CAPITOLO

5

Il secondo principio della dinamica

Il cambiamento del moto è proporzionale alla forza motrice impressa, e avviene lungo la retta secondo cui quella forza è impressa. — Isaac Newton, Philosophiae Naturalis Principia Mathematica (1687), Lex II (traduzione dal latino)

OBIETTIVI

1. Ricavare dai dati sperimentali che l'accelerazione è direttamente proporzionale alla forza risultante e inversamente proporzionale alla massa, anche linearizzando un grafico.
2. Enunciare il secondo principio della dinamica in forma vettoriale e per componenti, riconoscendo che vi compare la forza risultante e che l'accelerazione ha la sua direzione.
3. Definire la massa inerziale e il newton in modo dinamico, e distinguere massa e peso.
4. Spiegare perché nel vuoto tutti i corpi cadono con la stessa accelerazione.
5. Risolvere problemi di dinamica con il diagramma di corpo libero, su piani orizzontali con attrito e in verticale, compresi l'ascensore e la frenata.
6. Passare dalle forze al moto e dal moto alle forze, e verificare il secondo principio in laboratorio.

INDICE DEL CAPITOLO

5.1 Forza e accelerazione: gli esperimenti 2
5.2 Il secondo principio della dinamica 4
5.3 Peso e caduta libera, rivisti 7
5.4 Risolvere un problema di dinamica 9
5.5 Forze e moti in verticale 13
5.6 Dalla forza al moto, e ritorno 15

Fisica 2 · Parte II · I principi della dinamica · versione 1.0
Capitolo 5: Il secondo principio della dinamica · pagine 121–144 del volume completo · estratto per lo studio

Un carrello della spesa vuoto parte con una spinta leggera; carico di bottiglie d'acqua, con la stessa spinta si muove appena. Un motorino scatta al semaforo più di un autobus, anche se il motore dell'autobus è molto più potente. Un calciatore imprime al pallone, in un istante, una velocità che nessuno riuscirebbe a dare a una palla da bowling. In tutti questi casi c'è una forza che cambia la velocità di un corpo, e il risultato dipende da due cose: quanto è intensa la forza e quanta materia deve mettere in moto.

Nel capitolo precedente hai visto che cosa succede quando la forza risultante è nulla: il corpo conserva la sua velocità, ferma o in moto rettilineo uniforme. In questo capitolo affrontiamo il caso opposto, il cuore della dinamica: che cosa succede quando la forza risultante **non** è nulla. La risposta è una legge breve, $F = m\,a$, forse la formula più usata di tutta la fisica. Vedremo da quali esperimenti nasce, che cosa significa ogni sua lettera, perché tutti i corpi cadono nel vuoto con la stessa accelerazione, e soprattutto come si usa: per prevedere il moto conoscendo le forze, e per risalire alle forze osservando il moto.

5.1 Forza e accelerazione: gli esperimenti

5.1.1 Che cosa cambia se cambia la forza

Per capire come una forza modifica il moto conviene metterci nelle condizioni più semplici possibili. Prendiamo un carrello su una rotaia a basso attrito, come quelle che hai incontrato nel capitolo 4, e tiriamolo con un filo orizzontale collegato a un sensore di forza, uno strumento elettronico che misura in ogni istante la forza con cui si tira, come un dinamometro che si può leggere al computer. Il peso del carrello e la reazione della rotaia si fanno equilibrio e l'attrito è trascurabile: la forza del filo è quindi, in pratica, l'unica forza orizzontale, cioè la forza risultante. Un sensore di moto registra la velocità del carrello in funzione del tempo.

Se tiriamo con una forza costante, il grafico velocità-tempo risulta una retta: il carrello si muove di moto rettilineo uniformemente accelerato, e la pendenza della retta è la sua accelerazione (*Fisica 1*, capitolo 16). È già un risultato importante: **una forza costante non produce una velocità costante, ma un'accelerazione costante**. Aristotele pensava il contrario, come hai visto nel capitolo 4; l'esperimento gli dà torto.

Ripetiamo ora la prova con forze diverse, sempre con lo stesso carrello, di massa 0,80 kg. I risultati, con le loro incertezze, sono nella Figura 5.1: i punti si dispongono, entro le barre d'errore, lungo una retta che passa per l'origine. L'accelerazione è **direttamente proporzionale** alla forza risultante: raddoppiando la forza raddoppia l'accelerazione, triplicandola triplica.

$$a \propto F \qquad \text{(massa costante)}$$

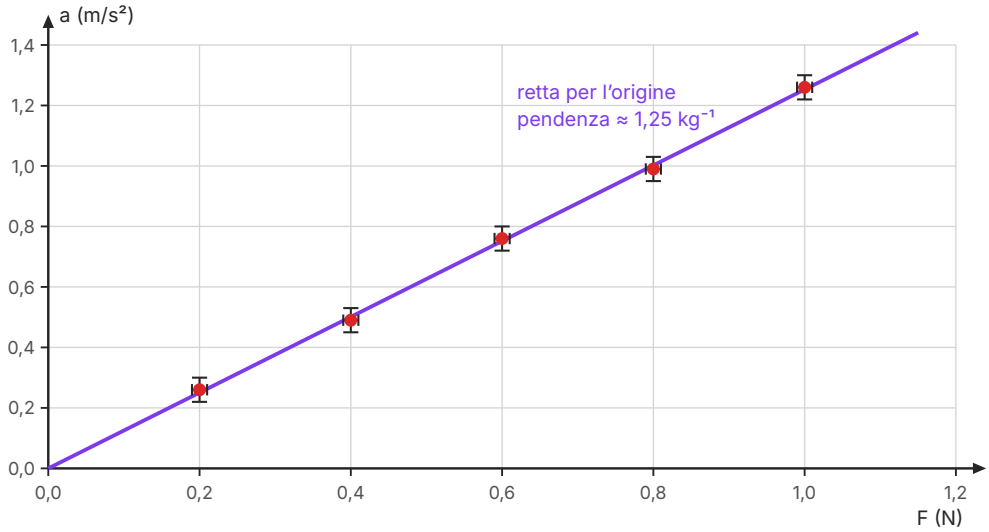


Figura 5.1 Accelerazione di un carrello di massa 0,80 kg in funzione della forza risultante che lo tira (dati tipici di un esperimento con sensore di forza e sensore di moto). Le barre indicano l'incertezza delle misure; i punti sono allineati, entro le incertezze, su una retta per l'origine: a è direttamente proporzionale a F.

ESEMPIO SVOLTO

Dai grafici alla massa del carrello

Problema. a) Usa la Figura 5.1 per ricavare la massa del carrello dalla pendenza della retta, e confrontala con il valore misurato con una bilancia, 0,80 kg. b) Quale accelerazione ti aspetti se lo stesso carrello viene tirato con 1,50 N?

Soluzione. a) Scegliamo sulla retta due punti lontani, l'origine e il punto con $F = 1{,}00$ N, dove la retta passa per $a \approx 1{,}25$ m/s^2. La pendenza è $\Delta a/\Delta F = 1{,}25$ m/s^2 / 1,00 N = 1,25 kg^{-1} (infatti m/s^2 diviso N dà 1/kg, come vedremo). Se $a = F/m$, la pendenza è $1/m$, quindi $m = 1/(1{,}25\ \text{kg}^{-1}) = 0{,}80$ kg, in accordo con la bilancia. b) Estrapolando la retta un po' oltre i dati: $a = 1{,}25\ \text{kg}^{-1} \times 1{,}50\ \text{N} \approx 1{,}9$ m/s^2.

Controllo. Il punto letto sulla retta ha un'incertezza di circa 0,02 m/s^2, poco più dell'1,5%: la massa è $(0{,}80 \pm 0{,}02)$ kg. Un'estrapolazione è affidabile solo se si è sicuri che la legge valga anche fuori dall'intervallo misurato.

5.1.2 Che cosa cambia se cambia la massa

Nella seconda serie di prove teniamo fissa la forza, 0,60 N, e cambiamo la massa caricando sul carrello dei blocchetti di massa nota. Più il carrello è carico, minore è l'accelerazione. Il grafico dell'accelerazione in funzione della massa (Figura 5.2a) è una curva decrescente che somiglia a

un ramo di iperbole: il segno di una proporzionalità inversa. Come hai imparato nel primo volume (*Fisica 1*, capitolo 5), per verificare un'ipotesi di questo tipo non ci si fida dell'occhio, ma si linearizza il grafico: se $a = F/m$, allora a è direttamente proporzionale a $1/m$, e il grafico di a in funzione di $1/m$ deve essere una retta per l'origine. È proprio quello che succede (Figura 5.2b).

$$a \propto \frac{1}{m} \qquad \text{(forza costante)}$$

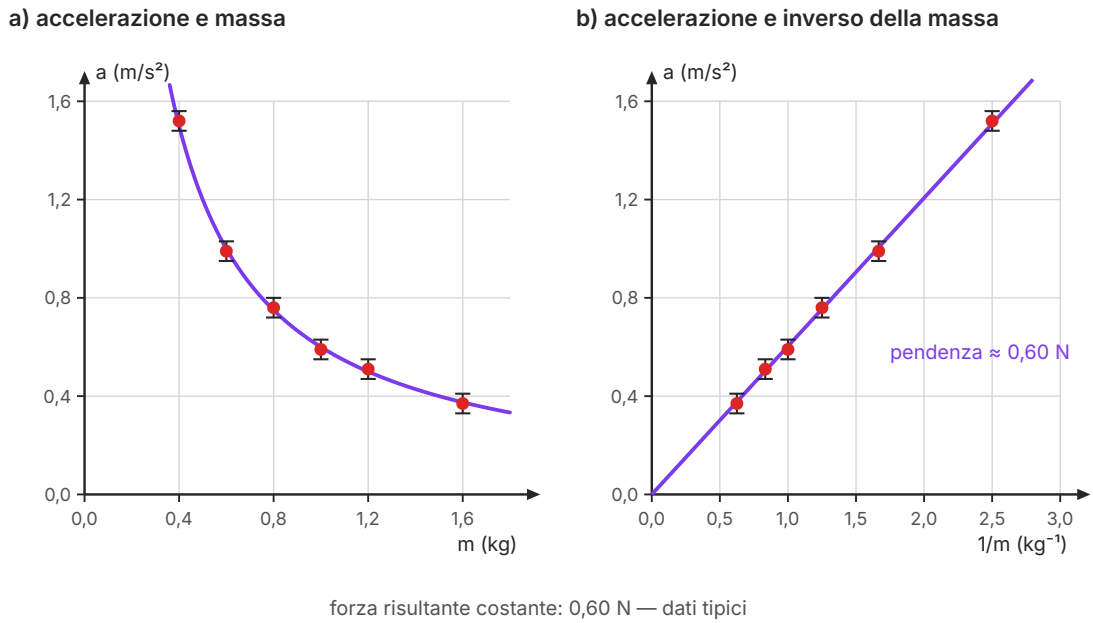


Figura 5.2 Accelerazione di un carrello tirato da una forza risultante costante di 0,60 N, al variare della massa (dati tipici). a) In funzione della massa i punti seguono un ramo di iperbole. b) In funzione dell'inverso della massa si allineano su una retta per l'origine, la cui pendenza è uguale alla forza (0,60 N).

