce la sensazione di essere spinto verso l'esterno, contro la portiera. Eppure, se guardiamo la scena dal suolo, che è un sistema inerziale (capitolo 4), non troviamo nessuna forza diretta verso l'esterno. Il passeggero, per inerzia, tende a proseguire in linea retta; è l'auto che, girando, gli «va incontro» con la portiera, finché la portiera non lo spinge **verso il centro** con la forza necessaria a farlo girare insieme all'auto. La forza che il passeggero sente sul fianco è proprio questa: una spinta verso l'interno, non verso l'esterno.

Lo stesso ragionamento spiega l'oggetto lasciato sul cruscotto che scivola verso l'esterno della curva: in realtà prosegue dritto, perché l'attrito con il cruscotto non basta a farlo curvare, mentre è l'auto a girargli attorno.

ERRORE FREQUENTE

«In curva agisce sul passeggero la forza centrifuga, che lo spinge verso l'esterno.» Nel sistema di riferimento del suolo questa forza **non esiste**: non c'è nessun corpo che la eserciti, e per il terzo principio ogni forza vera è esercitata da un corpo su un altro. Quella che chiamiamo **forza centrifuga** è il modo in cui un osservatore che gira con l'auto, cioè in un sistema non inerziale, descrive l'effetto dell'inerzia: è una forza apparente, come quelle di cui hai letto nel capitolo 4. Nei nostri problemi, sempre risolti dal suolo, la forza centrifuga non compare mai; compare la forza centripeta, rivolta verso il centro.

APPROFONDIMENTO

Il pendolo e la molla che oscilla (facoltativo)

Il pendolo del primo volume (*Fisica 1*, capitolo 1), schematizzato come pendolo semplice (un piccolo corpo appeso a un filo leggero e inestensibile), si muove lungo un arco di circonferenza, e le leggi della dinamica permettono di calcolarne il periodo. Il risultato, che qui ci limitiamo a enunciare senza dimostrarlo, vale per piccole oscillazioni:

$$T = 2\pi \sqrt{\left(\frac{l}{g}\right)} \qquad \text{(pendolo semplice di lunghezza } l\text{)}$$

Il periodo non dipende né dalla massa né, per piccole ampiezze, dall'ampiezza dell'oscillazione: è la proprietà che rese i pendoli adatti a regolare gli orologi. Un pendolo lungo 1,00 m ha $T = 2\pi \sqrt{(1{,}00\ \text{m} / 9{,}8\ \text{m/s}^2)} \approx 2{,}01$ s. Un corpo di massa m appeso a una molla di costante elastica k oscilla invece con periodo

$$T = 2\pi \sqrt{\left(\frac{m}{k}\right)} \qquad \text{(molla)}$$

che dipende dalla massa ma non da g: 0,50 kg su una molla da 20 N/m oscillano con $T \approx 0{,}99$ s. Entrambi sono esempi del moto armonico che hai incontrato nel capitolo 3 come proiezione del moto circolare uniforme, e li studierai a fondo negli anni successivi.

7.4 Le forze resistenti e la velocità limite

7.4.1 Una forza che cresce con la velocità

Nel primo volume (*Fisica 1*, capitolo 8) hai incontrato l'attrito viscoso, la forza con cui un fluido, aria o acqua, si oppone al moto di un corpo che lo attraversa. La chiameremo **resistenza del fluido** (o, più brevemente, forza resistente) F_r: è diretta come la velocità del corpo rispetto al fluido, con verso opposto, e a differenza dell'attrito radente **cresce con la velocità**. Dipende inoltre dalla forma del corpo, dalla sua sezione e dal fluido. Per oggetti piccoli e lenti, come un

granello di polline o una pallina che affonda nel miele, è circa proporzionale alla velocità; per oggetti più grandi e veloci, come un ciclista, un'auto o un paracadutista, è circa proporzionale al quadrato della velocità. In questo capitolo useremo il secondo modello:

$$F_r = kv^2$$

dove la **costante di resistenza** k, in kg/m, riassume la forma, la sezione del corpo e la densità dell'aria. È un modello, non una legge esatta come $F = m\,a$: descrive bene molte situazioni reali, ma va sempre confrontato con le misure.

