CAPITOLO

15

Il moto rettilineo uniforme

Chiedere «quanto è veloce?» ha senso solo dopo aver risposto a un'altra domanda: «rispetto a che cosa?».

OBIETTIVI

1. Scegliere un sistema di riferimento e spiegare perché la quiete e il moto dipendono dall'osservatore.
2. Distinguere posizione, spostamento e distanza percorsa, istante e intervallo di tempo, usando i segni in modo coerente.
3. Calcolare la velocità media e la velocità scalare media e convertire le velocità fra km/h e m/s.
4. Leggere un grafico spazio-tempo: ricavare la velocità dalla pendenza di una secante o di una tangente.
5. Scrivere e usare la legge oraria del moto rettilineo uniforme e interpretarne i grafici spazio-tempo e velocità-tempo.
6. Risolvere problemi di incontro, sorpasso e moto a tappe, con le equazioni e con i grafici.

INDICE DEL CAPITOLO

15.1 Descrivere un moto 2
15.2 Posizione, tempo e spostamento 4
15.3 La velocità media 6
15.4 Il grafico spazio-tempo 9
15.5 Il moto rettilineo uniforme 11
15.6 Problemi sul moto rettilineo uniforme 17

Fisica 1 · Parte V · Il movimento · versione 1.0
Capitolo 15: Il moto rettilineo uniforme · pagine 401–426 del volume completo · estratto per lo studio

Fino a questo capitolo ci siamo occupati di corpi fermi: abbiamo chiesto quali forze servono perché un libro resti sul tavolo, perché una trave non ruoti, perché una nave galleggi. Ma il mondo intorno a noi è pieno di cose che si muovono: il pallone calciato in porta, il treno che parte dalla stazione, la Terra che gira intorno al Sole, il sangue nelle arterie. Con questo capitolo comincia lo studio del movimento.

La parte della fisica che *descrive* il moto, senza chiedersi quali forze lo producano, si chiama **cinematica** (dal greco *kínēma*, «movimento»). Le sue domande sono semplici da formulare: dove si trova un corpo in un certo istante? Quanta strada ha fatto? Quanto velocemente si sposta? Per rispondere con precisione, però, servono alcune idee che nel linguaggio di tutti i giorni restano vaghe: rispetto a che cosa misuriamo la posizione, che differenza c'è fra la strada percorsa e lo spostamento, che cosa indica davvero il tachimetro di un'automobile.

Studieremo il moto più semplice di tutti: un corpo che si muove lungo una retta percorrendo spostamenti uguali in tempi uguali. È un modello, come il punto materiale o il filo inestensibile, ma descrive bene molte situazioni reali: un'auto in autostrada a velocità costante, una bollicina che sale in un tubo pieno d'acqua, un treno in un lungo rettilineo. Nel capitolo 16 lo useremo come punto di partenza per i moti in cui la velocità cambia.

15.1 Descrivere un moto

15.1.1 Il punto materiale in movimento

Un'automobile in viaggio è un oggetto complicato: le ruote girano, i pistoni salgono e scendono, i passeggeri si muovono sui sedili. Se però vogliamo sapere quanto impiega ad andare da Bologna a Firenze, tutti questi dettagli non contano: ci basta sapere dove si trova l'auto, istante per istante. Possiamo allora rappresentarla con un solo punto, come abbiamo fatto nel capitolo 9 per i corpi in equilibrio. Un **punto materiale** è un corpo di cui trascuriamo le dimensioni, perché sono piccole rispetto alle distanze che percorre, e di cui ci interessa solo la posizione.

Lo stesso oggetto può essere o non essere un punto materiale a seconda del problema. La Terra è un punto materiale quando studiamo il suo moto intorno al Sole, perché il suo diametro (circa 12 700 km) è piccolissimo rispetto alla distanza dal Sole (circa 150 milioni di km); non lo è quando vogliamo capire l'alternarsi del giorno e della notte, che dipende dalla rotazione del pianeta su sé stesso. Un'auto in viaggio è un punto materiale; la stessa auto che manovra per entrare in un parcheggio stretto, no.

Mentre si muove, il punto materiale occupa una dopo l'altra posizioni diverse. La linea formata da tutte le posizioni occupate si chiama **traiettoria**. Può essere una retta, una circonferenza, una curva qualsiasi; in questo volume ci limitiamo ai moti con traiettoria rettilinea, i **moti rettilinei**. Il moto lungo una curva e il moto circolare li studierai il prossimo anno.

15.1.2 Il sistema di riferimento

Per dire dove si trova un corpo bisogna sempre indicare un punto di partenza: «la farmacia è a 200 metri dalla piazza, verso la stazione». In questa frase ci sono già tutti gli ingredienti di ciò che i fisici chiamano **sistema di riferimento**. Per un moto rettilineo esso è formato da:

- una **retta** coincidente con la traiettoria, sulla quale si fissa un punto O detto **origine** (la piazza);
- un **verso positivo** scelto su questa retta (verso la stazione) e un'**unità di misura** delle lunghezze (il metro): la retta diventa così un **asse orientato**, come l'asse dei numeri della matematica;
- un **orologio** per misurare il tempo, con un istante scelto come zero (per esempio, il momento in cui facciamo partire il cronometro).

La scelta dell'origine, del verso e dell'istante zero è libera: la fisica del moto non cambia, cambiano solo i numeri con cui lo descriviamo. Conviene quindi scegliere ciò che rende i calcoli più semplici, per esempio l'origine nel punto di partenza e il verso positivo nel verso del moto. L'importante è dichiarare la scelta all'inizio di ogni problema e mantenerla fino alla fine.

15.1.3 Quiete e moto sono relativi

Seduto in treno, guardi il tuo vicino di posto: per te è fermo. Una persona sul marciapiede della stazione, invece, lo vede sfrecciare insieme a tutto il treno. Chi ha ragione? Entrambi. Dire che un corpo è in **quiete** significa dire che la sua posizione non cambia nel tempo *rispetto a un certo sistema di riferimento*; dire che è in moto significa che la sua posizione cambia rispetto a quel sistema. Lo stesso corpo può essere fermo rispetto al treno e in moto rispetto alla stazione. Questa è la **relatività del moto**: non esiste una quiete «assoluta», valida per tutti gli osservatori.

Anche la forma della traiettoria dipende dall'osservatore. Se lasci cadere le chiavi nel treno che viaggia in rettilineo a velocità costante, le vedi scendere lungo una linea verticale e atterrare ai tuoi piedi. La persona sul marciapiede vede invece le chiavi muoversi in avanti insieme al treno mentre cadono: per lei la traiettoria è una curva. Nessuna delle due descrizioni è sbagliata; sono descrizioni dello stesso fenomeno in due sistemi di riferimento diversi.

Perfino la Terra, che ci sembra il riferimento fermo per eccellenza, si muove: ruota su sé stessa e percorre la sua orbita intorno al Sole a circa 30 km al secondo. Noi non ce ne accorgiamo, e questo fatto, che sembrava un argomento decisivo contro il moto della Terra, fu spiegato da Galileo proprio con la relatività del moto.

APPROFONDIMENTO

La nave di Galileo

Nel *Dialogo sopra i due massimi sistemi del mondo* (1632) Galileo difende l'idea che la Terra si muova. Gli avversari obiettavano: se la Terra corresse nello spazio, non dovremmo accorgercene? Un sasso lasciato cadere da una torre non dovrebbe restare indietro?

Nella «giornata seconda» del *Dialogo* il personaggio di Salviati, portavoce di Galileo, risponde con un esperimento immaginario. Chiudetevi, dice in sostanza, con qualche amico nella cabina più grande sotto coperta di una grande nave, e portate con voi mosche, farfalle e altri piccoli animali che volano, una vaschetta d'acqua con dei pesciolini, un secchio che goccioli in un vaso dalla bocca stretta. Osservate tutto con attenzione mentre la nave è ferma; poi fatela muovere con la velocità che volete, purché il moto sia uniforme e senza scosse. Non noterete nessun cambiamento: le gocce cadranno ancora nel vaso, i pesci nuoteranno indifferentemente in ogni direzione, le farfalle voleranno da una parete all'altra senza essere spinte verso poppa; e saltando coprirete le stesse distanze in avanti e all'indietro.

Da nessun esperimento fatto dentro la cabina si può dunque capire se la nave è ferma o si muove di moto uniforme. Allo stesso modo, il fatto che sulla Terra le cose cadano «normalmente» non dimostra che la Terra sia ferma. Questa idea, oggi chiamata *principio di relatività galileiana*, è una delle basi della fisica moderna.

15.2 Posizione, tempo e spostamento

15.2.1 La posizione su un asse

Fissato un sistema di riferimento, la **posizione** di un punto materiale su una traiettoria rettilinea è data da un solo numero, con la sua unità: la coordinata s del punto sull'asse orientato. Il segno ha un significato preciso: $s = +150$ m indica un punto a 150 m dall'origine nel verso positivo, $s = -50$ m un punto a 50 m dall'origine nel verso opposto. In questo libro la posizione si indica sempre con s e si misura in metri; nei problemi stradali si usano spesso anche i chilometri.

Attenzione: la posizione s non è «lo spazio percorso». Un'auto parcheggiata a 300 m dall'origine ha posizione $s = 300$ m anche se è lì da una settimana e non ha percorso nulla. La posizione dice *dove* si trova il corpo, non quanta strada ha fatto.

15.2.2 Istanti e intervalli di tempo

Allo stesso modo bisogna distinguere due idee che nel parlare comune si confondono. Un **istante** è un momento preciso, letto sull'orologio del sistema di riferimento: $t = 0$ s, $t = 12{,}5$ s, «le 8:15». Un **intervallo di tempo** è la durata compresa fra due istanti t_1 e t_2:

$$\Delta t = t_2 - t_1$$

Il simbolo Δ (delta maiuscola) indica, come nei capitoli precedenti, una *variazione*: valore finale meno valore iniziale. Poiché il tempo scorre sempre in avanti, t_2 viene dopo t_1 e Δt è sempre positivo. Il treno che parte alle 8:15 e arriva alle 9:45 ha viaggiato per un intervallo Δt = 1 h 30 min = 1,5 h.

