CAPITOLO

14

Il principio di Archimede e il galleggiamento

Una nave d'acciaio non galleggia perché è leggera, ma perché è grande quanto basta.

OBIETTIVI

1. Spiegare l'origine della spinta idrostatica con la differenza di pressione fra le facce di un corpo immerso.
2. Enunciare il principio di Archimede e calcolare la spinta su un corpo in un liquido o in un gas.
3. Calcolare il peso apparente e usarlo per misurare la densità di un solido con un dinamometro.
4. Prevedere se un corpo affonda, risale o galleggia confrontando le densità, e calcolare la frazione immersa di un corpo galleggiante.
5. Spiegare con la densità media il galleggiamento delle navi, dei sottomarini, dei pesci e il funzionamento del densimetro.

INDICE DEL CAPITOLO

14.1 La spinta idrostatica 2
14.2 Il principio di Archimede 5
14.3 Il peso apparente 7
14.4 Affondare, risalire, galleggiare 11
14.5 La densità media: navi, sottomarini e pesci 15
14.6 Archimede nell'aria 18

Fisica 1 · Parte IV · L'equilibrio dei fluidi · versione 1.0
Capitolo 14: Il principio di Archimede e il galleggiamento · pagine 369–392 del volume completo · estratto per lo studio

Chi ha provato a sollevare un amico in piscina lo sa: in acqua le persone sembrano diventate leggerissime, e basta una mano per tenerle a galla. Lo stesso amico, fuori dall'acqua, è tutt'altro che facile da sollevare. Un grosso sasso sul fondo di un torrente si smuove senza troppa fatica, ma appena lo si porta fuori dall'acqua diventa pesantissimo. Un pallone da spiaggia spinto sott'acqua sfugge di mano e schizza verso l'alto. E una nave da crociera, una costruzione d'acciaio che pesa quanto decine di migliaia di automobili, galleggia tranquilla nel porto, mentre un chiodo dello stesso acciaio va subito a fondo.

Tutti questi fenomeni hanno una sola spiegazione: un liquido spinge verso l'alto i corpi che vi sono immersi. In questo capitolo scopriremo da dove nasce questa spinta, usando la legge di Stevino del capitolo 13, e quanto vale: è il contenuto del *principio di Archimede*, uno dei risultati più antichi della fisica. Con esso capiremo quando un corpo affonda e quando galleggia, come si misura la densità di un oggetto di forma qualsiasi, come fa un sottomarino a scendere e a risalire, e perché anche l'aria, così leggera, solleva le mongolfiere.

14.1 La spinta idrostatica

14.1.1 Un'esperienza con il dinamometro

Appendiamo un cilindretto di metallo a un dinamometro: nell'aria il dinamometro indica il peso del cilindro, per esempio 2,64 N. Ora immergiamo il cilindro, sempre appeso, in un bicchiere d'acqua. La lettura scende: 1,66 N. Il cilindro non ha perso massa e la Terra lo attira esattamente come prima; eppure la molla è meno allungata. L'unica spiegazione è che l'acqua eserciti sul cilindro una forza diretta verso l'alto, che sostiene una parte del peso al posto della molla (Figura 14.1).

La forza verticale, diretta verso l'alto, che un fluido esercita su un corpo immerso in esso si chiama **spinta idrostatica**, o **spinta di Archimede**, e si indica con $\boldsymbol{F}_{\mathrm{A}}$. Nell'esperienza appena descritta il suo modulo è la differenza fra le due letture: 2,64 N − 1,66 N = 0,98 N. Per capire da dove viene questa forza non serve nessuna legge nuova: bastano la pressione e la legge di Stevino.

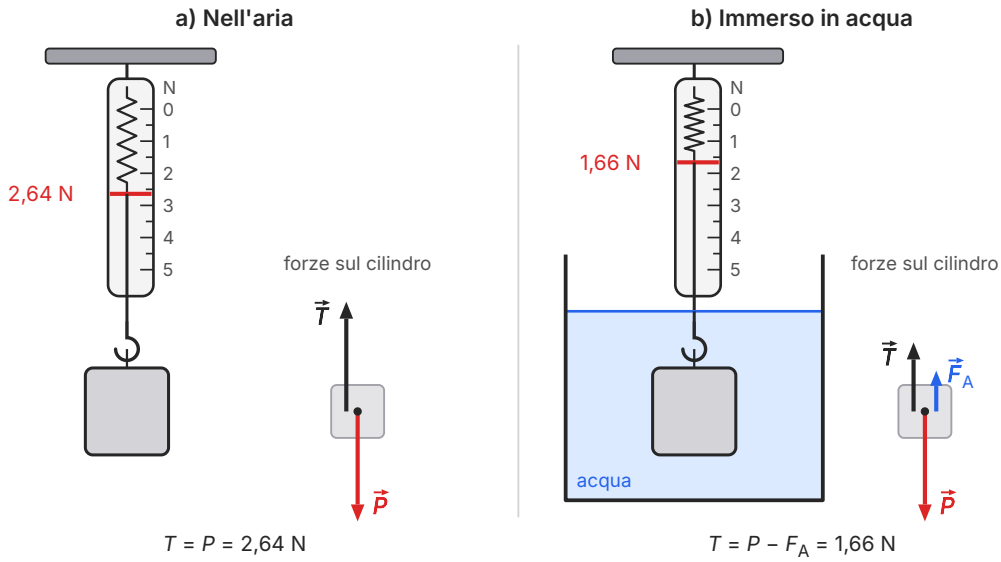

Figura 14.1 Un cilindro di alluminio di volume 100 cm^3 appeso a un dinamometro. a) Nell'aria la molla regge tutto il peso: $T = P = 2{,}64$ N. b) In acqua la spinta (0,98 N) regge una parte del peso e il dinamometro indica il peso apparente, 1,66 N. A destra di ciascuno schema, il diagramma di corpo libero del cilindro (frecce in scala; le forze verso l'alto sono affiancate per chiarezza).

14.1.2 L'origine della spinta: una differenza di pressione

Consideriamo un cubo di lato l completamente immerso in un liquido di densità d, con le facce orizzontali (Figura 14.2). La faccia superiore si trova alla profondità h_1, quella inferiore alla profondità $h_2 = h_1 + l$. Ogni faccia ha area $S = l^2$. Nel capitolo 12 abbiamo visto che in un fluido in quiete la forza su una superficie è sempre perpendicolare a essa; esaminiamo allora le forze sulle sei facce.

- **Facce laterali.** Le forze sulle quattro facce verticali sono orizzontali. Due facce opposte stanno alle stesse profondità, quindi subiscono pressioni uguali e forze di uguale modulo, ma di verso opposto: a due a due si annullano.
- **Faccia superiore.** Il liquido sovrastante la spinge verso il basso con una forza di modulo $F_1 = p_1 S$, dove per la legge di Stevino $p_1 = p_0 + d\,g\,h_1$.
- **Faccia inferiore.** Il liquido sottostante la spinge verso l'alto con una forza di modulo $F_2 = p_2 S$, con $p_2 = p_0 + d\,g\,h_2$.

Poiché la faccia inferiore è più profonda, $p_2 > p_1$: la spinta dal basso vince quella dall'alto. La risultante è verticale, diretta verso l'alto, e ha modulo

$$F_A = F_2 - F_1 = (p_2 - p_1)\,S = d\,g\,(h_2 - h_1)\,S = d\,g\,l\,S = d\,g\,V$$

dove $V = l\ S = l^3$ è il volume del cubo. La pressione atmosferica p_0, che agisce su entrambe le facce, si è cancellata nella differenza; e si è cancellata anche la profondità h_1: conta soltanto la differenza di profondità fra le due facce, cioè l'altezza del cubo.