Mettendo insieme i due risultati, l'accelerazione è proporzionale alla forza e inversamente proporzionale alla massa: $a \propto F/m$. Come vedremo fra poco, con la scelta delle unità del SI la costante di proporzionalità vale esattamente 1. Lo puoi già controllare sui grafici: la pendenza della retta della Figura 5.1 vale circa 1,25 kg^{-1}, cioè proprio $1/(0{,}80\ \text{kg})$; quella della Figura 5.2b vale circa 0,60 N, cioè la forza usata.

5.2 Il secondo principio della dinamica

Le osservazioni sui carrelli, ripetute e confermate in moltissime situazioni diverse, si riassumono in una legge che Isaac Newton pose come seconda delle sue leggi del moto nei *Principia*

(1687). La chiamiamo **secondo principio della dinamica** (o seconda legge di Newton, o **legge fondamentale della dinamica**):

DA RICORDARE

Secondo principio della dinamica. Se su un corpo di massa m agisce una forza risultante $\boldsymbol{F}$, il corpo acquista un'accelerazione $\boldsymbol{a}$ che ha la stessa direzione e lo stesso verso della forza risultante e modulo uguale al rapporto fra la forza e la massa:

$$\boldsymbol{F} = m\boldsymbol{a} \quad \text{cioè} \quad \boldsymbol{a} = \frac{\boldsymbol{F}}{m}$$

***F* è la forza risultante.** Nella formula non compare una forza qualsiasi, ma la somma vettoriale di **tutte** le forze che agiscono sul corpo: quella che nel primo volume hai chiamato forza risultante $\boldsymbol{R}$ (*Fisica 1*, capitolo 7). Se due persone spingono una cassa in versi opposti con 300 N e 200 N e l'attrito vale 60 N, la forza che compare nel secondo principio non è 300 N, ma 300 N − 200 N − 60 N = 40 N. Per questo il secondo principio contiene il primo come caso particolare: se la risultante è nulla, l'accelerazione è nulla e la velocità resta costante.

***a* ha la direzione e il verso di *F*, non della velocità.** Forza e velocità possono puntare in direzioni qualsiasi l'una rispetto all'altra. Se la risultante ha il verso della velocità, il corpo accelera; se ha verso opposto, il corpo rallenta, come un'auto che frena; se è perpendicolare alla velocità, il corpo cambia direzione senza cambiare la sua velocità scalare. È il caso del moto circolare uniforme del capitolo 3: lì l'accelerazione punta verso il centro, quindi verso il centro deve puntare anche la forza risultante. Studieremo questa situazione nel capitolo 7.

L'equazione è vettoriale. Due vettori sono uguali quando sono uguali le loro componenti. Scelti due assi cartesiani, il secondo principio equivale quindi a due equazioni fra numeri, una per asse: è la **forma per componenti del secondo principio**,

$$F_x = ma_x \qquad F_y = ma_y$$

dove F_x è la somma delle componenti lungo x di tutte le forze. Come per i moti nel piano dei capitoli 1 e 2, un problema in due dimensioni si spezza in due problemi in una dimensione, che hanno in comune solo la massa e il tempo. Su un asse lungo il quale il corpo non accelera, per esempio quello perpendicolare a un pavimento su cui una cassa scivola, la somma delle componenti delle forze è nulla: in quella direzione vale la condizione di equilibrio che conosci dal primo volume.

ERRORE FREQUENTE

«Il pallone lanciato verso l'alto sale, quindi su di lui agisce una forza verso l'alto»: **falso**. Dopo che il pallone ha lasciato la mano, trascurando l'aria, l'unica forza è il peso, diretto verso il basso, e verso il basso è l'accelerazione g, sia in salita sia in discesa. Il pallone sale perché *ha* una velocità verso l'alto, che il peso riduce a poco a poco. La forza determina come cambia la velocità, non la velocità stessa.

Un secondo errore, simile: usare in $\boldsymbol{F} = m\boldsymbol{a}$ una sola delle forze, quella «che fa muovere» il corpo, dimenticando l'attrito o il peso. Nel secondo principio va sempre la **risultante**: per questo ogni problema di dinamica comincia con l'elenco di tutte le forze che agiscono sul corpo.

5.2.1 La massa inerziale

Nel capitolo 4 hai visto che la massa misura l'inerzia di un corpo, cioè la sua resistenza a cambiare velocità. Il secondo principio rende quantitativa questa idea. A parità di forza, un corpo di massa doppia acquista un'accelerazione dimezzata: la massa che compare in $\boldsymbol{F} = m\boldsymbol{a}$ è la misura di quanto un corpo «si oppone» a essere accelerato, e per questo si chiama **massa inerziale**.

Il secondo principio suggerisce anche un modo di misurare la massa senza pesare nulla. Se la stessa forza produce sul corpo 1 l'accelerazione a_1 e sul corpo 2 l'accelerazione a_2, allora $F = m_1 a_1 = m_2 a_2$, e quindi

$$\frac{m_2}{m_1} = \frac{a_1}{a_2}$$

Le masse stanno fra loro nel rapporto inverso delle accelerazioni. Confrontando l'accelerazione di un corpo con quella di un campione di 1 kg sottoposto alla stessa forza si ottiene la massa del corpo: è la **misura dinamica della massa**. È un metodo che funziona anche dove una bilancia non serve a nulla, per esempio a bordo di una stazione spaziale in orbita, dove gli oggetti non premono sui piatti.

5.2.2 La definizione dinamica del newton

Nel primo volume hai definito il newton in modo statico, con l'allungamento di una molla campione, e hai letto che in unità fondamentali $1\ \text{N} = 1\ \text{kg·m/s}^2$, con la promessa che il significato di questa uguaglianza sarebbe diventato chiaro in seguito (*Fisica 1*, capitolo 7). Ora lo è. Il secondo principio collega la forza a due grandezze che sappiamo già misurare, la massa e l'accelerazione, e permette di dare la **definizione dinamica del newton**:

1 newton è la forza risultante che, applicata a un corpo di massa 1 kg, gli imprime un'accelerazione di 1 m/s²:

$$1\ \text{N} = 1\ \text{kg} \times 1\ \text{m/s}^2 = 1\ \text{kg·m/s}^2$$

Questa uguaglianza è anche uno strumento di controllo. In ogni formula della dinamica le due parti devono avere le stesse unità (devono essere dimensionalmente omogenee): se in un calcolo dividi dei newton per dei chilogrammi devi ottenere dei m/s^2, perché $N/kg = (kg \cdot m/s^2)/kg = m/s^2$.

ESEMPIO SVOLTO

La spinta di un'auto che parte

Problema. Un'auto di massa 1200 kg, con a bordo il conducente (75 kg), parte da ferma su una strada orizzontale e raggiunge 54 km/h in 6,0 s, con accelerazione che supponiamo costante. a) Quanto vale la forza risultante sull'auto? b) Che accelerazione avrebbe, con la stessa forza risultante, se a bordo ci fossero altre quattro persone di 75 kg ciascuna?

Soluzione. a) Convertiamo la velocità: 54 km/h = 54/3,6 m/s = 15 m/s. Accelerazione: $a = \Delta v/\Delta t = (15\ m/s - 0)/6{,}0\ s = 2{,}5\ m/s^2$. La massa che accelera è quella di tutto ciò che si muove insieme: $m = 1200\ kg + 75\ kg = 1275\ kg$. Forza risultante: $F = ma = 1275\ kg \times 2{,}5\ m/s^2 \approx 3{,}2 \times 10^3\ N$, diretta in avanti.

b) Nuova massa: $1275\ kg + 4 \times 75\ kg = 1575\ kg$. $a = F/m = 3188\ N / 1575\ kg \approx 2{,}0\ m/s^2$.

Controllo. $kg \times m/s^2 = N$. Con circa il 24% di massa in più l'accelerazione scende di circa il 19%, perché è inversamente proporzionale alla massa (1275/1575 ≈ 0,81). Attenzione: 3,2 kN è la *risultante*, cioè la spinta che il suolo esercita sulle ruote motrici diminuita delle resistenze; non è la «forza del motore», che non agisce direttamente sull'auto come forza esterna.

5.3 Peso e caduta libera, rivisti

5.3.1 Il peso è una forza che produce un'accelerazione

Nel primo volume hai scritto il peso di un corpo come $P = m\,g$, con $g = 9{,}8\ N/kg$, e hai studiato a parte la caduta libera, un moto uniformemente accelerato con accelerazione $g = 9{,}8\ m/s^2$ (*Fisica 1*, capitoli 7 e 16). Due fatti che allora sembravano scollegati, e che ora il secondo principio unisce. Un corpo che cade liberamente, trascurando l'aria, è soggetto a una sola forza, il peso $\boldsymbol{P}$: la forza risultante è il peso. Per il secondo principio la sua accelerazione è

$$\boldsymbol{a} = \frac{\boldsymbol{P}}{m} = \frac{m\,\boldsymbol{g}}{m} = \boldsymbol{g}$$

L'accelerazione di caduta è uguale al rapporto fra peso e massa, cioè proprio a g. Ecco perché la stessa costante si può scrivere in due modi equivalenti: 9,8 N/kg, quando la leggiamo come «forza-peso per ogni chilogrammo», e 9,8 m/s^2, quando la leggiamo come accelerazione di un corpo in caduta libera. Le due unità sono la stessa unità: $N/kg = m/s^2$.

5.3.2 Perché tutti i corpi cadono allo stesso modo

Nel primo volume hai visto che nel vuoto una piuma e una moneta cadono insieme. Con il secondo principio possiamo capire perché, ma anche che cosa c'è di sorprendente. La massa compare due volte nel ragionamento, con due ruoli diversi. Nel peso mg misura quanto il corpo è attratto dalla Terra: questa proprietà si chiama **massa gravitazionale**. In ma misura quanto il corpo resiste a essere accelerato: è la massa inerziale. Niente, a priori, obbliga le due grandezze a coincidere: un corpo potrebbe essere attratto molto dalla Terra ed essere poco «pigro», o viceversa.

