CAPITOLO

1

I moti nel piano e la composizione dei moti

Un moto complicato smette di far paura quando lo si guarda un asse alla volta.

OBIETTIVI

1. Descrivere la posizione e lo spostamento di un corpo nel piano con il vettore posizione e il vettore spostamento, distinguendo lo spostamento dalla distanza percorsa.
2. Calcolare velocità media e accelerazione media come vettori, per componenti, e riconoscere che la velocità istantanea è tangente alla traiettoria.
3. Capire che un corpo accelera anche quando cambia solo la direzione della velocità, e distinguere la componente tangenziale da quella normale dell'accelerazione.
4. Applicare il principio di indipendenza dei moti per comporre due moti rettilinei, uniformi o accelerati.
5. Usare la regola di composizione delle velocità in problemi con tapis roulant, fiumi, vento e pioggia.

INDICE DEL CAPITOLO

1.1 Ripartiamo da... vettori e moti rettilinei 2
1.2 Posizione e spostamento nel piano 3
1.3 La velocità nel piano 5
1.4 L'accelerazione nel piano 8
1.5 Il principio di indipendenza dei moti 10
1.6 La velocità relativa: tapis roulant, fiumi e pioggia 14

Fisica 2 · Parte I · Il moto nel piano · versione 1.0
Capitolo 1: I moti nel piano e la composizione dei moti · pagine 23–44 del volume completo · estratto per lo studio

Un pallone calciato verso la porta, una barca trascinata dalla corrente, un'auto in una rotatoria: nessuno di questi corpi si muove lungo una retta. Nel primo volume bastava un asse e un numero con il segno per dire dove si trova un corpo e quanto velocemente si sposta; i moti di ogni giorno, però, si svolgono quasi sempre nel piano o nello spazio, e per descriverli servono i vettori.

In questo capitolo portiamo la cinematica dalla retta al piano. Vedremo che posizione, spostamento, velocità e accelerazione diventano vettori, e che la velocità può cambiare anche quando il tachimetro segna sempre lo stesso valore. Scopriremo poi un'idea semplice e potentissima, il **principio di indipendenza dei moti**: un moto nel piano si può studiare come due moti rettilinei che avvengono contemporaneamente, ciascuno per conto suo. Con questa idea capiremo perché una barca che attraversa un fiume arriva più a valle e perché la pioggia riga di traverso i finestrini di un'auto in corsa.

1.1 Ripartiamo da… vettori e moti rettilinei

Richiamiamo gli strumenti del primo volume che useremo; se qualcosa non è chiaro, riprendi i capitoli indicati di *Fisica 1*.

I vettori (*Fisica 1*, capitolo 6). Una grandezza vettoriale è definita da un modulo, una direzione e un verso; la indichiamo con una lettera in grassetto, come $\boldsymbol{a}$, mentre il suo modulo si scrive in corsivo semplice, a. Due vettori si sommano con il metodo punta-coda o con la regola del parallelogramma; la differenza $\boldsymbol{a} - \boldsymbol{b}$ è la somma di $\boldsymbol{a}$ con l'opposto di $\boldsymbol{b}$. In un piano cartesiano ogni vettore si scompone nelle sue componenti cartesiane: se il vettore forma l'angolo α con l'asse x,

$$a_x = a\cos\alpha \qquad a_y = a\,\mathrm{sen}\,\alpha \qquad a = \sqrt{(a_x^2 + a_y^2)}$$

Per sommare due vettori basta sommare le componenti omologhe: le componenti di $\boldsymbol{a} + \boldsymbol{b}$ sono $a_x + b_x$ e $a_y + b_y$. Dalle componenti si ritrova la direzione con il tasto $\cos^{-1}$ della calcolatrice impostata in gradi: $\cos\alpha = a_x/a$.

Il moto rettilineo uniforme (*Fisica 1*, capitolo 15). Un corpo che si muove lungo una retta con velocità costante v segue la legge oraria $s = s_0 + v\,t$: il grafico spazio-tempo è una retta di pendenza v, il grafico velocità-tempo una retta orizzontale, e l'area sotto di essa è lo spostamento.

Il moto rettilineo uniformemente accelerato (*Fisica 1*, capitolo 16). Con accelerazione costante a valgono

$$v = v_0 + a\,t \qquad s = s_0 + v_0 t + \tfrac{1}{2}\,a\,t^2 \qquad v^2 = v_0^2 + 2a\,\Delta s$$

La caduta libera e il lancio verticale sono moti di questo tipo, con accelerazione di modulo $g = 9{,}8\ \text{m/s}^2$ diretta verso il basso.

DA RICORDARE

Sulla retta velocità e accelerazione erano numeri con il segno, perché la direzione era fissata. Nel piano la direzione stessa può cambiare: d'ora in poi posizione, spostamento, velocità e accelerazione si scrivono come vettori ($\boldsymbol{r}$, $\Delta\boldsymbol{r}$, $\boldsymbol{v}$, $\boldsymbol{a}$). Ogni volta che vedi una di queste lettere in grassetto, ricordati che porta con sé tre informazioni: modulo, direzione e verso.

1.2 Posizione e spostamento nel piano

1.2.1 Un sistema di riferimento con due assi

Per descrivere un moto lungo una retta bastava un asse orientato con un'origine. Per un corpo che si muove su un piano, per esempio un pallone su un campo da calcio visto dall'alto, o una nave sul mare, servono due numeri. Scegliamo un'origine O e due assi perpendicolari, x e y, con la stessa unità di misura: questo è un **sistema di riferimento cartesiano**, lo stesso piano cartesiano che usi in matematica. La posizione di un punto P è data dalle sue **coordinate** $(x; y)$, che in fisica hanno un'unità di misura, di solito il metro. Spesso conviene orientare gli assi in modo concreto: x verso est e y verso nord, come su una carta geografica.

Come sulla retta, continuiamo a usare il modello del punto materiale: il corpo è rappresentato da un punto, perché le sue dimensioni sono piccole rispetto alle distanze che percorre e non ci interessa come ruota su sé stesso.

1.2.2 Il vettore posizione

Le due coordinate si possono riunire in un solo oggetto. Si chiama **vettore posizione** $\boldsymbol{r}$ del punto P il vettore che va dall'origine O al punto P. Le sue componenti cartesiane sono proprio le coordinate del punto: $r_x = x$ e $r_y = y$. Il suo modulo, per il teorema di Pitagora, è la distanza di P dall'origine:

$$r = \sqrt{(x^2 + y^2)}$$

Mentre il corpo si muove, il vettore posizione cambia nel tempo: la sua punta segue il corpo come un dito puntato. La linea descritta dalla punta, cioè l'insieme delle posizioni occupate via via dal corpo, è la sua traiettoria (Figura 1.1). Descrivere il moto significa conoscere il vettore posizione in ogni istante, cioè conoscere due funzioni del tempo, $x(t)$ e $y(t)$: sono le **leggi orarie delle componenti** del moto.

1.2.3 Il vettore spostamento

Supponiamo che all'istante t_1 il corpo si trovi in P_1, con vettore posizione $\boldsymbol{r}_1$, e all'istante t_2 si trovi in P_2, con vettore posizione $\boldsymbol{r}_2$. Il **vettore spostamento** $\Delta\boldsymbol{r}$ è il vettore che va da P_1 a P_2. Dalla regola punta-coda si vede che $\boldsymbol{r}_1 + \Delta\boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}_2$, cioè

$$\Delta\boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}_2 - \boldsymbol{r}_1$$

Lo spostamento è la differenza fra la posizione finale e quella iniziale, esattamente come $\Delta s = s_2 - s_1$ sulla retta: solo che ora la differenza è fra vettori. Le sue componenti sono le variazioni delle coordinate:

$$\Delta x = x_2 - x_1 \qquad \Delta y = y_2 - y_1 \qquad |\Delta\boldsymbol{r}| = \sqrt{(\Delta x^2 + \Delta y^2)}$$

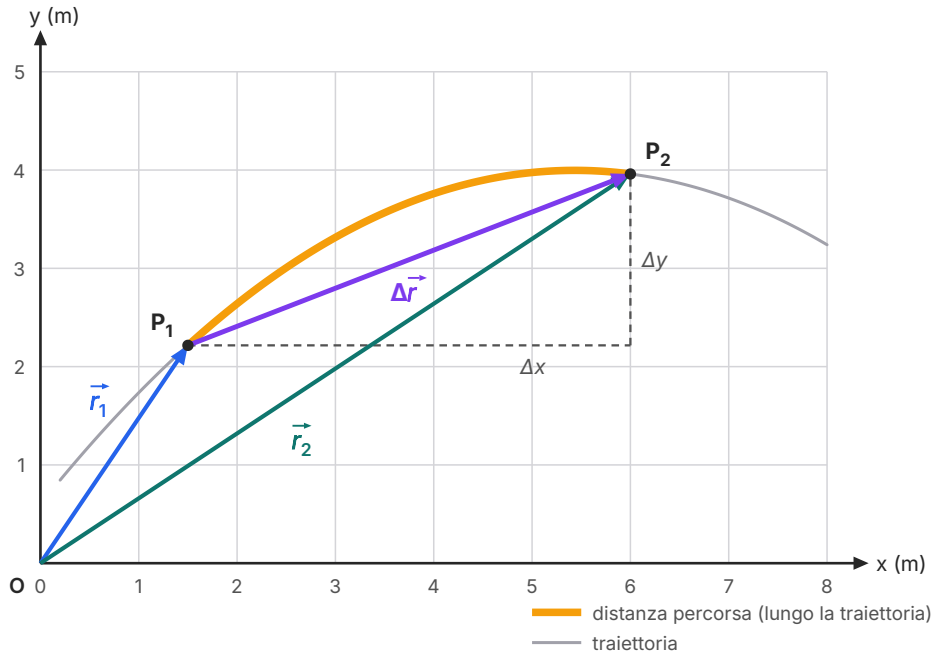


Figura 1.1 Il vettore posizione e il vettore spostamento. Il corpo percorre la traiettoria (in grigio); all'istante t_1 si trova in $P_1 \approx$ (1,5 m; 2,2 m), all'istante t_2 in $P_2 \approx$ (6,0 m; 4,0 m). Lo spostamento $\Delta\boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}_2 - \boldsymbol{r}_1$ unisce le due posizioni lungo il segmento; la distanza percorsa è la lunghezza dell'arco in arancione. Tratteggiate, le componenti Δx e Δy dello spostamento.