15.2.3 Lo spostamento e la distanza percorsa

Supponiamo che all'istante t_1 un corpo si trovi nella posizione s_1 e all'istante t_2 nella posizione s_2. Lo **spostamento** nell'intervallo considerato è la variazione della posizione:

$$\Delta s = s_2 - s_1$$

Nel capitolo 6 abbiamo presentato lo spostamento come il prototipo dei vettori: una freccia che va dalla posizione iniziale a quella finale. In un moto rettilineo la direzione è fissata dalla traiettoria, e per descrivere il vettore basta un numero con il segno: $\Delta s > 0$ se il corpo si è spostato nel verso positivo dell'asse, $\Delta s < 0$ se si è spostato nel verso negativo. La Figura 15.1 mostra i due casi. L'auto che passa da s_1 = 100 m a s_2 = 350 m ha uno spostamento Δs = +250 m; il ciclista che passa da 300 m a 50 m ha Δs = −250 m. I due spostamenti hanno lo stesso modulo e verso opposto.

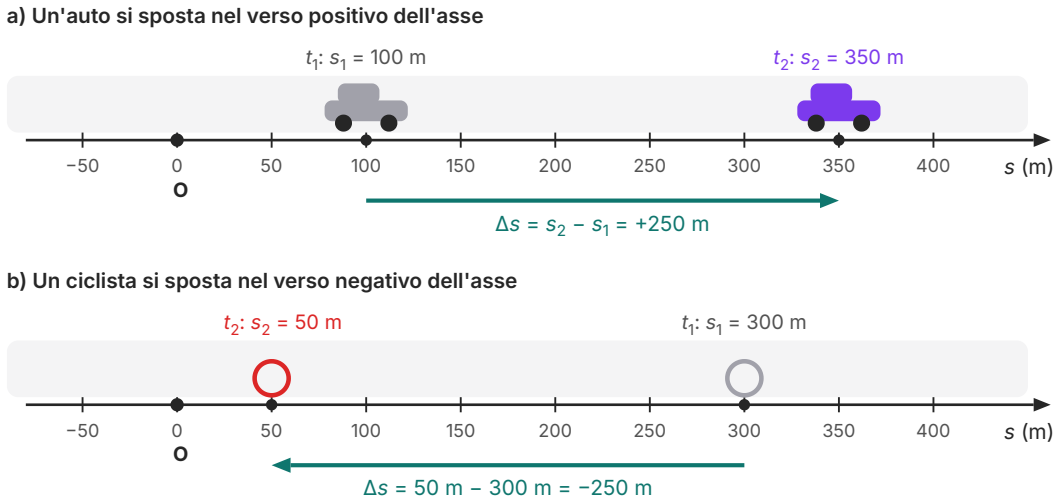

Figura 15.1 Posizione e spostamento su un asse orientato, con origine O e verso positivo verso destra. a) L'auto passa dalla posizione s_1 = 100 m (istante t_1) alla posizione s_2 = 350 m (istante t_2): lo spostamento è positivo. b) Il ciclista passa da 300 m a 50 m: lo spostamento ha lo stesso modulo, 250 m, ma è negativo, perché il moto avviene nel verso negativo dell'asse.

La **distanza percorsa** è invece la lunghezza totale della strada effettivamente fatta, misurata lungo la traiettoria: è una grandezza scalare, sempre positiva o nulla. Se il corpo si muove sempre nello stesso verso, la distanza percorsa coincide con il modulo dello spostamento. Se invece torna indietro, le due grandezze sono diverse. Pensa a un nuotatore che fa una vasca di andata e ritorno in una piscina da 50 m: alla fine si ritrova al punto di partenza, quindi il suo spostamento è zero; ma la distanza percorsa è 100 m, e le sue braccia lo sanno bene.

In generale la distanza percorsa è **maggiore o uguale** al modulo dello spostamento, mai minore: lo spostamento «misura in linea d'aria», la distanza percorsa conta ogni metro di strada, anche quelli fatti tornando indietro.

> **ERRORE FREQUENTE**
> **«La posizione è negativa, quindi il corpo va all'indietro».** Il segno della posizione dice soltanto da che parte dell'origine si trova il corpo; il segno dello *spostamento* dice in che verso si è mosso. Un corpo può trovarsi in $s = -80$ m e muoversi nel verso positivo (per esempio fino a $s = -20$ m: $\Delta s = -20\text{ m} - (-80\text{ m}) = +60$ m). Quando calcoli $\Delta s = s_2 - s_1$ con posizioni negative, scrivi sempre le parentesi.

15.3 La velocità media

15.3.1 Spostamento diviso tempo

Due ciclisti percorrono lo stesso tratto di strada rettilinea di 3,0 km; il primo impiega 10 minuti, il secondo 12 minuti. Chi è più veloce? Ovviamente il primo, perché a parità di spostamento impiega meno tempo. Se invece entrambi pedalassero per 10 minuti, sarebbe più veloce quello che si sposta di più. Per confrontare situazioni qualsiasi conviene una grandezza che tenga conto insieme dello spostamento e del tempo: è la **velocità media**, definita come rapporto fra lo spostamento e l'intervallo di tempo in cui avviene:

$$v_\text{m} = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{s_2 - s_1}{t_2 - t_1}$$

Nel SI la velocità si misura in metri al secondo (m/s): una velocità di 1 m/s indica uno spostamento di un metro ogni secondo. È una grandezza derivata, con dimensioni $[\text{L}]/[\text{T}] = [\text{L}][\text{T}]^{-1}$.

Poiché Δt è sempre positivo, la velocità media ha lo **stesso segno dello spostamento**: è positiva se il corpo si è spostato nel verso positivo dell'asse, negativa se si è spostato nel verso negativo. Il segno della velocità non dice se il corpo è «veloce» o «lento», ma in che verso si muove. Il ciclista della Figura 15.1, se impiega 50 s per passare da 300 m a 50 m, ha una velocità media $v_\text{m} = (-250\text{ m})/(50\text{ s}) = -5{,}0$ m/s: si muove nel verso negativo, a 5 metri ogni secondo. Il valore della velocità senza segno è il suo **modulo**, ed è ciò che nel linguaggio comune si chiama semplicemente «velocità»; il contesto chiarisce sempre di che cosa si sta parlando.

15.3.2 La velocità scalare media

Nel linguaggio di tutti i giorni «velocità media» significa un'altra cosa: la strada fatta divisa per il tempo impiegato. Quando un'app di navigazione dice che hai viaggiato «a una media di 85 km/h», intende proprio questo. Per non confondere le due idee, in fisica la chiamiamo **velocità scalare media**:

$$\text{velocità scalare media} = \frac{\text{distanza percorsa}}{\Delta t}$$

È sempre positiva e coincide con il modulo della velocità media solo se il corpo non inverte mai il verso del moto. Nell'esempio del nuotatore che fa andata e ritorno, la velocità media è zero (spostamento nullo), ma la velocità scalare media non lo è affatto.

ESEMPIO SVOLTO

Andata e ritorno in piscina

Un nuotatore percorre una vasca da 50 m in 38 s e torna al punto di partenza in altri 42 s. Scegliamo l'origine al bordo di partenza e il verso positivo verso il bordo opposto. Calcola la velocità media di ciascuna vasca e dell'intera nuotata, e la velocità scalare media dell'intera nuotata.

Andata. $\Delta s = 50\ \text{m} - 0\ \text{m} = +50\ \text{m}$; $v_\text{m} = (+50\ \text{m})/(38\ \text{s}) \approx +1{,}3\ \text{m/s}$.

Ritorno. $\Delta s = 0\ \text{m} - 50\ \text{m} = -50\ \text{m}$; $v_\text{m} = (-50\ \text{m})/(42\ \text{s}) \approx -1{,}2\ \text{m/s}$. Il segno meno indica che il nuotatore torna verso l'origine.

Intera nuotata. $\Delta s = 0\ \text{m} - 0\ \text{m} = 0\ \text{m}$, quindi $v_\text{m} = 0\ \text{m/s}$. La distanza percorsa è 100 m in $\Delta t = 80\ \text{s}$: velocità scalare media = 100 m / 80 s ≈ 1,3 m/s (i dati hanno due cifre significative).

Commento. La velocità media nulla non significa che il nuotatore sia stato fermo: dice solo che è tornato al punto di partenza. Per descrivere «quanto ha nuotato in fretta» serve la velocità scalare media.

15.3.3 Dai km/h ai m/s

Per le automobili, i treni e gli aerei si usa quasi sempre il chilometro all'ora (km/h). Come abbiamo visto nel capitolo 2, poiché 1 km = 1000 m e 1 h = 3600 s:

$$1\ \text{km/h} = \frac{1000\ \text{m}}{3600\ \text{s}} = \frac{1}{3{,}6}\ \text{m/s}$$

Quindi per passare da km/h a m/s si **divide per 3,6**, e per passare da m/s a km/h si **moltiplica per 3,6**. Un'auto a 90 km/h percorre 90/3,6 = 25 m ogni secondo; un'auto a 130 km/h, il limite delle autostrade italiane, circa 36 m al secondo: un terzo della lunghezza di un campo da calcio. La Tabella 15.1 raccoglie alcune velocità tipiche, espresse in entrambe le unità.

Tabella 15.1 Alcune velocità (moduli). I valori preceduti da «circa» sono indicativi; la velocità della luce nel vuoto è esatta per definizione del metro.