7.4.2 Perché la velocità smette di crescere

Nel primo volume (*Fisica 1*, capitolo 16) hai letto che un corpo che cade da grande altezza raggiunge una velocità limite, e che il perché lo avresti capito con i principi della dinamica. Ecco la spiegazione. Su un paracadutista in caduta agiscono il peso mg, costante, e la forza resistente F_r, verso l'alto. Prendendo l'asse verso il basso, il secondo principio dà

$$a = \frac{mg - F_r}{m} = g - \frac{F_r}{m}$$

All'inizio la velocità è piccola, la forza resistente è trascurabile e il corpo accelera quasi come in caduta libera, con $a \approx g$. Man mano che la velocità aumenta, F_r cresce e l'accelerazione diminuisce: la velocità continua ad aumentare, ma sempre più lentamente. Quando la forza resistente diventa uguale al peso, la risultante è nulla, l'accelerazione si annulla e, per il primo principio, da quel momento il corpo scende di moto rettilineo uniforme. La velocità raggiunta è la velocità limite; con il modello $F_r = kv^2$:

$$kv_{\text{lim}}{}^2 = mg \quad \Rightarrow \quad v_{\text{lim}} = \sqrt{\left(\frac{mg}{k}\right)}$$

La Figura 7.5 mostra il grafico velocità-tempo calcolato con questo modello per un paracadutista di 80 kg che cade in posizione orizzontale, a pancia in giù, con una velocità limite di 55 m/s, circa 200 km/h, un valore tipico per questa posizione. Nei primi secondi la curva segue quasi la retta $v = gt$ della caduta libera; dopo una quindicina di secondi è ormai orizzontale. In caduta a velocità limite il paracadutista è in **equilibrio**, nel senso del capitolo 4: la risultante delle forze è nulla, anche se si muove a 200 km/h.

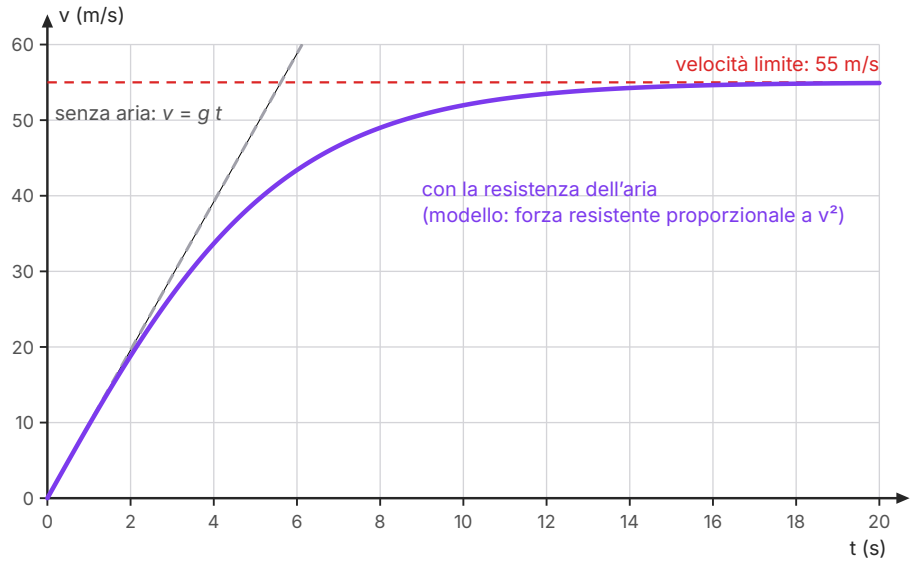


Figura 7.5 Velocità di un paracadutista di 80 kg in funzione del tempo, calcolata con il modello $F_r = kv^2$ e $k \approx 0{,}26$ kg/m, che dà una velocità limite di 55 m/s. La retta tratteggiata grigia è la caduta libera senza aria. La pendenza della curva, cioè l'accelerazione, vale g all'inizio e tende a zero.

ESEMPIO SVOLTO

Leggere il grafico della caduta

Problema. Usa la Figura 7.5 e il modello $F_r = kv^2$. a) Quanto vale la velocità dopo 5 s? b) Quanto vale la forza resistente a velocità limite? c) Quanto valgono la forza resistente e l'accelerazione quando la velocità è metà di quella limite?

Soluzione. a) Leggendo il grafico, a $t = 5$ s la velocità è circa 39 m/s: senza aria sarebbe 9,8 m/s^2 × 5 s = 49 m/s. b) A velocità limite l'accelerazione è nulla, quindi $F_r = mg = 80$ kg × 9,8 m/s^2 = 784 N, qualunque sia il modello. c) Con F_r proporzionale a v^2, dimezzando la velocità la forza diventa un quarto: $F_r = 784$ N/4 = 196 N. Allora $a = (784\text{ N} - 196\text{ N})/80\text{ kg} \approx 7{,}35$ m/s^2, cioè tre quarti di g.

Controllo. Sul grafico la velocità vale 27,5 m/s poco dopo 3 s, dove la pendenza della curva è ancora vicina a quella della retta della caduta libera, ma visibilmente minore: è coerente con un'accelerazione di circa 7 m/s^2.