Nella Figura 1.1 si vede che lo spostamento **non dipende dall'origine** (se spostiamo O cambiano $\boldsymbol{r}_1$ e $\boldsymbol{r}_2$, non la freccia da P_1 a P_2) e **non dipende dal percorso**: conta solo da dove si parte e dove si arriva. La lunghezza del cammino effettivamente seguito, la distanza percorsa, è invece una grandezza scalare e non è mai minore del modulo dello spostamento: il segmento è la linea più

breve fra due punti. Le due grandezze coincidono solo se il corpo si muove in linea retta senza tornare indietro.

ESEMPIO SVOLTO

Una passeggiata nel parco

Problema. In un parco fissiamo un sistema di riferimento con l'asse x verso est e l'asse y verso nord, con l'origine all'ingresso. Marta parte dalla fontana A (20 m; 10 m) e raggiunge la panchina B (80 m; 90 m), camminando prima lungo un vialetto diretto verso est e poi lungo un vialetto diretto verso nord. Calcola a) le componenti e il modulo dello spostamento; b) l'angolo che lo spostamento forma con la direzione est; c) la distanza percorsa.

Soluzione. a) $\Delta x = 80\ \text{m} - 20\ \text{m} = 60\ \text{m}$; $\Delta y = 90\ \text{m} - 10\ \text{m} = 80\ \text{m}$. Il modulo è $|\Delta \boldsymbol{r}| = \sqrt{(60\ \text{m})^2 + (80\ \text{m})^2} = \sqrt{(10\,000\ \text{m}^2)} = 100\ \text{m}$.

b) $\cos\alpha = \Delta x / |\Delta \boldsymbol{r}| = 60\ \text{m} / 100\ \text{m} = 0{,}600$, quindi $\alpha = \cos^{-1} 0{,}600 \approx 53{,}1°$: lo spostamento è diretto verso nord-est, più vicino al nord che all'est.

c) Marta percorre 60 m verso est e poi 80 m verso nord: la distanza percorsa è 60 m + 80 m = 140 m.

Controllo. Lo spostamento (100 m) è minore della distanza percorsa (140 m), come deve essere; con l'origine in un altro punto del parco avremmo trovato lo stesso spostamento.

1.3 La velocità nel piano

1.3.1 La velocità media è un vettore

Sulla retta la velocità media era il rapporto fra lo spostamento e l'intervallo di tempo. Nel piano la definizione resta la stessa, ma lo spostamento è un vettore. Si chiama **velocità media vettoriale** nell'intervallo $\Delta t = t_2 - t_1$ il vettore

$$\boldsymbol{v}_{\text{m}} = \frac{\Delta \boldsymbol{r}}{\Delta t}$$

Dividere un vettore per un numero positivo significa moltiplicarlo per $1/\Delta t$: la direzione e il verso non cambiano, cambia solo il modulo (*Fisica 1*, capitolo 6). Quindi **la velocità media ha la direzione e il verso dello spostamento**, e il suo modulo è $|\Delta \boldsymbol{r}|/\Delta t$. Le componenti si calcolano separatamente:

$$v_{\text{m}x} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \qquad v_{\text{m}y} = \frac{\Delta y}{\Delta t}$$

Se Marta ha impiegato 120 s per andare dalla fontana alla panchina, la sua velocità media ha componenti 60 m / 120 s = 0,50 m/s verso est e 80 m / 120 s ≈ 0,67 m/s verso nord, e modulo 100 m / 120 s ≈ 0,83 m/s, nella direzione dello spostamento. Ma Marta ha camminato per 140 m: il

rapporto fra la distanza percorsa e il tempo, la velocità scalare media del primo volume, vale invece 140 m / 120 s ≈ 1,2 m/s.

ERRORE FREQUENTE

Il modulo della velocità media vettoriale **non** è la velocità scalare media. Il primo si calcola con il modulo dello spostamento, la seconda con la distanza percorsa; poiché $|\Delta \boldsymbol{r}|$ non supera mai la distanza percorsa, il modulo di $\boldsymbol{v}_m$ è sempre minore o uguale alla velocità scalare media. Un caso estremo: un atleta che corre un giro completo di pista in 60 s torna al punto di partenza, quindi $\Delta \boldsymbol{r} = 0$ e la velocità media vettoriale è **nulla**, mentre la sua velocità scalare media è 400 m / 60 s ≈ 6,7 m/s.

1.3.2 La velocità istantanea è tangente alla traiettoria

La velocità media dice poco su che cosa accade lungo il percorso. Come nel primo volume, per conoscere la velocità in un istante scegliamo intervalli di tempo sempre più brevi attorno a quell'istante. Nella Figura 1.2 il corpo passa per P e, dopo intervalli Δt via via più piccoli, si trova in Q_1, Q_2, Q_3. Gli spostamenti da P verso questi punti sono corde della traiettoria; quando Δt diventa piccolissimo, la corda si confonde con la **retta tangente** alla traiettoria in P. Il vettore a cui tende la velocità media si chiama velocità istantanea $\boldsymbol{v}$, e la conclusione è:

la velocità istantanea $\boldsymbol{v}$ è sempre **tangente alla traiettoria** e ha il verso del moto

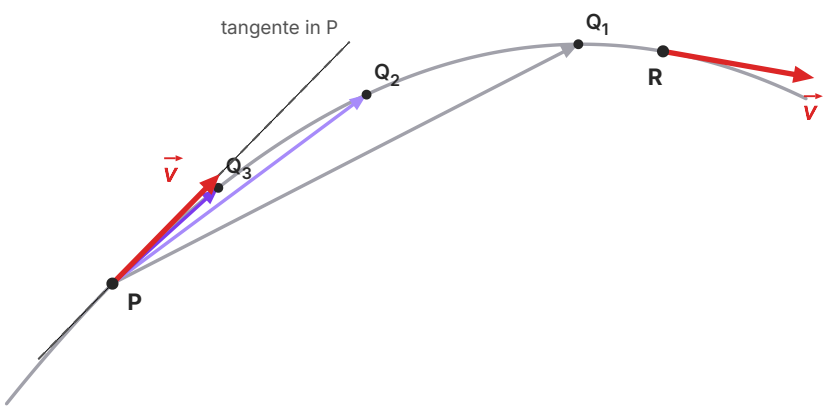


Figura 1.2 Dalla velocità media alla velocità istantanea. Gli spostamenti da P verso Q_1, Q_2, Q_3, compiuti in tempi sempre più brevi, si avvicinano alla tangente alla traiettoria in P (tratteggiata). La velocità istantanea $\boldsymbol{v}$ è tangente alla traiettoria in ogni punto, come si vede anche in R.

Il modulo della velocità istantanea si chiama spesso, semplicemente, **velocità scalare** (o rapidità): è il numero indicato dal tachimetro di un'auto o dal contachilometri di una bicicletta. Il tachimetro non dice nulla sulla direzione: due auto in punti diversi di una rotatoria, entrambe a 30 km/h, hanno la stessa velocità scalare ma velocità diverse.

La tangenza della velocità si osserva facilmente: le scintille che si staccano da una mola, o gli schizzi d'acqua di una ruota di bicicletta su una strada bagnata, partono lungo la tangente nel punto in cui si staccano, perché conservano la velocità che avevano in quell'istante.

ESEMPIO SVOLTO

La rotta di un drone

Problema. Un drone vola a quota costante; il suo GPS registra la posizione ogni 2,0 s in un sistema di riferimento con l'asse x verso est e l'asse y verso nord (Figura 1.3 e tabella). Calcola la velocità media vettoriale a) fra 0 e 4,0 s; b) fra 4,0 s e 8,0 s; c) sull'intero volo. d) Confronta il risultato c) con la velocità scalare media, stimando la distanza percorsa.

Tabella 1.1 Posizioni del drone registrate dal GPS.

t (s)	0	2,0	4,0	6,0	8,0
x (m)	0	12	24	32	36
y (m)	0	0	0	6	18

Soluzione. a) Fra 0 e 4,0 s: $\Delta x = 24$ m, $\Delta y = 0$. $v_{mx} = 24$ m / 4,0 s = 6,0 m/s, $v_{my} = 0$: il drone vola verso est a 6,0 m/s.

b) Fra 4,0 s e 8,0 s: $\Delta x = 36$ m − 24 m = 12 m, $\Delta y = 18$ m. $v_{mx} = 12$ m / 4,0 s = 3,0 m/s, $v_{my} = 18$ m / 4,0 s = 4,5 m/s; modulo $\sqrt{(3{,}0^2 + 4{,}5^2)}$ m/s $\approx$ 5,4 m/s. La direzione forma con l'est l'angolo $\cos^{-1}(3{,}0/5{,}41) \approx 56°$: il drone ha virato verso nord.

c) Sull'intero volo: $\Delta x = 36$ m, $\Delta y = 18$ m, $\Delta t = 8{,}0$ s. $v_{mx} = 4{,}5$ m/s, $v_{my} \approx 2{,}3$ m/s (2,25 m/s), modulo $\approx$ 5,0 m/s, a circa 27° a nord dell'est.

d) Approssimiamo la traiettoria con le quattro corde fra punti successivi: 12 m + 12 m + $\sqrt{(8^2 + 6^2)}$ m + $\sqrt{(4^2 + 12^2)}$ m = 12 + 12 + 10 + 12,6 $\approx$ 47 m. La velocità scalare media è circa 47 m / 8,0 s $\approx$ 5,8 m/s, maggiore di 5,0 m/s. È una stima per difetto, perché la traiettoria curva.

