CAPITOLO

6

Il terzo principio e i sistemi di corpi

All'azione è sempre contraria e uguale la reazione: ossia, le azioni di due corpi l'uno sull'altro sono sempre uguali e dirette in versi opposti. — Isaac Newton, Philosophiae Naturalis Principia Mathematica (1687), Lex III (traduzione dal latino)

OBIETTIVI

1. Enunciare il terzo principio della dinamica e riconoscere le coppie di azione e reazione, con la notazione $\boldsymbol{F}_{\mathrm{AB}}$.
2. Spiegare perché le forze di una coppia non si annullano e perché peso e reazione normale non formano una coppia.
3. Spiegare con il terzo principio il camminare, il nuotare, la propulsione dei razzi e il paradosso del cavallo e del carro.
4. Distinguere forze interne ed esterne in un sistema di corpi e usare il metodo del sistema intero.
5. Risolvere problemi con corpi collegati da funi e carrucole scrivendo il secondo principio per ciascun corpo, compresa la macchina di Atwood.
6. Verificare in laboratorio il terzo principio con due dinamometri.

INDICE DEL CAPITOLO

6.1 Il terzo principio della dinamica 2
6.2 Il terzo principio intorno a noi 6
6.3 I sistemi di corpi 10
6.4 Corpi collegati da una carrucola 12

Fisica 2 · Parte II · I principi della dinamica · versione 1.0
Capitolo 6: Il terzo principio e i sistemi di corpi · pagine 145–168 del volume completo · estratto per lo studio

Prova a spingere una parete con il palmo della mano: la parete non si muove, ma senti qualcosa premere contro la mano. È la parete che spinge te. Se fai la stessa cosa in piedi su uno skateboard, sei tu a partire all'indietro. Una barca che si stacca dal molo quando il marinaio vi punta contro un remo, un'automobile che parte perché le ruote spingono l'asfalto: le forze non compaiono mai da sole. Ogni volta che un corpo agisce su un altro, il secondo agisce sul primo.

Nei capitoli 4 e 5 abbiamo studiato **un corpo alla volta**. Ora allarghiamo lo sguardo. Il **terzo principio della dinamica** dice come sono legate le forze che due corpi si scambiano, e completa le leggi di Newton. Ci servirà per sciogliere alcuni equivoci famosi, come quello del libro sul tavolo del primo volume, e per risolvere problemi con **più corpi collegati**: blocchi che si spingono, corpi legati da una fune, corpi appesi a una carrucola.

6.1 Il terzo principio della dinamica

6.1.1 Le forze nascono dalle interazioni

Nel primo volume (*Fisica 1*, capitolo 7) hai imparato a porti, davanti a ogni forza, due domande: **chi la esercita, e su chi?** Il peso di una mela è la forza che la Terra esercita sulla mela; la tensione di un filo è la forza che il filo esercita sul corpo legato. Una forza coinvolge sempre **due** corpi: uno che la esercita e uno che la subisce.

L'esperienza mostra che questa relazione non è mai a senso unico. Se premi una pietra con un dito, anche la pietra preme il dito; se una calamita attira un chiodo, anche il chiodo attira la calamita (posati su due pezzi di sughero che galleggiano, si muovono l'uno verso l'altro); se la Terra attira la mela, anche la mela attira la Terra. L'azione reciproca fra due corpi si chiama **interazione**: ogni forza è uno dei due «lati» di un'interazione.

Per non confondere le due forze di un'interazione useremo, da qui alla fine del libro, una notazione precisa: $\boldsymbol{F}_{\mathrm{AB}}$ indica la forza **esercitata dal corpo A sul corpo B**. Il primo indice dice chi esercita la forza, il secondo chi la subisce. Così $\boldsymbol{F}_{\mathrm{BA}}$ è la forza che B esercita su A.

6.1.2 L'enunciato

Come sono legate $\boldsymbol{F}_{\mathrm{AB}}$ e $\boldsymbol{F}_{\mathrm{BA}}$? La risposta, suggerita da moltissime osservazioni e confermata da tutte le misure, è il **terzo principio della dinamica**, detto anche **principio di azione e reazione**:

DA RICORDARE

Terzo principio della dinamica. Se un corpo A esercita una forza $\boldsymbol{F}_{AB}$ su un corpo B, allora il corpo B esercita sul corpo A una forza $\boldsymbol{F}_{BA}$ che ha lo stesso modulo, la stessa direzione e verso opposto:

$$\boldsymbol{F}_{AB} = -\boldsymbol{F}_{BA}$$

Le due forze agiscono su **corpi diversi**, hanno la **stessa natura** e agiscono **nello stesso istante**.

Le due forze formano una **coppia di azione e reazione**. Quale delle due si chiami **azione** e quale **reazione** è una scelta di comodo: nessuna delle due è la causa dell'altra. Non confonderla con la «coppia di forze» del primo volume (*Fisica 1*, capitolo 10), formata da due forze applicate allo **stesso** corpo rigido per farlo ruotare.

Ognuna delle tre precisazioni dell'enunciato corrisponde a un errore frequente.

- **Corpi diversi.** Una forza della coppia agisce su A, l'altra su B. Per questo le due forze **non si annullano mai**: si annullano soltanto forze che agiscono sullo stesso corpo, e solo quando si sommano nel calcolo della risultante su quel corpo. Nel diagramma di corpo libero di un corpo compare sempre **una sola** forza di ciascuna coppia.
- **Stessa natura.** Se l'azione è una forza gravitazionale, lo è anche la reazione; se l'azione è una forza di contatto (una spinta, un attrito, una tensione), lo è anche la reazione. Il peso di un corpo, che è gravitazionale, non può avere per reazione una spinta di contatto come la reazione normale.
- **Nello stesso istante.** La reazione non arriva «dopo», come una risposta: le due forze nascono e cessano insieme.

Il terzo principio vale per ogni tipo di forza e qualunque sia lo stato di moto dei corpi, fermi, in moto uniforme o in accelerazione. Per questo è poco intuitivo: quando un'auto tampona un camion, durante l'urto l'auto spinge il camion con una forza esattamente uguale, in modulo, a quella con cui il camion spinge l'auto. Gli effetti sono molto diversi, ma le forze no.

APPROFONDIMENTO

La terza legge nelle parole di Newton

Nei *Principia* (1687) la terza legge del moto è scritta così: «*Actioni contrariam semper & æqualem esse reactionem: sive corporum duorum actiones in se mutuo semper esse æquales & in partes contrarias dirigi.*» Cioè: all'azione è sempre contraria e uguale la reazione; ossia, le azioni di due corpi l'uno sull'altro sono sempre uguali e dirette in versi opposti (traduzione dal latino).

Newton accompagna l'enunciato con esempi molto concreti. Chi preme una pietra con un dito ha a sua volta il dito premuto dalla pietra. Se un cavallo trascina una pietra legata a una fune, anche il cavallo, per così dire, è tirato indietro verso la pietra con la stessa forza, perché la fune tesa tira il cavallo verso la pietra quanto tira la pietra verso il cavallo.

Il cavallo e la pietra torneranno tra poco, in un paradosso che ha messo in difficoltà generazioni di studenti.

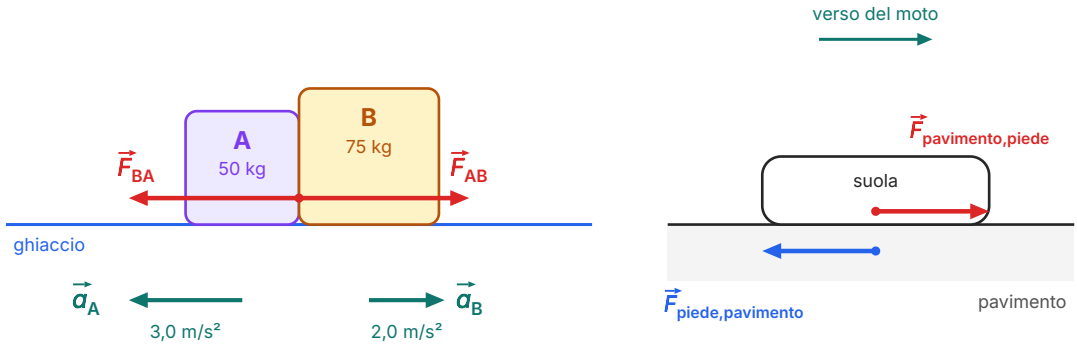
6.1.3 Forze uguali, accelerazioni diverse

Due pattinatori fermi sul ghiaccio si spingono con le mani (Figura 6.1a). Per il terzo principio le due forze hanno lo stesso modulo, qualunque sia il pattinatore che «spinge di più». Eppure i due non si comportano allo stesso modo: per il secondo principio, trascurando l'attrito, ciascuno acquista un'accelerazione uguale alla forza che **lui** subisce divisa per la **sua** massa:

$$a_A = \frac{F}{m_A} \qquad a_B = \frac{F}{m_B} \qquad \Rightarrow \qquad \frac{a_A}{a_B} = \frac{m_B}{m_A}$$

Le accelerazioni sono inversamente proporzionali alle masse: il pattinatore più leggero si allontana più rapidamente. Le forze sono uguali, gli effetti no, perché le stesse forze agiscono su corpi con inerzia diversa.