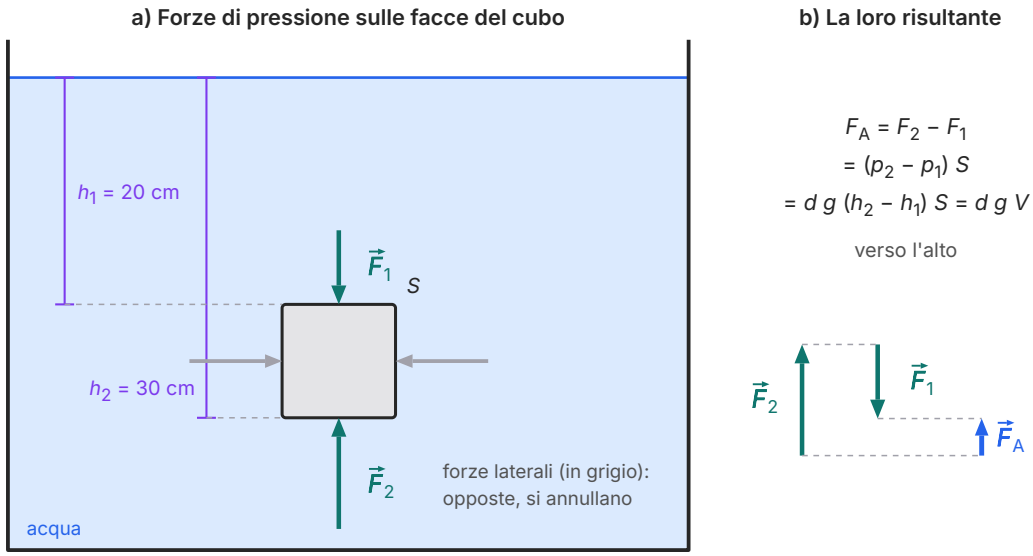

Figura 14.2 a) Un cubo di lato 10 cm immerso in acqua, con la faccia superiore a h_1 = 20 cm e quella inferiore a h_2 = 30 cm di profondità. Le frecce sono proporzionali alla sola pressione dell'acqua $d\ g\ h$ (rispettivamente 1960 Pa, 2940 Pa e 2450 Pa a metà altezza delle facce laterali); la pressione atmosferica, uguale su tutte le facce, non è disegnata perché si cancella. b) Sommando le forze verticali resta una risultante verso l'alto, la spinta $F_A = d\ g\ V$ = 9,8 N.

Mettiamo dei numeri. Un cubo di lato 10 cm ha la faccia superiore a 20 cm di profondità in acqua, con p_0 = 101 325 Pa. Sulla faccia superiore la pressione è p_1 = 101 325 Pa + 1000 kg/m^3 × 9,8 N/kg × 0,20 m = 103 285 Pa, su quella inferiore (a 30 cm) p_2 = 104 265 Pa. Con S = 0,010 m^2 le due forze valgono circa 1033 N e 1043 N: entrambe enormi, perché sul cubo grava anche tutta l'atmosfera. La loro differenza, però, è soltanto 9,8 N, cioè proprio $d\ g\ V$ = 1000 kg/m^3 × 9,8 N/kg × 0,0010 m^3. Notiamo una coincidenza che non è affatto casuale: 9,8 N è il peso di un litro d'acqua, cioè dell'acqua che occuperebbe il posto del cubo.

DA RICORDARE

La spinta idrostatica *non* è una forza nuova e misteriosa: è la risultante delle forze di pressione che il fluido esercita sulla superficie del corpo. Esiste perché la pressione aumenta con la profondità, e quindi il fluido spinge sulla parte bassa del corpo più di quanto spinga sulla parte alta.

Ne segue una conseguenza curiosa: se un corpo aderisce perfettamente al fondo del recipiente, in modo che sotto di esso non ci sia liquido, la spinta dal basso manca e il corpo resta «incollato» al fondo. È ciò che succede, a volte, a un oggetto piatto e liscio appoggiato sul fondo melmoso di uno stagno.

14.2 Il principio di Archimede

14.2.1 Un ragionamento valido per qualunque forma

Il calcolo con il cubo è semplice perché le facce sono piane e orizzontali. Per un corpo di forma qualsiasi, un sasso o una persona, il calcolo diretto sarebbe molto complicato. Esiste però un ragionamento elegante che arriva al risultato senza calcoli.

Immaginiamo di togliere il corpo dal liquido e di riempire il posto che occupava con altro liquido, uguale a quello circostante. Questa «porzione di liquido», con la stessa forma del corpo, è in equilibrio: il liquido è in quiete, quindi quella porzione non sale e non scende. Su di essa agiscono soltanto due forze: il suo peso, verso il basso, e le forze di pressione del liquido circostante sulla sua superficie. Perché ci sia equilibrio, la risultante delle forze di pressione deve essere diretta verso l'alto e uguale, in modulo, al peso della porzione di liquido.

Ora rimettiamo al suo posto il corpo. Il liquido circostante non «sa» che cosa c'è dentro quella superficie: la pressione in ogni punto dipende solo dalla profondità, quindi le forze di pressione sono le stesse di prima. Anche sul corpo, dunque, agisce una spinta verso l'alto uguale al peso del liquido che occuperebbe il suo posto. Un ragionamento di questo tipo si trova già negli scritti di Simon Stevin (1548–1620), lo Stevino della legge sulla pressione.

14.2.2 L'enunciato e la formula

Siamo arrivati al **principio di Archimede**:

> *un corpo immerso, in tutto o in parte, in un fluido in quiete riceve una spinta verticale, diretta verso l'alto, di modulo uguale al peso del fluido spostato.*

Il «fluido spostato» è quello che occuperebbe la parte immersa del corpo. Il suo volume è il **volume immerso** V_{imm}: coincide con il volume V del corpo se il corpo è completamente immerso, ed è una sua parte se il corpo galleggia. La massa del fluido spostato è $d_{\text{fl}}\, V_{\text{imm}}$ e il suo peso è $d_{\text{fl}}\, V_{\text{imm}}\, g$; quindi

$$F_A = d_{fl} \cdot g \cdot V_{imm}$$

dove d_{fl} è la densità del fluido. Con d_{fl} in kg/m^3, g in N/kg e V_{imm} in m^3, la spinta risulta in newton: kg/m^3 · N/kg · m^3 = N. Una regola pratica per l'acqua dolce: ogni litro immerso riceve una spinta di 9,8 N, cioè il peso di 1 kg.

Leggiamo bene la formula, perché dice molto anche con quello che *non* contiene. La spinta dipende soltanto da due cose: la densità del *fluido* e il volume della parte *immersa*. Non dipende:

- dalla densità né dalla massa del corpo: una sfera di alluminio e una di piombo con lo stesso volume, entrambe completamente immerse in acqua, ricevono la stessa spinta;
- dalla profondità, almeno nei liquidi, che sono praticamente incomprimibili: una volta che il corpo è tutto sott'acqua, scendere più in basso aumenta la pressione su ogni faccia, ma la differenza fra la faccia inferiore e quella superiore resta la stessa;
- dalla forma del corpo, se il volume immerso è lo stesso.

ESEMPIO SVOLTO

Sollevare un sasso sott'acqua

Problema. Un sasso ha massa 4,0 kg e volume 1,5 L. Quale forza serve per tenerlo sollevato quando è completamente immerso in acqua dolce? E in acqua di mare (d = 1025 kg/m^3)?