Che cosa si muove	km/h	m/s
persona che cammina di buon passo	circa 5	circa 1,4
Usain Bolt nei 100 m del record mondiale (9,58 s, 2009), velocità scalare media	37,6	10,4
auto al limite delle autostrade italiane	130	36,1
treno ad alta velocità in linea	circa 300	circa 83
aereo di linea in volo di crociera	circa 900	circa 250
suono nell'aria a 20 °C	circa 1235	circa 343
Terra nella sua orbita intorno al Sole	circa 107 000	circa $3{,}0 \times 10^4$
luce nel vuoto	circa $1{,}08 \times 10^9$	299 792 458

DA RICORDARE

km/h → m/s: dividi per 3,6. m/s → km/h: moltiplica per 3,6. Un controllo rapido: il numero in km/h è sempre *più grande* di quello in m/s, perché in un'ora si percorrono molti metri. Qualche valore da tenere a mente: 36 km/h = 10 m/s; 72 km/h = 20 m/s; 108 km/h = 30 m/s.

COLLEGAMENTI

Educazione stradale: il controllo della velocità media

Su molti tratti delle autostrade italiane la velocità non viene misurata in un solo punto, ma con il sistema chiamato Tutor: due portali, posti all'inizio e alla fine di un tratto di lunghezza nota, registrano la targa e l'istante di passaggio di ogni veicolo. Il sistema calcola la velocità scalare media come lunghezza del tratto divisa per l'intervallo di tempo trascorso. Se il risultato, tolta la tolleranza prevista per legge (capitolo 4), supera il limite, scatta la sanzione.

Rallentare solo in vista dei portali non serve: se in un tratto di 12,5 km il limite è 130 km/h, il tempo minimo ammesso è 12,5 km / (130 km/h) ≈ 0,0962 h, cioè circa 5 minuti e 46 secondi. Chi impiega di meno ha tenuto una media superiore al limite, qualunque sia la velocità al passaggio sotto i portali. È la definizione di velocità media applicata alla sicurezza di tutti.

15.4 Il grafico spazio-tempo

15.4.1 Leggere un grafico *s*–*t*

Un moto si può descrivere con una tabella che riporta la posizione in diversi istanti, ma, come abbiamo imparato nel capitolo 5, un grafico rende visibile in un colpo d'occhio ciò che i numeri nascondono. Il **grafico spazio-tempo** (o grafico *s*–*t*, detto anche grafico orario) riporta il tempo t sull'asse orizzontale, perché è la variabile indipendente, e la posizione s sull'asse verticale. Ogni punto del grafico dice dove si trova il corpo in un certo istante.

Da un grafico *s*–*t* si leggono subito alcune informazioni qualitative:

- un tratto **orizzontale** indica che la posizione non cambia: il corpo è fermo;
- un tratto **crescente** indica che il corpo si muove nel verso positivo dell'asse; un tratto **decrescente**, che si muove nel verso negativo;
- quanto più il grafico è **ripido**, tanto più velocemente cambia la posizione, cioè tanto maggiore è il modulo della velocità.

Attenzione a un errore molto comune: il grafico *s*–*t* *non* è un disegno della traiettoria. Il moto avviene lungo una retta, ma il grafico può essere una linea spezzata o una curva, perché sull'asse orizzontale c'è il tempo, non una seconda direzione dello spazio.

15.4.2 La velocità media è la pendenza di una secante

Prendiamo due punti del grafico, corrispondenti agli istanti t_1 e t_2, e uniamoli con un segmento: è una **secante** del grafico. Il suo spostamento verticale è $s_2 - s_1 = \Delta s$, quello orizzontale è $t_2 - t_1 = \Delta t$. La pendenza della secante, cioè il rapporto $\Delta s/\Delta t$, è proprio la velocità media nell'intervallo considerato. Come nel capitolo 5, la pendenza ha un'unità di misura: quella dell'asse verticale divisa per quella dell'asse orizzontale, qui m/s.

La Figura 15.2 mostra il grafico *s*–*t* di un'auto che parte da ferma e accelera, per cui il grafico è una curva. Fra l'istante 0 s (punto O) e l'istante 4,0 s (punto P) l'auto passa da 0 m a 24 m: la secante OP ha pendenza 24 m / 4,0 s = 6,0 m/s, che è la velocità media dell'auto nei primi quattro secondi.

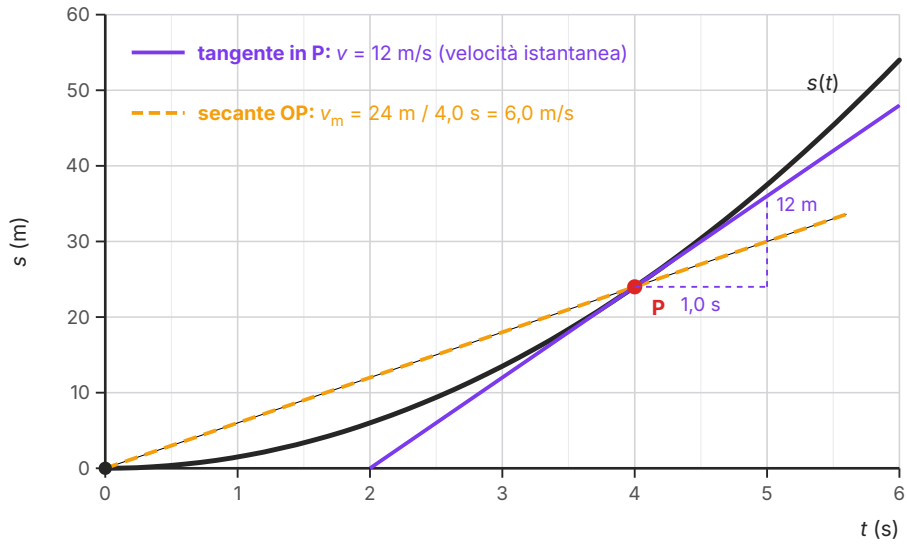

Figura 15.2 Grafico spazio-tempo di un'auto che parte da ferma e aumenta la sua velocità. La pendenza della secante OP è la velocità media fra 0 s e 4,0 s (6,0 m/s); la pendenza della tangente in P è la velocità istantanea all'istante 4,0 s (12 m/s), come confermano i valori della Tabella 15.2.

15.4.3 La velocità istantanea è la pendenza della tangente

La velocità media dice quanto ci si è spostati in media durante un intervallo, ma non dice quanto velocemente si va *in un certo istante*. Nell'esempio della Figura 15.2 l'auto parte lentamente e va sempre più veloce: a $t = 4{,}0$ s la sua velocità è certamente maggiore della media di 6,0 m/s calcolata sui primi quattro secondi. Il tachimetro dell'auto, in quell'istante, segna un valore preciso. Come possiamo ricavarlo dal grafico?

L'idea è calcolare la velocità media su intervalli sempre più brevi a partire da $t = 4{,}0$ s. La Tabella 15.2 riporta le posizioni dell'auto, ricavate con precisione dalla curva della figura, e le velocità medie corrispondenti.

Tabella 15.2 Velocità medie dell'auto della Figura 15.2 su intervalli sempre più brevi che iniziano all'istante t_1 = 4,0 s, dove s_1 = 24 m.

Δt (s)	t_2 (s)	s_2 (m)	Δs (m)	$v_m = \Delta s/\Delta t$ (m/s)
2,0	6,0	54	30	15
1,0	5,0	37,5	13,5	13,5
0,50	4,50	30,375	6,375	12,75
0,10	4,10	25,215	1,215	12,15
0,010	4,010	24,120	0,120	12,0

Più l'intervallo si accorcia, più le velocità medie si avvicinano a un valore ben preciso, 12 m/s: è la velocità dell'auto nell'istante t = 4,0 s. Si chiama **velocità istantanea** ed è il valore a cui tende la velocità media quando l'intervallo di tempo diventa piccolissimo. È ciò che indica il tachimetro (in km/h: 12 m/s × 3,6 ≈ 43 km/h).

Che cosa succede, graficamente, quando l'intervallo si accorcia? Il secondo punto della secante scivola lungo la curva verso P, e la secante ruota fino a confondersi con la retta che «sfiora» la curva in P: la **tangente** al grafico in P. Perciò:

velocità istantanea all'istante t = pendenza della tangente al grafico s–t in quell'istante

Nella Figura 15.2 la tangente in P sale di 12 m ogni 1,0 s: la sua pendenza è 12 m/s, in accordo con la tabella. In matematica, negli anni futuri, questa idea prenderà il nome di *derivata*; per ora ci basta l'intuizione geometrica. D'ora in poi, quando diremo semplicemente «velocità», intenderemo la velocità istantanea.

15.5 Il moto rettilineo uniforme

15.5.1 Definizione

Fra tutti i moti, il più semplice è quello in cui la velocità non cambia mai. Un corpo si muove di **moto rettilineo uniforme** (MRU) quando la sua traiettoria è rettilinea e la sua velocità è costante, nel modulo e nel verso. In modo equivalente: un corpo è in MRU se compie **spostamenti uguali in intervalli di tempo uguali**, comunque si scelgano gli intervalli, lunghi o brevissimi.

Nel MRU la velocità media è la stessa su qualunque intervallo, e coincide con la velocità istantanea in ogni istante. Si scrive quindi semplicemente v, senza pedice. Una conseguenza importante: lo spostamento è **direttamente proporzionale** all'intervallo di tempo, $\Delta s = v\,\Delta t$. In un tempo doppio lo spostamento raddoppia, in un tempo triplo triplica.

Nessun moto reale è perfettamente uniforme: un'auto in autostrada varia continuamente, anche di poco, la sua velocità. Il MRU è un **modello**, come quelli del capitolo 1: descrive bene

un moto reale quando le variazioni di velocità sono piccole rispetto alla precisione che ci interessa.