Lo stesso vale per una mela di 0,20 kg che cade: la Terra la attira con $0{,}20\ \text{kg} \times 9{,}8\ \text{m/s}^2 \approx 2{,}0$ N, e la mela attira la Terra con 2,0 N verso l'alto. La mela accelera di $9{,}8\ \text{m/s}^2$, la Terra ($5{,}97 \times 10^{24}$ kg) di appena $2{,}0\ \text{N} / (5{,}97 \times 10^{24}\ \text{kg}) \approx 3 \times 10^{-25}\ \text{m/s}^2$, un valore che nessuno strumento può rilevare. Per questo diciamo che la mela cade sulla Terra, e non il contrario.



a) due pattinatori si spingono
forze uguali, accelerazioni diverse

b) camminare
la spinta del pavimento è in avanti

Figura 6.1 a) Due pattinatori, A (50 kg) e B (75 kg), si spingono sul ghiaccio: la forza $\boldsymbol{F}_{AB}$ su B e la forza $\boldsymbol{F}_{BA}$ su A hanno lo stesso modulo (150 N), ma le accelerazioni, in verde acqua, sono inversamente proporzionali alle masse (forze e accelerazioni in scale diverse). b) Camminare: il piede spinge il pavimento all'indietro e il pavimento, con l'attrito statico, spinge il piede in avanti. Le due forze della coppia sono disegnate sfalsate in verticale per non sovrapporle: sono applicate entrambe nel contatto, quella del pavimento alla suola, quella del piede al pavimento.

ESEMPIO SVOLTO

Due pattinatori che si spingono

Problema. Anna (50 kg) e Bruno (75 kg) sono fermi sul ghiaccio e si spingono a vicenda con le mani; durante la spinta, che dura 0,40 s, la forza che si scambiano vale circa 150 N. Trascurando l'attrito, calcola l'accelerazione di ciascuno e la velocità con cui si separano.

Soluzione. Su Anna agisce, in orizzontale, solo la forza di Bruno, $\boldsymbol{F}_{BA}$, di modulo 150 N; su Bruno solo la forza di Anna, $\boldsymbol{F}_{AB}$, di 150 N e verso opposto (in verticale peso e reazione del ghiaccio si equilibrano per ciascuno). Per il secondo principio:

$$a_A = \frac{150\ \text{N}}{50\ \text{kg}} = 3{,}0\ \text{m/s}^2 \qquad a_B = \frac{150\ \text{N}}{75\ \text{kg}} = 2{,}0\ \text{m/s}^2$$

Durante la spinta il moto di ciascuno è uniformemente accelerato con partenza da fermo, quindi alla fine $v = at$: Anna si allontana a 3,0 m/s² × 0,40 s = 1,2 m/s, Bruno a 2,0 m/s² × 0,40 s = 0,80 m/s, in versi opposti.

Controllo. Il rapporto delle velocità, 1,2/0,80 = 1,5, è uguale al rapporto inverso delle masse, 75/50 = 1,5: chi ha massa doppia acquista metà velocità.

6.2 Il terzo principio intorno a noi

6.2.1 Camminare, remare, nuotare

Per metterti in moto ti serve una forza esterna in avanti: i tuoi muscoli, da soli, non possono spingere il tuo corpo, perché agiscono fra parti dello stesso corpo. Quando cammini, il piede appoggiato a terra spinge il pavimento **all'indietro**; per il terzo principio il pavimento spinge il piede **in avanti** (Figura 6.1b). Questa seconda forza, che è l'attrito statico fra suola e pavimento, è la forza esterna che ti fa accelerare. Sul ghiaccio, dove l'attrito è piccolo, il piede scivola e il pavimento non riesce a spingerti.

Allo stesso modo le ruote motrici di un'auto spingono la strada all'indietro e la strada spinge le ruote in avanti; il rematore e il nuotatore spingono l'acqua all'indietro, e l'acqua spinge in avanti la barca o il nuotatore. Muoversi spingendo all'indietro qualcosa si chiama **propulsione**: per andare avanti bisogna spingere qualcosa indietro.

COLLEGAMENTI

Come fa un razzo a muoversi nel vuoto?

Un'idea diffusa è che un razzo salga perché i gas di scarico «spingono contro l'aria». Non è così: il razzo funziona anche nel vuoto, anzi meglio, perché non c'è aria a frenarlo. Il propellente brucia e produce gas caldissimi, che il motore espelle all'indietro ad alta velocità: il razzo spinge i gas all'indietro, e i gas spingono il razzo in avanti, con una forza di contatto sulle pareti interne del motore.

È lo stesso principio del palloncino gonfiato e lasciato andare aperto; anche i motori a getto degli aerei funzionano così, ma prelevano dall'atmosfera l'aria che poi espellono. Questo modo di muoversi si chiama **propulsione a reazione**: il nome viene proprio dal principio di azione e reazione. Per descriverlo in modo quantitativo serve una grandezza, la quantità di moto, che studierai il prossimo anno.

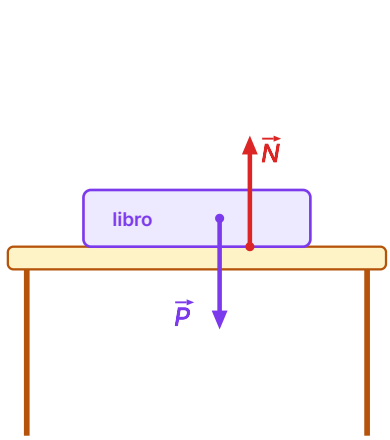
6.2.2 Il libro sul tavolo, di nuovo

Nel primo volume (*Fisica 1*, capitolo 8) ti avevamo messo in guardia da un errore molto comune: dire che la reazione normale del tavolo su un libro è uguale al peso del libro «per azione e reazione». Ora che conosciamo il terzo principio possiamo chiarire perché è sbagliato, e quali sono davvero le coppie in gioco (Figura 6.2).

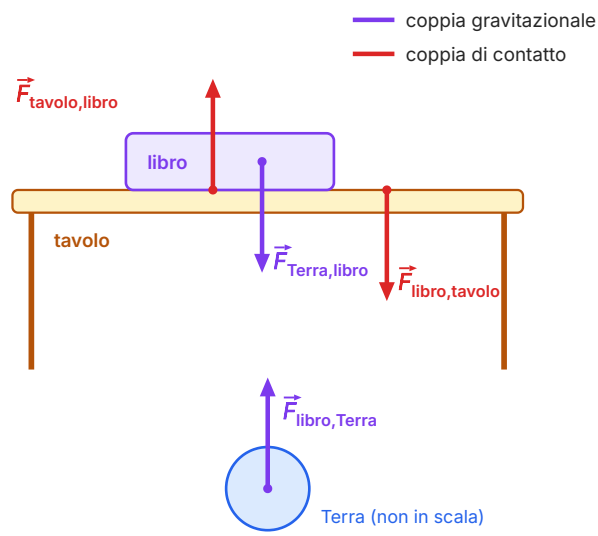
Sul libro agiscono due forze: il peso $\boldsymbol{P}$, cioè la forza con cui la Terra attira il libro, e la reazione normale $\boldsymbol{N}$, cioè la forza con cui il tavolo spinge il libro verso l'alto. Ciascuna appartiene a una coppia diversa:

- **coppia gravitazionale**: la Terra attira il libro ($\boldsymbol{F}_{\text{Terra,libro}}$, cioè il peso, applicato al libro e diretto verso il basso) e il libro attira la Terra ($\boldsymbol{F}_{\text{libro,Terra}}$, applicata alla Terra e diretta verso l'alto, verso il libro);
- **coppia di contatto**: il tavolo spinge il libro verso l'alto ($\boldsymbol{F}_{\text{tavolo,libro}}$, cioè $\boldsymbol{N}$, applicata al libro) e il libro preme sul tavolo verso il basso ($\boldsymbol{F}_{\text{libro,tavolo}}$, applicata al tavolo: è la forza premente $F_\perp$ del primo volume).

Peso e reazione normale agiscono sullo **stesso corpo** e hanno **natura diversa**: non possono essere una coppia di azione e reazione. Sono uguali in modulo solo perché il libro è in equilibrio e nessun'altra forza verticale agisce su di esso; è il primo principio (o il secondo con $a = 0$), non il terzo, a dire che $N = P$. Il terzo principio, invece, spiega un fatto che il primo volume aveva soltanto osservato: la forza premente del libro sul tavolo è sempre uguale in modulo alla reazione normale del tavolo sul libro, $F_\perp = N$, perché le due forze formano una coppia.



a) le forze che agiscono sul libro



b) le due coppie di azione e reazione

Figura 6.2 a) Le forze che agiscono sul libro fermo: il peso $\boldsymbol{P}$ e la reazione normale $\boldsymbol{N}$, uguali in modulo perché il libro è in equilibrio (sono disegnate affiancate per chiarezza). b) Le due coppie di azione e reazione, in scala (libro di 1,0 kg: 9,8 N): in viola la coppia gravitazionale, con la reazione applicata al centro della Terra; in rosso la coppia di contatto, con la reazione applicata al tavolo (sfalsata di lato per chiarezza). Le altre forze che agiscono sul tavolo non sono disegnate.

ERRORE FREQUENTE

«Il peso del libro e la reazione del tavolo sono uguali e opposti per il terzo principio»: **falso**. Le due forze agiscono sullo stesso corpo, il libro, e una è gravitazionale, l'altra di contatto. La reazione del peso è la forza con cui il libro attira la Terra; la reazione di $\boldsymbol{N}$ è la forza con cui il libro preme sul tavolo.

La prova che $N = P$ non è una legge generale è nel capitolo 5: in un ascensore che accelera verso l'alto la reazione del pavimento supera il peso, $N = m(g + a)$. Anche allora, però, la forza con cui i piedi premono sul pavimento è esattamente uguale a N: il terzo principio vale sempre, l'uguaglianza fra N e P no.

6.2.3 Il paradosso del cavallo e del carro

Un ragionamento che sembra impeccabile: «Il cavallo tira il carro con una forza $\boldsymbol{F}_{\text{cavallo,carro}}$. Per il terzo principio il carro tira il cavallo indietro con una forza $\boldsymbol{F}_{\text{carro,cavallo}}$ uguale e opposta. Le due forze si annullano, quindi il carro non può muoversi.» Eppure i carri si muovono. Dov'è l'errore? È il **paradosso del cavallo e del carro**, e si scioglie applicando con cura ciò che abbiamo appena visto.