Gli esperimenti dicono invece che, per ogni corpo, massa gravitazionale e massa inerziale sono proporzionali con lo stesso fattore, e con le unità del SI sono uguali. È l'**equivalenza fra massa inerziale e massa gravitazionale**: un fatto sperimentale, verificato con precisione altissima, che non si dimostra a partire da altre leggi. Proprio perché le due masse si semplificano, l'accelerazione di caduta non dipende dalla massa né dal materiale: un corpo di massa doppia ha un peso doppio, ma anche un'inerzia doppia, e accelera allo stesso modo. Nell'aria le cose cambiano perché alla risultante si aggiunge la resistenza dell'aria, che dipende dalla forma e dalla velocità del corpo: ne parleremo nel capitolo 7.

APPROFONDIMENTO

Newton, la seconda legge e i pendoli

Nei *Principia* (1687) Newton enunciò così la sua seconda legge: «*Mutationem motus proportionalem esse vi motrici impressæ, & fieri secundum lineam rectam qua vis illa imprimitur*», cioè «Il cambiamento del moto è proporzionale alla forza motrice impressa, e avviene lungo la retta secondo cui quella forza è impressa» (testo latino della prima edizione; traduzione nostra). Per Newton il «moto» era una grandezza che combina la massa e la velocità, che studierai negli anni successivi; per un corpo di massa costante il suo enunciato equivale a $\boldsymbol{F} = m\boldsymbol{a}$. La forma $F = ma$, che oggi tutti conoscono, non compare scritta così nei *Principia*: è il modo in cui la legge è stata riscritta dopo di lui.

Newton era ben consapevole che l'uguaglianza fra massa inerziale e massa gravitazionale andava controllata con l'esperimento. Nel terzo libro dei *Principia* descrive pendoli di uguale lunghezza, costruiti con contenitori uguali riempiti di materiali diversi, fra cui oro, legno e grano, e osserva che oscillano con lo stesso periodo: se il rapporto fra le due masse dipendesse dal materiale, i periodi sarebbero diversi. Da allora la verifica è stata ripetuta con strumenti sempre più sensibili, senza mai trovare una differenza.

Una dimostrazione spettacolare fu fatta nel 1971 sulla Luna, dove non c'è aria: durante la missione Apollo 15 l'astronauta David Scott lasciò cadere insieme un martello e una piuma di falco, che toccarono il suolo nello stesso istante, davanti alle telecamere.

5.3.3 Massa e peso, ancora una volta

Il secondo principio rende ancora più netta la differenza fra massa e peso (capitolo 4). Sulla Luna, dove l'accelerazione di gravità vale circa 1,6 m/s^2, un astronauta di 80 kg pesa circa 130 N invece di 784 N. Eppure, per metterlo in moto orizzontalmente con un'accelerazione di 1 m/s^2 servirebbero 80 N tanto sulla Luna quanto sulla Terra: l'inerzia non dipende dal peso.

> **ERRORE FREQUENTE**
>
> «Marco pesa 60 kg»: nel linguaggio di tutti i giorni si dice così, ma in fisica è **sbagliato**. Marco ha una massa di 60 kg e un peso di 60 kg × 9,8 N/kg ≈ 588 N. Le bilance pesapersone misurano in realtà una forza (quella con cui le premi) e la dividono per 9,8 N/kg per mostrare un numero in chilogrammi: lo vedremo fra poco nell'ascensore. Nella tecnica si usa ancora a volte il **chilogrammo-peso** (simbolo kgf), il peso di un corpo di massa 1 kg: 1 kgf ≈ 9,8 N. Non è un'unità del SI e in questo libro non la useremo.

5.4 Risolvere un problema di dinamica

5.4.1 Il metodo

Quasi tutti i problemi di dinamica si risolvono con lo stesso procedimento. Vale la pena impararlo come una routine, perché protegge dagli errori più comuni: dimenticare una forza, sbagliare un segno, confondere la massa con il peso.

1. **Individua il corpo.** Scegli il corpo di cui vuoi studiare il moto (la cassa, la persona, l'auto con i passeggeri) e trattalo come un punto materiale.
2. **Disegna il diagramma di corpo libero.** Come nel primo volume (*Fisica 1*, capitolo 9), disegna il corpo isolato da tutto il resto e rappresenta con una freccia **ogni** forza che agisce **su di esso**: il peso, le forze dei vincoli (reazione normale, tensioni), l'attrito, le forze applicate. Non disegnare le forze che il corpo esercita su altri corpi.
3. **Scegli gli assi.** Conviene prendere un asse nella direzione dell'accelerazione (se la conosci) e l'altro perpendicolare. Fissa il verso positivo di ciascun asse.
4. **Scrivi il secondo principio per componenti.** Lungo ogni asse: somma delle componenti delle forze = m × componente dell'accelerazione. Lungo l'asse senza accelerazione la somma è zero.
5. **Risolvi e controlla.** Ricava l'incognita, poi controlla le unità (N = kg·m/s^2), il segno (il verso trovato ha senso?) e l'ordine di grandezza del risultato.

Quando dalle forze si ricava l'accelerazione e da questa, con le leggi della cinematica, il moto, si risolve un **problema diretto della dinamica**. Quando invece si osserva il moto, se ne ricava l'ac-

celerazione e da questa si risale alla forza risultante, come nell'esempio dell'auto che parte, si risolve un **problema inverso della dinamica**. Il secondo principio è il ponte che si percorre nei due sensi.

5.4.2 Spingere una cassa sul pavimento

Una cassa di massa 40 kg è spinta su un pavimento orizzontale da una forza orizzontale di 200 N; il coefficiente di attrito dinamico fra cassa e pavimento è $\mu_d = 0{,}30$. Seguiamo il metodo. Sulla cassa agiscono quattro forze: il peso mg verso il basso, la reazione normale $\boldsymbol{N}$ del pavimento verso l'alto, la spinta $\boldsymbol{F}$ in avanti e l'attrito dinamico $\boldsymbol{F}_d$ all'indietro. Prendiamo l'asse x orizzontale nel verso del moto e l'asse y verticale verso l'alto. Lungo y la cassa non accelera, quindi $N - mg = 0$ e $N = mg = 40\ \text{kg} \times 9{,}8\ \text{N/kg} = 392\ \text{N}$. La forza premente è $F_\perp = N = 392\ \text{N}$ e l'attrito dinamico vale, come nel primo volume (*Fisica 1*, capitolo 8), $F_d = \mu_d F_\perp = 0{,}30 \times 392\ \text{N} \approx 118\ \text{N}$.

Lungo x: $F - F_d = ma$, da cui $a = (200\ \text{N} - 117{,}6\ \text{N})/40\ \text{kg} \approx 2{,}1\ \text{m/s}^2$. Nel primo volume ti saresti fermato a dire che la spinta supera l'attrito e la cassa «si muove»; ora sai dire *come* si muove: di moto uniformemente accelerato, guadagnando circa 2,1 m/s ogni secondo. Se la spinta fosse esattamente di 118 N, la risultante sarebbe nulla e la cassa, una volta avviata, procederebbe a velocità costante: è il primo principio.

5.4.3 Una forza inclinata

Quando la forza applicata non è parallela al pavimento le cose cambiano in un modo che a prima vista sorprende. Tiriamo una cassa di 25 kg con una fune inclinata di 30° verso l'alto, con una forza di 120 N, su un pavimento con $\mu_d = 0{,}40$ (Figura 5.3). La forza della fune ha una componente orizzontale, $F\cos 30°$, che tira la cassa in avanti, e una verticale, $F\,\text{sen}\,30°$, che la solleva un poco. Questa seconda componente non basta a staccare la cassa dal pavimento, ma diminuisce la forza con cui la cassa vi preme, e quindi l'attrito. Già nel primo volume hai visto, con la slitta tirata o spinta, che la forza premente non è sempre uguale al peso (*Fisica 1*, capitolo 8); ora ne calcoliamo l'effetto sul moto.

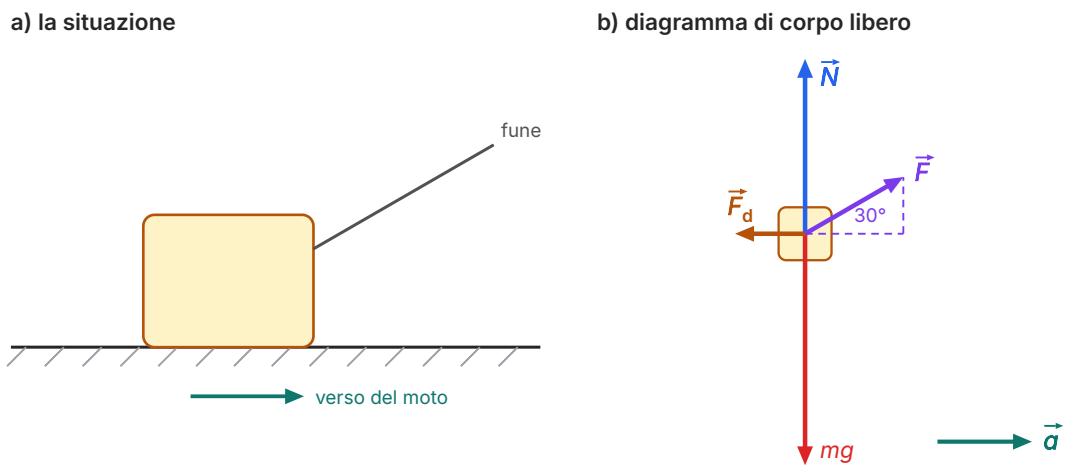


Figura 5.3 Una cassa di 25 kg tirata da una fune inclinata di 30° con una forza di 120 N, su un pavimento con $\mu_d = 0{,}40$. a) La situazione. b) Il diagramma di corpo libero, con le forze in scala: la componente verticale della forza della fune (60 N) riduce la reazione normale a 185 N, meno del peso (245 N), e con essa l'attrito dinamico (74 N). L'accelerazione $\boldsymbol{a}$ è orizzontale, nel verso del moto.

ESEMPIO SVOLTO

Tirare in orizzontale o in obliquo?

Problema. Per la cassa della Figura 5.3 ($m = 25$ kg, $F = 120$ N a 30° sopra l'orizzontale, $\mu_d = 0{,}40$), calcola a) la reazione normale e l'attrito dinamico; b) l'accelerazione della cassa. c) Confronta con l'accelerazione che avrebbe se la stessa forza fosse orizzontale.