15.5.2 La legge oraria

Vogliamo una formula che dia la posizione del corpo in ogni istante. Chiamiamo s_0 la **posizione iniziale**, cioè la posizione all'istante $t = 0$, e s la posizione in un istante t qualsiasi. Fra questi due istanti lo spostamento è $\Delta s = s - s_0$ e l'intervallo è $\Delta t = t - 0 = t$. Poiché la velocità è costante, $v = (s - s_0)/t$, e ricavando s:

$$s = s_0 + v\,t$$

È la **legge oraria** del moto rettilineo uniforme: la funzione che a ogni istante associa la posizione. Leggiamola in parole: la posizione all'istante t è quella iniziale più lo spostamento $v\,t$ compiuto nel frattempo. Se v è negativa, il termine $v\,t$ è negativo e la posizione diminuisce con il tempo: il corpo si muove nel verso negativo dell'asse.

Controlliamo le dimensioni, come nel capitolo 2: $v\,t$ si misura in (m/s) · s = m, come s e s_0. La formula è coerente. Dalla legge oraria si ricavano, con le regole del capitolo 5 sulle formule inverse, anche la velocità e l'istante in cui il corpo raggiunge una certa posizione:

$$v = \frac{s - s_0}{t} \qquad t = \frac{s - s_0}{v}$$

15.5.3 Il grafico spazio-tempo del MRU

La legge oraria $s = s_0 + v\,t$ ha la stessa forma della dipendenza lineare $y = m\,x + q$ del capitolo 5, con t al posto di x e s al posto di y. Quindi **il grafico s–t di un moto rettilineo uniforme è una retta**, con:

- **pendenza** uguale alla velocità v: retta crescente se $v > 0$, decrescente se $v < 0$, orizzontale se $v = 0$ (corpo fermo);
- **intercetta** sull'asse verticale uguale alla posizione iniziale s_0.

Solo se il corpo parte dall'origine ($s_0 = 0$) la retta passa per l'origine degli assi e la posizione è direttamente proporzionale al tempo. La Figura 15.3 mostra tre moti uniformi lungo lo stesso asse. A parte dall'origine a +5,0 m/s; B parte da 20 m a +2,0 m/s, e la sua retta è meno ripida; C parte da 50 m e torna verso l'origine a −2,5 m/s. Nel punto in cui due rette si incrociano, i due corpi si trovano nella stessa posizione nello stesso istante: si incontrano. In questo esempio, scelto apposta, le tre rette passano per lo stesso punto: all'istante $t \approx 6{,}7$ s i tre corpi si trovano tutti nella posizione $s \approx 33$ m (verificalo con le tre leggi orarie).

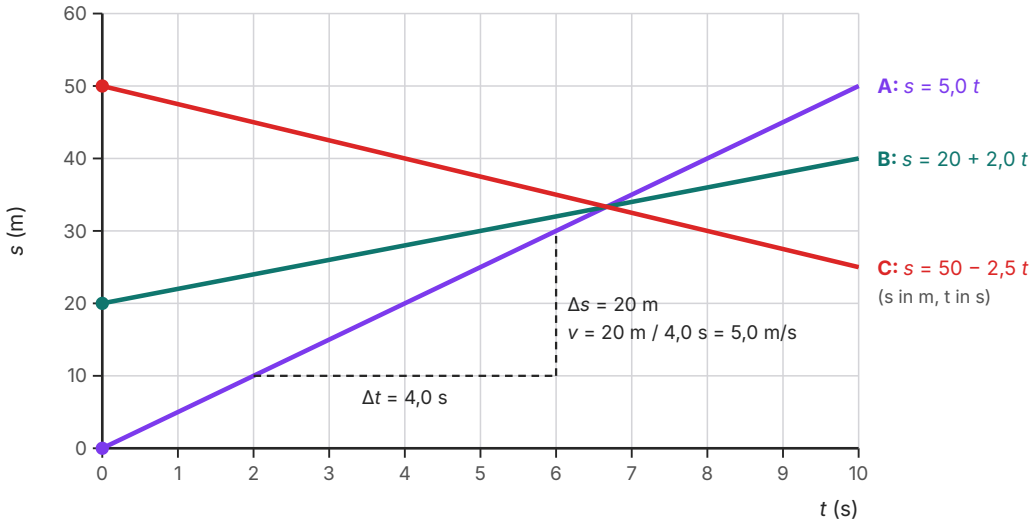

Figura 15.3 Grafici spazio-tempo di tre moti rettilinei uniformi lungo lo stesso asse, calcolati dalle leggi orarie indicate. La pendenza di ogni retta è la velocità (A: +5,0 m/s; B: +2,0 m/s; C: −2,5 m/s), l'intercetta sull'asse verticale è la posizione iniziale. Il triangolo tratteggiato mostra come si calcola la pendenza della retta A.

15.5.4 Il grafico velocità-tempo e l'area

Un secondo modo per rappresentare un moto è il **grafico velocità-tempo** (v–t), che riporta la velocità istantanea in funzione del tempo. Nel MRU la velocità è costante, quindi il grafico è un **segmento orizzontale**: sopra l'asse dei tempi se $v > 0$, sotto se $v < 0$.

Questo grafico nasconde una proprietà preziosa. Consideriamo il rettangolo compreso fra il segmento orizzontale e l'asse dei tempi, dall'istante iniziale a un istante t (Figura 15.4). La sua base è l'intervallo di tempo Δt, la sua altezza è la velocità v; la sua «area», calcolata con le unità degli assi, vale $v\,\Delta t$, cioè proprio lo spostamento Δs. Un'auto che viaggia a 15 m/s per 8,0 s si sposta di 15 m/s × 8,0 s = 120 m: è l'area del rettangolo colorato nella figura.

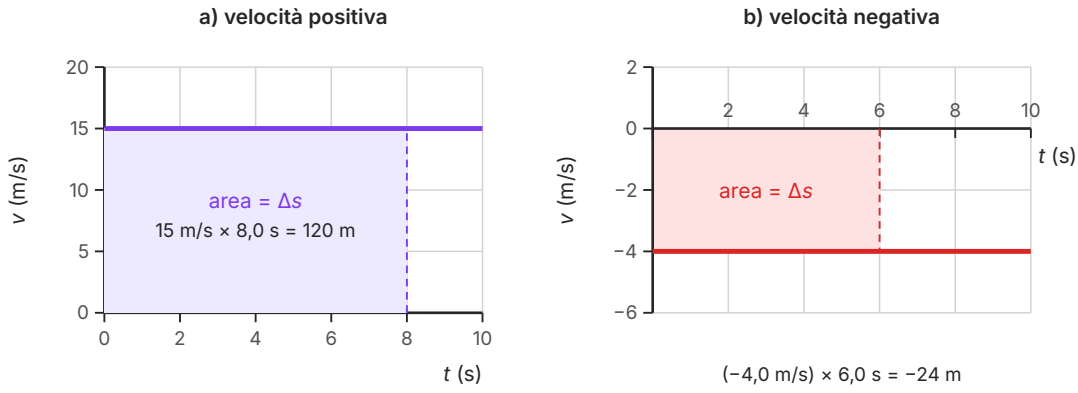

Figura 15.4 Grafici velocità-tempo di due moti rettilinei uniformi. L'area del rettangolo compreso fra il grafico e l'asse dei tempi, calcolata con le unità degli assi, è lo spostamento: a) 15 m/s per 8,0 s danno +120 m; b) −4,0 m/s per 6,0 s danno −24 m (area sotto l'asse, spostamento nel verso negativo).

Due precisazioni. L'«area» di cui parliamo non si misura in centimetri quadrati di carta, ma nelle unità dei due assi: (m/s) · s = m. E l'area va presa con il segno: se il grafico sta sotto l'asse dei tempi (velocità negativa), l'area è negativa e rappresenta uno spostamento nel verso negativo. Nella parte b della figura, un corpo con $v = -4{,}0$ m/s per 6,0 s si sposta di −24 m.

DA RICORDARE

Pendenza e area. Nel grafico s–t la velocità è la *pendenza*; nel grafico v–t lo spostamento è l'*area* compresa fra il grafico e l'asse dei tempi, con il segno. Queste due regole valgono per qualunque moto rettilineo, non solo per quello uniforme: nel capitolo 16 le userai per il moto uniformemente accelerato, dove l'area sotto il grafico v–t non sarà più un rettangolo ma un trapezio.

COLLEGAMENTI

In laboratorio: la bollicina nel tubo

Scopo. Verificare che una bolla d'aria che sale in un tubo pieno d'acqua si muove di moto rettilineo uniforme e misurarne la velocità.

Materiali. Un tubo trasparente lungo circa 1 m, chiuso alle estremità e pieno d'acqua tranne una piccola bolla d'aria (si può costruire con un tubo di plastica rigida e due tappi); un metro a nastro; un pennarello; un supporto per tenere il tubo inclinato di un angolo fisso; tre cronometri (vanno bene quelli dei telefoni).

Procedimento. Con il pennarello segnate sul tubo una tacca di partenza (posizione 0 cm) a circa 20 cm dall'estremità inferiore, e poi tacche a 10, 20, ..., 60 cm. Inclinate il tubo e capovolgetelo velocemente, in modo che la bolla parta dal fondo: quando passa davanti alla tacca 0 ha già raggiunto la sua velocità stabile, e in quell'istante si fanno partire i cronometri. Ogni cronometrista ferma il suo cronometro al passaggio della bolla davanti alla tacca che gli è stata assegnata: con tre cronometri si misurano tre tacche per ogni salita della bolla. Ripetete le salite finché ogni tacca ha tre misure di tempo, ruotando i ruoli.

Dati e analisi. Per ogni tacca calcolate il tempo medio e l'incertezza con la semidispersione massima (capitolo 4); riportate i risultati in una tabella come la Tabella 15.3 e in un grafico s–t con le barre d'errore sui tempi. Se i punti si allineano su una retta passante per l'origine, il moto è uniforme e la pendenza della retta è la velocità della bolla.