Soluzione. Sul sasso agiscono il peso, verso il basso, la spinta di Archimede e la forza F della mano, entrambe verso l'alto. Il peso è $P = m\,g$ = 4,0 kg × 9,8 N/kg = 39,2 N. Il volume immerso è tutto il volume del sasso, V_{imm} = 1,5 L = 1,5 × 10^{-3} m^3, quindi

$$F_A = 1000\ \text{kg/m}^3 \times 9{,}8\ \text{N/kg} \times 1{,}5 \times 10^{-3}\ \text{m}^3 = 14{,}7\ \text{N}$$

Per l'equilibrio, con l'asse verticale orientato verso l'alto: $F + F_A - P = 0$, da cui F = 39,2 N − 14,7 N = 24,5 N ≈ 25 N. In acqua di mare la spinta è 1025 × 9,8 × 1,5 × 10^{-3} N ≈ 15,1 N, e la forza necessaria scende a circa 24 N.

Controllo. Il sasso «pesa» in acqua quasi il 40% in meno: 1,5 L d'acqua hanno massa 1,5 kg, e infatti la spinta è il peso di 1,5 kg. Fuori dall'acqua la forza necessaria torna a 39 N.

ERRORE FREQUENTE

Nella formula $F_A = d_{fl}\, g\, V_{imm}$ la densità è quella del **fluido**, non quella del corpo. Molti studenti scrivono la densità del ferro per calcolare la spinta su un blocco di ferro: in questo modo ottengono il *peso* del blocco, non la spinta.

Secondo errore tipico: credere che un corpo più pesante riceva una spinta maggiore, o che un corpo riceva più spinta quanto più va in profondità. A parità di volume immerso e di fluido, la spinta è la stessa per una pallina di legno e per una di piombo, a 10 cm o a 10 m di profondità. Quello che cambia fra il legno e il piombo è il peso, e quindi l'esito del confronto fra peso e spinta.

14.3 Il peso apparente

14.3.1 Che cosa misura il dinamometro

Torniamo al cilindro appeso al dinamometro (Figura 14.1). Nell'aria (trascurando la piccolissima spinta dell'aria, di cui parleremo nel paragrafo 14.6) sul cilindro agiscono il peso $\boldsymbol{P}$ e la tensione $\boldsymbol{T}$ della molla; in equilibrio $T = P$, e il dinamometro misura il peso. Nell'acqua si aggiunge la spinta: l'equilibrio richiede $T + F_A - P = 0$, quindi la molla deve reggere soltanto $T = P - F_A$.

Si chiama **peso apparente** di un corpo immerso in un fluido la differenza fra il suo peso e la spinta di Archimede:

$$P_{app} = P - F_A$$

È la forza che bisogna esercitare per tenere fermo il corpo immerso, ed è ciò che leggiamo sul dinamometro. Attenzione al nome: il peso apparente *non* è un peso, cioè non è la forza con cui la Terra attira il corpo, che resta $P = m\, g$ anche sott'acqua. È soltanto ciò che il corpo «sembra pesare» a chi lo sostiene.

14.3.2 Misurare la densità di un solido con il dinamometro

Il peso apparente offre un modo molto comodo per trovare la densità di un oggetto di forma irregolare, senza misurarne il volume con il cilindro graduato come nel capitolo 4. Bastano due letture del dinamometro: il peso P nell'aria e il peso apparente P_{app} in acqua.

- Dalla prima lettura si ricava la massa: $m = P/g$.
- La differenza delle due letture è la spinta: $F_A = P - P_{app}$. Poiché $F_A = d_{acqua}\, g\, V$, il volume è $V = F_A/(d_{acqua}\, g)$.
- Dividendo la massa per il volume, g si semplifica:

$$d = \frac{m}{V} = d_{acqua} \cdot \frac{P}{P - P_{app}}$$

In parole: la densità di un corpo, rispetto a quella dell'acqua, è il rapporto fra il suo peso e la spinta che riceve quando è tutto immerso. Un corpo che in acqua «perde» un terzo del suo peso ha densità tre volte quella dell'acqua.

COLLEGAMENTI

In laboratorio: la densità con il dinamometro

Materiali. Un dinamometro con portata 5 N e sensibilità 0,02 N; un sostegno con asta; un becher da 500 mL con acqua del rubinetto; filo sottile; tre oggetti metallici pieni (per esempio un cilindretto di alluminio, un bullone di ferro, un blocchetto di rame) che entrino completamente nel becher.

Procedimento. Azzera il dinamometro appeso al sostegno. Appendi un oggetto con il filo e leggi il peso P. Abbassa il dinamometro, o alza il becher, finché l'oggetto è tutto immerso senza toccare né il fondo né le pareti, e senza bolle d'aria attaccate; leggi P_{app}. Ripeti per gli altri oggetti e completa la tabella.

Tabella 14.1 Dati di un gruppo di studenti. Incertezza di ogni lettura: 0,02 N; incertezza di $F_A = P - P_{app}$: 0,02 N + 0,02 N = 0,04 N.

Oggetto	P (N)	P_{app} (N)	F_A (N)	d (kg/m^3)
cilindretto di alluminio	2,64	1,66	0,98	$(2{,}69 \pm 0{,}13) \times 10^3$
bullone di ferro	3,92	3,42	0,50	$(7{,}8 \pm 0{,}7) \times 10^3$
blocchetto di rame	4,90	4,35	0,55	$(8{,}9 \pm 0{,}7) \times 10^3$

Che cosa concludere. Per l'alluminio $d = 1000\ \text{kg/m}^3 \times 2{,}64\ \text{N} / 0{,}98\ \text{N} \approx 2694\ \text{kg/m}^3$. L'incertezza relativa di un quoziente è la somma delle incertezze relative: $0{,}02/2{,}64 + 0{,}04/0{,}98 \approx 0{,}008 + 0{,}041 = 0{,}048$, cioè un'incertezza assoluta di circa 130 kg/m^3. Il valore della Tabella 2.4 (2700 kg/m^3) cade nell'intervallo, e lo stesso accade per il ferro (7870) e il rame (8960). Nota che per gli oggetti più densi l'incertezza relativa è maggiore: la spinta è piccola rispetto al peso, e l'errore sulla differenza $P - P_{app}$ pesa di più. Il metodo funziona meglio con oggetti grandi e poco densi. **Sicurezza:** asciuga subito l'acqua versata sul banco e tieni il dinamometro lontano dall'acqua.

Per la relazione. Per ogni oggetto riporta in tabella P, P_{app}, la spinta $P - P_{app}$ e la densità con la sua incertezza. Nelle conclusioni confronta i tre risultati con i valori di riferimento e spiega, con i tuoi numeri, perché l'incertezza relativa cresce con la densità dell'oggetto.

14.3.3 Che cosa succede durante l'immersione

Che cosa legge il dinamometro mentre il cilindro entra nell'acqua un poco alla volta? Finché il cilindro è immerso solo in parte, il volume immerso cresce in proporzione alla profondità del fondo, e con esso la spinta; quando il cilindro è tutto sott'acqua, il volume immerso non cambia

più, e nemmeno la spinta. Un grafico raccolto in laboratorio lo mostra con chiarezza (Figura 14.3).