Le due forze uguali e opposte agiscono su **corpi diversi**, quindi non si sommano e non si annullano. Per sapere se il carro accelera bisogna guardare **solo le forze che agiscono sul carro**: in orizzontale, la trazione del cavallo in avanti e le resistenze al rotolamento delle ruote all'indietro. Se la trazione supera le resistenze, il carro accelera.

Sul cavallo agiscono, in orizzontale, la forza del carro che lo tira indietro e l'attrito del terreno sugli zoccoli, in avanti: come nel camminare, il cavallo spinge il terreno all'indietro e il terreno lo spinge in avanti. Il cavallo accelera se questa spinta supera la forza con cui il carro lo trattiene. Sul ghiaccio, dove gli zoccoli scivolano, il cavallo non riesce a partire: a mettere in moto il sistema cavallo + carro, in ultima analisi, è il terreno.

6.2.4 Verificare il terzo principio

Il terzo principio si verifica con due dinamometri agganciati: il dinamometro A misura la forza di B su A, il dinamometro B quella di A su B. Il terzo principio prevede letture uguali, anche quando i dinamometri si muovono o accelerano.

COLLEGAMENTI

In laboratorio: due dinamometri che si tirano

Materiali. Due dinamometri uguali, di portata 10 N e sensibilità 0,1 N; un carrello zavorrato con circa 1 kg su un piano orizzontale; uno smartphone su un supporto; facoltativi: due carrelli di massa diversa e una molla compressa fra loro, tenuta da un filo.

Procedimento. 1) Azzera i dinamometri tenendoli in orizzontale. 2) Aggancia fra loro i due dinamometri: uno studente tiene fermo A, un altro tira B con forze crescenti; leggi le due scale. 3) Attacca A al carrello e trascinalo tirando B, prima a velocità circa costante e poi con piccoli strappi; riprendi le due scale con lo smartphone e leggile sullo stesso fotogramma. 4) Facoltativo: taglia il filo che tiene compressa la molla fra i due carrelli e osserva quale si allontana più rapidamente.

Tabella 6.1 Letture dei due dinamometri (incertezza ± 0,1 N per ciascuna lettura; dati tipici di una prova).

Situazione	F_{BA} letta su A (N)	F_{AB} letta su B (N)	Differenza (N)
fermi	2,0	2,0	0,0
fermi	4,1	4,0	−0,1
fermi	6,0	6,1	0,1
fermi	8,0	8,0	0,0
velocità costante	1,4	1,4	0,0
velocità costante	2,6	2,5	−0,1
in accelerazione	3,2	3,1	−0,1
in accelerazione	4,6	4,6	0,0

Che cosa concludere. In tutte le prove le due letture differiscono al più di 0,1 N, meno dell'incertezza della differenza (0,1 N + 0,1 N = 0,2 N): le due forze sono uguali entro le incertezze, da fermi, a velocità costante e in accelerazione. Riportando F_{AB} in funzione di F_{BA} si ottiene una retta per l'origine di pendenza 1,00 entro circa il 2%. Nella prova facoltativa il carrello più leggero si allontana più velocemente: forze uguali, accelerazioni inversamente proporzionali alle masse.

Sicurezza. Non superare la portata dei dinamometri; non lasciare di colpo un dinamometro teso, perché il gancio può scattare verso chi tiene l'altro. La molla compressa va liberata con il carrello rivolto verso uno spazio libero.

Per la relazione. Segui lo schema di *Fisica 1*, capitolo 5. Riporta la tabella delle letture e il grafico F_{AB}–F_{BA} con le barre d'incertezza su entrambi gli assi; traccia la retta per l'origine che me-

glio si adatta ai punti e ricava la pendenza con la sua incertezza, con le rette di massima e minima pendenza, verificando la compatibilità con il valore 1 previsto dal terzo principio. Discuti gli errori sistematici: azzeramento imperfetto, dinamometri non orizzontali (entra nella lettura parte del loro peso), immagine mossa nelle prove in movimento. Spiega che cosa cambierebbe se fra i due dinamometri ci fosse una fune di massa non trascurabile.

6.3 I sistemi di corpi

6.3.1 Forze interne e forze esterne

Un treno, due blocchi appoggiati l'uno all'altro, due corpi legati dalla stessa fune: in molti problemi più corpi si muovono insieme, scambiandosi forze. Un insieme di corpi che decidiamo di studiare insieme si chiama **sistema di corpi**. Una volta scelto il sistema, le forze si dividono in due gruppi:

- le **forze interne** sono quelle che i corpi del sistema si scambiano fra loro: la tensione dei ganci fra i vagoni, la spinta di un blocco sull'altro, la tensione della fune che lega due corpi;
- le **forze esterne** sono quelle esercitate sui corpi del sistema da corpi che non ne fanno parte: i pesi (esercitati dalla Terra), le reazioni dei binari o del pavimento, gli attriti, la forza di chi spinge o tira dall'esterno.

La distinzione dipende dalla scelta del sistema: la forza del gancio fra due vagoni è interna per l'intero treno, esterna per il solo secondo vagone. Per il terzo principio le forze interne vengono sempre **a coppie** uguali e opposte. Sommando le forze che agiscono su tutti i corpi del sistema, le forze interne si cancellano a due a due e resta soltanto la risultante delle forze esterne.

Ne segue una scorciatoia molto utile. Se i corpi del sistema si muovono insieme, con la stessa accelerazione $\boldsymbol{a}$, sommando il secondo principio scritto per ciascun corpo si ottiene

$$\boldsymbol{F}_{\text{est}} = (m_1 + m_2 + \ldots)\,\boldsymbol{a}$$

cioè il sistema si comporta come un unico corpo di massa uguale alla somma delle masse, soggetto alle sole forze esterne. Chiameremo questo modo di ragionare **metodo del sistema intero**. Esso dà l'**accelerazione comune** del sistema, ma non dice nulla sulle forze interne: per trovare quelle bisogna isolare i singoli corpi.

6.3.2 Due blocchi a contatto

Due blocchi, A di 4,0 kg e B di 2,0 kg, sono appoggiati su un piano orizzontale liscio, l'uno a contatto con l'altro. Una mano spinge A con una forza orizzontale $F = 30$ N, e A a sua volta spinge B (Figura 6.3). Qual è l'accelerazione dei blocchi, e con quale forza A spinge B?

Il sistema intero. In verticale, per ciascun blocco, il peso è equilibrato dalla reazione del piano. In orizzontale l'unica forza esterna è F: le spinte fra i blocchi sono interne. I due blocchi

restano a contatto e hanno la stessa accelerazione:

$$a = \frac{F}{m_A + m_B} = \frac{30\ \text{N}}{6{,}0\ \text{kg}} = 5{,}0\ \text{m/s}^2$$

Il blocco B da solo. In orizzontale su B agisce soltanto la spinta di A, $\boldsymbol{F}_{AB}$, che deve imprimere a B l'accelerazione comune: $F_{AB} = m_B\, a = 2{,}0\ \text{kg} \times 5{,}0\ \text{m/s}^2 = 10\ \text{N}$. *Il blocco A da solo.* Su A agiscono la forza della mano, 30 N in avanti, e la spinta di B, $\boldsymbol{F}_{BA}$, all'indietro, di 10 N per il terzo principio: la risultante è 20 N e infatti $4{,}0\ \text{kg} \times 5{,}0\ \text{m/s}^2 = 20\ \text{N}$. I conti tornano.

Ora scambiamo i blocchi: la mano spinge B, e B spinge A. L'accelerazione non cambia (stessa forza esterna, stessa massa totale), ma la forza fra i blocchi diventa $m_A\, a = 4{,}0\ \text{kg} \times 5{,}0\ \text{m/s}^2 = 20$ N. La forza di contatto deve accelerare il blocco che sta davanti: maggiore è la sua massa, maggiore deve essere la spinta.

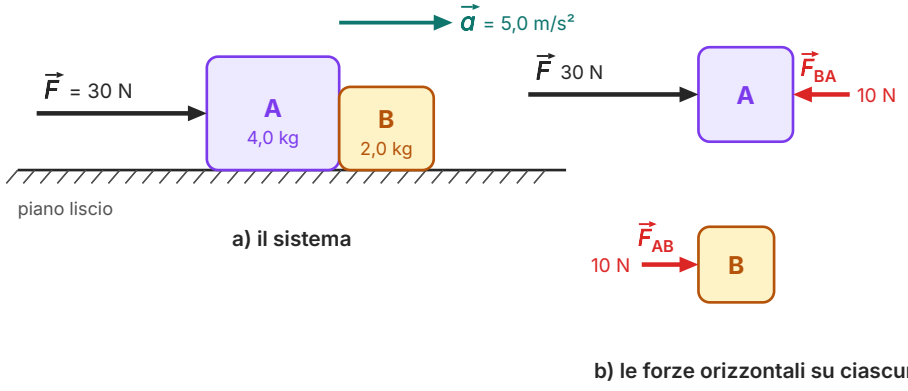


Figura 6.3 Due blocchi a contatto su un piano liscio spinti da una forza di 30 N. a) Il sistema: l'accelerazione comune è 5,0 m/s^2. b) Le forze orizzontali su ciascun blocco, in scala (pesi e reazioni del piano, che si equilibrano, non sono disegnati): $\boldsymbol{F}_{BA}$ su A e $\boldsymbol{F}_{AB}$ su B formano una coppia di azione e reazione di 10 N.

6.3.3 La fune in dinamica

Nel primo volume (*Fisica 1*, capitolo 8) hai definito il filo ideale, inestensibile e di massa trascurabile, con tensione uguale in tutti i punti. Vale anche quando la fune accelera? Consideriamo una slitta di 4,0 kg sul ghiaccio, trainata da una fune di 0,20 kg tirata con una forza orizzontale di 21 N. Slitta e fune si muovono insieme, con accelerazione 21 N / 4,2 kg = 5,0 m/s^2. Per accelerare la slitta la fune deve tirarla con $4{,}0\ \text{kg} \times 5{,}0\ \text{m/s}^2 = 20$ N: all'estremo attaccato alla slitta la tensione vale 20 N, all'estremo tirato dalla mano 21 N. La differenza, 1,0 N, è proprio la forza che serve ad accelerare la fune stessa ($0{,}20\ \text{kg} \times 5{,}0\ \text{m/s}^2$).