Per riflettere. Ripetete l'esperimento con un'inclinazione diversa: la velocità cambia? E il moto resta uniforme? Fate attenzione a non usare tubi di vetro sottile, che possono rompersi.

Per la relazione. Descrivete come avete diviso i ruoli dei cronometristi e riportate tabella e grafico s–t. Ricavate la velocità con le rette di massima e minima pendenza e scrivetela con la sua incertezza. Nelle conclusioni dite se i punti sono compatibili con una retta per l'origine e quale fonte d'incertezza, secondo voi, pesa di più: il tempo di reazione di chi ferma il cronometro o il giudizio sull'istante in cui la bolla passa davanti alla tacca.

Tabella 15.3 Dati di una classe per la bollicina nel tubo: posizione delle tacche, tre misure di tempo per ciascuna, tempo medio $\bar{t}$ e incertezza e_a (semidispersione massima). I cronometri hanno sensibilità 0,01 s, ma la dispersione dovuta al tempo di reazione è molto maggiore.

s (cm)	t_1 (s)	t_2 (s)	t_3 (s)	$\bar{t} \pm e_a$ (s)	$s/\bar{t}$ (cm/s)
10	4,2	3,9	4,3	4,1 ± 0,2	2,4
20	8,1	7,8	8,2	8,0 ± 0,2	2,50
30	11,7	12,0	12,1	11,9 ± 0,2	2,52
40	16,3	15,9	16,0	16,1 ± 0,2	2,48
50	20,1	19,8	20,2	20,0 ± 0,2	2,50
60	24,3	23,9	24,2	24,1 ± 0,2	2,49

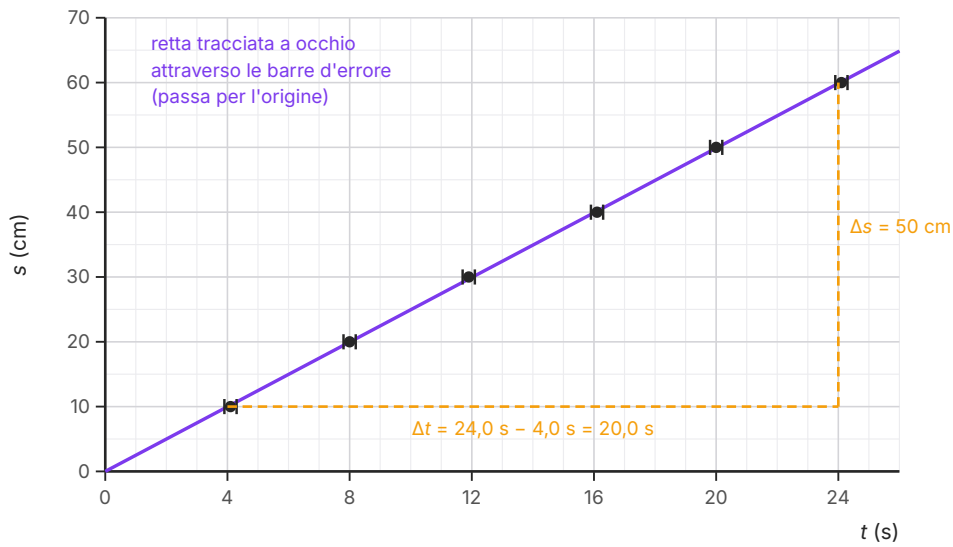

Figura 15.5 I dati della Tabella 15.3 (tempi medi con barre d'errore di ±0,2 s) e la retta tracciata a occhio. Il triangolo tratteggiato, costruito su due punti della retta lontani fra loro, dà la pendenza: 50 cm / 20,0 s = 2,5 cm/s, la velocità della bolla.

ESEMPIO SVOLTO

Dai dati della bollicina alla velocità

Usa i dati della Tabella 15.3 per stabilire se la bolla si muove di moto uniforme e per determinarne la velocità.

1. Controllo numerico. Se il moto è uniforme e la bolla passa per la tacca 0 all'istante 0, la posizione deve essere direttamente proporzionale al tempo: il rapporto $s/\bar{t}$ deve essere costante. L'ultima colonna della tabella dà valori fra 2,4 e 2,52 cm/s, uguali entro le incertezze: un errore di 0,2 s su 4,1 s, per esempio, è quasi il 5%, e basta a spiegare lo scarto del primo valore.

2. Grafico. Riportiamo i punti in un grafico s–t (Figura 15.5), con il tempo sull'asse orizzontale e le barre d'errore di ±0,2 s. Una retta passante per l'origine attraversa tutte le barre: il moto è rettilineo uniforme, con $s_0 = 0$.

3. Pendenza. Scegliamo due punti *della retta* (non due dati), lontani fra loro: (4,0 s; 10 cm) e (24,0 s; 60 cm). La pendenza è

$$v = \frac{60\ \text{cm} - 10\ \text{cm}}{24{,}0\ \text{s} - 4{,}0\ \text{s}} = \frac{50\ \text{cm}}{20{,}0\ \text{s}} = 2{,}5\ \text{cm/s} = 0{,}025\ \text{m/s}$$

4. Legge oraria. $s = (2{,}5\ \text{cm/s}) \cdot t$. Per arrivare in cima a un tubo lungo 80 cm dalla tacca 0, la bolla impiegherebbe circa 80 cm / 2,5 cm/s = 32 s: è un'estrapolazione, che vale solo se il moto resta uniforme anche oltre l'ultima tacca.

15.6 Problemi sul moto rettilineo uniforme

15.6.1 Un metodo in quattro passi

I problemi di cinematica diventano semplici se si segue sempre lo stesso schema.

1. **Scegli il sistema di riferimento**: origine, verso positivo, istante zero. Scrivilo esplicitamente, magari con un disegno dell'asse.
2. **Scrivi la legge oraria di ogni corpo**, $s = s_0 + v\,t$, con i segni giusti: la velocità è negativa per chi si muove nel verso negativo, la posizione iniziale è negativa per chi parte dalla parte negativa dell'asse. Usa unità coerenti (tutto in m e s, oppure tutto in km e h).
3. **Traduci la domanda in un'equazione.** «Si incontrano» significa «hanno la stessa posizione nello stesso istante»: $s_A = s_B$. «Arriva a destinazione» significa s = posizione della destinazione.
4. **Risolvi e controlla**: il tempo trovato deve essere positivo, la posizione deve essere sensata; un grafico s–t permette di verificare il risultato a colpo d'occhio.

15.6.2 Incontro di due corpi che si muovono in versi opposti

ESEMPIO SVOLTO

Un'auto e una moto su una strada rettilinea

Un'auto e una moto si trovano sulla stessa strada rettilinea a 900 m l'una dall'altra e partono nello stesso istante, una verso l'altra: l'auto a 20 m/s, la moto a 25 m/s, entrambe a velocità costante. Dopo quanto tempo e dove si incontrano?

Riferimento. Origine nella posizione di partenza dell'auto, verso positivo dall'auto verso la moto, $t = 0$ alla partenza.

Leggi orarie. Auto: $s_0 = 0$, $v = +20$ m/s, quindi $s_A = 20\,t$. Moto: $s_0 = 900$ m, $v = -25$ m/s (va nel verso negativo), quindi $s_M = 900 - 25\,t$ (s in metri, t in secondi).

Condizione di incontro. $s_A = s_M$: $20\,t = 900 - 25\,t$, da cui $45\,t = 900$ e $t = 20$ s. La posizione è $s = 20$ m/s × 20 s = 400 m dalla partenza dell'auto.

Controllo. La moto in 20 s percorre 25 m/s × 20 s = 500 m, e 400 m + 500 m = 900 m. Nel grafico s–t (Figura 15.6) le due rette si incrociano proprio nel punto (20 s; 400 m).

Osservazione. La distanza fra i due veicoli diminuisce ogni secondo di 20 m + 25 m = 45 m; per annullare 900 m servono quindi 900/45 = 20 s. È un modo più rapido per arrivare allo stesso risultato.

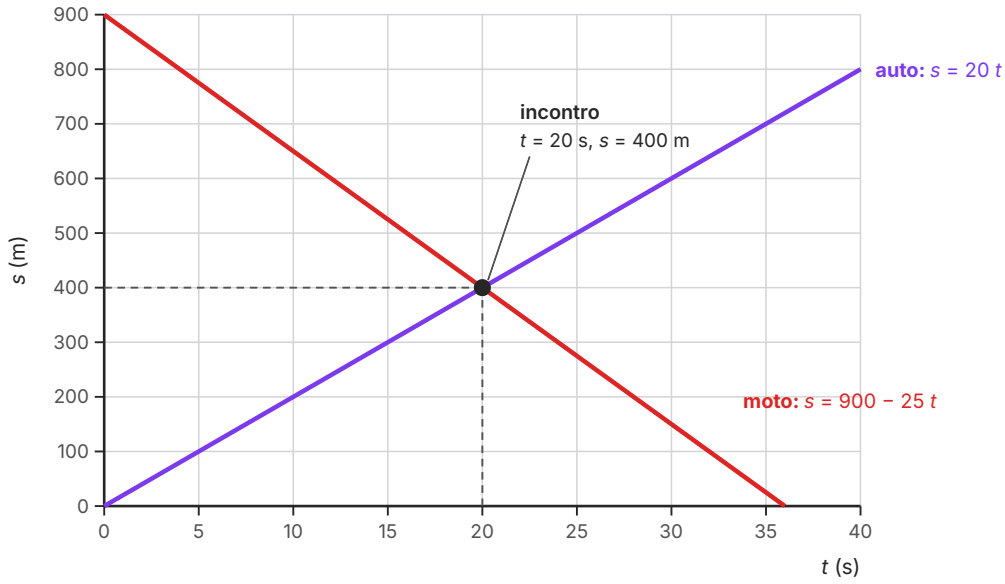

Figura 15.6 Grafico spazio-tempo dell'esempio svolto del paragrafo 15.6.2: l'auto parte dall'origine a +20 m/s, la moto parte da 900 m a −25 m/s. Le due rette si incrociano nel punto (20 s; 400 m), che rappresenta l'incontro.