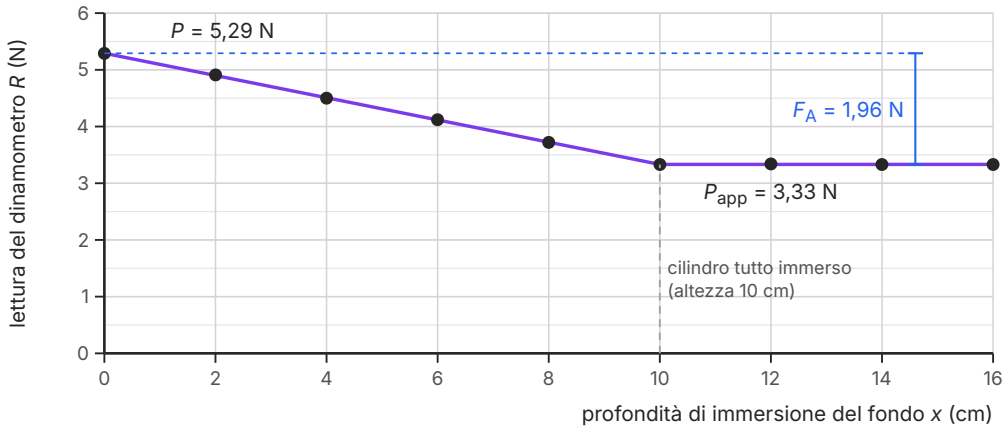

Figura 14.3 Lettura di un dinamometro che regge un cilindro di metallo (massa 540 g, altezza 10,0 cm, base 20,0 cm^2) mentre viene calato in acqua: x è la profondità del fondo del cilindro. I punti sono misure (barre di incertezza ± 0,02 N, più piccole dei punti), la linea viola è la previsione del principio di Archimede. Fino a 10 cm la spinta cresce con il volume immerso; oltre, il cilindro è tutto immerso e la spinta resta costante.

ESEMPIO SVOLTO

Leggere il grafico dell'immersione

Problema. Un cilindro di metallo alto 10,0 cm, con base di area 20,0 cm^2, appeso a un dinamometro, viene calato in un recipiente d'acqua. La Figura 14.3 riporta la lettura R del dinamometro in funzione della profondità x a cui si trova il fondo del cilindro. a) Spiega la forma del grafico. b) Ricava la spinta con il cilindro tutto immerso e controlla che sia uguale a $d\,g\,V$. c) Di quale metallo può trattarsi?

Soluzione. a) Fino a $x = 10$ cm il volume immerso è $V_{\text{imm}} = S\,x$, direttamente proporzionale a x; la spinta cresce in proporzione e la lettura $R = P - d\,g\,S\,x$ scende lungo una retta. La pendenza vale (3,33 N − 5,29 N)/(10 cm) ≈ −0,196 N/cm: ogni centimetro di cilindro che entra in acqua sposta 20 cm^3 d'acqua, il cui peso è 0,196 N. Oltre i 10 cm il cilindro è tutto sott'acqua: il volume immerso non cambia più e la lettura resta costante, anche se il cilindro scende ancora. Il grafico mostra così, in un colpo solo, che la spinta è proporzionale al volume immerso e non dipende dalla profondità.

b) $F_A = P - P_{\text{app}} = 5{,}29\ \text{N} - 3{,}33\ \text{N} = 1{,}96\ \text{N}$. Il volume del cilindro è $V = 20{,}0\ \text{cm}^2 \times 10{,}0\ \text{cm} = 200\ \text{cm}^3 = 2{,}00 \times 10^{-4}\ \text{m}^3$, e $d\,g\,V = 1000\ \text{kg/m}^3 \times 9{,}8\ \text{N/kg} \times 2{,}00 \times 10^{-4}\ \text{m}^3 = 1{,}96\ \text{N}$: il principio di Archimede è verificato.

c) $d = d_{\text{acqua}} \cdot P/F_A = 1000\ \text{kg/m}^3 \times 5{,}29/1{,}96 \approx 2{,}70 \times 10^3\ \text{kg/m}^3$. Confrontando con la Tabella 2.4 del capitolo 2, è con ogni probabilità alluminio.

APPROFONDIMENTO

Archimede e la corona del re

Archimede di Siracusa (circa 287–212 a.C.) studiò i corpi immersi nei fluidi nel trattato *Sui corpi galleggianti*, dove dimostra, fra l'altro, che un solido più pesante del fluido, immerso in esso, risulta più leggero di una quantità uguale al peso del fluido spostato: è il nostro principio.

Al nome di Archimede è legato un racconto famoso, che ci è giunto attraverso l'architetto romano Vitruvio, nel nono libro del *De architectura*, scritto circa due secoli dopo la morte dello scienziato. Il re Ierone di Siracusa avrebbe consegnato a un orafo dell'oro per una corona; sospettando che l'orafo avesse trattenuto una parte dell'oro sostituendola con argento, chiese ad Archimede di scoprire l'inganno senza rovinare la corona. Secondo Vitruvio, Archimede trovò l'idea entrando nel bagno e vedendo traboccare l'acqua; poi confrontò l'acqua fatta traboccare dalla corona con quella fatta traboccare da masse uguali di oro e di argento. La celebre parola greca che avrebbe gridato correndo a casa, «ho trovato», fa parte del racconto: nessuna fonte del tempo di Archimede la documenta, e l'intera storia va letta come una tradizione, non come una cronaca.

Il metodo descritto da Vitruvio, peraltro, sarebbe stato poco pratico. Una corona di 1 kg d'oro puro ha un volume di circa 52 cm^3; se fosse fatta per il 30% di argento (densità 10 490 kg/m^3) avrebbe un volume di circa 65 cm^3. In un vaso largo 20 cm, 13 cm^3 d'acqua in più alzano il livello di meno di mezzo millimetro. Pesando invece la corona in acqua, come abbiamo fatto con il dinamometro, la differenza è ben misurabile: la spinta sarebbe circa 0,51 N per l'oro puro e 0,64 N per la lega. Galileo Galilei, in un breve scritto giovanile intitolato *La bilancetta*, sostenne proprio che Archimede doveva aver usato una bilancia e il principio dei corpi immersi, e descrisse una bilancia idrostatica per confrontare le densità dei metalli.

14.4 Affondare, risalire, galleggiare

14.4.1 Il confronto fra peso e spinta

Lasciamo libero un corpo completamente immerso in un liquido in quiete (Figura 14.4). Su di esso agiscono soltanto il peso e la spinta, entrambi verticali; che cosa succede dipende da quale dei due è maggiore. Se il corpo ha volume V e densità d_c, il suo peso è $P = d_c\, g\, V$, e la spinta, a corpo tutto immerso, è $F_A = d_{fl}\, g\, V$. Le due forze hanno in comune il fattore $g\, V$, quindi il confronto si riduce al confronto fra le densità.

- Se $d_c > d_{fl}$, allora $P > F_A$: il corpo **affonda** e si ferma sul fondo, dove la reazione del fondo equilibra la differenza $P - F_A$. Un sasso, un chiodo, una moneta affondano in acqua.
- Se $d_c = d_{fl}$, allora $P = F_A$: il corpo resta in equilibrio **in qualsiasi punto** del liquido in cui lo si lasci, né sale né scende. È la condizione che cercano i subacquei e i pesci.

- Se $d_c < d_{fl}$, allora $P < F_A$: il corpo **risale**, fino a che una sua parte esce dal liquido. Un pallone, un pezzo di sughero, un tronco risalgono in superficie.