7.4.3 Il paracadute e le gocce di pioggia

Quando il paracadute si apre, la sua grande superficie aumenta enormemente la costante k. Alla velocità che il paracadutista aveva, la forza resistente diventa molto più grande del peso: la risultante punta verso l'alto e il paracadutista **rallenta**, pur continuando a scendere, finché non

raggiunge una nuova velocità limite, di pochi metri al secondo. Per passare da 55 m/s a 5 m/s la costante k deve diventare $(55/5)^2 \approx 120$ volte più grande.

La formula della velocità limite spiega anche perché la pioggia non ci ferisce. Senza aria, una goccia caduta da 1000 m arriverebbe a terra a $\sqrt{(2gh)} \approx 140$ m/s; in realtà le gocce di pioggia scendono a meno di una decina di metri al secondo, perché raggiungono presto la loro velocità limite. Infine, a parità di forma, i corpi più grandi hanno velocità limite maggiori: se le dimensioni raddoppiano, la massa diventa otto volte più grande, mentre la sezione, da cui dipende k, solo quattro volte. Per questo un sasso cade nell'aria quasi come nel vuoto, mentre un granello di polvere resta sospeso a lungo.

IN SINTESI

Le formule del capitolo

$N = mg \cos \alpha$ — reazione normale (N) su un piano inclinato di α, se nessun'altra forza agisce perpendicolarmente al piano; $P_{//} = mg \operatorname{sen} \alpha$ è la componente del peso lungo il piano.

$a = g \operatorname{sen} \alpha$ — accelerazione (m/s^2) di un corpo su un piano inclinato liscio: non dipende dalla massa.

$a = g(\operatorname{sen} \alpha - \mu_d \cos \alpha)$ in discesa; $|a| = g(\operatorname{sen} \alpha + \mu_d \cos \alpha)$ in salita — con l'attrito dinamico, che si oppone sempre al moto.

$\tan \alpha_{lim} = \mu_s$ — inclinazione limite oltre la quale un corpo fermo comincia a scivolare.

$F_c = mv^2/r = m\omega^2 r$ — forza centripeta (N): la risultante, diretta verso il centro, delle forze che fanno percorrere al corpo una circonferenza di raggio r (m).

$v_{max} = \sqrt{(\mu_s g r)}$ — massima velocità (m/s) in una curva piana, se la forza centripeta è l'attrito statico: non dipende dalla massa.

$v_{min} = \sqrt{(gr)}$ — velocità minima nel punto più alto di una circonferenza verticale, quando il peso da solo fa da forza centripeta.

$v_{lim} = \sqrt{(mg/k)}$ — velocità limite (m/s) con il modello $F_r = kv^2$: la forza resistente eguaglia il peso e la risultante è nulla.

SINTESI

- Su un piano inclinato conviene scegliere un asse parallelo al piano e uno perpendicolare: lungo il secondo la risultante è nulla e $N = mg\cos\alpha$, minore del peso.
- Su un piano inclinato liscio $a = g\,\text{sen}\,\alpha$, indipendente dalla massa; senza attrito la velocità in fondo dipende solo dal dislivello.
- Con attrito dinamico, in discesa $a = g(\text{sen}\,\alpha - \mu_d\cos\alpha)$; in salita l'attrito si inverte e il corpo rallenta con $|a| = g(\text{sen}\,\alpha + \mu_d\cos\alpha)$.
- Un corpo fermo su un piano inclinato comincia a scivolare all'inclinazione limite, per cui $\tan\alpha_{lim} = \mu_s$.
- Un corpo in moto circolare uniforme ha bisogno di una forza risultante diretta verso il centro, la forza centripeta $F_c = mv^2/r$; senza di essa proseguirebbe lungo la tangente.
- La forza centripeta non è un nuovo tipo di forza ma un ruolo: può svolgerlo la tensione di una fune, l'attrito statico, la reazione normale, il peso, o la risultante di più forze.
- In una curva piana la forza centripeta è l'attrito statico fra pneumatici e strada, e la velocità massima è $\sqrt{(\mu_s gr)}$, indipendente dalla massa; sulle curve sopraelevate contribuisce anche la reazione normale.
- Nel punto più alto di una circonferenza verticale il peso e la reazione del vincolo puntano verso il centro; la velocità minima è $\sqrt{(gr)}$.
- Dal suolo, nessuna forza spinge verso l'esterno chi percorre una curva: per inerzia tenderebbe ad andare dritto, ed è il veicolo a spingerlo verso il centro. La «forza centrifuga» esiste solo come forza apparente in un sistema che ruota.
- La forza resistente di un fluido cresce con la velocità; per un corpo in caduta l'accelerazione $g - F_r/m$ diminuisce fino ad annullarsi quando $F_r = mg$.
- Da quel momento il corpo cade a velocità costante, la velocità limite ($\sqrt{(mg/k)}$ nel modello $F_r = kv^2$): è in equilibrio. Il paracadute abbassa la velocità limite aumentando k.