Soluzione. Sulla cassa agiscono il peso $mg = 25\ \text{kg} \times 9{,}8\ \text{N/kg} = 245$ N verso il basso, la reazione normale $\boldsymbol{N}$ verso l'alto, la forza $\boldsymbol{F}$ della fune e l'attrito dinamico $\boldsymbol{F}_d$ all'indietro. Assi: x orizzontale nel verso del moto, y verticale verso l'alto. Componenti di $\boldsymbol{F}$: $F_x = 120\ \text{N} \times \cos 30° \approx 103{,}9$ N; $F_y = 120\ \text{N} \times \text{sen}\ 30° = 60{,}0$ N.

a) Lungo y l'accelerazione è nulla: $N + F_y - mg = 0$, quindi $N = 245\ \text{N} - 60{,}0\ \text{N} = 185$ N. Attrito: $F_d = \mu_d N = 0{,}40 \times 185\ \text{N} = 74$ N.

b) Lungo x: $F_x - F_d = ma$, quindi $a = (103{,}9\ \text{N} - 74\ \text{N})/25\ \text{kg} \approx 1{,}2\ \text{m/s}^2$.

c) Con la forza orizzontale: $N = 245$ N, $F_d = 0{,}40 \times 245\ \text{N} = 98$ N, $a = (120\ \text{N} - 98\ \text{N})/25\ \text{kg} \approx 0{,}88\ \text{m/s}^2$.

Controllo. Tirando in obliquo si «perde» in avanti circa 16 N di trazione (120 − 103,9), ma si guadagnano 24 N di attrito in meno (98 − 74): il bilancio è favorevole e l'accelerazione cresce di circa il 36%. Non è sempre così: con un pavimento poco scabro (μ_d piccolo) il risparmio di attrito è piccolo e conviene tirare in orizzontale. Le unità sono coerenti: $\text{N/kg} = \text{m/s}^2$.

5.4.4 Frenare: dall'attrito allo spazio di frenata

Nel primo volume hai calcolato lo spazio di frenata di un'auto con la formula $d_f = v^2/(2|a|)$, assegnando come dato la decelerazione $|a|$ (*Fisica 1*, capitolo 16). Ma da che cosa dipende $|a|$? Il secondo principio risponde. Quando un'auto frena bruscamente e le ruote si bloccano, gli pneumatici strisciano sull'asfalto e l'unica forza orizzontale è l'attrito dinamico, che fa da **forza frenante**: una forza con verso opposto alla velocità, che riduce il modulo della velocità. Su strada orizzontale $N = mg$, quindi

$$|a| = \frac{F_d}{m} = \frac{\mu_d\, m\, g}{m} = \mu_d g \qquad d_f = \frac{v^2}{2\,\mu_d\, g}$$

La massa si semplifica: in questo modello un camion e un'utilitaria con pneumatici uguali, alla stessa velocità, si fermano nello stesso spazio. Il camion ha bisogno di una forza frenante maggiore, ma anche il suo peso, e quindi l'attrito, è maggiore nella stessa proporzione. Contano invece il quadrato della velocità e il coefficiente di attrito. La **frenata a ruote bloccate** è il caso peggiore: finché le ruote rotolano senza strisciare, fra pneumatico e asfalto agisce l'attrito statico, che può essere più grande di quello dinamico, e per questo i sistemi frenanti delle auto moderne sono progettati per evitare il bloccaggio. La Figura 5.4 mostra lo spazio di frenata a ruote bloccate su asfalto asciutto e bagnato, calcolato con due valori tipici di μ_d presi dalla tabella del primo volume.

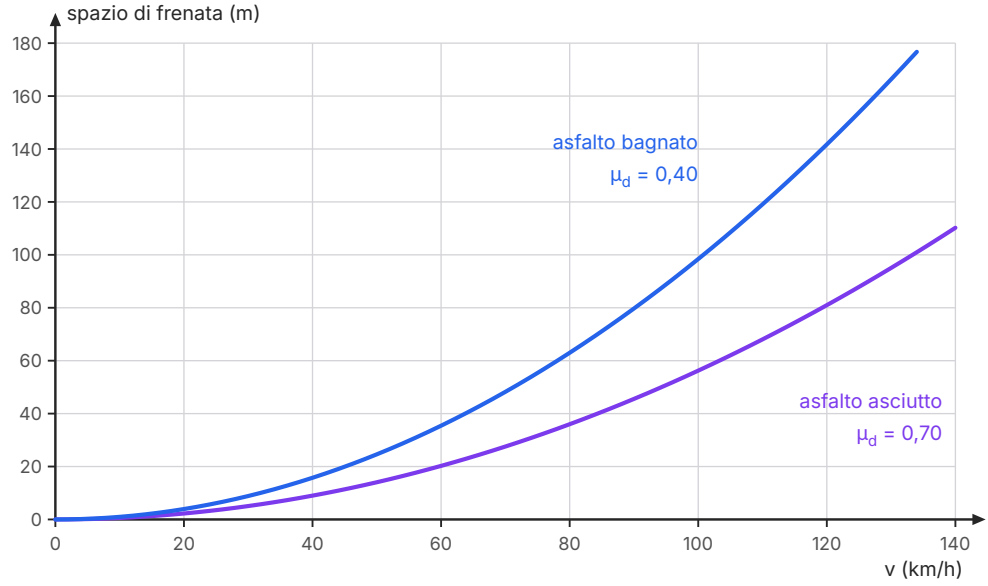


Figura 5.4 Spazio di frenata a ruote bloccate, su strada orizzontale, in funzione della velocità iniziale, calcolato con $d_f = v^2/(2\mu_d g)$ per due valori tipici del coefficiente di attrito dinamico fra pneumatico e asfalto. Le curve sono archi di parabola: raddoppiando la velocità, lo spazio quadruplica.

COLLEGAMENTI

Sicurezza stradale: la velocità conta al quadrato

A 90 km/h (25 m/s), con $\mu_d = 0{,}70$, lo spazio di frenata è $(25\ \text{m/s})^2/(2 \times 0{,}70 \times 9{,}8\ \text{m/s}^2) \approx 46$ m; sull'asfalto bagnato, con $\mu_d = 0{,}40$, diventa circa 80 m. A 130 km/h sull'asciutto si arriva a circa 95 m. A questi valori va aggiunto lo spazio di reazione, percorso a velocità costante prima di cominciare a frenare: con un tempo di reazione di 1 s, a 90 km/h sono altri 25 m. Ecco perché sul bagnato i limiti di velocità sono più bassi e la distanza di sicurezza deve essere maggiore.

Il ragionamento si può anche percorrere al contrario, come un problema inverso: dalla lunghezza delle tracce di frenata lasciate sull'asfalto si risale alla velocità del veicolo. Se un'auto ha lasciato tracce di 30 m su asfalto asciutto ($\mu_d \approx 0{,}70$), la velocità all'inizio della frenata era $v = \sqrt{(2\mu_d g d_f)} = \sqrt{(2 \times 0{,}70 \times 9{,}8 \times 30)}\ \text{m/s} \approx 20$ m/s, cioè circa 73 km/h. Il valore è una stima, perché il coefficiente di attrito di quel tratto di strada non è noto con precisione.

5.5 Forze e moti in verticale

5.5.1 Sollevare un corpo con una fune

Un secchio di massa m è appeso a una fune che lo solleva. Sul secchio agiscono due sole forze: il peso mg verso il basso e la tensione $\boldsymbol{T}$ della fune verso l'alto. Con l'asse y verso l'alto, il secondo principio dà $T - mg = ma$, cioè

$$T = m\,(g + a) \qquad (a \text{ positiva verso l'alto})$$

La tensione è uguale al peso solo se l'accelerazione è nulla, cioè quando il secchio è fermo **oppure sale o scende a velocità costante**: è il caso statico che conosci dal primo volume, esteso dal primo principio al moto uniforme. Per far partire il secchio verso l'alto la fune deve tirare più del peso ($a > 0$, $T > mg$); per frenarlo mentre sale, o per farlo scendere sempre più veloce, deve tirare meno del peso ($a < 0$, $T < mg$). Con un secchio di 12 kg che parte verso l'alto con $a = 2{,}0\ \text{m/s}^2$, la fune tira con $T = 12\ \text{kg} \times (9{,}8 + 2{,}0)\ \text{m/s}^2 \approx 1{,}4 \times 10^2$ N, contro un peso di 118 N. Per questo una fune che regge un carico fermo può spezzarsi proprio quando si dà uno strattone per sollevarlo.

5.5.2 L'ascensore e la bilancia

Sali su una bilancia pesapersone dentro un ascensore. Quando l'ascensore parte verso l'alto ti senti più pesante e la bilancia segna più del solito; quando arriva al piano e frena, ti senti più leggero e la bilancia segna meno. Il tuo peso non è cambiato: è cambiata la forza con cui premi sulla bilancia. Analizziamo la situazione dal suolo, cioè da un sistema di riferimento inerziale, l'unico in cui, come hai visto nel capitolo 4, vale il primo principio e quindi il nostro metodo.

Il corpo è la persona, di massa m. Su di lei agiscono il peso mg verso il basso e la reazione normale $\boldsymbol{N}$ della bilancia verso l'alto. La persona si muove insieme all'ascensore e ha la sua stessa accelerazione a. Con l'asse verso l'alto: $N - mg = ma$, quindi

$$N = m\,(g + a)$$

La bilancia misura la forza con cui la persona la preme, che per il terzo principio, come vedremo nel capitolo 6, è uguale in modulo a N; poi la divide per 9,8 N/kg e mostra il risultato in chilogrammi. La forza che un corpo esercita sul sostegno o sulla bilancia si chiama, anche in questo caso, peso apparente. La Figura 5.5 mostra i tre casi possibili, con le forze in scala per una persona di 60 kg e un'accelerazione di modulo 1,5 m/s^2.