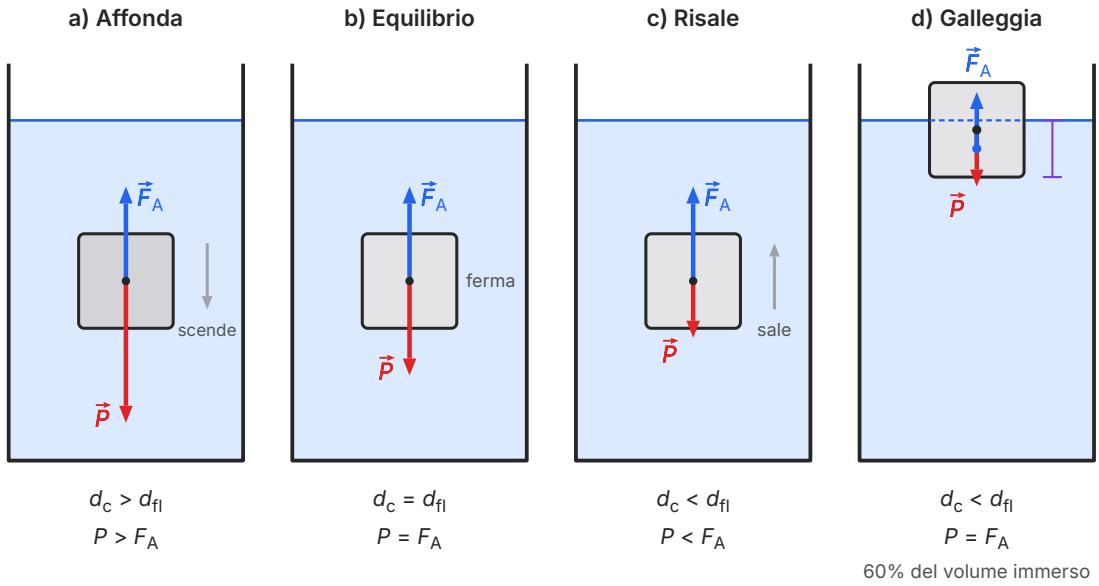

Figura 14.4 Corpi delle stesse dimensioni in acqua (d_{fl} = 1000 kg/m^3), con le frecce in scala. Nei casi a), b) e c) il corpo è tutto immerso e riceve la stessa spinta; cambia il peso: a) d_c = 1500 kg/m^3, il corpo affonda; b) d_c = 1000 kg/m^3, equilibrio in qualsiasi punto; c) d_c = 600 kg/m^3, il corpo risale. d) Lo stesso corpo di c) quando galleggia: è immerso per il 60% del volume e la spinta, applicata nel centro della parte immersa, è uguale al peso, applicato nel baricentro; le due forze stanno sulla stessa verticale.

14.4.2 Il corpo che galleggia

Che cosa succede al corpo che risale, quando arriva alla superficie? Appena una parte di esso emerge, il volume immerso diminuisce e con esso la spinta. Il corpo sale finché la spinta si riduce esattamente al valore del peso: a quel punto è in equilibrio, con una parte fuori e una parte dentro il liquido. Diciamo che il corpo **galleggia**. La condizione di **galleggiamento** è quindi

$$F_A = P \implies d_{fl} g\, V_{imm} = d_c g\, V \implies \frac{V_{imm}}{V} = \frac{d_c}{d_{fl}}$$

La frazione immersa di un corpo che galleggia è uguale al rapporto fra la densità del corpo e quella del liquido. Un blocco di legno di abete (circa 450 kg/m^3) galleggia in acqua con il 45% del volume immerso; un corpo con densità pari al 90% di quella del liquido galleggia quasi tutto sommerso. La linea che separa la parte immersa da quella emersa si chiama **linea di galleggiamento**.

Un'osservazione che evita molti errori: in un corpo che galleggia, la spinta è *uguale* al peso, non maggiore. La spinta è maggiore del peso soltanto mentre il corpo, tenuto sott'acqua o appena lasciato andare, sta risalendo.

ESEMPIO SVOLTO

Quanto spunta un iceberg?

Problema. Il ghiaccio compatto ha densità 917 kg/m^3. Quale frazione del volume di un blocco di ghiaccio emerge in acqua dolce? E in acqua di mare (1025 kg/m^3)?

Soluzione. La frazione immersa è d_c/d_{fl}. In acqua dolce: 917/1000 = 0,917, cioè il 91,7% del volume è immerso e l'8,3% emerge. In acqua di mare: 917/1025 ≈ 0,895, cioè l'89,5% è immerso e il 10,5% emerge (Figura 14.5).

Controllo e commento. Nel mare il ghiaccio emerge un po' di più, perché l'acqua salata è più densa e basta un volume immerso minore per spostarne un peso uguale a quello del blocco. In entrambi i casi, comunque, circa nove decimi del volume restano nascosti: da qui il modo di dire «è solo la punta dell'iceberg». I valori valgono per ghiaccio compatto; un iceberg vero contiene bolle d'aria e la sua forma sotto l'acqua può essere molto diversa da quella emersa, il che lo rende ancora più pericoloso per le navi.

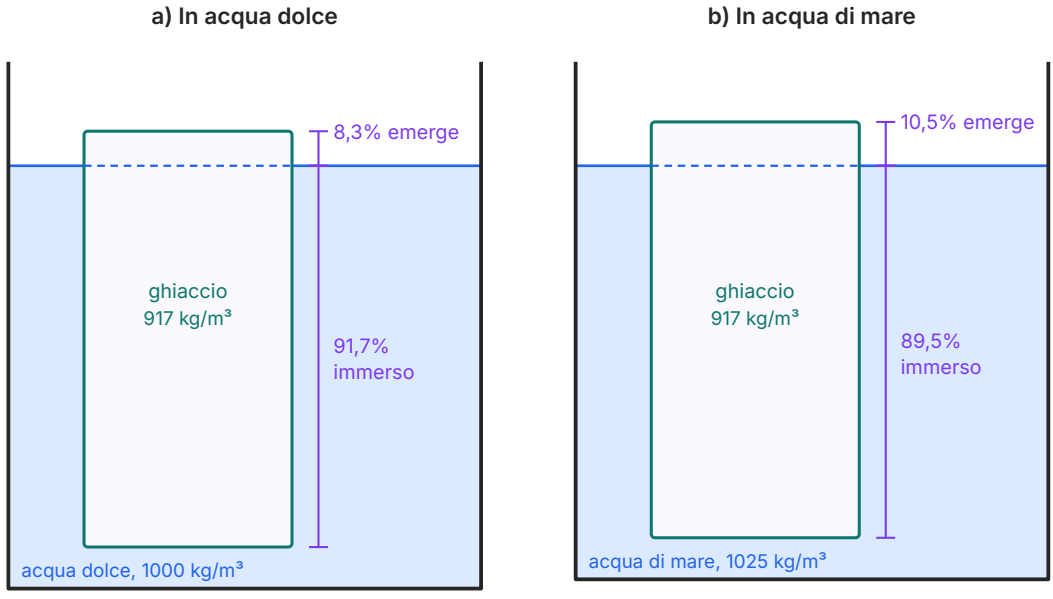

Figura 14.5 Un blocco di ghiaccio compatto (917 kg/m^3) disegnato in scala. a) In acqua dolce è immerso per il 91,7% dell'altezza. b) In acqua di mare, più densa, è immerso per l'89,5% ed emerge un po' di più. Per un blocco con le pareti verticali la frazione dell'altezza immersa è uguale alla frazione del volume.

Tabella 14.2 Frazione immersa di alcuni corpi omogenei che galleggiano (densità dalla Tabella 2.4).