Se la massa della fune è trascurabile, anche questa differenza lo è: le tensioni ai due estremi sono uguali. È la ragione dinamica dell'idealizzazione del primo volume: **in una fune di massa trascurabile la tensione è la stessa in tutti i punti, anche quando il sistema accelera**. E poiché

la fune è inestensibile, tutti i corpi legati alla fune tesa si muovono con la stessa velocità e quindi con accelerazioni dello stesso modulo. Lo stesso vale per una fune che passa su una carrucola ideale, che cambia la direzione della tensione senza cambiarne il modulo.

Per esempio, due blocchi, A di 3,0 kg davanti e B di 5,0 kg dietro, legati da una fune ideale, sono trainati su un piano liscio da una forza di 24 N applicata ad A. Con il metodo del sistema intero $a = 24\ \text{N} / 8{,}0\ \text{kg} = 3{,}0\ \text{m/s}^2$; isolando B, sul quale in orizzontale agisce soltanto la tensione, $T = m_B\, a = 5{,}0\ \text{kg} \times 3{,}0\ \text{m/s}^2 = 15\ \text{N}$.

6.4 Corpi collegati da una carrucola

Quando i corpi si muovono in direzioni diverse, come un blocco sul tavolo e un corpo che scende in verticale, conviene una strada più generale: applicare il metodo del capitolo 5 **a ciascun corpo separatamente**. Per **corpi collegati** da una fune si ottiene un sistema di equazioni lineari, come quelli che stai studiando in matematica.

DA RICORDARE

Come si risolve un problema con corpi collegati

1. Disegna un diagramma di corpo libero **per ciascun corpo**. Le forze che due corpi si scambiano compaiono una per diagramma, uguali e opposte; la tensione di una fune ideale ha lo stesso modulo T a entrambi gli estremi.
2. Per ciascun corpo scegli un asse orientato nel verso del moto previsto: con la fune tesa, tutti i corpi hanno accelerazione dello stesso modulo a.
3. Scrivi il secondo principio per ciascun corpo, lungo il suo asse: ottieni tante equazioni quante incognite (di solito a e T).
4. Risolvi il sistema. Se a risulta negativa, il verso ipotizzato è sbagliato (con l'attrito, che cambia verso con il moto, conviene ripartire).
5. Controlla unità, ordine di grandezza e, se puoi, il risultato con il metodo del sistema intero.

6.4.1 Un blocco sul tavolo e un corpo appeso

Un blocco di massa m_1 è appoggiato su un tavolo orizzontale; una fune ideale lo collega, passando su una carrucola ideale fissata al bordo del tavolo, a un corpo appeso di massa m_2 (Figura 6.4). Il corpo appeso scende, il blocco scivola verso la carrucola.

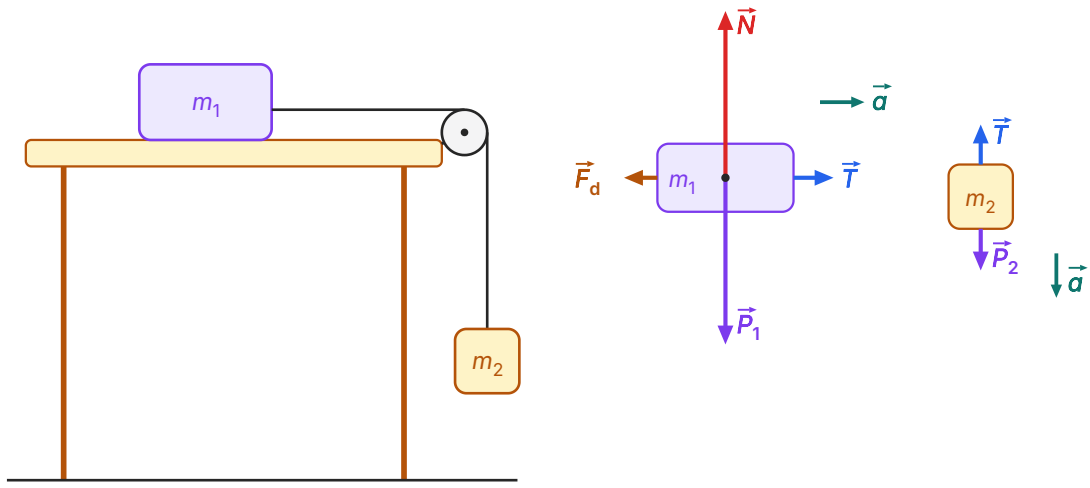
Blocco sul tavolo (asse orizzontale verso la carrucola). Sul blocco agiscono il peso $\boldsymbol{P}_1$ e la reazione normale $\boldsymbol{N}$, che in verticale si equilibrano ($N = m_1 g$), la tensione $\boldsymbol{T}$ verso la carrucola e l'attrito dinamico $\boldsymbol{F}_d$, di modulo $\mu_d\, m_1\, g$, opposto al moto. *Corpo appeso* (asse verticale verso il basso). Su di esso agiscono il peso $m_2 g$ verso il basso e la tensione T verso l'alto. Le due equazioni sono

$$T - \mu_d m_1 g = m_1 a \qquad m_2 g - T = m_2 a$$

Sommandole, la tensione si elimina e riappare il metodo del sistema intero: il peso del corpo appeso tira, l'attrito frena, e la massa da accelerare è quella dei due corpi.

$$a = \frac{m_2\, g - \mu_d\, m_1\, g}{m_1 + m_2} \qquad T = m_2(g - a)$$

Le formule valgono se il sistema si mette effettivamente in moto, cioè se il peso del corpo appeso supera l'attrito statico massimo sul blocco, $m_2 g > \mu_s\, m_1\, g$. Con il tavolo liscio ($\mu_d = 0$) si ottiene $a = m_2 g/(m_1 + m_2)$, sempre minore di g: il corpo appeso non cade liberamente, perché deve trascinarsi dietro il blocco.



a) il blocco e il corpo appeso **b) i diagrammi di corpo libero**

Figura 6.4 Un blocco su un tavolo con attrito collegato a un corpo appeso (dati dell'esempio svolto: m_1 = 2,0 kg, m_2 = 0,50 kg, μ_d = 0,20). a) Lo schema. b) I diagrammi di corpo libero, in scala: sul blocco $P_1 = N$ = 19,6 N, T = 4,70 N, F_d = 3,92 N; sul corpo appeso T = 4,70 N e P_2 = 4,90 N. L'accelerazione (in verde acqua) ha lo stesso modulo per i due corpi.

ERRORE FREQUENTE

«La fune tira il blocco con una forza uguale al peso del corpo appeso»: **falso**, salvo che il sistema sia fermo o si muova a velocità costante. Se il corpo appeso accelera verso il basso, la risultante su di esso è diretta verso il basso, quindi la tensione è **minore** del suo peso: $T = m_2(g - a)$. Scrivere $T = m_2 g$ equivale a dimenticare che anche il corpo appeso fa parte del sistema che accelera.

ESEMPIO SVOLTO

Il blocco trascinato dal corpo appeso

Problema. Nella situazione della Figura 6.4 il blocco ha massa 2,0 kg e i coefficienti d'attrito con il tavolo sono $\mu_s = 0{,}24$ e $\mu_d = 0{,}20$; il corpo appeso ha massa 0,50 kg. Il sistema, inizialmente fermo, viene lasciato libero. a) Si mette in moto? b) Calcola l'accelerazione e la tensione della fune. c) Quanto tempo impiega il blocco a percorrere 50 cm?

Soluzione. a) Il peso del corpo appeso vale $0{,}50\ \text{kg} \times 9{,}8\ \text{m/s}^2 = 4{,}90\ \text{N}$; l'attrito statico massimo sul blocco vale $0{,}24 \times 2{,}0\ \text{kg} \times 9{,}8\ \text{m/s}^2 \approx 4{,}70\ \text{N}$. Poiché $4{,}90\ \text{N} > 4{,}70\ \text{N}$, il sistema parte.

b) Sul blocco agiscono peso e reazione normale (che si equilibrano, $N = 19{,}6$ N), la tensione verso la carrucola e l'attrito dinamico, $\mu_d N = 0{,}20 \times 19{,}6\ \text{N} = 3{,}92\ \text{N}$, opposto al moto; sul corpo appeso agiscono il peso, 4,90 N, e la tensione. Con le equazioni scritte sopra:

$$a = \frac{4{,}90\ \text{N} - 3{,}92\ \text{N}}{2{,}0\ \text{kg} + 0{,}50\ \text{kg}} = \frac{0{,}98\ \text{N}}{2{,}5\ \text{kg}} \approx 0{,}39\ \text{m/s}^2$$

$T = m_2(g - a) = 0{,}50\ \text{kg} \times (9{,}8 - 0{,}392)\ \text{m/s}^2 \approx 4{,}7\ \text{N}$.

c) Il moto è uniformemente accelerato con partenza da ferma: $s = \tfrac{1}{2}at^2$, quindi $t = \sqrt{(2s/a)} = \sqrt{(2 \times 0{,}50\ \text{m} / 0{,}392\ \text{m/s}^2)} \approx 1{,}6$ s.

Controllo. Sul blocco: $T - F_d = 4{,}70\ \text{N} - 3{,}92\ \text{N} = 0{,}78\ \text{N}$, e $m_1 a = 2{,}0\ \text{kg} \times 0{,}392\ \text{m/s}^2 \approx 0{,}78\ \text{N}$. La tensione, 4,7 N, è minore del peso del corpo appeso (4,90 N) perché quel corpo accelera verso il basso, e maggiore dell'attrito (3,92 N) perché il blocco accelera verso la carrucola.