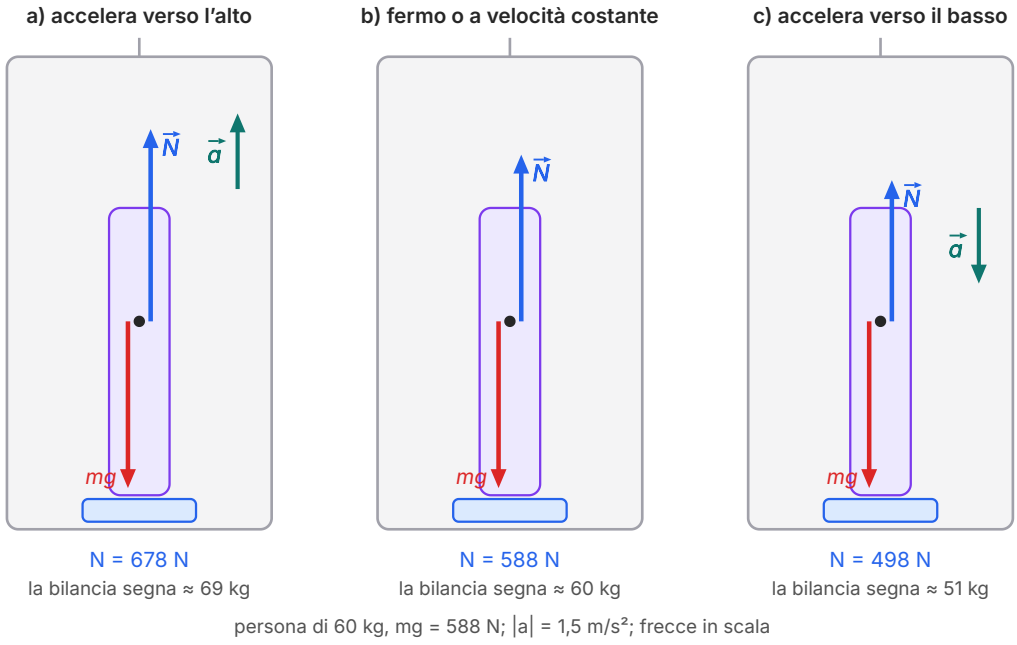


Figura 5.5 Una persona di 60 kg su una bilancia in ascensore, vista dal suolo; le frecce delle forze sono in scala. a) Accelerazione verso l'alto (partenza in salita o frenata in discesa): $N > mg$. b) Accelerazione nulla (fermo o in moto uniforme, in salita o in discesa): $N = mg$. c) Accelerazione verso il basso (partenza in discesa o frenata in salita): $N < mg$.

Conta il verso dell'**accelerazione**, non quello della velocità. Un ascensore che sale e sta per fermarsi rallenta, quindi accelera verso il basso: la bilancia segna meno, esattamente come quando parte verso il basso. Nel caso estremo in cui il cavo si spezzasse e l'ascensore cadesse liberamente, si avrebbe $a = -g$ e quindi $N = 0$: persona e bilancia cadrebbero insieme con la stessa accelerazione, senza premere l'una sull'altra. È la condizione di **assenza di peso**, che provano gli astronauti in orbita e, per una ventina di secondi, chi vola sugli aerei che compiono traiettorie

paraboliche per l'addestramento: il peso c'è ancora, ma nulla «sostiene» il corpo, perché tutto ciò che lo circonda cade con lui.

ERRORE FREQUENTE

«La reazione normale è sempre uguale al peso»: **falso**. $N = mg$ vale solo per un corpo su un piano orizzontale, senza altre forze verticali, che non accelera in verticale. Nell'ascensore che accelera, nella cassa tirata con una fune inclinata, su un piano inclinato (capitolo 7) la reazione normale è diversa dal peso. Non va mai scritta «a memoria»: si ricava ogni volta dal secondo principio lungo la direzione perpendicolare al piano d'appoggio.

ESEMPIO SVOLTO

Un viaggio in ascensore

Problema. Giulia, di massa 60 kg, è in piedi su una bilancia in un ascensore. L'ascensore parte da fermo verso l'alto e raggiunge 3,0 m/s in 2,0 s; poi sale a velocità costante; infine si ferma in 2,0 s. Supponendo le accelerazioni costanti, calcola in ciascuna fase la reazione della bilancia e il valore in chilogrammi che la bilancia mostra.

Soluzione. Su Giulia agiscono il peso $mg = 60\ \text{kg} \times 9{,}8\ \text{N/kg} = 588\ \text{N}$ verso il basso e la reazione $\boldsymbol{N}$ della bilancia verso l'alto; asse verso l'alto, $N = m(g + a)$.

Partenza: $a = (3{,}0\ \text{m/s} - 0)/2{,}0\ \text{s} = +1{,}5\ \text{m/s}^2$; $N = 60\ \text{kg} \times (9{,}8 + 1{,}5)\ \text{m/s}^2 = 678\ \text{N}$; la bilancia mostra $678\ \text{N} / 9{,}8\ \text{N/kg} \approx 69\ \text{kg}$.

Moto uniforme: $a = 0$; $N = 588\ \text{N}$; la bilancia mostra 60 kg.

Arresto: $a = (0 - 3{,}0\ \text{m/s})/2{,}0\ \text{s} = -1{,}5\ \text{m/s}^2$; $N = 60\ \text{kg} \times (9{,}8 - 1{,}5)\ \text{m/s}^2 = 498\ \text{N}$; la bilancia mostra circa 51 kg.

Controllo. Sono i tre casi della Figura 5.5. Il valore medio fra partenza e arresto è il peso vero (588 N), perché le due accelerazioni hanno lo stesso modulo e verso opposto. Durante la frenata l'ascensore sale ancora: la reazione è minore del peso perché l'accelerazione punta verso il basso, qualunque sia il verso della velocità.

5.6 Dalla forza al moto, e ritorno

5.6.1 Prevedere il moto

Il secondo principio è il legame che mancava fra le forze, studiate in statica nel primo volume, e i moti, descritti dalla cinematica. In un problema diretto il percorso è sempre lo stesso: dalle forze si ricava l'accelerazione con $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{F}/m$; se le forze sono costanti, anche l'accelerazione lo è, e il moto è uniformemente accelerato; allora le leggi del moto uniformemente accelerato, che conosci dal primo volume, danno la velocità e la posizione in ogni istante.

Riprendiamo la cassa di 40 kg spinta con 200 N, che accelera a 2,06 m/s^2. Partendo da ferma, dopo 3,0 s ha velocità $v = at$ = 2,06 m/s^2 × 3,0 s ≈ 6,2 m/s e ha percorso ½ at^2 = ½ × 2,06 m/s^2 × (3,0 s)^2 ≈ 9,3 m. Se a quel punto smettiamo di spingere, l'unica forza orizzontale resta l'attrito, 118 N all'indietro: la cassa rallenta con $|a|$ = 118 N / 40 kg ≈ 2,9 m/s^2 e si ferma dopo (6,2 m/s)^2/(2 × 2,94 m/s^2) ≈ 6,5 m. Abbiamo previsto l'intero moto partendo solo dalle forze: per Newton e i suoi successori, questo era il significato profondo della meccanica.

5.6.2 Una legge da verificare in laboratorio

Nel laboratorio di scuola si verifica il secondo principio con un carrello trainato da un filo che passa su una carrucola e regge una piccola massa appesa (Figura 5.6). Il peso della massa appesa mette in moto **insieme** il carrello e la massa stessa, che si muovono con la stessa accelerazione: la massa che accelera, la **massa accelerata**, è quella di tutti i corpi che si muovono insieme, carrello più massa appesa. Come agisca il filo fra i due corpi lo vedremo nel capitolo 6; per ora basta osservare che, trascurando l'attrito e la massa del filo e della carrucola, la forza risultante sull'insieme è il peso della massa appesa. Per cambiare la forza senza cambiare la massa accelerata si usa un trucco: le masse che si aggiungono al gancio si prendono dal carrello.

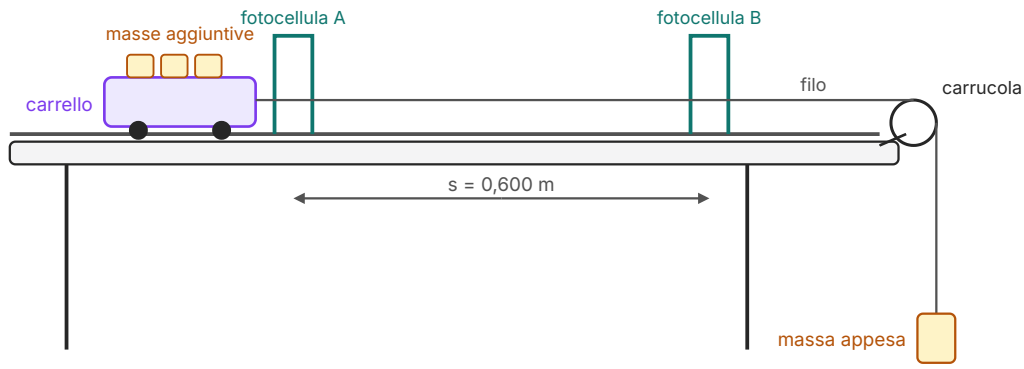


Figura 5.6 Apparato per la verifica del secondo principio (schema, non in scala): il carrello, con alcune masse aggiuntive, scorre su una guida orizzontale ed è collegato da un filo, che passa su una carrucola, a una massa appesa. Due fotocellule misurano il tempo impiegato a percorrere un tratto noto partendo da fermo.

5.6.3 Risalire alle forze

Nel problema inverso si misura il moto e si deduce la forza risultante. È ciò che si fa ogni volta che si vuole conoscere una forza difficile da misurare direttamente: la spinta di un'auto che parte, la forza frenante dell'attrito su un disco da hockey che scivola sul ghiaccio, la forza che una cintura di sicurezza esercita su un passeggero durante un urto. Nell'ultimo caso le accelerazioni sono enormi. In un urto contro un ostacolo fisso a 50 km/h (circa 14 m/s), l'abitacolo si

ferma in pochi decimi di metro grazie alla **zona di deformazione**, la parte anteriore della carrozzeria progettata per accartocciarsi in modo controllato. Se il passeggero, trattenuto dalla cintura, si ferma in 0,50 m, la sua decelerazione media è $v^2/(2d) = (14\ \text{m/s})^2/(1{,}0\ \text{m}) \approx 2 \times 10^2\ \text{m/s}^2$, una ventina di volte g; per un passeggero di 70 kg la forza media è dell'ordine di 1×10^4 N. Un ostacolo che lo fermasse in pochi centimetri, come il volante o il parabrezza senza cintura, richiederebbe forze dieci volte maggiori: allungare lo spazio di arresto riduce la forza, ed è questo il compito di cinture, zona di deformazione e airbag.

IN SINTESI

Le formule del secondo principio

$\boldsymbol{F} = m\boldsymbol{a}$ — secondo principio della dinamica: la forza risultante (N) su un corpo è uguale alla sua massa (kg) per la sua accelerazione (m/s^2); $\boldsymbol{a}$ ha la direzione e il verso di $\boldsymbol{F}$, non necessariamente della velocità.

$F_x = ma_x$, $F_y = ma_y$ — il secondo principio per componenti; lungo un asse senza accelerazione la somma delle componenti delle forze è zero.

1 N = 1 kg·m/s^2 — definizione dinamica del newton; N/kg = m/s^2.

$m_2/m_1 = a_1/a_2$ — a parità di forza, le masse inerziali stanno nel rapporto inverso delle accelerazioni.