ESERCIZI

Comprendere e ricordare

1. ● Un corpo scivola su un piano inclinato liscio di inclinazione α. La sua accelerazione:
   A. vale g sen α e non dipende dalla massa
   B. vale g cos α
   C. vale g, come in caduta libera
   D. è proporzionale alla massa del corpo

2. ● Un blocco è appoggiato su un piano inclinato di un angolo α; nessun'altra forza agisce perpendicolarmente al piano. La reazione normale vale:
   A. mg
   B. mg sen α
   C. mg cos α
   D. zero

3. ● Una cassa viene lanciata verso l'alto lungo una rampa con attrito. Mentre sale, l'attrito dinamico sulla cassa è diretto:
   A. verso l'alto lungo il piano
   B. perpendicolarmente al piano
   C. verticalmente verso il basso
   D. verso il basso lungo il piano

4. ● Un blocchetto comincia a scivolare quando l'asse su cui è appoggiato è inclinata di 35°. Il coefficiente di attrito statico vale circa:
   A. 0,57
   B. 0,70
   C. 0,82
   D. 1,2

5. ● Un'auto percorre a velocità costante una curva su una strada orizzontale. La forza centripeta è:
   A. l'attrito statico fra pneumatici e strada, diretto verso il centro
   B. l'attrito dinamico, diretto verso l'esterno
   C. la forza centrifuga
   D. la reazione normale della strada

6. ●● In una curva piana, a parità di aderenza, se il raggio quadruplica la velocità massima:
   A. quadruplica
   B. resta la stessa
   C. raddoppia
   D. si dimezza

7. ● Una pallina gira legata a un filo su un piano orizzontale liscio. Se il filo si spezza, la pallina:
   A. si allontana dal centro lungo il raggio
   B. continua a girare sulla stessa circonferenza
   C. si muove verso il centro
   D. prosegue in linea retta lungo la tangente

8. ●● Un paracadutista scende alla sua velocità limite. La forza risultante su di lui:

   A. è uguale al peso e diretta verso il basso

   B. è nulla

   C. è diretta verso l'alto

   D. aumenta con il tempo

9. ●● Un corpo di 0,30 kg percorre una circonferenza di raggio 0,50 m alla velocità costante di 4,0 m/s. La forza centripeta vale:

   A. 2,4 N

   B. 0,60 N

   C. 9,6 N

   D. 4,8 N

Vero o falso

10. ● Su un piano inclinato la reazione normale su un corpo appoggiato è sempre uguale al suo peso. V / F

11. ● Un'auto che percorre una curva senza slittare è tenuta sulla traiettoria dall'attrito statico. V / F

12. ● La velocità massima con cui un'auto può percorrere una curva piana dipende dalla massa dell'auto. V / F

13. ●● Nel punto più alto di un giro della morte, la reazione della pista e il peso della macchinina puntano entrambi verso il centro. V / F

14. ●● Un corpo che cade nell'aria alla sua velocità limite è in equilibrio. V / F

Applicare

15. ● Un carrello scende lungo un piano inclinato liscio di 25°. Calcola la sua accelerazione.

16. ● Un blocco di 5,0 kg è appoggiato su un piano inclinato di 40°. Calcola il peso, la componente del peso parallela al piano, la componente perpendicolare e la reazione normale.

17. ●● Un blocco scivola verso il basso lungo un piano inclinato di 35°, con coefficiente di attrito dinamico 0,30. Calcola la sua accelerazione.

18. ● Una moneta appoggiata sulla copertina di un libro comincia a scivolare quando il libro è inclinato di 22°. Calcola il coefficiente di attrito statico fra moneta e copertina.

19. ● Completa. La forza centripeta non è un nuovo tipo di _____ , ma la _____ delle forze che agiscono sul corpo, diretta verso il _____ della circonferenza; il suo modulo è _____ .

20. ● Una pallina di 0,20 kg, legata a un filo, gira su un tavolo orizzontale liscio lungo una circonferenza di raggio 0,60 m, a 3,0 m/s. Calcola la tensione del filo.

21. ●● Calcola la velocità massima, in m/s e in km/h, con cui un'auto può percorrere una curva piana di raggio 80 m se il coefficiente di attrito statico vale 0,70.