Corpo	Liquido	d_c/d_{fl}	Frazione immersa
legno di abete (450 kg/m^3)	acqua dolce	450/1000	45%
ghiaccio (917 kg/m^3)	acqua dolce	917/1000	91,7%
ghiaccio (917 kg/m^3)	acqua di mare	917/1025	89,5%
ferro (7870 kg/m^3)	mercurio	7870/13 546	58,1%
oro (19 300 kg/m^3)	mercurio	19 300/13 546	affonda

La tabella contiene una sorpresa: un blocco di ferro galleggia sul mercurio, che è quasi due volte più denso. Non c'è niente di speciale nell'acqua: «galleggiare» o «affondare» dipende sempre dal confronto fra la densità del corpo e quella del fluido in cui si trova.

ERRORE FREQUENTE

«Il legno galleggia perché è leggero, il ferro affonda perché è pesante.» Non è così: un tronco di abete di 500 kg galleggia, uno spillo di ferro di pochi milligrammi affonda. Quello che decide non è il peso ma la **densità**, cioè il peso a parità di volume, confrontata con quella del liquido.

Anche il linguaggio quotidiano inganna: «un materiale più leggero dell'acqua» significa, in fisica, «un materiale meno denso dell'acqua».

14.4.3 Il densimetro

Il galleggiamento offre un modo rapidissimo per misurare la densità di un liquido. Il **densimetro**, o **areometro**, è un tubo di vetro chiuso, formato da un bulbo zavorrato con pallini di piombo e da un'asta sottile graduata (Figura 14.6). La zavorra tiene il baricentro in basso, così il densimetro galleggia diritto, in equilibrio stabile.

Il densimetro ha sempre la stessa massa, quindi galleggia spostando sempre la stessa massa di liquido. In un liquido più denso basta un volume minore per spostare quella massa: il densimetro affonda di meno e l'asta sporge di più. La densità si legge sulla tacca che si trova all'altezza della superficie del liquido. Per questo la scala ha i valori *più grandi in basso*; e poiché il volume immerso è inversamente proporzionale alla densità, le tacche non sono equidistanti ma si infittiscono verso il basso. I densimetri si usano per controllare la densità del latte, del mosto, delle soluzioni saline degli acquari, e in molte industrie.

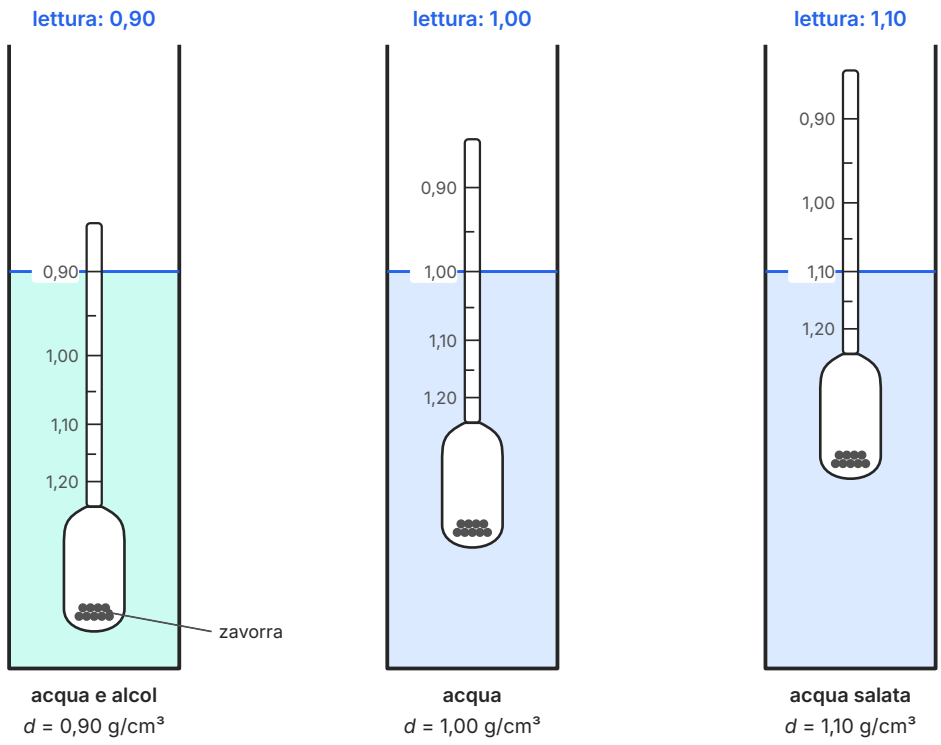

Figura 14.6 Lo stesso densimetro (massa 20 g, bulbo di 16 cm^3, asta di sezione 0,50 cm^2) in tre liquidi; le lunghezze dell'asta immersa (12,4 cm, 8,0 cm e 4,4 cm) sono in scala. Si legge la tacca a livello della superficie. Più il liquido è denso, meno il densimetro affonda: per questo i valori crescono verso il basso, e le tacche, calcolate dalla condizione di galleggiamento, sono più fitte in basso.

14.5 La densità media: navi, sottomarini e pesci

14.5.1 Perché le navi d'acciaio galleggiano

L'acciaio ha una densità di circa 7900 kg/m^3, quasi otto volte quella dell'acqua: un blocco d'acciaio pieno affonda senza discussioni. Eppure le navi sono fatte d'acciaio. Il segreto è la forma. Per un corpo composto di parti diverse, per esempio uno scafo d'acciaio che racchiude aria, quello che conta nel confronto con il liquido è la **densità media**, cioè il rapporto fra la massa totale e il volume totale racchiuso dalla superficie esterna del corpo:

$$d_{\text{media}} = \frac{m_{\text{totale}}}{V_{\text{totale}}}$$

Modellando l'acciaio a forma di vasca, la stessa massa racchiude un volume molto più grande, quasi tutto pieno d'aria; la densità media scende sotto quella dell'acqua e la vasca galleggia (Fi-

gura 14.7). La parte immersa di uno scafo si misura con il **pescaggio**, la profondità della chiglia sotto la linea di galleggiamento; la massa dell'acqua spostata, che per una nave che galleggia è uguale alla massa della nave, si chiama **dislocamento**.

ESEMPIO SVOLTO

Una tonnellata d'acciaio: blocco o vasca?

Problema. Con 1000 kg di acciaio ($d \approx 7870$ kg/m^3, come il ferro) si costruisce: a) un cubo pieno; b) una vasca aperta in alto, con fondo rettangolare di 2,0 m × 1,0 m e pareti alte 0,80 m. Che cosa succede in acqua dolce in ciascun caso? Nel caso b) quanto vale il pescaggio, e quale carico si può mettere nella vasca prima che l'acqua arrivi al bordo?

Soluzione. a) Il volume dell'acciaio è $V = 1000\ \text{kg} / 7870\ \text{kg/m}^3 \approx 0{,}127\ \text{m}^3$ (un cubo di circa 50 cm di lato). Tutto immerso, riceve una spinta di $1000 \times 9{,}8 \times 0{,}127\ \text{N} \approx 1{,}2$ kN, mentre il suo peso è 9,8 kN: affonda.

b) Per galleggiare, la vasca deve spostare un peso d'acqua uguale al proprio, cioè 1000 kg d'acqua, che occupano 1,0 m^3. Con il fondo di area 2,0 m^2, il volume immerso è $2{,}0\ \text{m}^2 \times h = 1{,}0\ \text{m}^3$, quindi il pescaggio è $h = 0{,}50$ m, meno degli 80 cm delle pareti: la vasca galleggia. La densità media della vasca vuota è $1000\ \text{kg} / (2{,}0 \times 1{,}0 \times 0{,}80)\ \text{m}^3 = 625\ \text{kg/m}^3$. Al limite, con l'acqua al bordo, il volume immerso è 1,6 m^3: la vasca sposta 1600 kg d'acqua e può reggere in tutto 1600 kg, cioè un carico di 600 kg.