6.4.2 La macchina di Atwood

Due corpi di massa m_1 e m_2, con $m_1 > m_2$, sono appesi ai due estremi di una fune ideale che passa su una carrucola ideale fissata al soffitto (Figura 6.5). Il dispositivo si chiama **macchina di Atwood**, dal nome del fisico inglese George Atwood, che alla fine del Settecento lo usò per studiare il moto uniformemente accelerato: il corpo più pesante scende e l'altro sale, con un'accelerazione che si può rendere piccola a piacere scegliendo masse quasi uguali.

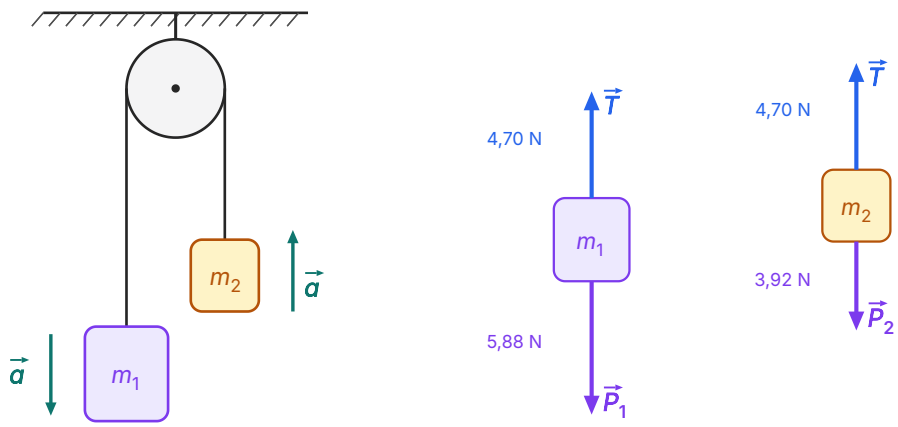
Orientiamo l'asse di m_1 verso il basso e quello di m_2 verso l'alto, nel verso del moto previsto. Su ciascun corpo agiscono soltanto il proprio peso e la tensione, che ha lo stesso modulo ai due estremi della fune:

$$m_1 g - T = m_1 a \qquad T - m_2 g = m_2 a$$

Sommando le due equazioni si ottiene $(m_1 - m_2)g = (m_1 + m_2)a$; sostituendo poi a nella seconda equazione si ricava la tensione:

$$a = \frac{(m_1 - m_2)\, g}{m_1 + m_2} \qquad T = \frac{2\, m_1\, m_2\, g}{m_1 + m_2}$$

Con $m_1 = 0{,}60$ kg e $m_2 = 0{,}40$ kg si trova $a = 0{,}20 \text{ kg} \times 9{,}8 \text{ m/s}^2 / 1{,}00 \text{ kg} = 1{,}96 \text{ m/s}^2$, cinque volte meno di g, e $T = 2 \times 0{,}60 \text{ kg} \times 0{,}40 \text{ kg} \times 9{,}8 \text{ m/s}^2 / 1{,}00 \text{ kg} \approx 4{,}70$ N. La tensione è compresa fra i due pesi, 3,92 N e 5,88 N: è minore del peso del corpo che scende e maggiore di quello del corpo che sale, come richiede il verso delle due accelerazioni. Con masse uguali, $a = 0$ e $T = mg$.



a) la macchina di Atwood

b) i diagrammi di corpo libero

Figura 6.5 La macchina di Atwood con $m_1 = 0{,}60$ kg e $m_2 = 0{,}40$ kg. a) Lo schema: m_1 scende e m_2 sale con accelerazioni dello stesso modulo, 1,96 m/s^2. b) I diagrammi di corpo libero in scala: la tensione, 4,70 N, è la stessa sui due corpi ed è compresa fra i due pesi.

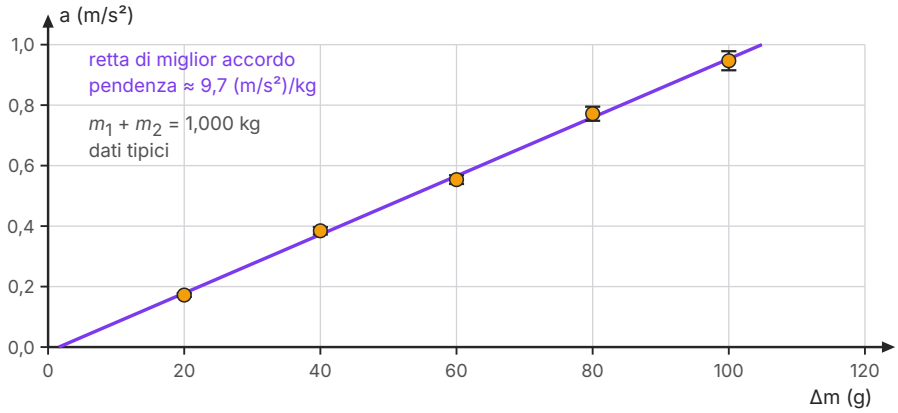


Figura 6.6 Accelerazione della macchina di Atwood in funzione della differenza di massa Δm, a massa totale costante (1,000 kg), con le barre d'incertezza (dati tipici della tabella dell'esempio svolto che segue). La retta di miglior accordo ha pendenza circa 9,7 $(m/s^2)/kg$ e incontra l'asse orizzontale a circa 1,6 g, per effetto dell'attrito della carrucola.

ESEMPIO SVOLTO

Misurare g con la macchina di Atwood

Problema. In un laboratorio si usa una macchina di Atwood con massa totale $m_1 + m_2 = 1{,}000$ kg, e si varia la differenza $\Delta m = m_1 - m_2$ spostando dei piccoli pesi da un corpo all'altro. Per ogni Δm si misura il tempo che il corpo più pesante, partendo da fermo, impiega a scendere di 0,800 m, e se ne ricava l'accelerazione con $a = 2h/t^2$. I risultati sono nella tabella e nella Figura 6.6. Ricava g dalla pendenza del grafico e discuti l'intercetta.

Tabella 6.2 Tempi di discesa per h = 0,800 m (media di cinque prove, con la semidispersione) e accelerazioni ricavate (dati tipici).

Δm (g)	t (s)	a (m/s^2)
20	3,05 ± 0,05	0,172 ± 0,006
40	2,04 ± 0,03	0,384 ± 0,012
60	1,70 ± 0,02	0,554 ± 0,014
80	1,44 ± 0,02	0,772 ± 0,023
100	1,30 ± 0,02	0,947 ± 0,031

Soluzione. Secondo la formula della macchina di Atwood $a = g\,\Delta m/(m_1 + m_2)$: con la massa totale costante, a è direttamente proporzionale a Δm, e la pendenza della retta vale $g/(m_1 + m_2)$. I punti della Figura 6.6 sono allineati entro le incertezze; la retta di miglior accordo ha pendenza circa 9,7 (m/s^2)/kg (cioè 0,0097 (m/s^2)/g), e le rette di massima e minima pendenza danno circa 10,2 e 9,2 (m/s^2)/kg. Moltiplicando per la massa totale, 1,000 kg:

$$g = (9{,}7 \pm 0{,}5)\ \text{m/s}^2$$

compatibile con il valore 9,8 m/s^2.

La retta non passa esattamente per l'origine: incontra l'asse orizzontale a circa $\Delta m \approx 1{,}6$ g. Significa che per mettere in moto il sistema serve una piccola differenza di massa in più, che vince l'attrito del perno della carrucola. È un errore sistematico che il grafico rivela e di cui la pendenza, a differenza dei singoli punti, risente poco.

Controllo. I tempi di qualche secondo si misurano bene con un cronometro: è il vantaggio della macchina di Atwood. Il valore un po' basso di g si spiega con la massa della carrucola reale, che deve essere messa in rotazione.

IN SINTESI

Le relazioni del terzo principio e dei sistemi di corpi

$\boldsymbol{F}_{AB} = -\boldsymbol{F}_{BA}$ — terzo principio: la forza di A su B e quella di B su A hanno lo stesso modulo (N), la stessa direzione e verso opposto; agiscono su corpi diversi, hanno la stessa natura e non si annullano mai.

$a_A/a_B = m_B/m_A$ — due corpi che si scambiano soltanto la loro forza di interazione acquistano accelerazioni (m/s^2) inversamente proporzionali alle masse (kg).

$\boldsymbol{F}_{est} = (m_1 + m_2 + \ldots)\,\boldsymbol{a}$ — corpi che si muovono insieme: la risultante delle sole forze esterne (N) accelera la massa totale; le forze interne si cancellano a coppie.

$a = (m_2 g - \mu_d m_1 g)/(m_1 + m_2)$, $T = m_2(g - a)$ — blocco m_1 sul tavolo trascinato da un corpo appeso m_2; la tensione è minore del peso del corpo appeso.

$a = (m_1 - m_2)g/(m_1 + m_2)$, $T = 2m_1 m_2 g/(m_1 + m_2)$ — macchina di Atwood: accelerazione (m/s^2) minore di g e tensione (N) compresa fra i due pesi.

Con il terzo principio le leggi di Newton sono complete: il primo dice quando un corpo non cambia il suo moto, il secondo quanto lo cambia una forza, il terzo come sono fatte le forze che i corpi si scambiano. Nel prossimo capitolo le useremo tutte e tre per affrontare situazioni più ricche: piani inclinati in movimento, auto in curva e corpi che cadono nell'aria.