Controllo. Nel grafico la freccia tratteggiata è la somma punta-coda delle altre due: la velocità media sull'intero volo è lo spostamento totale diviso il tempo totale, non la media delle velocità dei due tratti.

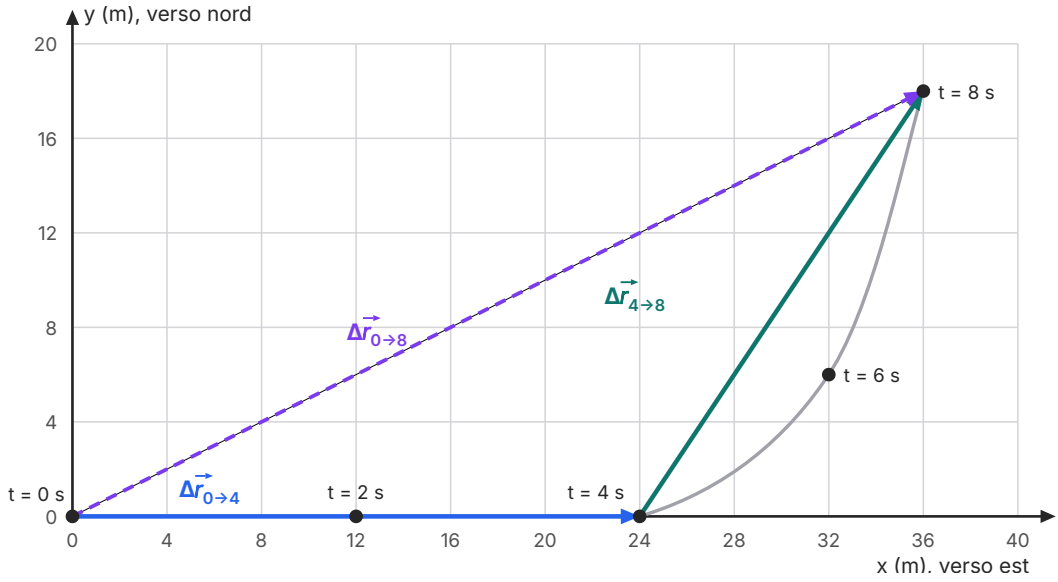


Figura 1.3 Le posizioni del drone registrate ogni 2,0 s (punti) e la sua traiettoria (in grigio). Le frecce sono gli spostamenti fra 0 e 4,0 s, fra 4,0 s e 8,0 s e sull'intero volo: le velocità medie hanno le loro stesse direzioni. Gli assi hanno la stessa scala, perciò gli angoli del disegno sono quelli reali.

1.4 L'accelerazione nel piano

1.4.1 Si accelera anche cambiando direzione

Nel primo volume l'accelerazione misurava quanto rapidamente cambia la velocità lungo la retta. Nel piano la velocità è un vettore, e un vettore può cambiare in tre modi: nel modulo, nella direzione, o in entrambi. In ognuno di questi casi diciamo che il corpo **accelera**. La definizione è la stessa di prima, scritta con i vettori: si chiama **accelerazione media vettoriale** nell'intervallo Δt il vettore

$$\boldsymbol{a}_{\mathrm{m}} = \frac{\Delta \boldsymbol{v}}{\Delta t} = \frac{\boldsymbol{v}_2 - \boldsymbol{v}_1}{\Delta t}$$

La **variazione di velocità** $\Delta\boldsymbol{v}$ è una **differenza fra vettori**: si ottiene disegnando $\boldsymbol{v}_1$ e $\boldsymbol{v}_2$ con la coda nello stesso punto e tracciando la freccia che va dalla punta di $\boldsymbol{v}_1$ alla punta di $\boldsymbol{v}_2$; infatti $\boldsymbol{v}_1 + \Delta\boldsymbol{v} = \boldsymbol{v}_2$. L'accelerazione media ha la direzione e il verso di $\Delta\boldsymbol{v}$, **non** quelli della velocità. Riducendo l'intervallo Δt, come per la velocità, si arriva all'accelerazione istantanea $\boldsymbol{a}$. L'unità di misura resta il $\mathrm{m/s^2}$.

Se la direzione del moto non cambia, ritroviamo il caso rettilineo: $\boldsymbol{v}_1$ e $\boldsymbol{v}_2$ sono paralleli e $\Delta\boldsymbol{v}$ è diretto come la velocità se il corpo accelera, in verso opposto se rallenta. Il caso nuovo è un altro: un corpo che cambia direzione **senza** cambiare la velocità scalare.

ESEMPIO SVOLTO

Un'auto nella rotatoria

Problema. Un'auto percorre un quarto di rotatoria con il tachimetro fermo su 36 km/h, cioè 10 m/s, impiegando 3,0 s. All'inizio va verso est, alla fine verso nord (Figura 1.4). Calcola l'accelerazione media nel quarto di giro.

Soluzione. Assi: x verso est, y verso nord. All'inizio $\boldsymbol{v}_1 = (10\ \text{m/s};\ 0)$, alla fine $\boldsymbol{v}_2 = (0;\ 10\ \text{m/s})$. Le componenti di $\Delta\boldsymbol{v} = \boldsymbol{v}_2 - \boldsymbol{v}_1$ sono $\Delta v_x = 0 - 10\ \text{m/s} = -10\ \text{m/s}$ e $\Delta v_y = 10\ \text{m/s} - 0 = 10\ \text{m/s}$. Il modulo è $|\Delta\boldsymbol{v}| = \sqrt{((-10)^2 + 10^2)}\ \text{m/s} \approx 14{,}1\ \text{m/s}$, quindi

$$a_m = \frac{14{,}1\ \text{m/s}}{3{,}0\ \text{s}} \approx 4{,}7\ \text{m/s}^2$$

$\Delta\boldsymbol{v}$ punta verso nord-ovest, a 45° fra l'ovest e il nord: guardando la figura, si vede che è rivolto verso l'**interno della curva**, verso il centro della rotatoria.

Controllo. Il tachimetro non è mai cambiato, eppure l'accelerazione media vale quasi metà di g. Nel capitolo 3 vedremo che nel moto circolare uniforme l'accelerazione punta sempre verso il centro.

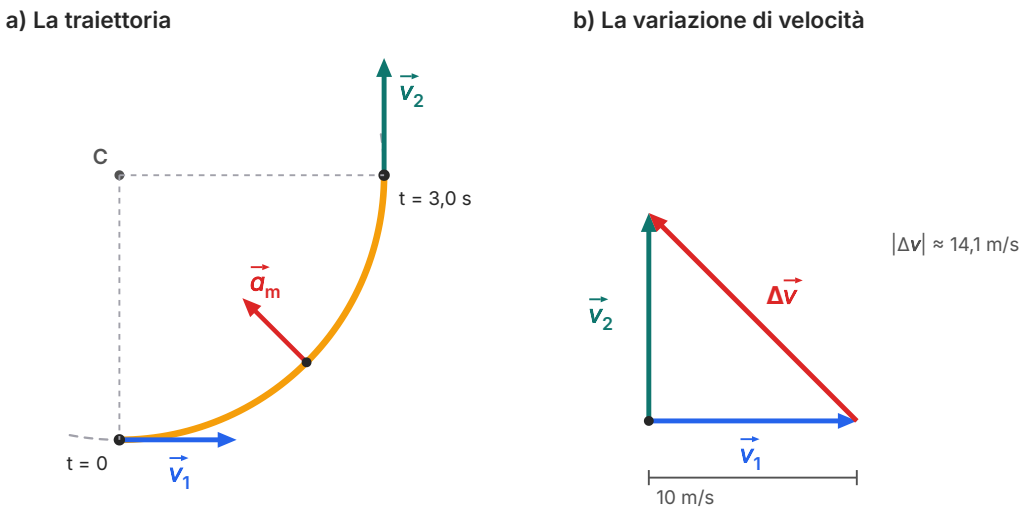


Figura 1.4 Accelerazione con velocità scalare costante. a) Un'auto percorre a 10 m/s un quarto di rotatoria (raggio ≈ 19 m) in 3,0 s; le velocità iniziale e finale hanno lo stesso modulo ma direzioni diverse. b) Disegnando $\boldsymbol{v}_1$ e $\boldsymbol{v}_2$ con la coda in comune, la variazione $\Delta\boldsymbol{v}$ va dalla punta di $\boldsymbol{v}_1$ alla punta di $\boldsymbol{v}_2$; l'accelerazione media, che ha la sua direzione, punta verso l'interno della curva (in a, applicata a metà del percorso).

ERRORE FREQUENTE

«Il tachimetro segna sempre 50 km/h, quindi l'accelerazione è zero»: **falso**, se la strada curva. Velocità costante significa vettore costante: stesso modulo, stessa direzione, stesso verso. In curva la direzione cambia, quindi la velocità cambia e il corpo ha un'accelerazione, anche se la sua velocità scalare resta la stessa. Solo un moto rettilineo uniforme ha accelerazione nulla.

1.4.2 Due ruoli dell'accelerazione

In generale l'accelerazione forma un angolo qualsiasi con la velocità, e conviene scomporla in due parti (Figura 1.4 mostra il secondo caso):

- la **componente tangenziale** dell'accelerazione, parallela alla velocità, fa cambiare la velocità scalare: se ha il verso di $\boldsymbol{v}$ il corpo va più veloce, se ha verso opposto rallenta. È l'accelerazione che hai studiato nel primo volume;
- la **componente normale** (o perpendicolare) dell'accelerazione, perpendicolare alla velocità e rivolta verso l'interno della curva, fa cambiare la direzione del moto senza cambiarne la rapidità. Nel capitolo 3, per il moto circolare, la chiameremo accelerazione centripeta e ne calcoleremo il valore.