22. ●● Leggi la Figura 7.5. a) Qual è la velocità limite del paracadutista? b) Quale velocità ha dopo 5 s, e quale avrebbe senza aria? c) Quanto vale l'accelerazione all'istante iniziale, e perché?

Problemi

23. ●● Collegati al primo volume (*Fisica 1*, capitolo 16). Uno sciatore di 70 kg parte da fermo e scende lungo un pendio di 20°, con coefficiente di attrito dinamico 0,10, trascurando la resistenza dell'aria. Calcola a) l'accelerazione; b) il tempo che impiega a percorrere 50 m; c) la velocità dopo 50 m.

24. ●● Una cassa di 40 kg viene spinta su per una rampa inclinata di 15° con una forza parallela al piano; il coefficiente di attrito dinamico vale 0,25. a) Disegna il diagramma di corpo libero. b) Quale forza serve per farla salire a velocità costante? c) Con quale accelerazione sale se la forza è di 250 N?

25. ●●● Collegati al capitolo 3. Un rotore di un luna park ha raggio 2,5 m; il coefficiente di attrito statico fra le persone e la parete vale 0,40. a) Disegna il diagramma di corpo libero di una persona appoggiata alla parete. b) Calcola la velocità minima della parete perché le persone restino sollevate quando il pavimento si abbassa. c) Calcola il periodo massimo di rotazione e il numero minimo di giri al minuto.

26. ●● Un'auto di 1000 kg percorre a 54 km/h una curva piana di raggio 60 m. a) Quanto vale l'attrito statico necessario? b) Qual è il minimo coefficiente di attrito statico che permette di percorrere la curva? c) Su una strada ghiacciata, con $\mu_s = 0{,}10$, quale sarebbe la velocità massima in km/h?

27. ●●● Una curva di raggio 120 m è sopraelevata in modo che un'auto la possa percorrere a 90 km/h anche senza attrito. a) Disegna il diagramma di corpo libero dell'auto (peso e reazione normale, perpendicolare alla strada). b) Scrivi il secondo principio lungo la verticale (accelerazione nulla) e lungo l'orizzontale (accelerazione centripeta), e dimostra che $\tan\alpha = v^2/(rg)$. c) Calcola l'angolo di inclinazione della carreggiata.

28. ●●● Collegati al capitolo 3. Una ragazza fa girare un secchio d'acqua su una circonferenza verticale di raggio 0,90 m (braccio più manico). a) Qual è la velocità minima nel punto più alto perché l'acqua non esca? b) Quanti giri al secondo deve fare, come minimo, se il moto fosse circolare uniforme a quella velocità?

29. ●●● Un paracadutista di 75 kg, a paracadute chiuso, ha una velocità limite di 50 m/s. Usa il modello $F_r = kv^2$. a) Quanto vale la forza resistente a velocità limite? b) Calcola la costante k. c) Calcola la forza resistente e l'accelerazione quando la velocità è 25 m/s. d) Di quante volte deve aumentare k, con il paracadute aperto, perché la velocità limite scenda a 5,0 m/s?

Ragionare e argomentare

30. ●● Trova l'errore. Un compagno risolve così: «Un blocco di 3,0 kg scivola lungo un piano inclinato di 30° con $\mu_d = 0{,}20$. L'attrito vale $F_d = \mu_d mg = 0{,}20 \times 3{,}0\ \text{kg} \times 9{,}8\ \text{m/s}^2 = 5{,}9\ \text{N}$, quindi $a = g\ \text{sen}\ 30° - F_d/m = 4{,}9\ \text{m/s}^2 - 2{,}0\ \text{m/s}^2 = 2{,}9\ \text{m/s}^2$». Individua l'errore e correggi il risultato.

31. ●● In un'auto che svolta a sinistra, i passeggeri si sentono spinti verso destra. Spiega che cosa succede descrivendo la scena dal suolo, con il primo e il secondo principio, senza usare la forza centrifuga. Quale forza agisce davvero su un passeggero, e in che verso?

32. ●●● Progetta un esperimento. I pirottini di carta per i dolci, lasciati cadere, raggiungono quasi subito la loro velocità limite; impilandone alcuni la forma non cambia, ma la massa sì. a) Secondo il modello $F_r = kv^2$, come cambia la velocità limite se si impilano 4 pirottini invece di uno? b) Descrivi come misureresti la velocità limite (strumenti, altezza di caduta, numero di prove) e quale grafico ti permetterebbe di verificare il modello.