SINTESI

- Ogni forza è uno dei due aspetti di un'interazione fra due corpi: se A agisce su B, anche B agisce su A. Con $\boldsymbol{F}_{AB}$ indichiamo la forza esercitata da A su B.
- Terzo principio della dinamica (principio di azione e reazione): $\boldsymbol{F}_{AB} = -\boldsymbol{F}_{BA}$. Le due forze hanno lo stesso modulo e la stessa direzione, versi opposti, la stessa natura, agiscono nello stesso istante e su corpi diversi.
- Le due forze di una coppia di azione e reazione non si annullano mai, perché agiscono su corpi diversi; nel diagramma di corpo libero di un corpo ne compare una sola.
- Due corpi che si scambiano forze uguali acquistano accelerazioni inversamente proporzionali alle masse: per questo la Terra, attratta da una mela con la stessa forza con cui attira la mela, non si sposta in modo misurabile.
- Camminare, remare, nuotare e la propulsione delle auto e dei razzi si spiegano con il terzo principio: per andare avanti si spinge qualcosa all'indietro, e quel qualcosa spinge in avanti.
- Peso e reazione normale di un libro sul tavolo non sono una coppia di azione e reazione: agiscono sullo stesso corpo e hanno natura diversa. Le coppie sono Terra-libro (gravitazionale) e tavolo-libro (di contatto).
- Il paradosso del cavallo e del carro si risolve considerando solo le forze che agiscono su ciascun corpo: il carro accelera se la trazione del cavallo supera le resistenze, il cavallo se la spinta del terreno supera la forza con cui il carro lo trattiene.
- In un sistema di corpi le forze interne vengono a coppie e si cancellano nella somma: per corpi che si muovono insieme la risultante delle forze esterne è uguale alla massa totale per l'accelerazione comune.
- In una fune di massa trascurabile la tensione è la stessa in tutti i punti anche quando il sistema accelera; una fune reale, con massa, ha tensione maggiore all'estremo che tira.
- I problemi con corpi collegati si risolvono scrivendo il secondo principio per ciascun corpo e risolvendo il sistema di equazioni lineari; il metodo del sistema intero serve da controllo.
- Nella macchina di Atwood $a = (m_1 - m_2)g/(m_1 + m_2)$ e la tensione, $2m_1m_2g/(m_1 + m_2)$, è compresa fra i due pesi: quando i corpi accelerano la tensione non è mai uguale al peso di uno dei due.

ESERCIZI

Comprendere e ricordare

1. ● Le due forze di una coppia di azione e reazione:
   A. agiscono sullo stesso corpo e si annullano
   B. agiscono su corpi diversi
   C. hanno moduli diversi se i corpi hanno masse diverse
   D. compaiono una dopo l'altra

2. ● Un libro è fermo su un tavolo. La reazione (nel senso del terzo principio) del peso del libro è:
   A. la reazione normale del tavolo sul libro
   B. la forza con cui il libro preme sul tavolo
   C. la forza con cui il tavolo preme sul pavimento
   D. la forza con cui il libro attira la Terra

3. ● Quando cammini, la forza esterna che ti fa accelerare in avanti è esercitata:
   A. dal pavimento sul piede
   B. dai tuoi muscoli sul tuo corpo
   C. dal piede sul pavimento
   D. dall'aria sul tuo corpo

4. ●● Un camion e un'utilitaria si urtano frontalmente. Durante l'urto:
   A. il camion esercita sull'utilitaria una forza maggiore di quella che riceve
   B. l'utilitaria esercita sul camion una forza maggiore di quella che riceve
   C. le due forze hanno lo stesso modulo, ma l'utilitaria ha un'accelerazione maggiore
   D. le due forze e le due accelerazioni hanno lo stesso modulo

5. ● Il sistema è formato da due blocchi legati da una fune e trainati da una persona. Quale di queste forze è interna al sistema?
   A. la tensione della fune che lega i blocchi
   B. il peso di uno dei blocchi
   C. la reazione normale del pavimento
   D. la forza della persona che tira

6. ●● Due blocchi, di masse m e $2m$, sono a contatto su un piano liscio; una forza F spinge il blocco di massa m, che spinge l'altro. La forza fra i blocchi vale:
   A. F
   B. $F/2$
   C. $F/3$
   D. $2F/3$

7. ●● In una macchina di Atwood con $m_1 > m_2$ la tensione della fune è:
   A. uguale a $m_1 g$
   B. uguale a $m_2 g$
   C. compresa fra $m_2 g$ e $m_1 g$
   D. nulla, perché i due pesi si compensano

8. ● Corpi collegati da una fune ideale tesa hanno sempre:
   A. la stessa forza risultante
   B. accelerazioni dello stesso modulo
   C. la stessa massa
   D. lo stesso peso

9. ●● Il metodo del sistema intero, applicato a corpi che si muovono insieme, permette di ricavare direttamente:
   A. la tensione della fune che li collega
   B. il fatto che le forze interne non esistono
   C. la forza di contatto fra due dei corpi
   D. l'accelerazione comune dei corpi

Vero o falso

10. ● Le due forze di una coppia di azione e reazione hanno sempre la stessa natura: se una è gravitazionale, lo è anche l'altra. V / F

11. ● Peso e reazione normale di un libro fermo sul tavolo formano una coppia di azione e reazione. V / F

12. ●● Un cavallo riesce a trainare un carro perché tira il carro con una forza maggiore di quella con cui il carro tira il cavallo. V / F

13. ● In una fune di massa trascurabile la tensione ha lo stesso valore ai due estremi anche quando il sistema accelera. V / F

14. ●● Nella macchina di Atwood la tensione della fune è uguale al peso del corpo più leggero. V / F

Applicare

15. ● Una persona di 60 kg è ferma in piedi. Con quale forza attira la Terra? Dove è applicata questa forza e in che verso è diretta? Calcola l'accelerazione che essa imprimerebbe alla Terra (massa $5{,}97 \times 10^{24}$ kg) se fosse la sola forza ad agire.

16. ● Due ragazzi sui pattini a rotelle, fermi, si spingono a vicenda: Giulia (45 kg) e Luca (60 kg) si scambiano una forza di 90 N. Trascurando gli attriti, calcola l'accelerazione di ciascuno.

17. ● Una pallina è appesa al soffitto con un filo. Elenca le forze che agiscono sulla pallina e, per ciascuna, indica la forza che forma con essa una coppia di azione e reazione: chi la esercita, su quale corpo agisce, in che verso è diretta.

18. ●● Due blocchi a contatto, A di 2,0 kg e B di 4,0 kg, sono spinti su un piano orizzontale liscio da una forza orizzontale di 18 N applicata ad A. Calcola l'accelerazione dei blocchi e la forza che A esercita su B. Quanto varrebbe questa forza se la spinta fosse applicata a B?

19. ●● Su un piano orizzontale liscio un blocco A di 4,0 kg è trainato da una forza orizzontale di 30 N; dietro di sé trascina, con una fune ideale, un blocco B di 6,0 kg. Calcola l'accelerazione e la tensione della fune.

20. ● In una macchina di Atwood le masse valgono 1,5 kg e 1,0 kg. Calcola l'accelerazione dei corpi e la tensione della fune.

21. ●● Un blocco di 3,0 kg su un tavolo liscio è collegato, con una fune ideale che passa su una carrucola ideale al bordo del tavolo, a un corpo appeso di 1,0 kg. Calcola l'accelerazione del sistema e la tensione della fune.

22. ● Leggi dalla Figura 6.6 l'accelerazione misurata per $\Delta m = 60$ g e confrontala con il valore teorico $g\,\Delta m/(m_1 + m_2)$, con $m_1 + m_2 = 1{,}000$ kg. Il valore misurato è maggiore o minore? Perché?

Problemi

23. ●●● Due ragazzi sui pattini, Marta (40 kg) e Davide (50 kg), sono fermi a 9,0 m di distanza e tengono ciascuno un capo di una fune leggera. Marta comincia a tirare la fune a sé, con una tensione costante di 60 N. Trascurando gli attriti, calcola a) l'accelerazione di ciascuno; b) dopo quanto tempo si incontrano; c) a che distanza dalla posizione iniziale di Marta si incontrano. d) Il punto d'incontro cambierebbe se fosse Davide a tirare?

24. ●● Una locomotiva traina due vagoni, ciascuno di massa $2{,}0 \times 10^4$ kg, su un binario rettilineo orizzontale, con un'accelerazione di 0,30 m/s^2. Trascurando gli attriti sui vagoni, calcola la forza che il gancio fra la locomotiva e il primo vagone esercita sul primo vagone, e quella che il gancio fra il primo e il secondo vagone esercita sul secondo.

25. ●● Collegati al capitolo 5. Un blocco di 4,0 kg su un tavolo orizzontale ($\mu_d = 0{,}25$) è collegato, con una fune ideale che passa su una carrucola ideale, a un corpo appeso di 2,0 kg. Il sistema parte da fermo. Calcola l'accelerazione, la tensione della fune e la velocità del blocco dopo che ha percorso 80 cm.

26. ●●● Collegati al primo volume (*Fisica 1*, capitolo 16). In una macchina di Atwood i corpi hanno masse 0,55 kg e 0,45 kg; il sistema parte da fermo con il corpo più pesante a 1,2 m dal pavimento. Calcola a) l'accelerazione e la tensione; b) il tempo che il corpo più pesante impiega a toccare il pavimento e la sua velocità in quell'istante. c) Quando il corpo più pesante si ferma sul pavimento, la fune si allenta e il corpo leggero prosegue verso l'alto come in un lancio verticale: di quanto sale ancora?

27. ●●● Due blocchi, A di 2,0 kg davanti e B di 3,0 kg dietro, sono legati da una fune ideale e trainati su un piano orizzontale da una forza di 20 N applicata ad A. a) Calcola accelerazione e tensione se il piano è liscio. b) Ripeti il calcolo se entrambi i blocchi strisciano con $\mu_d = 0{,}20$. c) Dimostra che, in entrambi i casi, $T = F\, m_B/(m_A + m_B)$.

28. ●● Una slitta di 8,0 kg è trainata sul ghiaccio liscio da una corda di 0,40 kg, tirata in orizzontale con una forza di 42 N. Calcola l'accelerazione e la tensione della corda all'estremo legato alla slitta. Di quanto, in percentuale, differisce dalla forza applicata? Sarebbe ragionevole trattare la corda come ideale?