Al volante di un'auto acceleratore e freno agiscono sulla componente tangenziale, il volante su quella normale; un'auto che esce da una curva accelerando le ha entrambe. Un corpo che percorre una curva ha sempre una componente normale dell'accelerazione, per quanto lentamente vada.

1.5 Il principio di indipendenza dei moti

1.5.1 Due moti rettilinei con lo stesso orologio

Mettiamo un modellino di automobile, che procede a velocità costante, su un grande foglio di carta appoggiato su un tavolo, e facciamolo partire perpendicolarmente al lato lungo del foglio. Se il foglio è fermo, l'auto percorre una retta perpendicolare al bordo. Ora, mentre l'auto si muove, tiriamo il foglio parallelamente al suo lato lungo, anche questo a velocità costante. Vista dall'alto, rispetto al tavolo, l'auto va di sbieco: avanza sul foglio come prima, ma intanto viene trasportata insieme al foglio.

L'osservazione chiave è che i due moti **non si disturbano**: in ogni secondo l'auto avanza sul foglio della stessa lunghezza, che il foglio sia fermo o in moto, e il foglio la trasporta di lato della stessa lunghezza, qualunque cosa faccia l'auto. Questo fatto sperimentale prende il nome di **principio di indipendenza dei moti**:

un moto nel piano si può descrivere come la combinazione di due moti rettilinei lungo gli assi x e y, che avvengono contemporaneamente e ciascuno come se l'altro non ci fosse

L'unico legame fra i due moti è il tempo: entrambi sono descritti con lo stesso orologio, e la posizione all'istante t ha come coordinate la posizione $x(t)$ del primo moto e la posizione $y(t)$ del secondo **nello stesso istante**. I due moti rettilinei si chiamano **moti componenti**; il moto nel piano che ne risulta è il **moto risultante**, e l'operazione con cui lo si ottiene è la **composizione dei moti**. Il procedimento si può rovesciare: un moto complicato si studia scomponendolo in due moti rettilinei, che sai già trattare.

APPROFONDIMENTO

Il sasso lasciato cadere dall'albero della nave

Nel primo volume hai incontrato la «gran nave» del *Dialogo sopra i due massimi sistemi del mondo* (1632). Nella giornata seconda della stessa opera si discute un altro esempio caro agli avversari del moto della Terra: un sasso lasciato cadere dalla cima dell'albero di una nave. Secondo i seguaci di Aristotele, se la nave avanza il sasso dovrebbe cadere verso poppa, perché la nave gli scappa via da sotto; allo stesso modo, se la Terra girasse, un sasso lasciato cadere da una torre dovrebbe arrivare lontano dal suo piede.

La risposta di Galileo, per bocca di Salviati, è che il sasso cade ai piedi dell'albero sia con la nave ferma sia con la nave in moto uniforme: nel momento in cui viene lasciato, il sasso possiede già la velocità orizzontale della nave e la conserva mentre cade. In termini moderni: il moto orizzontale (uniforme, con la nave) e il moto verticale (la caduta) avvengono indipendentemente l'uno dall'altro. Per chi guarda dalla riva il sasso descrive una curva, che studieremo nel prossimo capitolo.

Il legame fra ciò che vede chi è sulla nave e ciò che vede chi è a terra, che oggi chiamiamo *relatività galileiana*, sarà studiato in modo completo negli anni successivi.

1.5.2 La composizione di due moti rettilinei uniformi

Torniamo all'auto sul foglio e fissiamo gli assi sul tavolo: x nel verso in cui tiriamo il foglio, y nel verso in cui l'auto avanza sul foglio, origine nel punto di partenza. Se il foglio si muove con velocità v_x e l'auto avanza sul foglio con velocità v_y, entrambi i moti componenti sono uniformi:

$$x = v_x t \qquad y = v_y t$$

Il rapporto $y/x = v_y/v_x$ è lo stesso in ogni istante: tutte le posizioni stanno su una retta per l'origine, cioè $y = (v_y/v_x)\, x$, una proporzionalità diretta come quelle che conosci dalla matematica. Il moto risultante è quindi un moto rettilineo; e poiché in tempi uguali lo spostamento è sempre lo stesso vettore, è anche uniforme. La sua velocità è il vettore di componenti v_x e v_y:

la composizione di due moti rettilinei uniformi è un moto rettilineo uniforme, con velocità $\boldsymbol{v}$ uguale alla **somma vettoriale** delle velocità componenti

Con un foglio tirato a 5,0 cm/s e un'auto che avanza sul foglio a 12,0 cm/s, per esempio, il moto risultante è uniforme con velocità di modulo $\sqrt{(5{,}0^2 + 12{,}0^2)}$ cm/s = 13,0 cm/s, inclinata rispetto al bordo del foglio di un angolo α con $\cos\alpha = 5{,}0/13{,}0$, cioè $\alpha \approx 67°$. È proprio l'esperienza di laboratorio proposta alla fine di questa sezione.

1.5.3 Quando uno dei due moti è accelerato

Il principio di indipendenza vale anche se i moti componenti non sono uniformi. Immagina una barca che parte da ferma da una riva e, puntando sempre perpendicolarmente alla riva, aumenta la sua velocità rispetto all'acqua con accelerazione costante a, mentre la corrente la trascina lungo il fiume con velocità costante v_c. Asse x lungo la corrente, asse y perpendicolare alla riva:

$$x = v_c t \qquad y = \tfrac{1}{2}\, a\, t^2$$

Ricavando $t = x/v_c$ dalla prima equazione e sostituendolo nella seconda si ottiene $y = (a/2v_c^2)\, x^2$: la traiettoria non è più una retta, ma un arco di **parabola**, la curva di equazione $y = k\, x^2$ che conosci dalla matematica. È lo stesso ragionamento che, nel prossimo capitolo, ci farà scoprire la traiettoria di un corpo lanciato: un moto uniforme in orizzontale composto con la caduta libera in verticale.

COLLEGAMENTI

In laboratorio: comporre due moti rettilinei uniformi

Materiali. Un modellino di auto a pile che procede a velocità costante; un foglio di carta da pacchi di circa 1 m × 0,7 m appoggiato su un tavolo liscio; un secondo modellino uguale, o un motorino a pile che avvolge lentamente un filo, per trascinare il foglio a velocità costante; un metro a nastro (sensibilità 1 mm); un cronometro; uno smartphone fissato sopra il tavolo, con un righello inquadrato come riferimento di lunghezza.

Procedimento. 1) Misura la velocità dell'auto con il foglio fermo: cronometra il tempo in cui percorre 60,0 cm, cinque volte, e calcola la media; ottieni v_{auto} = (12,0 ± 0,3) cm/s, con l'incertezza data dalla semidispersione. 2) Misura allo stesso modo la velocità del foglio trascinato, seguendo un segno a penna: v_{foglio} = (5,0 ± 0,2) cm/s. 3) Fai partire l'auto perpendicolarmente al bordo mentre il foglio viene trascinato, e riprendi la scena dall'alto. 4) Fermando il video ogni 1,0 s, leggi la posizione dell'auto rispetto al tavolo (asse x nel verso del foglio, y perpendicolare); l'incertezza di lettura è circa 0,3 cm.

Tabella 1.2 Posizioni dell'auto rispetto al tavolo, lette dal video (incertezza ± 0,3 cm).

t (s)	0	1,0	2,0	3,0	4,0
x (cm)	0,0	5,1	10,0	15,2	20,3
y (cm)	0,0	11,8	24,2	35,9	48,1

Che cosa concludere. I grafici x–t e y–t sono rette per l'origine, con pendenze 5,1 cm/s e 12,0 cm/s, uguali alle velocità misurate separatamente. La previsione per lo spostamento dopo 4,0 s è Δx = (20,0 ± 0,8) cm e Δy = (48,0 ± 1,2) cm, cioè $|\Delta \boldsymbol{r}| \approx$ (52,0 ± 1,4) cm a circa 67° dal bordo del foglio. La misura dà Δx = 20,3 cm e Δy = 48,1 cm, quindi $|\Delta \boldsymbol{r}| \approx$ 52,2 cm, con cos α = 20,3/52,2 e α ≈ 67°: previsione e misura sono compatibili, perché differiscono meno delle incertezze.

Per la relazione. Segui lo schema di *Fisica 1*, capitolo 5. Riporta la tabella e i due grafici x–t e y–t, con le barre d'incertezza, e ricava dalle pendenze le due velocità componenti; disegna in scala la traiettoria sul piano x–y e confrontala con la retta prevista. Scrivi il risultato per $|\Delta \boldsymbol{r}|$ con la sua incertezza e verifica la compatibilità con la previsione. Discuti gli errori sistematici: il foglio che slitta o rallenta, l'auto che non parte perfettamente perpendicolare al bordo, la prospettiva della ripresa se lo smartphone non è esattamente sopra il tavolo.

1.6 La velocità relativa: tapis roulant, fiumi e pioggia

1.6.1 La regola di composizione delle velocità

Spesso il moto di un corpo è assegnato rispetto a un riferimento che a sua volta si muove: l'auto rispetto al foglio, la barca rispetto all'acqua, l'aereo rispetto all'aria. La velocità di un corpo misurata rispetto a un certo riferimento si chiama **velocità relativa** a quel riferimento. Per non confonderci useremo due indici: $\boldsymbol{v}_{AB}$ è la velocità di A rispetto a B.