Controllo. La superficie dell'acciaio della vasca è $2{,}0 + 2 \times (2{,}0 \times 0{,}80) + 2 \times (1{,}0 \times 0{,}80) = 6{,}8\ \text{m}^2$, quindi lo spessore delle lamiere è $0{,}127\ \text{m}^3 / 6{,}8\ \text{m}^2 \approx 1{,}9$ cm: un valore ragionevole. Le navi vere funzionano allo stesso modo, ma con un margine di sicurezza: la parte di scafo che resta fuori dall'acqua serve a non imbarcare acqua con le onde.

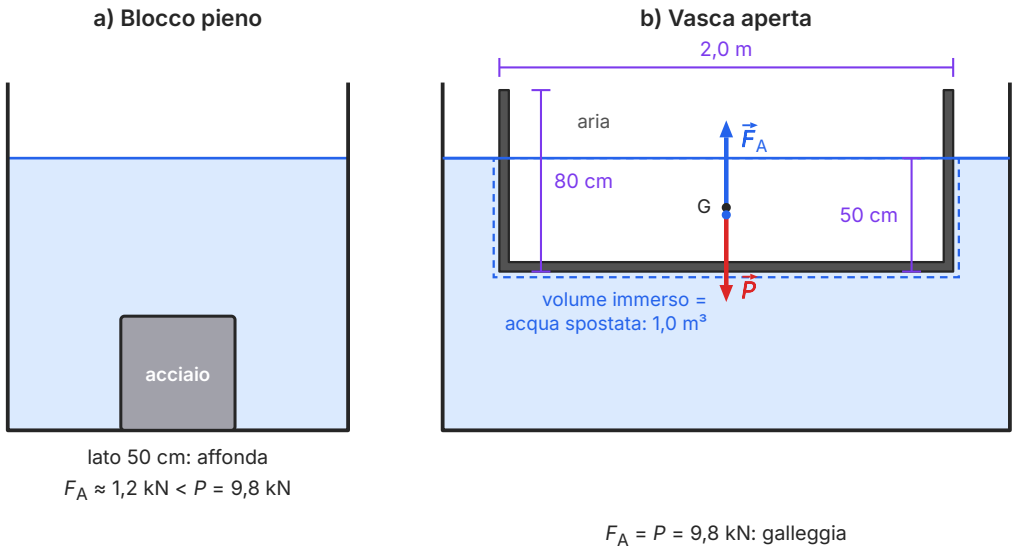

Figura 14.7 La stessa massa di acciaio, 1000 kg, in acqua dolce (sezioni in scala). a) Un cubo pieno di circa 50 cm di lato sposta solo 0,127 m^3 d'acqua e affonda. b) Una vasca con fondo di 2,0 m × 1,0 m (la seconda misura è perpendicolare al foglio) e pareti alte 80 cm galleggia con un pescaggio di 50 cm, spostando 1,0 m^3 d'acqua (tratteggio blu). Il peso è applicato nel baricentro G, a circa 28 cm dal fondo, la spinta nel centro della parte immersa, a 25 cm: per l'equilibrio stanno sulla stessa verticale. Lo spessore delle lamiere (1,9 cm) è disegnato un po' maggiorato.

14.5.2 Cambiare la densità media per salire e scendere

Molti sistemi, naturali e artificiali, controllano il proprio galleggiamento variando la densità media.

- **Il sottomarino** ha grandi serbatoi, le **casse di zavorra**. Per immergersi le riempie d'acqua di mare: la massa aumenta mentre il volume esterno resta lo stesso, la densità media supera quella dell'acqua e il sottomarino scende. Per risalire espelle l'acqua con aria compressa e la densità media torna sotto quella del mare. Per restare a una quota costante regola la quantità d'acqua finché la densità media è uguale a quella dell'acqua circostante.
- **Molti pesci ossei** hanno nell'addome una sacca piena di gas, la **vescica natatoria**: regolando la quantità di gas contenuta, variano il proprio volume e quindi la densità media, e restano sospesi alla profondità voluta senza fatica. Gli squali non hanno la vescica natatoria e, se smettono di nuotare, tendono ad affondare lentamente.
- **Il giubbotto di salvataggio** è fatto di materiali espansi molto poco densi: aggiunge molto volume e poca massa, e abbassa la densità media di chi lo indossa ben al di sotto di quella dell'acqua.

- **Il corpo umano** ha una densità media vicina a quella dell'acqua: con i polmoni pieni d'aria galleggia appena, dopo un'espirazione profonda tende ad affondare. In acque molto salate, più dense, si galleggia con facilità.

COLLEGAMENTI

Il diavoletto di Cartesio

Un piccolo giocattolo riassume quasi tutta questa parte del libro. In una bottiglia di plastica piena d'acqua e ben chiusa galleggia un «diavoletto», una piccola ampolla aperta in basso, che contiene una bolla d'aria; si può costruire anche con il cappuccio di una penna appesantito da un po' di plastilina. La quantità di plastilina va regolata finché il diavoletto galleggia appena, con la cima a filo dell'acqua.

Stringendo la bottiglia aumenta la pressione nell'acqua, e per il principio di Pascal (capitolo 12) l'aumento si trasmette fino alla bolla. L'aria, che è comprimibile, riduce il suo volume; nell'ampolla entra un po' d'acqua. La massa del diavoletto (vetro, aria e acqua entrata) aumenta mentre il suo volume esterno resta lo stesso: la densità media supera quella dell'acqua e il diavoletto scende. Lasciando la presa, la bolla si riespande, l'acqua esce e il diavoletto risale. Con una pressione ben dosata si riesce a tenerlo fermo a mezz'acqua: è lo stesso problema di un sottomarino.

14.6 Archimede nell'aria

14.6.1 Anche i gas spingono verso l'alto

Il ragionamento del paragrafo 14.2 non usa nessuna proprietà particolare dei liquidi: vale per qualunque fluido in quiete, quindi anche per l'aria. Ogni corpo immerso nell'atmosfera riceve una spinta verso l'alto, detta talvolta **spinta aerostatica**, uguale al peso dell'aria spostata: $F_A = d_{aria}\, g\, V$. Poiché l'aria ha una densità di circa 1,20 kg/m^3, quasi mille volte meno dell'acqua, questa spinta è di solito piccola. Per un oggetto di 1 m^3 vale 1,20 kg/m^3 × 9,8 N/kg × 1 m^3 ≈ 12 N, il peso di un corpo di 1,2 kg.

Un corpo sale nell'aria quando la sua densità media è minore di quella dell'aria. Un palloncino gonfiato con elio sale perché l'elio è molto meno denso dell'aria: il peso del gas più quello della gomma è minore della spinta. Una **mongolfiera** sfrutta un'idea diversa: l'aria contenuta nel pallone viene riscaldata da un bruciatore, e l'aria calda è meno densa di quella fredda che la circonda. Il volume del pallone è enorme, quindi anche una piccola differenza di densità, moltiplicata per un volume di migliaia di metri cubi, dà una spinta capace di reggere l'involucro, la cesta e i passeggeri.

C'è una differenza importante con i liquidi. L'aria è comprimibile, e la sua densità diminuisce con la quota, come abbiamo visto nel capitolo 13 parlando della pressione atmosferica. Un pallone che sale incontra aria sempre meno densa, e la spinta, a parità di volume, diminuisce:

per questo un pallone non sale all'infinito, ma tende a fermarsi alla quota in cui la sua densità media eguaglia quella dell'aria circostante.