29. ●●● Una persona spinge con una forza orizzontale di 200 N una cassa A di 20 kg, che a sua volta spinge una cassa B di 30 kg, appoggiata davanti a essa sullo stesso pavimento ($\mu_d = 0{,}30$ per entrambe). Calcola l'accelerazione delle casse e la forza che A esercita su B. Confronta il risultato con quello che otterresti su un pavimento liscio.

Ragionare e argomentare

30. ●● Trova l'errore. Un compagno scrive: «Il carro non può muoversi, perché il cavallo lo tira in avanti e il carro tira il cavallo indietro con una forza uguale e opposta: la risultante è zero». Spiega dov'è l'errore e da che cosa dipende, in realtà, se il carro accelera.

31. ●● Un astronauta di 80 kg (con la tuta) fluttua fermo, fuori dalla stazione spaziale, senza appigli. Per tornare indietro lancia lontano dalla stazione un attrezzo di 4,0 kg, spingendolo con una forza di 40 N per 0,50 s. Spiega con il terzo principio perché l'astronauta si muove, e calcola le velocità finali dell'astronauta e dell'attrezzo.

32. ●●● Progetta un esperimento per misurare g con una macchina di Atwood, avendo a disposizione una carrucola leggera, un filo, due portapesi uguali, una serie di masse da 10 g, un metro e un cronometro. Indica quali grandezze tieni costanti, quali fai variare, quale grafico costruisci e come ricavi g; spiega come riconosci l'effetto dell'attrito della carrucola.

PER APPROFONDIRE

- [NEW] I. Newton, *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica*: la terza legge del moto, con gli esempi del dito e della pietra e del cavallo che trascina una pietra, nella sezione *Axiomata, sive leges motus*.
- [HEW] P. G. Hewitt, *Conceptual Physics*: il capitolo sulla terza legge di Newton, con molte situazioni quotidiane in cui riconoscere le coppie di azione e reazione.
- [HRW] D. Halliday, R. Resnick, J. Walker, *Fondamenti di fisica*: i problemi con blocchi, funi e carrucole nel capitolo sulle leggi di Newton.
- [EIN] A. Einstein, L. Infeld, *L'evoluzione della fisica*: le pagine iniziali sulle leggi della meccanica, per una riflessione sul ruolo delle forze nella descrizione del moto.

Glossario del capitolo

Accelerazione comune
Accelerazione, uguale in modulo per tutti, dei corpi di un sistema che si muovono insieme.

Azione e reazione
Nomi delle due forze di una coppia di interazione; quale delle due si chiami azione è una scelta di comodo.

Coppia di azione e reazione
Le due forze, uguali in modulo, con la stessa direzione e versi opposti, che due corpi si scambiano; agiscono su corpi diversi, hanno la stessa natura e non si annullano.

Corpi collegati
Corpi uniti da una fune, da un contatto o da un altro vincolo, che li obbliga a muoversi con accelerazioni dello stesso modulo.

Forza esterna
Forza esercitata su un corpo del sistema da un corpo che non fa parte del sistema.

Forza interna
Forza che un corpo del sistema esercita su un altro corpo dello stesso sistema; le forze interne si presentano a coppie e la loro somma è nulla.

Interazione
Azione reciproca fra due corpi: se A esercita una forza su B, anche B esercita una forza su A.

Macchina di Atwood
Due corpi appesi agli estremi di una fune che passa su una carrucola fissa; $a = (m_1 - m_2)g/(m_1 + m_2)$.

Metodo del sistema intero
Trattare corpi che si muovono insieme come un unico corpo di massa uguale alla somma delle masse, soggetto alle sole forze esterne.

Paradosso del cavallo e del carro
Ragionamento errato secondo cui il carro non potrebbe muoversi perché trazione del cavallo e reazione del carro si annullano; le due forze agiscono su corpi diversi.

Propulsione
Modo di mettersi in moto spingendo all'indietro un altro corpo (il terreno, l'acqua, l'aria, i gas di scarico), che spinge in avanti per il terzo principio.

Propulsione a reazione
Propulsione ottenuta espellendo all'indietro un gas ad alta velocità, come nei razzi e nei motori a getto; non richiede un mezzo esterno su cui spingere.

Sistema di corpi
Insieme di corpi che si sceglie di studiare insieme.

Terzo principio della dinamica
Se un corpo A esercita su B una forza $\boldsymbol{F}_{AB}$, B esercita su A una forza $\boldsymbol{F}_{BA} = -\boldsymbol{F}_{AB}$; detto anche principio di azione e reazione.

Soluzioni

1. B. Agiscono una su A e una su B; per questo non si annullano. Hanno sempre lo stesso modulo e agiscono nello stesso istante.

2. D. Il peso è la forza della Terra sul libro; la sua reazione è la forza, uguale e opposta, del libro sulla Terra.

3. A. Il piede spinge il pavimento all'indietro e il pavimento, con l'attrito statico, spinge il piede in avanti; i muscoli agiscono fra parti dello stesso corpo.

4. C. Per il terzo principio le forze hanno lo stesso modulo; l'utilitaria, con massa minore, subisce un'accelerazione maggiore ($a = F/m$).

5. A. La tensione è esercitata da un blocco sull'altro attraverso la fune; peso, reazione normale e forza della persona sono esercitati da corpi esterni al sistema.

6. D. $a = F/(3m)$; sul blocco $2m$ agisce solo la forza di contatto: $2m \times F/(3m) = 2F/3$.

7. C. $T = 2m_1m_2g/(m_1 + m_2)$: il corpo 1 accelera verso il basso ($T < m_1g$), il corpo 2 verso l'alto ($T > m_2g$).

8. B. La fune inestensibile e tesa obbliga i corpi a muoversi con velocità, e quindi accelerazioni, dello stesso modulo; le risultanti sono diverse se le masse sono diverse.

9. D. Le forze interne si cancellano a coppie e la risultante delle forze esterne dà l'accelerazione comune; per le forze interne bisogna isolare i singoli corpi.

10. V. Le due forze sono i due aspetti della stessa interazione: per esempio Terra-mela e mela-Terra sono entrambe gravitazionali.

11. F. Agiscono sullo stesso corpo e hanno natura diversa (gravitazionale e di contatto); sono uguali solo perché il libro è in equilibrio.

12. F. Le due forze hanno sempre lo stesso modulo; il carro accelera perché la trazione del cavallo supera le resistenze che agiscono sul carro.

13. V. La differenza di tensione fra i due estremi è uguale a (massa della fune) × a, nulla se la massa è trascurabile.

14. F. Il corpo leggero accelera verso l'alto, quindi $T > m_2g$; la tensione è compresa fra i due pesi.

15. La persona attira la Terra con una forza uguale al proprio peso: $F = mg = 60\ \text{kg} \times 9{,}8\ \text{m/s}^2 \approx 5{,}9 \times 10^2$ N (588 N), applicata alla Terra (al suo centro) e diretta verso l'alto, verso la persona. $a = F/M = 588\ \text{N} / 5{,}97 \times 10^{24}\ \text{kg} \approx 9{,}8 \times 10^{-23}\ \text{m/s}^2$: del tutto inosservabile.

16. Su ciascun ragazzo agisce, in orizzontale, solo la spinta dell'altro, di 90 N. Giulia: $a = 90\ \text{N} / 45\ \text{kg} = 2{,}0\ \text{m/s}^2$; Luca: $a = 90\ \text{N} / 60\ \text{kg} = 1{,}5\ \text{m/s}^2$, in verso opposto.

17. Sulla pallina agiscono: il peso (forza della Terra sulla pallina, verso il basso), la cui reazione è la forza della pallina sulla Terra, verso l'alto, applicata alla Terra; la tensione del filo (forza del filo sulla pallina, verso l'alto), la cui reazione è la forza della pallina sul filo, verso il basso, applicata all'estremo inferiore del filo. (A sua volta il filo tira il soffitto verso il basso e il soffitto tira il filo verso l'alto: è un'altra coppia, che non riguarda la pallina.)

18. Sistema intero: $a = F/(m_A + m_B) = 18\ \text{N} / 6{,}0\ \text{kg} = 3{,}0\ \text{m/s}^2$. Su B agisce in orizzontale solo la spinta di A: $F_{AB} = m_Ba = 4{,}0\ \text{kg} \times 3{,}0\ \text{m/s}^2 = 12$ N. Con la spinta su B, la forza fra i blocchi deve accelerare A: $2{,}0\ \text{kg} \times 3{,}0\ \text{m/s}^2 = 6{,}0$ N.

19. Sistema intero: $a = 30\ \text{N} / 10{,}0\ \text{kg} = 3{,}0\ \text{m/s}^2$. Su B agisce in orizzontale solo la tensione: $T = m_Ba = 6{,}0\ \text{kg} \times 3{,}0\ \text{m/s}^2 = 18$ N. Controllo su A: 30 N − 18 N = 12 N = $4{,}0\ \text{kg} \times 3{,}0\ \text{m/s}^2$.

20. Su ciascun corpo agiscono il peso e la tensione. $a = (m_1 - m_2)g/(m_1 + m_2) = 0{,}5\ \text{kg} \times 9{,}8\ \text{m/s}^2 / 2{,}5\ \text{kg} \approx 2{,}0\ \text{m/s}^2$ (1,96 m/s^2); $T = 2 \times 1{,}5\ \text{kg} \times 1{,}0\ \text{kg} \times 9{,}8\ \text{m/s}^2 / 2{,}5\ \text{kg} \approx 12\ \text{N}$ (11,8 N), compresa fra 9,8 N e 14,7 N.