Il ragionamento dell'auto sul foglio si generalizza. Se A si muove rispetto a B, e B si muove rispetto a C, in ogni intervallo di tempo lo spostamento di A rispetto a C è la somma dello spostamento di A rispetto a B e di quello di B rispetto a C. Dividendo per il tempo si ottiene la **regola di composizione delle velocità**:

$$\boldsymbol{v}_{AC} = \boldsymbol{v}_{AB} + \boldsymbol{v}_{BC}$$

Gli indici «si concatenano»: A rispetto a B, più B rispetto a C, dà A rispetto a C. È una **somma di vettori**, non di numeri: si sommano i moduli solo quando le due velocità hanno la stessa direzione e lo stesso verso. La regola vale con ottima approssimazione in tutte le situazioni della vita quotidiana; negli anni successivi la ritroverai come parte della relatività galileiana, e scoprirai che per velocità vicine a quella della luce va corretta (è la relatività di Einstein).

1.6.2 Il tapis roulant dell'aeroporto

Un tapis roulant (marciapiede mobile) lungo 60 m si muove a 0,70 m/s rispetto al pavimento; un viaggiatore cammina sul nastro a 1,3 m/s rispetto al nastro. Le velocità sono parallele: la somma vettoriale diventa una somma con il segno. Se cammina nel verso del nastro, la sua velocità rispetto al pavimento è 1,3 m/s + 0,70 m/s = 2,0 m/s, e percorre il nastro in 60 m / 2,0 m/s = 30 s. Se resta fermo sul nastro impiega 60 m / 0,70 m/s ≈ 86 s. Se cammina in verso opposto, la sua velocità rispetto al pavimento è 1,3 m/s − 0,70 m/s = 0,6 m/s, e gli servono 60 m / 0,6 m/s = 100 s.

1.6.3 Attraversare un fiume

Indichiamo con $\boldsymbol{v}_b$ la velocità della barca rispetto all'acqua (quella che le dà il motore, o i rematori) e con $\boldsymbol{v}_c$ la velocità della corrente, cioè dell'acqua rispetto alla riva. Per la regola di composizione, la velocità della barca rispetto alla riva è $\boldsymbol{v} = \boldsymbol{v}_b + \boldsymbol{v}_c$. Qui conviene applicare il principio di indipendenza con l'asse y perpendicolare alla riva e l'asse x lungo la corrente: l'attraversamento dipende solo dalla componente y della velocità, mentre la componente x decide di quanto la barca viene spostata lungo il fiume.

ESEMPIO SVOLTO

Due modi di attraversare un fiume

Problema. Un fiume largo 60 m scorre con velocità $v_c = 1{,}5$ m/s, uguale in tutta la sua larghezza. Una barca a motore ha, rispetto all'acqua, velocità $v_b = 2{,}0$ m/s. a) La barca punta perpendicolarmente alla riva: quanto tempo impiega ad attraversare? Di quanto viene trascinata a valle? Qual è la sua velocità rispetto alla riva? b) Il pilota vuole invece arrivare nel punto esattamente di fronte a quello di partenza: in quale direzione deve puntare? Quanto tempo impiega? (Figura 1.5.)

Soluzione. a) La componente della velocità perpendicolare alla riva è tutta $v_b = 2{,}0$ m/s, quindi il tempo di attraversamento è $t = 60\ \text{m} / 2{,}0\ \text{m/s} = 30$ s. Nello stesso tempo la corrente trascina la barca di $x = 1{,}5\ \text{m/s} \times 30\ \text{s} = 45$ m a valle. La velocità rispetto alla riva ha modulo $\sqrt{(2{,}0^2 + 1{,}5^2)}$ m/s = 2,5 m/s; lo spostamento è $\sqrt{(60^2 + 45^2)}$ m = 75 m, percorso, come deve essere, in 75 m / 2,5 m/s = 30 s.

b) Per arrivare di fronte, la componente x della velocità rispetto alla riva deve essere nulla: la barca deve puntare controcorrente in modo che la componente di $\boldsymbol{v}_b$ lungo il fiume valga −1,5 m/s e annulli la corrente. Se θ è l'angolo fra la direzione della prua e la riva, verso monte, deve essere $v_b \cos\theta = 1{,}5$ m/s, cioè $\cos\theta = 1{,}5/2{,}0 = 0{,}75$ e $\theta = \cos^{-1} 0{,}75 \approx 41°$. La componente perpendicolare alla riva è allora $\sqrt{(2{,}0^2 - 1{,}5^2)}$ m/s ≈ 1,32 m/s, e il tempo di attraversamento è 60 m / 1,32 m/s ≈ 45 s.

Controllo. Nel caso b) la barca impiega più tempo, perché parte della sua velocità serve a contrastare la corrente. Il tempo di attraversamento dipende **solo dalla componente perpendicolare alla riva**; la corrente modifica il punto di arrivo. Se la barca fosse più lenta della corrente ($v_b < v_c$), nessuna direzione le permetterebbe di arrivare di fronte.

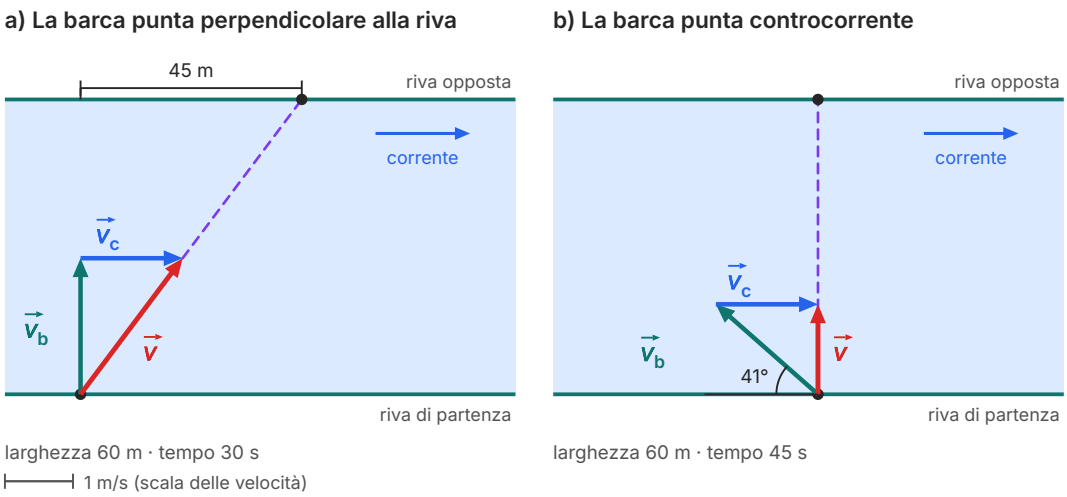


Figura 1.5 Attraversamento di un fiume largo 60 m con corrente v_c = 1,5 m/s e barca con v_b = 2,0 m/s rispetto all'acqua; i triangoli delle velocità sono in scala. a) Puntando perpendicolarmente alla riva la barca attraversa in 30 s ma arriva 45 m più a valle; la velocità rispetto alla riva $\boldsymbol{v} = \boldsymbol{v}_b + \boldsymbol{v}_c$ ha modulo 2,5 m/s. b) Puntando controcorrente a circa 41° dalla riva arriva esattamente di fronte, in circa 45 s.

COLLEGAMENTI

Volare con il vento di traverso

Un aereo si muove rispetto all'aria, e l'aria rispetto al suolo: è la barca nel fiume, con il vento al posto della corrente. Per seguire una rotta verso nord con un vento da ovest, il pilota tiene il muso leggermente rivolto verso ovest, controvento, e l'aereo avanza «di sbieco» rispetto alla direzione in cui punta.

Facciamo i conti per un piccolo aereo da turismo che vola a 250 km/h rispetto all'aria, con un vento laterale di 50 km/h. Come nel caso b) dell'esempio sul fiume, la componente della velocità dell'aereo opposta al vento deve valere 50 km/h: l'angolo fra la prua e la direzione da cui spira il vento vale $\cos^{-1}(50/250) \approx 78{,}5°$, cioè il muso è ruotato di circa 11,5° rispetto alla rotta. La velocità rispetto al suolo, lungo la rotta, è $\sqrt{(250^2 - 50^2)}$ km/h ≈ 245 km/h.

1.6.4 La pioggia vista da un'auto in corsa

Durante un acquazzone senza vento le gocce cadono in verticale, rispetto al suolo, con una velocità che per gocce di qualche millimetro è di alcuni metri al secondo; prendiamo per esempio v_{pioggia} = 6,0 m/s. Un'auto viaggia in orizzontale a v_{auto} = 15 m/s (54 km/h). Qual è la velocità delle gocce rispetto all'auto?

Chiamiamo P la pioggia, A l'auto e T il suolo (la terra). Vogliamo $\boldsymbol{v}_{PA}$. Sappiamo che $\boldsymbol{v}_{PT} = \boldsymbol{v}_{PA} + \boldsymbol{v}_{AT}$, quindi $\boldsymbol{v}_{PA} = \boldsymbol{v}_{PT} - \boldsymbol{v}_{AT}$: alla velocità della pioggia rispetto al suolo dobbiamo **sottrarre** quella

dell'auto, cioè sommarle il vettore opposto (Figura 1.6). Rispetto all'auto, quindi, ogni goccia ha una componente verticale di 6,0 m/s verso il basso e una componente orizzontale di 15 m/s **all'indietro**. Il modulo è $\sqrt{(6{,}0^2 + 15^2)}$ m/s ≈ 16 m/s e l'angolo con la verticale è $\cos^{-1}(6{,}0/16{,}2) \approx 68°$: per chi è in auto la pioggia arriva obliqua dal davanti e riga di traverso i finestrini.