PER APPROFONDIRE

- [HEW] P. G. Hewitt, *Conceptual Physics*: i capitoli sul moto circolare e sulla caduta nell'aria, che discutono la «forza centrifuga» e la velocità limite quasi senza formule.
- [HRW] D. Halliday, R. Resnick, J. Walker, *Fondamenti di fisica*: il capitolo sulle applicazioni delle leggi di Newton, con attrito, forza resistente e moto circolare, e molti problemi su piani inclinati e curve.
- [GAL] G. Galilei, *Discorsi e dimostrazioni matematiche intorno a due nuove scienze*: nella Giornata terza, il moto lungo i piani inclinati usato per studiare la caduta dei gravi.
- [FEY] R. P. Feynman, R. B. Leighton, M. Sands, *La fisica di Feynman*, vol. I: il capitolo sulle caratteristiche della forza, con la discussione dell'attrito e della resistenza dei fluidi.

Glossario del capitolo

Aderenza
Capacità degli pneumatici di non slittare sulla strada, misurata dal coefficiente di attrito statico; diminuisce sul bagnato e sul ghiaccio.

Aquaplaning
Perdita di aderenza di uno pneumatico che, su uno strato d'acqua a velocità elevata, si solleva dall'asfalto.

Costante di resistenza
Nel modello $F_r = k\,v^2$, la costante k (in kg/m) che riassume la forma e la sezione del corpo e la densità del fluido.

Curva piana
Curva percorsa su una strada orizzontale, in cui la forza centripeta può essere fornita solo dall'attrito statico fra pneumatici e strada.

Curva sopraelevata
Curva la cui carreggiata è inclinata verso l'interno, in modo che la reazione normale contribuisca alla forza centripeta.

Forza centrifuga
Forza apparente, diretta verso l'esterno, con cui un osservatore che ruota descrive l'effetto dell'inerzia; non esiste in un sistema di riferimento inerziale.

Forza centripeta
La forza risultante, diretta verso il centro, che fa percorrere a un corpo una traiettoria circolare: $F_c = m\,v^2/r$. Non è un tipo di forza ma un ruolo.

Giro della morte
Tratto di pista che percorre una circonferenza verticale; nel punto più alto peso e reazione della pista puntano verso il centro.

Piano inclinato liscio
Piano inclinato senza attrito, su cui un corpo scende con accelerazione g sen α, indipendente dalla massa.

Resistenza del fluido
Forza con cui un fluido (aria, acqua) si oppone al moto di un corpo che lo attraversa; ha verso opposto alla velocità e cresce con essa. È detta anche forza resistente.

Rotore
Giostra a forma di grande cilindro rotante, in cui la reazione normale della parete fa da forza centripeta e l'attrito statico sostiene le persone.

Velocità di progetto
Velocità alla quale una curva sopraelevata può essere percorsa anche senza attrito, perché la reazione normale fornisce da sola la forza centripeta.

Velocità massima in curva
Massima velocità con cui si può percorrere una curva piana senza slittare: $\sqrt{(\mu_s\,g\,r)}$.

Velocità minima
Nel punto più alto di una circonferenza verticale, la velocità $\sqrt{(g\,r)}$ sotto la quale il corpo si stacca dal vincolo (o l'acqua esce dal secchio): il peso da solo fa da forza centripeta.

Soluzioni

1. A. Lungo il piano agisce solo $P_{//} = mg$ sen α, e $a = P_{//}/m = g$ sen α: la massa si semplifica.

2. C. Lungo la perpendicolare al piano l'accelerazione è nulla: $N = P_{\perp} = mg \cos \alpha$.

3. D. L'attrito dinamico si oppone al moto rispetto al piano: se la cassa sale, punta verso il basso lungo il piano.

4. B. $\mu_s = \tan 35° \approx 0{,}70$.

5. A. Peso e reazione normale sono verticali e si equilibrano; l'unica forza orizzontale verso il centro è l'attrito statico.

6. C. $v_{max} = \sqrt{(\mu_s g r)}$ è proporzionale a $\sqrt{r}$: $\sqrt{4} = 2$.

7. D. Senza forza risultante la pallina, per il primo principio, prosegue di moto rettilineo uniforme con la velocità che aveva, tangente alla circonferenza.