15.6.3 Il sorpasso

Se due corpi si muovono nello *stesso* verso, quello più veloce raggiunge quello più lento. Un motorino viaggia a 36 km/h = 10 m/s; un'auto, 200 m più indietro, viaggia nello stesso verso a 72 km/h = 20 m/s. Scegliamo l'origine nella posizione iniziale del motorino e il verso positivo nel verso del moto: $s_{\text{mot}} = 10\ t$, $s_{\text{auto}} = -200 + 20\ t$. L'auto raggiunge il motorino quando $-200 + 20\ t = 10\ t$, cioè dopo $t = 20$ s, nella posizione $s = 200$ m. Anche qui c'è una via più breve: ogni secondo l'auto recupera 20 m − 10 m = 10 m, e per recuperare 200 m le servono 20 s. Nel grafico s–t le due rette hanno pendenze positive diverse e si incontrano nel punto (20 s; 200 m).

Spesso i due corpi non partono nello stesso istante. In tal caso conviene calcolare dove si trova il primo quando parte il secondo e far partire l'orologio in quel momento; oppure scrivere la legge oraria del secondo nella forma $s = s_0 + v\ (t - t_0)$, dove t_0 è il suo istante di partenza e s_0 la posizione in quell'istante.

15.6.4 Moto a tappe: la media delle velocità non è la velocità media

Un'automobilista percorre 60 km a 60 km/h e poi altri 60 km a 120 km/h, sempre nello stesso verso. Molti risponderebbero che la sua velocità media è (60 + 120)/2 = 90 km/h. È sbagliato. Ap-

plichiamo la definizione: la prima tappa dura 60 km / (60 km/h) = 1,0 h, la seconda 60 km / (120 km/h) = 0,50 h. In tutto lo spostamento è 120 km in 1,5 h:

$$v_m = \frac{120\ \text{km}}{1{,}5\ \text{h}} = 80\ \text{km/h}$$

Il risultato è più vicino alla velocità più bassa perché l'automobilista ha passato *più tempo* a viaggiare lentamente: due terzi del tempo a 60 km/h, un terzo a 120 km/h. Infatti $(2 \times 60 + 1 \times 120)/3 = 80$ km/h. Le velocità delle tappe vanno «pesate» con i tempi, non con le distanze.

ERRORE FREQUENTE

Fare la media aritmetica delle velocità. La velocità media di un viaggio a tappe non è la media aritmetica delle velocità delle tappe, a meno che le tappe abbiano la stessa *durata*. Se le tappe hanno la stessa *lunghezza*, la velocità media è sempre minore della media aritmetica (per due tappe è la cosiddetta media armonica: $2/(1/v_1 + 1/v_2)$). Il metodo sicuro è uno solo: calcola lo spostamento totale e il tempo totale, poi dividi.

IN SINTESI

Spostamento: $\Delta s = s_2 - s_1$: variazione della posizione, con il segno del verso del moto.

Velocità media: $v_m = \Delta s/\Delta t$: spostamento diviso intervallo di tempo; è la pendenza della secante al grafico s–t.

Velocità scalare media: distanza percorsa / Δt: sempre positiva, è la «media» del linguaggio comune.

Velocità istantanea: valore a cui tende la velocità media su intervalli sempre più brevi; è la pendenza della tangente al grafico s–t.

Conversione: 1 m/s = 3,6 km/h.

Legge oraria del MRU: $s = s_0 + v\,t$: la posizione cresce (o diminuisce, se $v < 0$) linearmente con il tempo; grafico s–t rettilineo con pendenza v e intercetta s_0; grafico v–t orizzontale, con area uguale allo spostamento: $\Delta s = v\,\Delta t$.

SINTESI

- La cinematica descrive il moto senza occuparsi delle sue cause; un corpo di cui trascuriamo le dimensioni è un punto materiale, e la linea che percorre è la sua traiettoria.
- Per un moto rettilineo il sistema di riferimento è un asse orientato con un'origine e un'unità di misura, più un orologio con un istante zero.
- Quiete e moto sono relativi: lo stesso corpo può essere fermo per un osservatore e in moto per un altro (la nave di Galileo, 1632).
- La posizione s è una coordinata con segno; lo spostamento $\Delta s = s_2 - s_1$ ha il segno del verso del moto; la distanza percorsa è sempre positiva e non è mai minore del modulo dello spostamento.
- Un istante è un momento preciso; un intervallo $\Delta t = t_2 - t_1$ è una durata, sempre positiva.
- La velocità media è $v_m = \Delta s / \Delta t$ (in m/s, con segno); la velocità scalare media è la distanza percorsa divisa per il tempo.
- Per passare da km/h a m/s si divide per 3,6; da m/s a km/h si moltiplica per 3,6.
- Nel grafico s–t la velocità media è la pendenza di una secante, la velocità istantanea la pendenza della tangente.
- Nel moto rettilineo uniforme la velocità è costante: spostamenti uguali in tempi uguali; la legge oraria è $s = s_0 + v\,t$.
- Il grafico s–t del MRU è una retta di pendenza v e intercetta s_0; il grafico v–t è orizzontale e l'area sotto di esso è lo spostamento.
- Due corpi si incontrano quando hanno la stessa posizione nello stesso istante: si uguagliano le leggi orarie, o si cerca l'intersezione delle rette nel grafico.
- La velocità media di un viaggio a tappe si calcola come spostamento totale diviso tempo totale, non come media aritmetica delle velocità.

ESERCIZI

Comprendere e ricordare

1. ● Per descrivere un moto rettilineo, il sistema di riferimento deve comprendere:

   A. soltanto l'origine dell'asse

   B. un osservatore fermo rispetto alla Terra

   C. un asse orientato con origine e unità di misura e un orologio con un istante zero

   D. la traiettoria e la velocità del corpo

2. ● Un corpo passa dalla posizione $s_1 = +40$ m alla posizione $s_2 = -10$ m. Il suo spostamento è:
   A. −50 m
   B. +50 m
   C. +30 m
   D. −30 m

3. ● Una velocità di 90 km/h corrisponde a:
   A. 324 m/s
   B. 25 m/s
   C. 90 m/s
   D. 15 m/s

4. ●● In un grafico spazio-tempo, la velocità istantanea in un certo istante è:
   A. il valore letto sull'asse verticale in quell'istante
   B. l'area sotto il grafico fino a quell'istante
   C. il rapporto fra la posizione e l'istante, s/t
   D. la pendenza della tangente al grafico in quell'istante

5. ● Un corpo si muove di moto rettilineo uniforme quando:
   A. percorre distanze sempre maggiori in tempi uguali
   B. la sua posizione è costante
   C. compie spostamenti uguali in intervalli di tempo uguali
   D. la sua traiettoria è una retta, qualunque sia la velocità

6. ●● Un nuotatore percorre una vasca da 50 m all'andata e al ritorno in 80 s. La sua velocità media sull'intera nuotata è:
   A. 0 m/s
   B. 0,63 m/s
   C. 1,25 m/s
   D. 1,6 m/s

7. ●● Nel grafico velocità-tempo di un moto rettilineo, l'area compresa fra il grafico e l'asse dei tempi rappresenta:
   A. la velocità media
   B. lo spostamento
   C. la posizione iniziale
   D. l'intervallo di tempo

8. ●● Il grafico s–t di un corpo è una retta decrescente. Questo significa che il corpo:
   A. sta rallentando
   B. è fermo in una posizione negativa
   C. si muove verso l'origine sempre più lentamente
   D. si muove nel verso negativo dell'asse con velocità costante

9. ●●● Un ciclista percorre metà di un tragitto rettilineo a 30 km/h e l'altra metà, di uguale lunghezza, a 60 km/h. La sua velocità media è:
   A. 45 km/h
   B. 50 km/h
   C. 40 km/h
   D. 35 km/h

Vero o falso

10. ● Lo spostamento di un corpo può essere negativo. V / F

11. ●● La distanza percorsa da un corpo può essere minore del modulo del suo spostamento. V / F

12. ● Un passeggero seduto su un autobus in movimento è fermo rispetto all'autobus e in moto rispetto alla strada. V / F

13. ●● Se la velocità di un corpo è negativa, il corpo sta rallentando. V / F

14. ● Il grafico s–t di un moto rettilineo uniforme passa sempre per l'origine degli assi. V / F

Applicare

15. ● Converti in m/s: a) 72 km/h; b) 120 km/h. Converti in km/h: c) 15 m/s; d) 340 m/s.

16. ● Un ciclista percorre 12 km di strada rettilinea in 30 min. Calcola la sua velocità media in km/h e in m/s.

17. ● La legge oraria di un corpo è $s = 15 + 3{,}0\,t$ (s in metri, t in secondi). a) Qual è la posizione iniziale? b) Qual è la velocità? c) Dove si trova il corpo all'istante $t = 8{,}0$ s? d) In quale istante si trova in $s = 60$ m?

18. ●● La Figura 15.7 mostra il grafico s–t di un ragazzo che si muove lungo un corridoio rettilineo. a) Calcola la velocità nei tratti A, B e C. b) Calcola lo spostamento complessivo e la distanza percorsa fra 0 s e 30 s. c) Calcola la velocità media e la velocità scalare media sull'intero intervallo.

19. ●● Disegna il grafico v–t corrispondente al grafico della Figura 15.7 e verifica che la somma delle aree (con il segno) è uguale allo spostamento complessivo trovato nell'esercizio precedente.