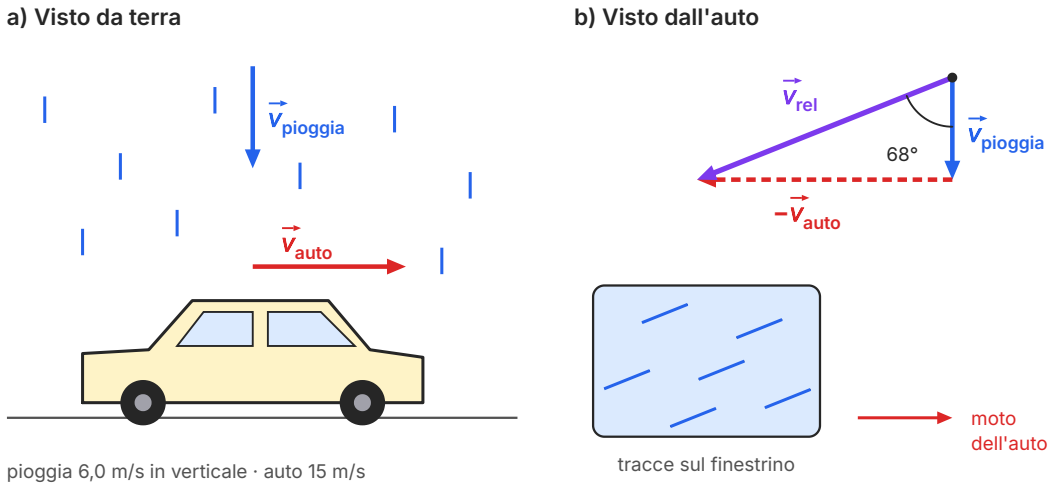


Figura 1.6 La pioggia vista da terra e dall'auto. a) Rispetto al suolo le gocce cadono in verticale a 6,0 m/s e l'auto avanza a 15 m/s. b) Rispetto all'auto la velocità delle gocce è $\boldsymbol{v}_{rel} = \boldsymbol{v}_{pioggia} - \boldsymbol{v}_{auto}$: ha modulo ≈ 16 m/s ed è inclinata di circa 68° rispetto alla verticale, all'indietro. Per questo le tracce sui finestrini laterali sono oblique. Le frecce delle velocità sono in scala fra loro.

IN SINTESI

Le formule del moto nel piano

$\boldsymbol{r} = (x; y)$, $r = \sqrt{(x^2 + y^2)}$ — il vettore posizione va dall'origine al corpo; le sue componenti sono le coordinate, in metri.

$\Delta\boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}_2 - \boldsymbol{r}_1$, con componenti Δx, Δy — lo spostamento dipende solo dalle posizioni iniziale e finale; il suo modulo (m) non supera la distanza percorsa.

$\boldsymbol{v}_m = \Delta\boldsymbol{r}/\Delta t$ — la velocità media ha la direzione dello spostamento; si misura in m/s. La velocità istantanea $\boldsymbol{v}$ è tangente alla traiettoria.

$\boldsymbol{a}_m = \Delta\boldsymbol{v}/\Delta t$ — l'accelerazione media ha la direzione della variazione di velocità (differenza fra vettori); si misura in m/s^2. C'è accelerazione anche se cambia solo la direzione della velocità.

$x(t)$, $y(t)$ — per il principio di indipendenza, un moto nel piano è la composizione di due moti rettilinei con lo stesso tempo; due moti uniformi danno un moto rettilineo uniforme.

$\boldsymbol{v}_{AC} = \boldsymbol{v}_{AB} + \boldsymbol{v}_{BC}$ — la velocità di A rispetto a C è la somma vettoriale della velocità di A rispetto a B e di B rispetto a C.

Nel prossimo capitolo comporremo un moto uniforme orizzontale con la caduta libera e otterremo il moto del proiettile; nel capitolo 3 studieremo il moto circolare, in cui la velocità cambia continuamente direzione.

SINTESI

- Nel piano la posizione di un corpo è data, in un sistema di riferimento cartesiano, dalle coordinate $(x; y)$, cioè dalle componenti del vettore posizione $\boldsymbol{r}$, che va dall'origine al corpo.
- La traiettoria è la linea descritta dalla punta del vettore posizione; il moto è noto quando si conoscono le leggi orarie $x(t)$ e $y(t)$.
- Lo spostamento $\Delta\boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}_2 - \boldsymbol{r}_1$ dipende solo dalle posizioni iniziale e finale, non dall'origine né dal percorso; il suo modulo non supera la distanza percorsa.
- La velocità media vettoriale $\boldsymbol{v}_m = \Delta\boldsymbol{r}/\Delta t$ ha la direzione e il verso dello spostamento; il suo modulo può essere minore della velocità scalare media, e nullo su un percorso chiuso.
- La velocità istantanea $\boldsymbol{v}$ è tangente alla traiettoria e ha il verso del moto; il suo modulo, la velocità scalare, è ciò che indica il tachimetro.
- L'accelerazione media $\boldsymbol{a}_m = \Delta\boldsymbol{v}/\Delta t$ ha la direzione della variazione di velocità $\Delta\boldsymbol{v} = \boldsymbol{v}_2 - \boldsymbol{v}_1$, che è una differenza fra vettori.
- Un corpo accelera anche quando cambia solo la direzione della velocità: in curva l'accelerazione non è mai nulla, anche a velocità scalare costante.
- La componente tangenziale dell'accelerazione cambia la velocità scalare; la componente normale, rivolta verso l'interno della curva, cambia la direzione del moto.
- Principio di indipendenza dei moti: un moto nel piano è la composizione di due moti rettilinei lungo gli assi, che avvengono contemporaneamente senza influenzarsi.
- La composizione di due moti rettilinei uniformi è un moto rettilineo uniforme; un moto uniforme composto con un moto uniformemente accelerato perpendicolare dà una traiettoria parabolica.
- Regola di composizione delle velocità: $\boldsymbol{v}_{AC} = \boldsymbol{v}_{AB} + \boldsymbol{v}_{BC}$, una somma di vettori.
- Nell'attraversare un fiume il tempo dipende solo dalla componente della velocità perpendicolare alla riva; la corrente sposta il punto di arrivo, a meno di puntare controcorrente.

ESERCIZI

Comprendere e ricordare

1. ● Il vettore spostamento fra due posizioni di un corpo dipende:
   - **A.** dal percorso seguito dal corpo
   - **B.** solo dalla posizione iniziale e da quella finale
   - **C.** dal tempo impiegato
   - **D.** dalla scelta dell'origine degli assi

2. ● In ogni punto della traiettoria la velocità istantanea di un corpo è:

   A. diretta verso il centro della curva

   B. perpendicolare alla traiettoria

   C. tangente alla traiettoria

   D. diretta come il vettore posizione

3. ● La velocità media vettoriale in un intervallo di tempo ha sempre:

   A. la direzione e il verso dello spostamento

   B. la direzione della velocità finale

   C. modulo uguale alla velocità scalare media

   D. la direzione della tangente alla traiettoria

4. ● Un'auto percorre una curva con il tachimetro fermo su 50 km/h. Allora:

   A. la sua velocità cambia direzione, quindi la sua accelerazione non è nulla

   B. la sua velocità è costante

   C. la sua accelerazione è nulla

   D. la sua accelerazione è diretta come la velocità

5. ● Il principio di indipendenza dei moti afferma che:

   A. un corpo non può muoversi contemporaneamente lungo due direzioni

   B. il moto lungo x e quello lungo y hanno sempre la stessa velocità

   C. la traiettoria nel piano è sempre rettilinea

   D. i moti lungo x e lungo y avvengono contemporaneamente, ciascuno come se l'altro non ci fosse

6. ● La composizione di due moti rettilinei uniformi in direzioni perpendicolari è:

   A. un moto uniformemente accelerato

   B. un moto circolare

   C. un moto lungo una parabola

   D. un moto rettilineo uniforme, con velocità uguale alla somma vettoriale delle due velocità

7. ●● Una barca attraversa un fiume puntando sempre perpendicolarmente alla riva. Se la corrente diventa più veloce, il tempo di attraversamento:

   A. aumenta

   B. diminuisce

   C. non cambia

   D. aumenta o diminuisce a seconda del verso della corrente

8. ●● Su un tapis roulant che si muove a 0,70 m/s cammini a 1,3 m/s rispetto al nastro, in verso opposto a quello del nastro. Rispetto al pavimento ti muovi a:
   A. 2,0 m/s nel verso del tuo cammino
   B. 0,6 m/s nel verso del tuo cammino
   C. 0,6 m/s nel verso del nastro
   D. 1,3 m/s nel verso del tuo cammino

9. ●● Il vettore posizione di un punto ha componenti $x = 3{,}0$ m e $y = -4{,}0$ m. Il suo modulo è:
   A. 1,0 m
   B. 7,0 m
   C. 25 m
   D. 5,0 m

Vero o falso

10. ● Il modulo dello spostamento di un corpo non può mai essere maggiore della distanza che ha percorso. V / F

11. ● Se un corpo, dopo un certo tempo, torna nel punto di partenza, la sua velocità media vettoriale in quell'intervallo è nulla. V / F

12. ●● Se in un certo istante l'accelerazione è perpendicolare alla velocità, in quell'istante la velocità scalare sta aumentando. V / F

13. ●● Componendo due moti rettilinei uniformi si ottiene sempre una traiettoria rettilinea. V / F

14. ●● Per un passeggero di un treno in moto rettilineo uniforme, la pioggia che rispetto al suolo cade in verticale sembra cadere in verticale. V / F

Applicare

15. ● Un corpo passa dal punto P (4,0 m; 3,0 m) al punto Q (−2,0 m; 11,0 m). Calcola le componenti Δx e Δy dello spostamento e il suo modulo.

16. ● Un ciclista percorre 300 m verso est e poi 400 m verso nord in 2 min 20 s. Calcola a) la distanza percorsa; b) il modulo dello spostamento; c) la velocità scalare media; d) il modulo della velocità media vettoriale.

17. ● In 4,0 s un pallone ha uno spostamento di componenti $\Delta x = 24$ m e $\Delta y = -10$ m. Calcola le componenti e il modulo della sua velocità media.

18. ● Un pallone rotola sul pavimento a 4,0 m/s in una direzione che forma 30° con l'asse x. Calcola le componenti v_x e v_y della sua velocità.