$a = mg/m = g$ — in caduta libera l'accelerazione è $g = 9{,}8\ \text{m/s}^2$ per tutti i corpi, perché massa inerziale e massa gravitazionale sono uguali.

$a = (F - \mu_d mg)/m$ — corpo spinto da una forza orizzontale F su un piano orizzontale con attrito dinamico.

$|a| = \mu_d g$; $d_f = v^2/(2\mu_d g)$ — frenata a ruote bloccate su strada orizzontale: lo spazio di frenata (m) non dipende dalla massa ed è proporzionale al quadrato della velocità.

$T = m(g + a)$; $N = m(g + a)$ — fune che solleva un corpo, persona su una bilancia in ascensore (a positiva verso l'alto): la forza (N) è maggiore del peso se l'accelerazione punta in alto, minore se punta in basso, nulla in caduta libera.

COLLEGAMENTI

In laboratorio: accelerazione e forza a massa costante

Materiali. Un carrello su una guida a basso attrito, livellata con cura; un filo leggero e una carrucola fissata al bordo del tavolo; un portapesi da 10 g e cinque masse da 10 g; una bilancia (sensibilità 1 g); due fotocellule con cronometro elettronico (sensibilità 0,01 s), poste a distanza misurata con il metro: $s = (0{,}600 \pm 0{,}002)$ m. Il carrello vuoto ha massa 440 g: con le cinque masse e il portapesi la massa accelerata totale è $M = (0{,}500 \pm 0{,}001)$ kg, e resta la stessa in tutte le prove.

Procedimento. 1) All'inizio le cinque masse sono sul carrello e al filo è appeso solo il portapesi (10 g). 2) Si lascia partire il carrello da fermo con la bandierina proprio davanti alla prima fotocellula e si misura il tempo t fino alla seconda; si ripete cinque volte e si prendono il valore medio e la semidispersione. 3) Si sposta una massa da 10 g dal carrello al portapesi e si ripete, fino ad avere 60 g appesi. 4) Per ogni prova la forza motrice è il peso della massa appesa, $F = m_h g$, e l'accelerazione, per un moto uniformemente accelerato che parte da fermo, è $a = 2s/t^2$; la sua incertezza relativa è quella di s più il doppio di quella di t.

Tabella 5.1 Misure con massa accelerata costante, M = 0,500 kg (dati tipici di una prova).

massa appesa (g)	$F = m_h g$ (N)	tempo medio t (s)	$a = 2s/t^2$ (m/s^2)
10	0,098	2,72 ± 0,03	0,162 ± 0,005
20	0,196	1,81 ± 0,02	0,37 ± 0,01
30	0,294	1,48 ± 0,02	0,55 ± 0,02
40	0,392	1,26 ± 0,01	0,76 ± 0,02
50	0,490	1,13 ± 0,01	0,94 ± 0,02
60	0,588	1,02 ± 0,01	1,15 ± 0,03

Che cosa concludere. Il grafico di a in funzione di F è una retta, quindi l'accelerazione dipende linearmente dalla forza. La retta di miglior accordo ha pendenza $(2{,}01 \pm 0{,}06)$ kg^{-1} (l'incertezza dalle rette di massima e minima pendenza, *Fisica 1*, capitolo 5). Secondo il secondo principio la pendenza è $1/M$: ne segue $M = 1/(2{,}01\ \text{kg}^{-1}) = (0{,}50 \pm 0{,}02)$ kg, compatibile con il valore misurato con la bilancia, $(0{,}500 \pm 0{,}001)$ kg. La retta però non passa per l'origine: taglia l'asse delle forze a circa 0,02 N. È l'attrito residuo, che va vinto prima che la forza netta diventi positiva: la vera risultante è $F - F_d$, e l'equazione della retta è $a = (F - F_d)/M$.

Sicurezza. Metti un fermo imbottito in fondo alla guida e uno sotto la massa appesa, perché il carrello non cada dal tavolo e le masse non cadano sui piedi.

Per la relazione. Segui lo schema di *Fisica 1*, capitolo 5. Riporta la tabella con le incertezze, il grafico di a in funzione di F con le barre d'errore, la retta di miglior accordo e le rette di massi-

ma e minima pendenza; ricava M dalla pendenza con la sua incertezza e verifica la compatibilità con la massa misurata. Discuti gli errori sistematici: l'attrito (l'intercetta sull'asse delle forze), la massa della carrucola e del filo, una guida non perfettamente orizzontale (che aggiungerebbe una componente del peso del carrello). Spiega infine perché le masse si spostano dal carrello al gancio invece di aggiungerle: che cosa succederebbe alla pendenza se la massa accelerata cambiasse da una prova all'altra?

SINTESI

- A massa costante l'accelerazione di un corpo è direttamente proporzionale alla forza risultante; a forza costante è inversamente proporzionale alla massa: il grafico di a in funzione di $1/m$ è una retta per l'origine.
- Secondo principio della dinamica: $\boldsymbol{F} = m\boldsymbol{a}$. $\boldsymbol{F}$ è la risultante di tutte le forze che agiscono sul corpo; l'accelerazione ha la sua direzione e il suo verso, che possono essere diversi da quelli della velocità.
- Il primo principio è il caso particolare del secondo con forza risultante nulla: accelerazione nulla, velocità costante.
- L'equazione vettoriale equivale a due equazioni per componenti, una per asse; lungo un asse senza accelerazione le componenti delle forze hanno somma zero.
- La massa che compare nel secondo principio è la massa inerziale: a parità di forza, le masse stanno nel rapporto inverso delle accelerazioni.
- Definizione dinamica del newton: 1 N è la forza che imprime a 1 kg un'accelerazione di 1 $\mathrm{m/s^2}$; $1\ \mathrm{N} = 1\ \mathrm{kg \cdot m/s^2}$ e $\mathrm{N/kg} = \mathrm{m/s^2}$.
- Il peso mg è la forza che, da sola, produce l'accelerazione di caduta libera g. Poiché la massa gravitazionale è uguale a quella inerziale, un fatto sperimentale, nel vuoto tutti i corpi cadono con la stessa accelerazione.
- La massa (kg) è una proprietà del corpo e non cambia da luogo a luogo; il peso (N) è una forza e dipende dal luogo.
- Metodo per i problemi di dinamica: individuare il corpo, disegnare il diagramma di corpo libero con tutte le forze, scegliere gli assi (uno lungo l'accelerazione), scrivere il secondo principio per componenti, risolvere e controllare unità e ordine di grandezza.
- Con l'attrito dinamico $F_\mathrm{d} = \mu_\mathrm{d} F_\perp$, la forza premente va ricavata ogni volta: una forza inclinata verso l'alto la riduce. In una frenata a ruote bloccate $|a| = \mu_\mathrm{d} g$ e lo spazio di frenata, $v^2/(2\mu_\mathrm{d} g)$, non dipende dalla massa.
- In verticale $T = m(g + a)$ e $N = m(g + a)$: una bilancia in ascensore segna più del peso se l'accelerazione è verso l'alto, meno se è verso il basso, zero in caduta libera; conta il verso dell'accelerazione, non quello della velocità.
- Problema diretto: dalle forze all'accelerazione e, con la cinematica, al moto. Problema inverso: dal moto osservato all'accelerazione e alla forza risultante.

ESERCIZI

Comprendere e ricordare

1. ● Nel secondo principio della dinamica, $\boldsymbol{F} = m\boldsymbol{a}$, la forza $\boldsymbol{F}$ è:
   A. la forza più intensa fra quelle che agiscono sul corpo
   B. la somma vettoriale di tutte le forze che agiscono sul corpo
   C. la forza che fa muovere il corpo, escluso l'attrito
   D. il peso del corpo

2. ● Una stessa forza risultante agisce prima su un corpo di massa m, poi su uno di massa $2m$. L'accelerazione del secondo corpo, rispetto a quella del primo:
   A. raddoppia
   B. resta la stessa
   C. si dimezza
   D. diventa quattro volte più piccola

3. ● Il newton, espresso in unità fondamentali del SI, è:
   A. 1 kg·m/s^2
   B. 1 kg·m/s
   C. 1 kg/s^2
   D. 9,8 kg

4. ● Un sasso è lanciato verticalmente verso l'alto. Nel punto più alto, trascurando l'aria, la sua accelerazione è:
   A. diretta verso l'alto
   B. nulla, perché il sasso è fermo
   C. diretta in orizzontale
   D. diretta verso il basso, di modulo g

5. ● Una persona è su una bilancia in un ascensore che parte verso l'alto. Rispetto a quando l'ascensore è fermo, la bilancia segna:
   A. meno
   B. di più
   C. lo stesso valore
   D. zero

6. ● Nel vuoto un martello e una piuma vengono lasciati cadere insieme dalla stessa altezza. Che cosa succede?
   A. Arriva prima il martello, che pesa di più
   B. Arriva prima la piuma, che ha meno inerzia
   C. Dipende dall'altezza da cui cadono
   D. Arrivano insieme

7. ●● Una cassa viene spinta a velocità costante su un pavimento scabro. La forza risultante sulla cassa:
   A. è nulla
   B. è uguale alla spinta
   C. è uguale all'attrito
   D. è uguale al peso

8. ● Nel SI l'unità N/kg, usata per g, è equivalente a:
   A. N·kg
   B. kg/N
   C. m/s^2
   D. m/s

9. ●● Due auto con pneumatici uguali, una di massa doppia dell'altra, frenano a ruote bloccate sulla stessa strada alla stessa velocità. Secondo il modello del capitolo, lo spazio di frenata dell'auto più pesante è:
   A. doppio
   B. metà
   C. quadruplo
   D. uguale

Vero o falso

10. ● Se la forza risultante su un corpo è nulla, il corpo è necessariamente fermo. V / F

11. ● L'accelerazione di un corpo ha sempre la stessa direzione e lo stesso verso della forza risultante. V / F

12. ●● L'accelerazione di un corpo ha sempre la stessa direzione della sua velocità. V / F

13. ●● In un ascensore in caduta libera, una bilancia sotto i piedi di una persona segnerebbe zero. V / F

14. ● Massa e peso si misurano entrambi in chilogrammi. V / F

Applicare

15. ● Su un corpo di massa 12 kg agisce una forza risultante di 30 N. Calcola la sua accelerazione.

16. ● Uno scooter con il suo conducente ha una massa di 150 kg e accelera a 1,8 m/s^2. Quanto vale la forza risultante su di esso?

17. ● Una forza risultante di 6,0 N imprime a un corpo un'accelerazione di 1,5 m/s^2. Qual è la massa del corpo? Quanto vale il suo peso sulla Terra?