20. ● Completa: nel grafico s–t di un moto rettilineo uniforme la velocità è rappresentata dalla _____ della retta e la posizione iniziale dalla sua _____ ; nel grafico v–t lo spostamento è rappresentato dall' _____ compresa fra il grafico e l'asse dei tempi.

21. ● Durante un temporale vedi un lampo e senti il tuono 3,0 s dopo. Sapendo che il suono si propaga nell'aria a 343 m/s e che la luce arriva praticamente subito, a che distanza è caduto il fulmine?

22. ● Scrivi la legge oraria di due corpi che si muovono lungo lo stesso asse: a) il primo parte da s_0 = 50 m e si muove a 4,0 m/s nel verso positivo; b) il secondo parte da s_0 = 120 m e si muove a 6,0 m/s verso l'origine. c) Dove si trova il secondo corpo dopo 15 s? d) In quale istante passa per l'origine?

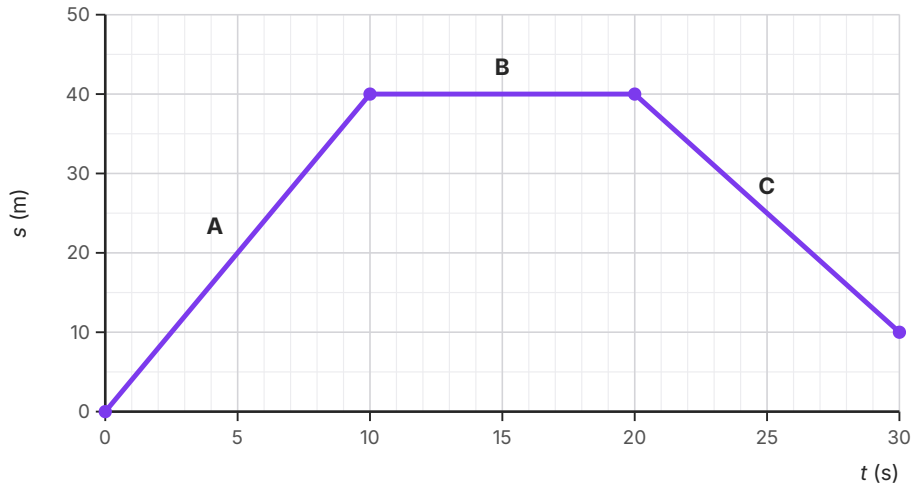

Figura 15.7 Grafico spazio-tempo per gli esercizi 18 e 19: un ragazzo si muove lungo un corridoio rettilineo. Il moto è formato da tre tratti uniformi, A, B e C.

Problemi

23. ●● Su un'autostrada un camion viaggia a 72 km/h; un'auto, 100 m più indietro, viaggia nello stesso verso a 90 km/h. Entrambi mantengono velocità costante. a) Dopo quanto tempo l'auto raggiunge il camion? b) Quanta strada ha percorso l'auto in quell'intervallo? c) Disegna il grafico *s*–*t* dei due veicoli.

24. ●● Due treni partono nello stesso istante da due stazioni distanti 54 km, collegate da un binario rettilineo, e si vengono incontro su binari paralleli: il primo a 120 km/h, il secondo a 150 km/h. Dopo quanti minuti si incrociano, e a quale distanza dalla stazione di partenza del primo treno?

25. ●● Un'automobilista percorre 30 km a 90 km/h e poi altri 30 km, nello stesso verso, a 60 km/h. a) Quanto tempo dura ciascuna tappa? b) Calcola la velocità media sull'intero percorso. c) Perché non è 75 km/h?

26. ●●● Marta esce di casa e cammina lungo un viale rettilineo a 1,5 m/s. Dopo 10 minuti suo fratello esce dalla stessa casa in bicicletta e la insegue lungo lo stesso viale a 6,0 m/s. a) Quanta strada ha già percorso Marta quando parte il fratello? b) Dopo quanto tempo dalla sua partenza il fratello la raggiunge, e a quale distanza da casa? c) Disegna i due grafici s–t sullo stesso piano, con $t = 0$ all'uscita di Marta.

27. ●● Un tratto autostradale controllato con il Tutor è lungo 12,5 km e il limite di velocità è 130 km/h. a) Un'auto impiega 5 min 0 s a percorrere il tratto: qual è la sua velocità scalare media? b) Anche togliendo una tolleranza del 5%, la media supera il limite? c) Qual è il tempo minimo per percorrere il tratto rispettando il limite?

28. ●●● Una macchinina a pile si muove lungo un binario rettilineo. Con un video si ricavano le posizioni della tabella.

t (s)	0	1,0	2,0	3,0	4,0	5,0
s (cm)	12	37	61	88	112	137

a) Calcola gli spostamenti in ciascun secondo: il moto si può considerare uniforme? b) Ricava la velocità media fra 0 s e 5,0 s e scrivi la legge oraria. c) Prevedi l'istante in cui la macchinina raggiunge la posizione 2,00 m, e spiega perché questa previsione è meno sicura di quella relativa a t = 2,5 s.

29. ●●● Un escursionista in montagna, fermo davanti a una parete rocciosa verticale, grida e sente l'eco dopo 1,6 s. Il suono viaggia a 343 m/s. a) A che distanza è la parete? b) L'escursionista cammina poi verso la parete a 1,2 m/s, in linea retta, per 2,0 minuti e grida di nuovo, da fermo. Dopo quanto tempo sente l'eco?

Ragionare e argomentare

30. ●● Trova l'errore. «Giulia va in bici da casa a scuola a 20 km/h e torna, lungo la stessa strada, a 30 km/h. La sua velocità scalare media sull'intero tragitto è (20 + 30)/2 = 25 km/h.» Spiega l'errore e calcola il valore corretto (suggerimento: scegli tu una lunghezza del tragitto, per esempio 6,0 km, e verifica che il risultato non dipende dalla scelta).

31. ●●● Stima. I capelli crescono di circa un centimetro al mese. Stima la loro velocità di crescita in m/s, esprimendola in notazione scientifica, e confrontala con quella di una lumaca, che si muove di circa un millimetro al secondo: quante volte è più veloce la lumaca?

32. ●● Progetta un esperimento per verificare se una macchinina a pile si muove di moto rettilineo uniforme su un pavimento liscio, usando un metro a nastro, del nastro adesivo e lo smartphone. Indica le grandezze da misurare, come organizzi i dati e quale grafico ti aspetti se il moto è davvero uniforme.

33. ●●● Sei in treno, fermo in stazione, e guardi dal finestrino un altro treno fermo sul binario accanto. A un certo punto ti sembra di partire, ma poi ti accorgi che è l'altro treno a muoversi. Spiega l'illusione con la relatività del moto e collega il fenomeno all'esperimento della nave di Galileo: che cosa dovresti osservare per capire quale dei due treni si muove rispetto alla stazione?

PER APPROFONDIRE

- [GAL] Galileo Galilei, *Discorsi e dimostrazioni matematiche intorno a due nuove scienze*: nella «giornata terza» Galileo tratta il moto equabile, cioè uniforme, con definizioni e teoremi rigorosi, prima di passare al moto accelerato che studierai nel capitolo 16.
- [FEY] R.P. Feynman, R.B. Leighton, M. Sands, *La fisica di Feynman*, vol. I: il capitolo sul moto discute con grande chiarezza che cosa significa «velocità in un istante» e come la si ottiene da intervalli sempre più brevi.
- [HEW] P.G. Hewitt, *Conceptual Physics*: i capitoli iniziali sul moto spiegano senza formule complicate la differenza fra velocità media e istantanea e la relatività del moto.
- [EIN] A. Einstein, L. Infeld, *L'evoluzione della fisica*: le prime pagine raccontano come il problema del moto abbia dato origine alla fisica moderna, da Galileo in poi.

Glossario del capitolo

Cinematica
Parte della fisica che descrive il moto dei corpi senza occuparsi delle cause che lo producono.

Grafico spazio-tempo
Grafico della posizione s (asse verticale) in funzione del tempo t (asse orizzontale); la sua pendenza è la velocità.

Grafico velocità-tempo
Grafico della velocità in funzione del tempo; l'area compresa fra il grafico e l'asse dei tempi, con il segno, è lo spostamento.

Intervallo di tempo
Durata compresa fra due istanti: $\Delta t = t_2 - t_1$; è sempre positivo.

Istante
Momento preciso, letto sull'orologio del sistema di riferimento (per esempio $t = 12{,}5$ s).

Legge oraria
Relazione che dà la posizione di un corpo in funzione del tempo; per il MRU è $s = s_0 + v\,t$.

Moto rettilineo uniforme (MRU)
Moto su traiettoria rettilinea con velocità costante: il corpo compie spostamenti uguali in intervalli di tempo uguali.

Posizione
Coordinata s di un punto materiale sull'asse orientato del sistema di riferimento; ha un segno e si misura in metri.

Posizione iniziale
Posizione s_0 del corpo all'istante $t = 0$; nel grafico spazio-tempo del MRU è l'intercetta sull'asse verticale.

Relatività del moto
Quiete e moto dipendono dal sistema di riferimento: uno stesso corpo può essere fermo per un osservatore e in moto per un altro.

Sistema di riferimento
Per un moto rettilineo: un asse orientato con origine, verso positivo e unità di misura, più un orologio con un istante zero.

Traiettoria
Linea formata dalle posizioni occupate successivamente da un punto materiale in moto; dipende dal sistema di riferimento.

Velocità istantanea
Valore a cui tende la velocità media su intervalli di tempo sempre più brevi; è la pendenza della tangente al grafico spazio-tempo.

Velocità media
Rapporto fra lo spostamento e l'intervallo di tempo, $v_m = \Delta s/\Delta t$; si misura in m/s e ha il segno dello spostamento.