8. B. A velocità costante l'accelerazione è nulla: la forza resistente equilibra il peso.

9. C. $F_c = mv^2/r = 0{,}30 \text{ kg} \times (4{,}0 \text{ m/s})^2/0{,}50 \text{ m} = 9{,}6 \text{ N}$.

10. F. Vale $N = mg \cos \alpha < mg$ (se nessun'altra forza agisce perpendicolarmente al piano).

11. V. Il tratto di pneumatico a contatto con l'asfalto non striscia lateralmente: l'attrito è statico.

12. F. Da $mv^2/r = \mu_s mg$ la massa si semplifica: $v_{max} = \sqrt{(\mu_s g r)}$.

13. V. In alto il corpo sta sotto la pista: la pista lo spinge verso il basso, cioè verso il centro, come il peso.

14. V. La risultante è nulla e il corpo si muove di moto rettilineo uniforme: per il primo principio è in equilibrio.

15. $a = g$ sen $25° = 9{,}8 \text{ m/s}^2 \times 0{,}423 \approx 4{,}1 \text{ m/s}^2$.

16. $mg = 5{,}0 \text{ kg} \times 9{,}8 \text{ m/s}^2 = 49 \text{ N}$; $P_{//} = 49 \text{ N} \times \text{sen } 40° \approx 31 \text{ N}$; $P_{\perp} = 49 \text{ N} \times \cos 40° \approx 38 \text{ N}$; $N = P_{\perp} \approx 38 \text{ N}$.

17. Sul blocco agiscono il peso, la reazione normale e l'attrito verso l'alto lungo il piano. $a = g(\text{sen } 35° - 0{,}30 \times \cos 35°) = 9{,}8 \text{ m/s}^2 \times (0{,}574 - 0{,}30 \times 0{,}819) \approx 3{,}2 \text{ m/s}^2$.

18. $\mu_s = \tan 22° \approx 0{,}40$.

19. forza; risultante; centro; mv^2/r (oppure $m\omega^2 r$).

20. La tensione è la forza centripeta: $F_T = mv^2/r = 0{,}20 \text{ kg} \times (3{,}0 \text{ m/s})^2/0{,}60 \text{ m} = 3{,}0 \text{ N}$.

21. $v_{max} = \sqrt{(0{,}70 \times 9{,}8 \text{ m/s}^2 \times 80 \text{ m})} \approx 23{,}4 \text{ m/s} \approx 84 \text{ km/h}$.

22. a) 55 m/s, il valore a cui la curva tende (asintoto orizzontale). b) Circa 39 m/s; senza aria $9{,}8 \text{ m/s}^2 \times 5 \text{ s} = 49 \text{ m/s}$. c) $g = 9{,}8 \text{ m/s}^2$: all'inizio la velocità è nulla, quindi è nulla anche la forza resistente, e agisce solo il peso; infatti la curva parte tangente alla retta $v = gt$.

23. Sullo sciatore agiscono il peso, la reazione normale e l'attrito verso l'alto lungo il pendio. a) $a = 9{,}8 \text{ m/s}^2 \times (0{,}342 - 0{,}10 \times 0{,}940) \approx 2{,}43 \text{ m/s}^2$. b) $t = \sqrt{(2s/a)} = \sqrt{(100 \text{ m} / 2{,}43 \text{ m/s}^2)} \approx 6{,}4 \text{ s}$. c) $v = \sqrt{(2as)} = \sqrt{(2 \times 2{,}43 \text{ m/s}^2 \times 50 \text{ m})} \approx 16 \text{ m/s}$. La massa non serve.

24. a) Sulla cassa agiscono il peso, la reazione normale, la spinta F verso l'alto lungo il piano e l'attrito verso il basso lungo il piano (la cassa sale). b) A velocità costante la risultante è nulla: $F = mg(\text{sen } 15° + \mu_d \cos 15°) = 392 \text{ N} \times (0{,}259 + 0{,}25 \times 0{,}966) \approx 196 \text{ N} \approx 2{,}0 \times 10^2 \text{ N}$. c) $a = (250 \text{ N} - 196 \text{ N})/40 \text{ kg} \approx 1{,}3 \text{ m/s}^2$, verso l'alto lungo il piano.

25. a) Sulla persona agiscono il peso (in basso), l'attrito statico della parete (in alto) e la reazione normale della parete (orizzontale, verso l'asse), che è la forza centripeta. b) Lungo la verticale $mg = F_s \le \mu_s N$; lungo il raggio $N = mv^2/r$. Quindi $mg \le \mu_s mv^2/r$ e $v \ge \sqrt{(gr/\mu_s)} = \sqrt{(9{,}8 \text{ m/s}^2 \times 2{,}5 \text{ m} / 0{,}40)} \approx 7{,}8 \text{ m/s}$. c) $T = 2\pi r/v = 2\pi \times 2{,}5 \text{ m} / 7{,}83 \text{ m/s} \approx 2{,}0 \text{ s}$ al massimo; frequenza minima $1/T \approx 0{,}50 \text{ Hz}$, cioè circa 30 giri/min.