18. ●● Un disco da hockey di 2,0 kg, appoggiato sul ghiaccio senza attrito, è spinto da due forze orizzontali perpendicolari fra loro, di 3,0 N e 4,0 N. Calcola il modulo dell'accelerazione e l'angolo che essa forma con la forza di 3,0 N.

19. ●● Osserva la Figura 5.1. a) Quale accelerazione leggi sulla retta per una forza di 0,50 N? b) Controlla la lettura con il secondo principio, sapendo che la massa del carrello è 0,80 kg.

20. ●● Una ragazza di 50 kg è su una bilancia in un ascensore che sale e sta rallentando con accelerazione di modulo 2,0 m/s^2. Calcola la reazione della bilancia e il valore in chilogrammi che la bilancia mostra.

21. ● Osserva la Figura 5.4. a) Leggi lo spazio di frenata a 90 km/h su asfalto asciutto e su asfalto bagnato. b) Di quale fattore aumenta lo spazio di frenata passando da 50 km/h a 100 km/h? Controlla con la formula.

22. ● Completa. Nel secondo principio la forza è la _____ di tutte le forze che agiscono sul corpo; l'accelerazione ha la direzione e il verso della _____ . Un newton è la forza che imprime a una massa di _____ un'accelerazione di _____ .

Problemi

23. ●● Una cassa di 40 kg, inizialmente ferma, viene spinta su un pavimento orizzontale con una forza orizzontale costante di 200 N. Il coefficiente di attrito dinamico è 0,30. Calcola a) l'accelerazione della cassa; b) la velocità dopo 3,0 s; c) lo spazio percorso in quei 3,0 s.

24. ●● Un'auto di 1200 kg (passeggeri compresi) passa da 0 a 100 km/h in 8,5 s. Supponendo l'accelerazione costante, calcola a) la forza risultante sull'auto; b) lo spazio percorso durante l'accelerazione.

25. ●●● Una slitta di 30 kg viene tirata sulla neve da una fune inclinata di 25° sopra l'orizzontale, con una forza di 150 N. Il coefficiente di attrito dinamico fra slitta e neve è 0,10. a) Disegna il diagramma di corpo libero. b) Calcola la reazione normale e l'attrito. c) Calcola l'accelerazione. d) Confronta con l'accelerazione che la slitta avrebbe con la fune orizzontale e la stessa forza: in questo caso conviene tirare in obliquo?

26. ●● Un secchio d'acqua di 15 kg è sollevato con una fune. Calcola la tensione della fune quando il secchio a) parte verso l'alto con accelerazione 0,80 m/s^2; b) sale a velocità costante; c) sale rallentando con accelerazione di modulo 0,80 m/s^2.

27. ●●● Collegati al primo volume (*Fisica 1*, capitolo 16). Un'auto viaggia a 108 km/h su una strada orizzontale; il conducente vede un ostacolo a 100 m e reagisce dopo 0,80 s, poi frena a ruote bloccate. a) Calcola lo spazio di reazione. b) Calcola la decelerazione e lo spazio di frenata con asfalto bagnato ($\mu_d = 0{,}45$). L'auto si ferma prima dell'ostacolo? c) Ripeti con asfalto asciutto ($\mu_d = 0{,}75$).

28. ●●● Un uomo di 70 kg è su una bilancia in un ascensore. L'ascensore parte da fermo verso l'alto, raggiunge 3,0 m/s in 2,0 s, sale per un tratto a velocità costante, poi si ferma in 3,0 s. Supponendo costanti le accelerazioni, calcola la reazione della bilancia e il valore in chilogrammi che essa mostra in ciascuna delle tre fasi.

29. ●● Un disco da hockey di 0,16 kg viene lanciato sul ghiaccio a 12 m/s e si ferma, rallentando in modo uniforme, dopo 48 m. Calcola a) la decelerazione del disco; b) la forza d'attrito che lo frena; c) il coefficiente di attrito dinamico fra disco e ghiaccio.

Ragionare e argomentare

30. ●● Trova l'errore. Un compagno risolve così: «Una cassa di 20 kg è tirata su un pavimento orizzontale con una forza orizzontale di 100 N; il coefficiente di attrito dinamico è 0,25. L'accelerazione è $a = F/m = 100\ \text{N} / 20\ \text{kg} = 5{,}0\ \text{m/s}^2$». Individua l'errore e correggi il risultato.

31. ●● Spiega con il secondo principio perché, nel vuoto, un martello e una piuma cadono con la stessa accelerazione, anche se il martello pesa molto di più. Quale fatto sperimentale serve per arrivare a questa conclusione? Perché nell'aria la piuma cade più lentamente?

32. ●●● Stima. In un urto frontale a 50 km/h, un passeggero di 70 kg trattenuto dalla cintura si ferma in circa 0,5 m. Stima la decelerazione media (come multiplo di g) e la forza media esercitata dalla cintura. Come cambierebbe la forza se il passeggero, senza cintura, si fermasse in 5 cm urtando il cruscotto?

33. ●●● Progetta un esperimento. A bordo di una stazione spaziale in orbita le bilance pesapersone non funzionano. Proponi un metodo, basato sul secondo principio, per misurare la massa di un astronauta: quali grandezze misureresti, con quali strumenti, e come ricaveresti la massa? Quali errori sistematici prevedi?

PER APPROFONDIRE

- [NEW] I. Newton, *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica*: gli «Assiomi, ovvero leggi del moto» con cui si apre l'opera, e nel terzo libro gli esperimenti con i pendoli sull'uguaglianza fra massa e peso.
- [HEW] P. G. Hewitt, *Conceptual Physics*: il capitolo sulla seconda legge di Newton, con molti esempi quotidiani (cadute, attrito, paracadute) discussi quasi senza formule.
- [HRW] D. Halliday, R. Resnick, J. Walker, *Fondamenti di fisica*: i capitoli su forza e moto, con un'ampia raccolta di problemi su piani orizzontali, funi e ascensori.
- [FEY] R. P. Feynman, R. B. Leighton, M. Sands, *La fisica di Feynman*, vol. I: il capitolo sulle leggi di Newton, per vedere come un grande fisico discute il significato di $F = m\,a$.

Glossario del capitolo

Assenza di peso
Condizione di un corpo che cade liberamente insieme a ciò che lo circonda: nulla lo sostiene e la reazione di un appoggio è nulla, anche se il peso agisce ancora.

Chilogrammo-peso
Unità di forza non appartenente al SI (kgf), uguale al peso di un corpo di massa 1 kg: 1 kgf ≈ 9,8 N.

Definizione dinamica del newton
1 N è la forza risultante che imprime a un corpo di massa 1 kg un'accelerazione di 1 m/s^2: 1 N = 1 $kg \cdot m/s^2$.

Equivalenza fra massa inerziale e massa gravitazionale
Fatto sperimentale secondo cui, per ogni corpo, massa inerziale e massa gravitazionale coincidono; ne segue che nel vuoto tutti i corpi cadono con la stessa accelerazione g.

Forma per componenti del secondo principio
Le due equazioni $F_x = m\,a_x$ e $F_y = m\,a_y$, equivalenti all'equazione vettoriale, una per ciascun asse.

Forza frenante
Forza con verso opposto alla velocità di un corpo, che ne riduce il modulo; nella frenata a ruote bloccate è l'attrito dinamico.

Frenata a ruote bloccate
Frenata in cui le ruote smettono di girare e gli pneumatici strisciano sulla strada: la forza frenante è l'attrito dinamico e $|a| = \mu_d g$ su strada orizzontale.

Legge fondamentale della dinamica
Altro nome del secondo principio della dinamica (seconda legge di Newton).

Massa accelerata
La massa complessiva di tutti i corpi che si muovono insieme con la stessa accelerazione, sui quali agisce la forza risultante considerata.

Massa gravitazionale
La massa che determina quanto un corpo è attratto dalla Terra, cioè il suo peso $m\,g$.

Massa inerziale
La massa che compare nel secondo principio: misura la resistenza di un corpo a cambiare velocità; a parità di forza, l'accelerazione è inversamente proporzionale a essa.

Misura dinamica della massa
Misura di una massa confrontando l'accelerazione che una stessa forza produce sul corpo e su un campione: $m_2/m_1 = a_1/a_2$.

Problema diretto della dinamica
Problema in cui, note le forze, si ricava l'accelerazione con il secondo principio e da questa, con la cinematica, il moto.

Problema inverso della dinamica
Problema in cui, osservato il moto, se ne ricava l'accelerazione e da questa la forza risultante.

Secondo principio della dinamica
Legge secondo cui la forza risultante su un corpo è uguale al prodotto della sua massa per la sua accelerazione: $\boldsymbol{F} = m\boldsymbol{a}$; l'accelerazione ha la direzione e il verso della risultante.

Zona di deformazione
Parte della carrozzeria di un veicolo progettata per accartocciarsi in modo controllato in un urto, allungando lo spazio di arresto e riducendo le forze sugli occupanti.

Soluzioni

1. B. Nel secondo principio compare la forza risultante, somma vettoriale di tutte le forze, attrito e peso compresi.

2. C. A forza costante $a = F/m$ è inversamente proporzionale alla massa: con massa doppia l'accelerazione si dimezza.

3. A. Dal secondo principio: 1 N = 1 kg × 1 m/s^2.

4. D. L'unica forza è il peso, quindi $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{g}$ verso il basso in ogni istante, anche quando la velocità è nulla.

5. B. L'accelerazione è verso l'alto: $N = m(g + a) > m\,g$.

6. D. Peso e inerzia sono entrambi proporzionali alla massa (massa gravitazionale = massa inerziale): l'accelerazione è g per entrambi.

7. A. Velocità costante significa accelerazione nulla, quindi risultante nulla: la spinta è uguale e opposta all'attrito.

8. C. N/kg = (kg·m/s^2)/kg = m/s^2.

9. D. $|a| = \mu_d g$ non dipende dalla massa, quindi lo spazio $v^2/(2\mu_d g)$ è lo stesso.

10. F. Con risultante nulla l'accelerazione è nulla: il corpo può essere fermo oppure in moto rettilineo uniforme.

11. V. Nel secondo principio $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{F}/m$ con $m > 0$: i due vettori hanno stessa direzione e stesso verso.

12. F. L'accelerazione ha la direzione della risultante: in una frenata è opposta alla velocità, nel moto circolare uniforme è perpendicolare.

13. V. Persona e bilancia cadono con la stessa accelerazione g: $N = m(g - g) = 0$.

14. F. La massa si misura in kg, il peso, che è una forza, in newton.

15. $a = F/m$ = 30 N / 12 kg = 2,5 m/s^2.