19. ● Completa. In un moto curvilineo con velocità scalare costante l'accelerazione è diretta verso _____ della curva. La componente dell'accelerazione parallela alla velocità fa cambiare _____ della velocità, quella perpendicolare ne fa cambiare _____ .

20. ●● Con i dati della tabella dell'esempio sul drone (Figura 1.3), calcola le componenti, il modulo e la direzione (angolo con l'est) della velocità media fra $t = 2{,}0$ s e $t = 6{,}0$ s.

21. ●● Una palla da biliardo arriva contro la sponda con velocità di componenti $v_x = 1{,}2$ m/s e $v_y = 1{,}6$ m/s e rimbalza con velocità di componenti 1,2 m/s e −1,6 m/s; l'urto dura 0,050 s. Calcola la velocità scalare prima e dopo l'urto, le componenti di $\Delta\boldsymbol{v}$ e il modulo dell'accelerazione media. Com'è diretta l'accelerazione rispetto alla sponda?

22. ●● Una scala mobile lunga 15 m sale a 0,50 m/s. Quanto tempo impieghi ad arrivare in cima se resti fermo sui gradini? E se sali camminando a 0,80 m/s rispetto ai gradini?

Problemi

23. ●● Un nuotatore attraversa un fiume largo 80 m nuotando a 0,90 m/s rispetto all'acqua, sempre perpendicolarmente alla riva; la corrente ha velocità 1,2 m/s. Calcola a) il tempo di attraversamento; b) di quanto viene trascinato a valle; c) il modulo del suo spostamento e della sua velocità rispetto alla riva. d) Potrebbe arrivare nel punto esattamente di fronte puntando controcorrente? Perché?

24. ●● Un fiume largo 120 m ha una corrente di 1,8 m/s. Un traghetto, che rispetto all'acqua si muove a 3,0 m/s, deve arrivare nel punto esattamente di fronte. Calcola l'angolo fra la prua e la riva (verso monte), la velocità del traghetto rispetto alla riva e il tempo di attraversamento.

25. ●●● Un'auto viaggia a 72 km/h in un acquazzone senza vento. Dal finestrino laterale le tracce delle gocce formano un angolo di 70° con la verticale. Calcola la velocità con cui le gocce cadono rispetto al suolo, supponendo che cadano in verticale. (Suggerimento: rispetto all'auto la velocità delle gocce ha una componente orizzontale uguale e opposta alla velocità dell'auto.)

26. ●● Un aereo vola verso nord a 180 km/h rispetto all'aria, mentre il vento soffia da ovest verso est a 40 km/h. Calcola a) il modulo della velocità dell'aereo rispetto al suolo; b) l'angolo fra questa velocità e la direzione nord; c) la distanza percorsa rispetto al suolo in 1 h 30 min.

27. ●●● (con *Fisica 1*, capitolo 16) Una barca parte da ferma dalla riva di un fiume largo 25 m e, puntando sempre perpendicolarmente alla riva, aumenta la sua velocità rispetto all'acqua con accelerazione costante 0,50 m/s^2. La corrente ha velocità 1,0 m/s. Calcola a) il tempo di attraversamento; b) di quanto viene trascinata a valle; c) il modulo della sua velocità rispetto alla riva quando arriva. d) Scrivi l'equazione della traiettoria, con l'asse x lungo la corrente e l'asse y perpendicolare alla riva: che curva è?

28. ●● (con *Fisica 1*, capitolo 15) Anna sale su un tapis roulant lungo 50 m, che si muove a 0,75 m/s, e cammina nel verso del nastro a 1,25 m/s rispetto al nastro. Nello stesso istante Bruno parte dall'altra estremità e le va incontro camminando sul pavimento, accanto al nastro, a 1,5 m/s. Dopo quanto tempo e a quale distanza dal punto di partenza di Anna si incrociano? Qual è la velocità di Anna rispetto a Bruno?

29. ●●● Carla percorre a piedi un tapis roulant lungo 30 m: camminando nel verso del nastro impiega 20 s, camminando nel verso opposto 60 s; in entrambi i casi cammina con la stessa velocità rispetto al nastro. Imposta un sistema di due equazioni e calcola la velocità di Carla rispetto al nastro e quella del nastro rispetto al pavimento. Quanto impiegherebbe stando ferma sul nastro?

Ragionare e argomentare

30. ●●● Trova l'errore. «Un'auto percorre mezza rotatoria (una semicirconferenza) con il tachimetro fermo su 15 m/s, in 6,0 s. Luca scrive: la velocità media è 15 m/s e l'accelerazione media è nulla, perché la velocità è rimasta costante.» Individua gli errori e calcola correttamente il modulo della velocità media vettoriale e dell'accelerazione media.

31. ●● Cammini sotto una pioggia che cade in verticale a circa 6 m/s, con un passo di 1,5 m/s. Spiega perché conviene inclinare l'ombrello in avanti e stima di quanti gradi rispetto alla verticale.

32. ●●● Progetta un esperimento, con uno smartphone che filma al rallentatore, per verificare che il moto orizzontale di una pallina che rotola giù da un tavolo non è influenzato dalla caduta verticale. Indica che cosa misuri, come elabori i dati e quale risultato ti aspetti se il principio di indipendenza è valido.

PER APPROFONDIRE

- [DIA] Galileo Galilei, *Dialogo sopra i due massimi sistemi del mondo*: nella giornata seconda la discussione sul sasso lasciato cadere dall'albero della nave e sul moto della Terra.
- [FEY] R. P. Feynman, R. B. Leighton, M. Sands, *La fisica di Feynman*, vol. I: i capitoli sul moto e sui vettori, per vedere come un grande fisico introduce velocità e accelerazione nello spazio.
- [HEW] P. G. Hewitt, *Conceptual Physics*: le pagine sulla composizione delle velocità (barche, aerei e vento) spiegate quasi senza formule.
- [HRW] D. Halliday, R. Resnick, J. Walker, *Fondamenti di fisica*: il capitolo sul moto in due e tre dimensioni, con molti problemi sul moto relativo.

Glossario del capitolo

Accelerazione media vettoriale
$\boldsymbol{a}_m = \Delta\boldsymbol{v}/\Delta t$: vettore con la direzione della variazione di velocità; si misura in m/s^2.

Componente normale dell'accelerazione
Parte dell'accelerazione perpendicolare alla velocità e rivolta verso l'interno della curva: fa cambiare la direzione del moto.

Componente tangenziale dell'accelerazione
Parte dell'accelerazione parallela alla velocità: fa aumentare o diminuire la velocità scalare.

Composizione dei moti
Operazione con cui si ottiene il moto risultante a partire da due moti componenti, sommando istante per istante le posizioni (e le velocità) come vettori.

Coordinate
Le due misure $(x; y)$ che individuano la posizione di un punto in un sistema di riferimento cartesiano; in fisica hanno un'unità di misura.

Leggi orarie delle componenti
Le funzioni $x(t)$ e $y(t)$ che danno le coordinate del corpo in ogni istante e descrivono completamente il moto nel piano.

Moti componenti
I due moti rettilinei, lungo direzioni diverse, che composti danno il moto nel piano.

Moto risultante
Il moto nel piano che si ottiene componendo due moti rettilinei.

Principio di indipendenza dei moti
Un moto nel piano si può descrivere come due moti rettilinei lungo gli assi, che avvengono contemporaneamente e ciascuno come se l'altro non ci fosse.

Regola di composizione delle velocità
$\boldsymbol{v}_{AC} = \boldsymbol{v}_{AB} + \boldsymbol{v}_{BC}$: la velocità di A rispetto a C è la somma vettoriale della velocità di A rispetto a B e di B rispetto a C.

Sistema di riferimento cartesiano
Origine e due assi perpendicolari orientati, con la stessa unità di misura, rispetto ai quali si individua la posizione di un punto nel piano.

Variazione di velocità
$\Delta\boldsymbol{v} = \boldsymbol{v}_2 - \boldsymbol{v}_1$: differenza fra due vettori velocità; è diversa da zero anche se cambia solo la direzione.

Velocità media vettoriale
$\boldsymbol{v}_m = \Delta\boldsymbol{r}/\Delta t$: vettore con la direzione e il verso dello spostamento; si misura in m/s.

Velocità relativa
Velocità di un corpo misurata rispetto a un certo riferimento, che può essere a sua volta in moto; $\boldsymbol{v}_{AB}$ è la velocità di A rispetto a B.

Velocità scalare
Il modulo della velocità istantanea, indicato per esempio dal tachimetro; non contiene informazioni sulla direzione.

Vettore posizione
Il vettore $\boldsymbol{r}$ che va dall'origine del sistema di riferimento al punto in cui si trova il corpo; le sue componenti sono le coordinate del punto.

Vettore spostamento
$\Delta\boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}_2 - \boldsymbol{r}_1$: il vettore che va dalla posizione iniziale a quella finale; non dipende dal percorso né dall'origine.

Soluzioni

1. B. Lo spostamento $\Delta\boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}_2 - \boldsymbol{r}_1$ dipende solo dalle posizioni iniziale e finale (non dal percorso né dall'origine).

2. C. La velocità istantanea è il limite della velocità media, diretta lungo corde sempre più corte: è tangente alla traiettoria.

3. A. $\boldsymbol{v}_m = \Delta\boldsymbol{r}/\Delta t$: dividere un vettore per un numero positivo non ne cambia direzione e verso.

4. A. In curva la direzione della velocità cambia: $\Delta\boldsymbol{v} \neq 0$, quindi l'accelerazione non è nulla.

5. D. È l'enunciato del principio di indipendenza; il solo legame fra i due moti è il tempo.

6. D. $x = v_x\,t$, $y = v_y\,t$: le posizioni stanno su una retta per l'origine, percorsa con velocità costante $\boldsymbol{v} = (v_x; v_y)$.

7. C. Il tempo dipende solo dalla componente perpendicolare alla riva, che è sempre v_b; la corrente cambia solo il punto di arrivo.