21. Sul blocco agiscono peso e reazione normale (che si equilibrano) e la tensione; sul corpo appeso il peso e la tensione. $T = 3{,}0\ \text{kg} \times a$; $1{,}0\ \text{kg} \times 9{,}8\ \text{m/s}^2 - T = 1{,}0\ \text{kg} \times a$. Sommando: $a = 9{,}8\ \text{N} / 4{,}0\ \text{kg} \approx 2{,}5\ \text{m/s}^2$ (2,45 m/s^2); $T = 3{,}0\ \text{kg} \times 2{,}45\ \text{m/s}^2 \approx 7{,}4\ \text{N}$.

22. Dal grafico, per $\Delta m = 60$ g, $a \approx 0{,}55\ \text{m/s}^2$. Valore teorico: $9{,}8\ \text{m/s}^2 \times 0{,}060\ \text{kg} / 1{,}000\ \text{kg} \approx 0{,}59\ \text{m/s}^2$. Il valore misurato è minore (di circa il 6%): l'attrito della carrucola e la sua massa, che deve essere messa in rotazione, frenano il sistema.

23. Su ciascun ragazzo agisce in orizzontale solo la tensione della fune, 60 N, diretta verso l'altro. a) Marta: $a = 60\ \text{N} / 40\ \text{kg} = 1{,}5\ \text{m/s}^2$; Davide: $60\ \text{N} / 50\ \text{kg} = 1{,}2\ \text{m/s}^2$. b) Le distanze percorse si sommano: $\frac{1}{2}(1{,}5 + 1{,}2)\ \text{m/s}^2 \times t^2 = 9{,}0\ \text{m}$, quindi $t = \sqrt{(2 \times 9{,}0\ \text{m} / 2{,}7\ \text{m/s}^2)} \approx 2{,}6$ s. c) Marta percorre $\frac{1}{2} \times 1{,}5\ \text{m/s}^2 \times (2{,}58\ \text{s})^2 \approx 5{,}0$ m, Davide 4,0 m: si incontrano a 5,0 m dalla posizione iniziale di Marta. d) No: chiunque tiri, la fune esercita su entrambi la stessa tensione, quindi le accelerazioni e il punto d'incontro sono gli stessi (le distanze percorse sono inversamente proporzionali alle masse: 5,0/4,0 = 50/40).

24. Secondo vagone: in orizzontale agisce solo la forza del gancio posteriore del primo vagone: $F_2 = 2{,}0 \times 10^4\ \text{kg} \times 0{,}30\ \text{m/s}^2 = 6{,}0 \times 10^3\ \text{N}$. Primo vagone + secondo vagone (sistema intero): il gancio della locomotiva deve accelerare entrambi: $F_1 = 4{,}0 \times 10^4\ \text{kg} \times 0{,}30\ \text{m/s}^2 = 1{,}2 \times 10^4\ \text{N}$. Il gancio più sollecitato è il primo.

25. Sul blocco agiscono peso e reazione normale ($N = 4{,}0\ \text{kg} \times 9{,}8\ \text{m/s}^2 = 39{,}2\ \text{N}$), la tensione e l'attrito dinamico, $0{,}25 \times 39{,}2\ \text{N} = 9{,}8\ \text{N}$; sul corpo appeso il peso, 19,6 N, e la tensione. Il sistema si muove perché 19,6 N > 9,8 N. $a = (19{,}6\ \text{N} - 9{,}8\ \text{N})/6{,}0\ \text{kg} \approx 1{,}6\ \text{m/s}^2$ (1,63 m/s^2); $T = 2{,}0\ \text{kg} \times (9{,}8 - 1{,}63)\ \text{m/s}^2 \approx 16\ \text{N}$ (16,3 N). Controllo sul blocco: $16{,}3\ \text{N} - 9{,}8\ \text{N} = 6{,}5\ \text{N} = 4{,}0\ \text{kg} \times 1{,}63\ \text{m/s}^2$. Velocità (MRUA da fermo): $v = \sqrt{(2as)} = \sqrt{(2 \times 1{,}63\ \text{m/s}^2 \times 0{,}80\ \text{m})} \approx 1{,}6$ m/s.

26. Su ciascun corpo agiscono il peso e la tensione. a) $a = 0{,}10\ \text{kg} \times 9{,}8\ \text{m/s}^2 / 1{,}00\ \text{kg} = 0{,}98\ \text{m/s}^2$; $T = 2 \times 0{,}55\ \text{kg} \times 0{,}45\ \text{kg} \times 9{,}8\ \text{m/s}^2 / 1{,}00\ \text{kg} \approx 4{,}85\ \text{N}$ (fra 4,41 N e 5,39 N). b) $t = \sqrt{(2h/a)} = \sqrt{(2 \times 1{,}2\ \text{m} / 0{,}98\ \text{m/s}^2)} \approx 1{,}6$ s; $v = at = \sqrt{(2ah)} \approx 1{,}5$ m/s. c) Il corpo leggero è salito di 1,2 m e ha velocità 1,53 m/s verso l'alto; senza la tensione è soggetto solo al peso e sale ancora di $v^2/(2g) = (1{,}53\ \text{m/s})^2/(2 \times 9{,}8\ \text{m/s}^2) \approx 0{,}12$ m.

27. a) Piano liscio: $a = 20\ \text{N} / 5{,}0\ \text{kg} = 4{,}0\ \text{m/s}^2$; su B agisce in orizzontale solo la tensione: $T = 3{,}0\ \text{kg} \times 4{,}0\ \text{m/s}^2 = 12\ \text{N}$. b) Attriti: $0{,}20 \times 2{,}0\ \text{kg} \times 9{,}8\ \text{m/s}^2 = 3{,}92\ \text{N}$ su A e $0{,}20 \times 3{,}0\ \text{kg} \times 9{,}8\ \text{m/s}^2 = 5{,}88\ \text{N}$ su B. Sistema intero: $a = (20 - 9{,}8)\ \text{N} / 5{,}0\ \text{kg} \approx 2{,}0\ \text{m/s}^2$ (2,04 m/s^2). Su B: $T - 5{,}88\ \text{N} = 3{,}0\ \text{kg} \times 2{,}04\ \text{m/s}^2$, quindi $T = 12$ N. c) Senza attrito $a = F/(m_A + m_B)$ e $T = m_B a = Fm_B/(m_A + m_B)$. Con attrito $a = F/(m_A + m_B) - \mu_d g$, e $T = m_B(a + \mu_d g) = Fm_B/(m_A + m_B)$: il termine $\mu_d g$ si cancella.

28. Sul sistema slitta + corda agisce in orizzontale solo la forza di 42 N: $a = 42\ \text{N} / 8{,}4\ \text{kg} = 5{,}0\ \text{m/s}^2$. Sulla slitta agisce solo la tensione all'estremo: $T = 8{,}0\ \text{kg} \times 5{,}0\ \text{m/s}^2 = 40\ \text{N}$. Differenza: 2,0 N su 42 N, circa il 5%. Trattare la corda come ideale significa sbagliare la tensione del 5%: accettabile per una stima, non per una misura precisa.

29. Su ciascuna cassa agiscono peso e reazione normale (che si equilibrano) e l'attrito dinamico; su A anche la spinta della persona e la spinta di B (all'indietro), su B la spinta di A. Attriti: $0{,}30 \times 20\ \text{kg} \times 9{,}8\ \text{m/s}^2 = 58{,}8\ \text{N}$ e $0{,}30 \times 30\ \text{kg} \times 9{,}8\ \text{m/s}^2 = 88{,}2\ \text{N}$. Sistema intero: $a = (200 - 147)\ \text{N} / 50\ \text{kg} \approx 1{,}1\ \text{m/s}^2$ (1,06 m/s^2). Su B: $F_{AB} - 88{,}2\ \text{N} = 30\ \text{kg} \times 1{,}06\ \text{m/s}^2$, quindi $F_{AB} = 120\ \text{N}$ ($1{,}2 \times 10^2$ N). Su un pavimento liscio: $a = 4{,}0\ \text{m/s}^2$ e $F_{AB} = 30\ \text{kg} \times 4{,}0\ \text{m/s}^2 = 120\ \text{N}$: lo stesso valore, perché le due casse hanno lo stesso coefficiente d'attrito.

30. Traccia di risposta. Le due forze uguali e opposte agiscono su corpi diversi (una sul carro, l'altra sul cavallo) e non si sommano. Il moto del carro dipende solo dalle forze che agiscono sul carro: la trazione del cavallo in avanti e le resistenze (attriti delle ruote) all'indietro; se la trazione è maggiore, il carro accelera. Il cavallo, a sua volta, accelera se l'attrito del terreno sugli zoccoli, diretto in avanti, supera la forza con cui il carro lo tira indietro.

31. Traccia di risposta. L'astronauta spinge l'attrezzo e, per il terzo principio, l'attrezzo spinge l'astronauta con una forza uguale e opposta (40 N): è l'unica forza esterna su di lui e lo fa partire verso la stazione. Accelerazioni: astronauta 40 N / 80 kg = 0,50 m/s^2; attrezzo 40 N / 4,0 kg = 10 m/s^2. Velocità dopo 0,50 s: astronauta 0,50 m/s^2 × 0,50 s = 0,25 m/s verso la stazione; attrezzo 10 m/s^2 × 0,50 s = 5,0 m/s in verso opposto.

32. Traccia di risposta. Si tiene costante la massa totale (i due portapesi più tutte le masse, che restano sempre sul sistema) e si fa variare Δm spostando masse da 10 g da un portapesi all'altro. Per ogni Δm si misura più volte il tempo di discesa da un'altezza h fissata (misurata con il metro) e si calcola $a = 2h/t^2$ con la sua incertezza. Si costruisce il grafico a–Δm con le barre d'incertezza: si attende una retta di pendenza $g/(m_1 + m_2)$; g è la pendenza moltiplicata per la massa totale, con incertezza ricavata dalle rette di massima e minima pendenza. Se la retta non passa per l'origine ma incontra l'asse Δm a un valore positivo, quella è la differenza di massa necessaria per vincere l'attrito della carrucola.