16. $F = m\,a$ = 150 kg × 1,8 m/s^2 = 270 N = 2,7 × 10^2 N, nel verso dell'accelerazione.

17. $m = F/a$ = 6,0 N / 1,5 m/s^2 = 4,0 kg; peso $m\,g$ = 4,0 kg × 9,8 N/kg ≈ 39 N.

18. Sul disco agiscono il peso e la reazione del ghiaccio, che si equilibrano, e le due forze orizzontali. Risultante: $R = \sqrt{(3{,}0^2 + 4{,}0^2)}$ N = 5,0 N; a = 5,0 N / 2,0 kg = 2,5 m/s^2. Direzione: tan β = 4,0/3,0 ≈ 1,33, β = tan^{-1} 1,33 ≈ 53° dalla forza di 3,0 N.

19. a) Sulla retta, a 0,50 N, a ≈ 0,63 m/s^2 (a metà fra 0,50 e 0,76 circa; incertezza di lettura ≈ 0,02 m/s^2). b) a = 0,50 N / 0,80 kg ≈ 0,63 m/s^2: la lettura è corretta.

20. Sulla ragazza agiscono il peso (490 N, verso il basso) e la reazione N della bilancia (verso l'alto). L'ascensore sale e rallenta: l'accelerazione è verso il basso, a = −2,0 m/s^2 (asse verso l'alto). $N = m(g + a)$ = 50 kg × (9,8 − 2,0) m/s^2 = 390 N; la bilancia mostra 390 N / 9,8 N/kg ≈ 40 kg.

21. a) Circa 46 m sull'asciutto e circa 80 m sul bagnato (calcolo: (25 m/s)^2/(2 × 0,70 × 9,8 m/s^2) ≈ 46 m; con 0,40, ≈ 80 m). b) Raddoppiando la velocità lo spazio quadruplica, perché è proporzionale a v^2: sull'asciutto da circa 14 m a circa 56 m (100 km/h = 27,8 m/s; 27,8^2/13,72 ≈ 56 m).

22. risultante (somma vettoriale); forza risultante; 1 kg; 1 m/s^2.

23. Sulla cassa agiscono il peso (392 N, in basso), la reazione normale (in alto), la spinta (200 N, in avanti) e l'attrito dinamico (all'indietro). Lungo la verticale $N = m\,g$ = 392 N; F_d = 0,30 × 392 N ≈ 117,6 N. a) a = (200 N − 117,6 N)/40 kg ≈ 2,1 m/s^2. b) $v = a\,t$ = 2,06 m/s^2 × 3,0 s ≈ 6,2 m/s. c) $s = \frac{1}{2}\,a\,t^2 = \frac{1}{2} \times 2{,}06 \times 9{,}0$ m ≈ 9,3 m.

24. Sull'auto agiscono il peso e la reazione del suolo, che si equilibrano, e le forze orizzontali, la cui risultante è in avanti. a) 100 km/h = 27,8 m/s; a = 27,8 m/s / 8,5 s ≈ 3,27 m/s^2; F = 1200 kg × 3,27 m/s^2 ≈

$3{,}9 \times 10^3$ N. b) $s = \frac{1}{2}\, a\, t^2 = \frac{1}{2} \times 3{,}27\ \text{m/s}^2 \times (8{,}5\ \text{s})^2 \approx 1{,}2 \times 10^2$ m (oppure $s = v_m t = 13{,}9\ \text{m/s} \times 8{,}5\ \text{s} \approx 118$ m).

25. a) Sulla slitta agiscono il peso $m\,g = 294$ N (in basso), la reazione normale N (in alto), la forza della fune (150 N, a 25° sopra l'orizzontale) e l'attrito dinamico (all'indietro). b) $F_y = 150\ \text{N} \times \text{sen}\ 25° \approx 63{,}4$ N; $N = 294\ \text{N} - 63{,}4\ \text{N} \approx 231$ N; $F_d = 0{,}10 \times 230{,}6\ \text{N} \approx 23$ N. c) $F_x = 150\ \text{N} \times \cos 25° \approx 135{,}9$ N; $a = (135{,}9\ \text{N} - 23{,}1\ \text{N})/30\ \text{kg} \approx 3{,}8\ \text{m/s}^2$. d) Fune orizzontale: $F_d = 0{,}10 \times 294\ \text{N} = 29{,}4$ N; $a = (150\ \text{N} - 29{,}4\ \text{N})/30\ \text{kg} \approx 4{,}0\ \text{m/s}^2$. Con un attrito così piccolo conviene tirare in orizzontale: si perdono 14 N di trazione e si risparmiano solo 6 N di attrito.

26. Sul secchio agiscono il peso ($m\,g = 147$ N, in basso) e la tensione T (in alto); asse verso l'alto: $T = m(g + a)$. a) $T = 15\ \text{kg} \times (9{,}8 + 0{,}80)\ \text{m/s}^2 = 159\ \text{N} \approx 1{,}6 \times 10^2$ N. b) $a = 0$: $T = 147\ \text{N} \approx 1{,}5 \times 10^2$ N. c) $a = -0{,}80\ \text{m/s}^2$: $T = 15\ \text{kg} \times 9{,}0\ \text{m/s}^2 = 135\ \text{N} \approx 1{,}4 \times 10^2$ N.

27. Durante la frenata sull'auto agiscono il peso, la reazione normale (uguale al peso) e l'attrito dinamico, all'indietro: $|a| = \mu_d g$. a) $v = 108/3{,}6\ \text{m/s} = 30\ \text{m/s}$; $d_r = 30\ \text{m/s} \times 0{,}80\ \text{s} = 24$ m. b) $|a| = 0{,}45 \times 9{,}8\ \text{m/s}^2 \approx 4{,}4\ \text{m/s}^2$; $d_f = (30\ \text{m/s})^2/(2 \times 4{,}41\ \text{m/s}^2) \approx 102$ m; distanza di arresto $\approx 24\ \text{m} + 102\ \text{m} \approx 1{,}3 \times 10^2\ \text{m} > 100$ m: l'auto **non** si ferma in tempo. c) $|a| = 0{,}75 \times 9{,}8 \approx 7{,}4\ \text{m/s}^2$; $d_f = 900/14{,}7\ \text{m} \approx 61$ m; arresto $\approx 85\ \text{m} < 100$ m: si ferma con circa 15 m di margine.

28. Sull'uomo agiscono il peso ($m\,g = 686$ N) e la reazione N della bilancia; asse verso l'alto, $N = m(g + a)$. Partenza: $a = 3{,}0/2{,}0\ \text{m/s}^2 = 1{,}5\ \text{m/s}^2$; $N = 70 \times 11{,}3\ \text{N} \approx 791\ \text{N} \approx 7{,}9 \times 10^2$ N; la bilancia mostra $791/9{,}8 \approx 81$ kg. Moto uniforme: $N = 686\ \text{N} \approx 6{,}9 \times 10^2$ N; mostra 70 kg. Arresto: $a = -3{,}0/3{,}0\ \text{m/s}^2 = -1{,}0\ \text{m/s}^2$; $N = 70 \times 8{,}8\ \text{N} = 616\ \text{N} \approx 6{,}2 \times 10^2$ N; mostra $616/9{,}8 \approx 63$ kg.

29. Sul disco agiscono il peso, la reazione del ghiaccio (uguale al peso) e l'attrito dinamico, opposto al moto. a) Da $v^2 = v_0^2 + 2a\Delta s$ con $v = 0$: $|a| = v_0^2/(2\Delta s) = (12\ \text{m/s})^2/(96\ \text{m}) = 1{,}5\ \text{m/s}^2$. b) $F_d = m|a| = 0{,}16\ \text{kg} \times 1{,}5\ \text{m/s}^2 = 0{,}24$ N. c) $\mu_d = F_d/(m\,g) = 0{,}24\ \text{N} / 1{,}568\ \text{N} \approx 0{,}15$ ($= |a|/g$).

30. Errore: nel secondo principio va la forza **risultante**, non la sola forza applicata. Sulla cassa agiscono anche il peso (196 N) e la reazione normale, che si equilibrano, e l'attrito dinamico $F_d = 0{,}25 \times 196\ \text{N} = 49$ N, opposto al moto. Risultante: $100\ \text{N} - 49\ \text{N} = 51$ N; $a = 51\ \text{N} / 20\ \text{kg} \approx 2{,}6\ \text{m/s}^2$.

31. Traccia di risposta. Nel vuoto l'unica forza è il peso $m_g g$, proporzionale alla massa gravitazionale; l'accelerazione è $a = m_g g/m_i$. Il fatto sperimentale è l'uguaglianza (proporzionalità con lo stesso fattore per tutti i corpi) fra massa gravitazionale e massa inerziale: le masse si semplificano e $a = g$ per tutti. Il martello pesa di più ma ha anche più inerzia, nella stessa proporzione. Nell'aria si aggiunge la resistenza dell'aria, che per la piuma, molto leggera e con grande superficie, è subito confrontabile con il peso: la risultante e quindi l'accelerazione sono molto minori.

32. Traccia di risposta. $v = 50\ \text{km/h} \approx 14\ \text{m/s}$; decelerazione media $|a| = v^2/(2d) \approx (13{,}9\ \text{m/s})^2/(1{,}0\ \text{m}) \approx 1{,}9 \times 10^2\ \text{m/s}^2$, circa 20 g. Forza media $F = m|a| \approx 70\ \text{kg} \times 190\ \text{m/s}^2 \approx 1 \times 10^4$ N (sul passeggero agisce anche il peso, ma la forza della cintura, orizzontale, è di gran lunga la più grande). In 5 cm, cioè uno spazio dieci volte minore, la decelerazione e la forza sarebbero dieci volte maggiori: circa 200 g e 1×10^5 N.

33. Traccia di risposta. Il secondo principio non richiede il peso: basta applicare all'astronauta una forza nota e misurarne l'accelerazione, $m = F/a$. Per esempio l'astronauta, ben legato a un carrello su una guida, viene spinto da una molla (o tirato da un dinamometro) con una forza misurata, e la sua accelerazione si ricava misurando con fotocellule o con un video i tempi per percorrere distanze note ($a = 2s/t^2$ partendo da fermo). Ripetendo con alcune forze diverse si traccia il grafico a–F, la cui pendenza è $1/m$. Errori sistematici: la massa del carrello e dei sostegni, che va sottratta (si misura a vuoto con lo stesso metodo); la forza della molla, che cambia mentre si allunga o si accorcia; un astronauta non perfettamente rigido, che si muove sul carrello; gli attriti della guida.