Velocità scalare media
Rapporto fra la distanza percorsa e l'intervallo di tempo; è sempre positiva ed è la «velocità media» del linguaggio comune.

Soluzioni

1. C. Servono un asse orientato (origine, verso positivo, unità di misura) e un orologio con un istante zero.

2. A. $\Delta s = s_2 - s_1 = -10\text{ m} - (+40\text{ m}) = -50\text{ m}$.

3. B. 90 km/h : 3,6 = 25 m/s.

4. D. La velocità istantanea è la pendenza della tangente; la pendenza di una secante dà la velocità media.

5. C. Nel MRU la velocità è costante: spostamenti uguali in intervalli di tempo uguali.

6. A. Il nuotatore torna al punto di partenza: $\Delta s = 0$, quindi $v_m = 0$ m/s (1,25 m/s è la velocità scalare media).

7. B. L'area fra il grafico v–t e l'asse dei tempi, con il segno, è lo spostamento.

8. D. Una retta indica velocità costante; la pendenza negativa indica moto nel verso negativo dell'asse.

9. C. Con metà percorso lungo L: tempo totale $L/30 + L/60 = L/20$ (in h, con L in km); $v_m = 2L / (L/20) = 40$ km/h.

10. V. È negativo quando il corpo si sposta nel verso negativo dell'asse scelto.

11. F. La distanza percorsa è sempre maggiore o uguale al modulo dello spostamento; è uguale solo se il corpo non inverte mai il verso.

12. V. Quiete e moto sono relativi al sistema di riferimento: la sua posizione non cambia rispetto all'autobus, cambia rispetto alla strada.

13. F. Il segno della velocità indica il verso del moto, non se il corpo rallenta: un corpo può muoversi a −20 m/s costanti.

14. F. Passa per l'origine solo se $s_0 = 0$; in generale l'intercetta è la posizione iniziale.

15. a) 72 : 3,6 = 20 m/s; b) 120 : 3,6 ≈ 33,3 m/s; c) 15 × 3,6 = 54 km/h; d) 340 × 3,6 = 1224 km/h ≈ $1{,}22 \times 10^3$ km/h.

16. 30 min = 0,50 h; v_m = 12 km / 0,50 h = 24 km/h; 24 : 3,6 ≈ 6,7 m/s.

17. a) $s_0 = 15$ m. b) $v = 3{,}0$ m/s (nel verso positivo). c) $s = 15\text{ m} + 3{,}0\text{ m/s} \times 8{,}0\text{ s} = 39$ m. d) $t = (60\text{ m} - 15\text{ m}) / 3{,}0\text{ m/s} = 15$ s.

18. a) A: (40 m − 0 m)/10 s = 4,0 m/s; B: 0 m/s (fermo a 40 m); C: (10 m − 40 m)/10 s = −3,0 m/s. b) $\Delta s = 10\text{ m} - 0\text{ m} = +10$ m; distanza percorsa = 40 m + 0 m + 30 m = 70 m. c) v_m = 10 m / 30 s ≈ 0,33 m/s; velocità scalare media = 70 m / 30 s ≈ 2,3 m/s.

19. Grafico v–t: segmento orizzontale a 4,0 m/s fra 0 e 10 s, a 0 m/s fra 10 e 20 s, a −3,0 m/s fra 20 e 30 s. Aree: $4{,}0\text{ m/s} \times 10\text{ s} = +40$ m; 0 m; $-3{,}0\text{ m/s} \times 10\text{ s} = -30$ m. Somma: +10 m, uguale allo spostamento complessivo.

20. pendenza; intercetta (sull'asse verticale); area.

21. $d = v\,t = 343\text{ m/s} \times 3{,}0\text{ s} \approx 1029\text{ m} \approx 1{,}0 \times 10^3$ m, cioè circa 1 km.

22. a) $s = 50 + 4{,}0\,t$; b) $s = 120 - 6{,}0\,t$ (s in m, t in s). c) $s = 120\text{ m} - 6{,}0\text{ m/s} \times 15\text{ s} = 30$ m. d) $0 = 120 - 6{,}0\,t$, quindi $t = 20$ s.

23. 72 km/h = 20 m/s; 90 km/h = 25 m/s. Origine nella posizione iniziale dell'auto, verso positivo nel verso del moto: $s_{auto} = 25\,t$, $s_{camion} = 100 + 20\,t$. a) $25\,t = 100 + 20\,t$, quindi $t = 100\text{ m} / 5{,}0\text{ m/s} = 20$ s. b) $25\text{ m/s} \times 20\text{ s} = 500$ m. c) Due rette: quella dell'auto parte dall'origine con pendenza 25 m/s, quella del camion parte da 100 m con pendenza 20 m/s; si incontrano nel punto (20 s; 500 m).

24. Origine nella prima stazione, verso positivo verso la seconda: $s_1 = 120\,t$, $s_2 = 54 - 150\,t$ (km, h). $120\,t = 54 - 150\,t$, quindi $t = 54/270$ h = 0,20 h = 12 min; $s = 120\text{ km/h} \times 0{,}20\text{ h} = 24$ km dalla stazione del primo treno.

25. a) t_1 = 30 km / 90 km/h ≈ 0,333 h = 20 min; t_2 = 30 km / 60 km/h = 0,50 h = 30 min. b) v_m = 60 km / (50

min) = 60 km / 0,833 h = 72 km/h. c) 75 km/h sarebbe la media aritmetica, corretta solo per tappe di uguale durata; qui l'automobilista viaggia più a lungo alla velocità minore.

26. a) 10 min = 600 s; 1,5 m/s × 600 s = 900 m. b) Il fratello recupera 6,0 − 1,5 = 4,5 m ogni secondo: t = 900 m / 4,5 m/s = 200 s (3 min 20 s) dalla sua partenza; distanza da casa 6,0 m/s × 200 s = 1200 m = 1,2 km (controllo: Marta, 1,5 m/s × 800 s = 1200 m). c) Marta: $s = 1{,}5\,t$, retta dall'origine; fratello: $s = 6{,}0\,(t - 600)$ per $t \geq 600$ s, retta più ripida che parte da (600 s; 0 m); le rette si incontrano in (800 s; 1200 m).

27. a) 5 min 0 s = 5/60 h ≈ 0,0833 h; v = 12,5 km / 0,0833 h = 150 km/h. b) 150 km/h × 0,95 ≈ 143 km/h > 130 km/h: sì, supera il limite. c) t = 12,5 km / 130 km/h ≈ 0,0962 h ≈ 5,77 min ≈ 5 min 46 s.

28. a) Spostamenti: 25, 24, 27, 24, 25 cm; sono quasi uguali (le differenze di 1–2 cm sono compatibili con l'incertezza di lettura sul video), quindi il moto si può considerare uniforme. b) v_m = (137 cm − 12 cm)/5,0 s = 25 cm/s; legge oraria $s = 12 + 25\,t$ (s in cm, t in s). c) $200 = 12 + 25\,t$, quindi $t \approx 7{,}5$ s. È un'estrapolazione oltre l'intervallo misurato (le pile potrebbero scaricarsi, il binario potrebbe cambiare), mentre t = 2,5 s cade fra dati misurati (interpolazione).

29. a) Il suono va e torna: $2d$ = 343 m/s × 1,6 s ≈ 549 m, quindi $d \approx 274$ m ≈ $2{,}7 \times 10^2$ m. b) In 2,0 min = 120 s l'escursionista percorre 1,2 m/s × 120 s = 144 m; la nuova distanza è circa 274 m − 144 m = 130 m; l'eco arriva dopo t = 2 × 130 m / 343 m/s ≈ 0,76 s.

30. L'errore è fare la media aritmetica: andata e ritorno hanno la stessa lunghezza, non la stessa durata. Con 6,0 km: andata 6,0/20 = 0,30 h, ritorno 6,0/30 = 0,20 h; 12 km in 0,50 h danno 24 km/h. Con una lunghezza L qualsiasi: $2L / (L/20 + L/30)$ = 24 km/h, indipendente da L.

31. Traccia: un mese ≈ 30 × 24 × 3600 s ≈ $2{,}6 \times 10^6$ s; $v \approx 1 \times 10^{-2}$ m / $2{,}6 \times 10^6$ s ≈ 4×10^{-9} m/s. Lumaca: 1 mm/s = 1×10^{-3} m/s; rapporto ≈ $10^{-3} / (4 \times 10^{-9}) \approx 2{,}5 \times 10^5$: la lumaca è qualche centinaio di migliaia di volte più veloce. Dato che si tratta di stime, conta l'ordine di grandezza (10^5), non le cifre.

32. Traccia: segnare con il nastro adesivo tacche a distanze uguali (per esempio ogni 50 cm, misurate con il metro); riprendere il moto con lo smartphone, facendo passare la macchinina già lanciata sulla prima tacca; ricavare dal video (fotogramma per fotogramma o con il cronometro del video) l'istante di passaggio a ogni tacca, ripetendo più prove; compilare una tabella s, t con le incertezze e disegnare il grafico s–t con le barre d'errore. Se il moto è uniforme i punti si allineano su una retta (per l'origine, se si parte dalla prima tacca a $t = 0$) e i rapporti $\Delta s/\Delta t$ sono costanti entro le incertezze; la pendenza è la velocità.

33. Traccia: guardando solo l'altro treno vedi soltanto il moto *relativo* fra i due treni, che è lo stesso chiunque dei due si muova; il tuo cervello attribuisce il moto al tuo treno. Come nella cabina della nave di Galileo, se il moto è dolce e senza scosse dall'interno non si distingue chi si muove. Per deciderlo bisogna confrontare entrambi i treni con un terzo riferimento solidale con la stazione: la pensilina, un palo, gli edifici. Se questi restano fermi rispetto al tuo finestrino, il tuo treno è fermo rispetto alla stazione.