8. B. Asse nel verso del cammino: +1,3 m/s − 0,70 m/s = +0,6 m/s.

9. D. $r = \sqrt{(3{,}0^2 + (-4{,}0)^2)}$ m = $\sqrt{25}$ m = 5,0 m.

10. V. Il segmento è la linea più breve fra due punti: $|\Delta\boldsymbol{r}| \leq$ distanza percorsa, con l'uguaglianza solo nel moto rettilineo senza inversioni.

11. V. Posizione finale = posizione iniziale, quindi $\Delta\boldsymbol{r} = 0$ e $\boldsymbol{v}_m = 0$ (la velocità scalare media invece non è nulla).

12. F. Un'accelerazione perpendicolare alla velocità ne cambia solo la direzione; in quell'istante la velocità scalare non cambia (è il caso della curva a tachimetro fermo).

13. V. Le due leggi $x = v_x\,t$, $y = v_y\,t$ danno y/x costante: retta (anche se le due direzioni non sono perpendicolari, la somma di due vettori costanti è costante).

14. F. $\boldsymbol{v}_{\text{pioggia,treno}} = \boldsymbol{v}_{\text{pioggia,suolo}} - \boldsymbol{v}_{\text{treno,suolo}}$: rispetto al treno le gocce hanno anche una componente orizzontale opposta al moto del treno, quindi cadono oblique.

15. $\Delta x = -2{,}0$ m − 4,0 m = −6,0 m; $\Delta y = 11{,}0$ m − 3,0 m = 8,0 m; $|\Delta\boldsymbol{r}| = \sqrt{(6{,}0^2 + 8{,}0^2)}$ m = 10,0 m.

16. $\Delta t = 140$ s. a) 300 m + 400 m = 700 m. b) $\sqrt{(300^2 + 400^2)}$ m = 500 m. c) 700 m / 140 s = 5,0 m/s. d) 500 m / 140 s ≈ 3,6 m/s.

17. $v_{mx} = 24$ m / 4,0 s = 6,0 m/s; $v_{my} = -10$ m / 4,0 s = −2,5 m/s; modulo $\sqrt{(6{,}0^2 + 2{,}5^2)}$ m/s = 6,5 m/s.

18. $v_x = 4{,}0$ m/s × cos 30° = 4,0 × 0,866 m/s ≈ 3,5 m/s; $v_y = 4{,}0$ m/s × sen 30° = 4,0 × 0,500 m/s = 2,0 m/s.

19. l'interno (della curva); il modulo (la velocità scalare); la direzione.

20. Fra 2,0 s e 6,0 s: $\Delta x = 32$ m − 12 m = 20 m, $\Delta y = 6$ m − 0 = 6 m, $\Delta t = 4{,}0$ s. $v_{mx} = 5{,}0$ m/s, $v_{my} = 1{,}5$ m/s; modulo $\sqrt{(5{,}0^2 + 1{,}5^2)}$ m/s ≈ 5,2 m/s; angolo con l'est $\cos^{-1}(5{,}0/5{,}22) \approx 17°$, verso nord.

21. Velocità scalare prima e dopo: $\sqrt{(1{,}2^2 + 1{,}6^2)}$ m/s = 2,0 m/s (invariata). $\Delta v_x = 0$, $\Delta v_y = -1{,}6 - 1{,}6 = -3{,}2$ m/s. $a_m = 3{,}2$ m/s / 0,050 s = 64 m/s^2, diretta lungo $-y$, cioè perpendicolare alla sponda e rivolta verso l'interno del tavolo (lontano dalla sponda).

22. Fermo: 15 m / 0,50 m/s = 30 s. Camminando: velocità rispetto all'edificio 0,50 + 0,80 = 1,30 m/s, tempo 15 m / 1,30 m/s ≈ 12 s (11,5 s).

23. Asse y perpendicolare alla riva, x lungo la corrente. a) $t = 80$ m / 0,90 m/s ≈ 89 s. b) $x = 1{,}2$ m/s × 88,9 s ≈ $1{,}1 \times 10^2$ m (107 m). c) $|\Delta\boldsymbol{r}| = \sqrt{(80^2 + 107^2)}$ m ≈ $1{,}3 \times 10^2$ m (133 m); $v = \sqrt{(0{,}90^2 + 1{,}2^2)}$ m/s = 1,5 m/s. d) No: per annullare la corrente la componente della sua velocità controcorrente dovrebbe valere 1,2 m/s, più del modulo della sua velocità (0,90 m/s).

24. $\cos\theta = 1{,}8/3{,}0 = 0{,}60$, $\theta = \cos^{-1} 0{,}60 \approx 53°$. Velocità rispetto alla riva (perpendicolare): $\sqrt{(3{,}0^2 - 1{,}8^2)}$ m/s = 2,4 m/s. Tempo: 120 m / 2,4 m/s = 50 s.

25. 72 km/h = 20 m/s. Rispetto all'auto la goccia ha componente orizzontale 20 m/s (all'indietro) e componente verticale uguale a v_p (la velocità di caduta rispetto al suolo). La traccia forma 70° con la verticale: nel triangolo delle velocità, componente orizzontale = v_{rel} sen 70° e componente verticale = v_{rel} cos 70°. Quindi v_{rel} = 20 m/s / sen 70° = 20/0,940 m/s ≈ 21,3 m/s e v_p = 21,3 m/s × cos 70° = 21,3 × 0,342 m/s ≈ 7,3 m/s.

26. a) Le due velocità sono perpendicolari: $v = \sqrt{(180^2 + 40^2)}$ km/h ≈ 184 km/h. b) cos β = 180/184,4 ≈ 0,976, β ≈ 12,5° (verso est rispetto al nord). c) d = 184,4 km/h × 1,5 h ≈ 277 km ≈ $2{,}8 \times 10^2$ km.

27. Assi: x lungo la corrente, y perpendicolare alla riva. a) Moto lungo y uniformemente accelerato da fermo: 25 m = ½ × 0,50 m/s² × t^2, t^2 = 100 s², t = 10 s. b) Moto lungo x uniforme: x = 1,0 m/s × 10 s = 10 m. c) v_y = 0,50 m/s² × 10 s = 5,0 m/s, v_x = 1,0 m/s; $v = \sqrt{(5{,}0^2 + 1{,}0^2)}$ m/s ≈ 5,1 m/s. d) $t = x/(1{,}0$ m/s), quindi $y = ½ \times 0{,}50 \times x^2/1{,}0^2 = 0{,}25\,x^2$ (x, y in metri): un arco di parabola. Controllo: per x = 10 m, y = 25 m. ✓

28. Velocità di Anna rispetto al pavimento 1,25 + 0,75 = 2,0 m/s; Bruno 1,5 m/s in verso opposto. Velocità di avvicinamento 3,5 m/s: t = 50 m / 3,5 m/s ≈ 14 s (14,3 s); Anna ha percorso 2,0 m/s × 14,3 s ≈ 29 m. Velocità di Anna rispetto a Bruno: $\boldsymbol{v}_{AB} = \boldsymbol{v}_{A,pavimento} - \boldsymbol{v}_{B,pavimento}$, modulo 2,0 + 1,5 = 3,5 m/s nel verso del moto di Anna.

29. Siano v la velocità di Carla rispetto al nastro e u quella del nastro. A favore: $v + u$ = 30 m / 20 s = 1,5 m/s; contro: $v - u$ = 30 m / 60 s = 0,50 m/s. Sommando: $2v$ = 2,0 m/s, v = 1,0 m/s; sottraendo: $2u$ = 1,0 m/s, u = 0,50 m/s. Ferma sul nastro: 30 m / 0,50 m/s = 60 s.

30. Errori: 15 m/s è la velocità scalare, non la velocità media vettoriale; e la velocità non è costante, perché cambia direzione. Lunghezza della semicirconferenza 15 m/s × 6,0 s = 90 m, quindi r = 90 m/π ≈ 28,6 m e lo spostamento (il diametro) è 57,3 m: $|\boldsymbol{v}_m|$ = 57,3 m / 6,0 s ≈ 9,5 m/s. Le velocità iniziale e finale sono opposte: $|\Delta\boldsymbol{v}|$ = 15 + 15 = 30 m/s, quindi a_m = 30 m/s / 6,0 s = 5,0 m/s², nella direzione del diametro, opposta alla velocità iniziale.

31. Traccia di risposta. Rispetto a te la pioggia ha anche una componente orizzontale di 1,5 m/s rivolta all'indietro: $\boldsymbol{v}_{pioggia,te} = \boldsymbol{v}_{pioggia,suolo} - \boldsymbol{v}_{te,suolo}$. Le gocce ti arrivano quindi obliquamente dal davanti, e l'ombrello va inclinato in avanti, nella direzione da cui arrivano. Angolo con la verticale: modulo $\sqrt{(6^2 + 1{,}5^2)}$ ≈ 6,2 m/s, cos θ = 6/6,2, θ ≈ 14°: una quindicina di gradi.

32. Traccia di risposta. Fai rotolare la pallina sul tavolo e lasciala cadere dal bordo; filma di lato, al rallentatore, con un righello verticale e uno orizzontale nell'inquadratura. Fotogramma per fotogramma (a intervalli di tempo uguali, noti dalla frequenza dei fotogrammi) misura la posizione orizzontale x e quella verticale y. Riporta x in funzione di t sia prima sia dopo il distacco: se il principio vale, i punti stanno su un'unica retta con la stessa pendenza (stessa velocità orizzontale) prima e durante la caduta, mentre y cresce come t^2 (verifica con il grafico y–t^2, che deve essere una retta di pendenza ½g). Controlla anche che la pallina impieghi a cadere lo stesso tempo di una pallina lasciata cadere da ferma dalla stessa altezza. Errori sistematici: prospettiva, attrito dell'aria (trascurabile per una pallina pesante e piccola).