26. Sull'auto agiscono peso, reazione normale ($N = mg = 9{,}8 \times 10^3 \text{ N}$) e attrito statico verso il centro. a) $54 \text{ km/h} = 15 \text{ m/s}$; $F_s = mv^2/r = 1000 \text{ kg} \times (15 \text{ m/s})^2/60$

$m \approx 3{,}8 \times 10^3$ N. b) $\mu_s \geq F_s/(mg) = 3750$ N / 9800 N ≈ 0,38. c) $v_{max} = \sqrt{(0{,}10 \times 9{,}8\ \text{m/s}^2 \times 60\ \text{m})} \approx 7{,}7$ m/s ≈ 28 km/h.

27. a) Sull'auto agiscono solo il peso, verticale, e la reazione normale, perpendicolare alla carreggiata e quindi inclinata di α rispetto alla verticale, verso il centro. b) Verticale: $N \cos \alpha - mg = 0$. Orizzontale (verso il centro): $N \operatorname{sen} \alpha = mv^2/r$. Dividendo membro a membro la seconda per la prima ($N \cos \alpha = mg$): $\tan \alpha = v^2/(rg)$. c) 90 km/h = 25 m/s; $\tan \alpha = (25\ \text{m/s})^2/(120\ \text{m} \times 9{,}8\ \text{m/s}^2) \approx 0{,}531$; $\alpha = \tan^{-1} 0{,}531 \approx 28°$.

28. a) Nel punto più alto peso dell'acqua e spinta del fondo puntano verso il centro; al limite la spinta è nulla e $mg = mv^2/r$: $v_{min} = \sqrt{(gr)} = \sqrt{(9{,}8\ \text{m/s}^2 \times 0{,}90\ \text{m})} \approx 3{,}0$ m/s. b) $f = v/(2\pi r) = 2{,}97$ m/s / $(2\pi \times 0{,}90\ \text{m}) \approx 0{,}53$ giri al secondo, cioè circa un giro ogni 1,9 s (in realtà il moto non è uniforme: è più lento in alto).

29. Sul paracadutista agiscono il peso e la forza resistente verso l'alto. a) A velocità limite $F_r = mg = 75\ \text{kg} \times 9{,}8\ \text{m/s}^2 = 735\ \text{N} \approx 7{,}4 \times 10^2$ N. b) $k = F_r/v_{lim}^2 = 735\ \text{N}/(50\ \text{m/s})^2 \approx 0{,}29$ kg/m. c) A metà velocità la forza è un quarto: $F_r = 735\ \text{N}/4 \approx 184$ N; $a = (735\ \text{N} - 184\ \text{N})/75\ \text{kg} \approx 7{,}35\ \text{m/s}^2$, verso il basso. d) $k = mg/v_{lim}^2$: a parità di peso, k deve diventare $(50/5{,}0)^2 = 100$ volte più grande.

30. L'errore è nella forza premente: su un piano inclinato $N = mg \cos \alpha$, non mg. Correzione: $F_d = 0{,}20 \times 3{,}0\ \text{kg} \times 9{,}8\ \text{m/s}^2 \times \cos 30° \approx 5{,}1$ N; $a = 4{,}9\ \text{m/s}^2 - 5{,}09\ \text{N}/3{,}0\ \text{kg} \approx 3{,}2\ \text{m/s}^2$.

31. Traccia di risposta. Dal suolo, che è un sistema inerziale, il passeggero tende per inerzia a proseguire in linea retta con la velocità che ha. L'auto invece curva a sinistra: il sedile e la portiera di destra «vengono incontro» al passeggero e lo spingono verso sinistra, cioè verso il centro della curva. Questa spinta (attrito del sedile e reazione della portiera) è la forza centripeta che lo fa girare con l'auto, secondo il secondo principio. La sensazione di essere spinti a destra è la pressione della portiera sul fianco, che agisce verso sinistra: nessun corpo spinge il passeggero verso destra.

32. Traccia di risposta. a) A velocità limite $kv_{lim}^2 = mg$: con la stessa forma (stesso k) e massa quadrupla, $v_{lim} = \sqrt{(mg/k)}$ raddoppia. b) Si lasciano cadere da circa 2 m; si misura con un video (con un metro verticale sullo sfondo) il tempo impiegato a percorrere l'ultimo metro, dopo aver controllato che la velocità sia costante in quel tratto; 5 prove per ogni numero di pirottini (1, 2, 3, 4, 5), con media e semidispersione. Il modello prevede v_{lim}^2 proporzionale a m: il grafico di v_{lim}^2 in funzione del numero di pirottini dovrebbe essere una retta per l'origine (in alternativa, v_{lim} in funzione di $\sqrt{n}$).