14.6.2 Pesare nell'aria

Anche il peso misurato con una bilancia pesapersone, o con un dinamometro, è in realtà un peso apparente: la spinta dell'aria lo riduce un poco. Quanto? Una persona di 60 kg ha un volume di circa 0,060 m^3 (la sua densità media è vicina a quella dell'acqua); l'aria la spinge verso l'alto con $1{,}20 \times 9{,}8 \times 0{,}060$ N ≈ 0,71 N, il peso di circa 72 g. La correzione è dell'ordine di un millesimo del peso (il rapporto fra la densità dell'aria e quella del corpo, 1,20/1000 ≈ 0,12%), più piccola della sensibilità di una comune bilancia pesapersone (di solito 100 g): nella vita di tutti i giorni la si può trascurare. Solo nelle misure di massa di altissima precisione, nei laboratori di metrologia, si tiene conto della spinta dell'aria.

DA RICORDARE

La spinta dell'aria su un corpo è tanto più importante quanto più il corpo è poco denso. È trascurabile per un sasso o per una persona; è decisiva per un palloncino, per un dirigibile o per una mongolfiera, la cui densità media è vicina a quella dell'aria. Un vecchio indovinello chiede se pesa di più un chilo di piume o un chilo di piombo: con la stessa massa, sulla bilancia le piume risultano un poco più leggere, perché occupano più volume e ricevono una spinta dell'aria maggiore.

IN SINTESI

$\boldsymbol{F_A = F_2 - F_1 = (p_2 - p_1)\,S}$: la spinta nasce dalla differenza di pressione fra la parte bassa e la parte alta del corpo immerso.

$\boldsymbol{F_A = d_{fl}\,g\,V_{imm}}$ (principio di Archimede): un corpo immerso riceve una spinta verso l'alto uguale al peso del fluido spostato; dipende dalla densità del fluido e dal volume immerso, non dalla massa del corpo né dalla profondità.

$\boldsymbol{P_{app} = P - F_A}$: il peso apparente è la forza necessaria per sostenere un corpo immerso; è ciò che legge il dinamometro.

$\boldsymbol{d = d_{acqua} \cdot P/(P - P_{app})}$: la densità di un solido si ricava dal peso nell'aria e dal peso apparente in acqua.

$\boldsymbol{d_c > d_{fl}}$: il corpo affonda; $\boldsymbol{d_c = d_{fl}}$: resta in equilibrio a qualsiasi profondità; $\boldsymbol{d_c < d_{fl}}$: risale e galleggia.

$\boldsymbol{V_{imm}/V = d_c/d_{fl}}$: un corpo che galleggia ha immersa una frazione del volume uguale al rapporto fra la sua densità e quella del liquido; in equilibrio $F_A = P$.

Con il principio di Archimede si chiude la parte dedicata all'equilibrio dei fluidi. Pressione, principio di Pascal, legge di Stevino e principio di Archimede sono quattro facce della stessa

idea: un fluido in quiete trasmette forze attraverso la pressione, e la pressione cresce con la profondità. Nell'ultima parte del libro lasceremo l'equilibrio e cominceremo a descrivere il movimento.

SINTESI

- Un fluido esercita su ogni corpo immerso una forza verticale verso l'alto, la spinta idrostatica o spinta di Archimede.
- La spinta è la risultante delle forze di pressione: la pressione sulla parte bassa del corpo è maggiore di quella sulla parte alta, mentre le forze laterali si annullano.
- Principio di Archimede: la spinta è uguale al peso del fluido spostato, $F_A = d_{fl}\, g\, V_{imm}$.
- La spinta dipende dalla densità del fluido e dal volume immerso; non dipende dalla massa o dalla densità del corpo, né, in un liquido, dalla profondità.
- Il peso apparente $P_{app} = P - F_A$ è ciò che misura un dinamometro che regge un corpo immerso; il peso vero non cambia.
- Pesando un solido nell'aria e in acqua se ne ricava la densità: $d = d_{acqua}\, P/(P - P_{app})$.
- Un corpo tutto immerso affonda se è più denso del fluido, risale se è meno denso, resta in equilibrio ovunque se ha la stessa densità.
- Un corpo che galleggia è in equilibrio con $F_A = P$; la sua frazione immersa è d_c/d_{fl} (ghiaccio in acqua di mare: circa 89,5%).
- Per i corpi composti conta la densità media: una nave d'acciaio galleggia perché racchiude molta aria; sottomarini, pesci e diavoletto di Cartesio salgono e scendono variando la propria densità media.
- Il densimetro galleggia più o meno immerso a seconda della densità del liquido; la sua scala ha i valori maggiori in basso.
- Il principio di Archimede vale anche nei gas: la spinta dell'aria è piccola per i corpi densi, ma fa salire palloncini e mongolfiere.

ESERCIZI

Comprendere e ricordare

1. ● La spinta di Archimede su un corpo completamente immerso in un liquido dipende:
   A. dalla massa del corpo
   B. dalla densità del corpo
   C. dalla densità del liquido e dal volume del corpo
   D. dalla profondità a cui si trova il corpo

2. ● La spinta idrostatica su un corpo immerso esiste perché:
   A. la pressione sulla faccia inferiore del corpo è maggiore di quella sulla faccia superiore
   B. la pressione atmosferica spinge il liquido verso l'alto
   C. il peso del corpo diminuisce quando è immerso
   D. le forze sulle facce laterali sono dirette verso l'alto

3. ●● Un corpo di volume 0,50 L è completamente immerso in acqua dolce. La spinta che riceve vale:
   A. 0,49 N
   B. 49 N
   C. $4{,}9 \times 10^3$ N
   D. 4,9 N

4. ● Un corpo completamente immerso, più denso del liquido, lasciato libero:
   A. risale e galleggia
   B. affonda
   C. resta in equilibrio dove si trova
   D. sale fino a metà altezza del liquido

5. ●● Un blocco di legno di densità 600 kg/m^3 galleggia in acqua dolce. La frazione del suo volume immersa è:
   A. 60%
   B. 40%
   C. 100%
   D. 6%

6. ●● Un oggetto appeso a un dinamometro segna 12,0 N nell'aria e 9,0 N quando è tutto immerso in acqua. La spinta che riceve vale:
   A. 21 N
   B. 12 N
   C. 9,0 N
   D. 3,0 N

7. ● Una nave, con lo stesso carico, passa dall'acqua dolce di un fiume all'acqua di mare. Rispetto a prima, nel mare:
   A. affonda di più, perché l'acqua salata è più pesante
   B. emerge un po' di più
   C. galleggia esattamente allo stesso livello
   D. affonda del tutto

8. ●● Una sfera d'acciaio e una sfera d'alluminio, entrambe di volume 100 cm^3, sono completamente immerse in acqua. La spinta di Archimede:
   A. è maggiore sulla sfera d'acciaio, che è più pesante
   B. è maggiore sulla sfera d'alluminio, che è più leggera
   C. è uguale sulle due sfere
   D. dipende dalla profondità di ciascuna sfera

9. ● Lo stesso densimetro viene immerso prima in acqua e poi in un liquido più denso. Nel liquido più denso il densimetro:
   A. affonda di meno e l'asta sporge di più
   B. affonda di più
   C. affonda della stessa quantità
   D. va a fondo

Vero o falso

10. ● Un corpo completamente immerso in acqua riceve una spinta tanto maggiore quanto più è profondo. V / F

11. ● Un corpo che galleggia in equilibrio riceve una spinta di Archimede uguale al suo peso. V / F

12. ●● Un blocco di ghiaccio compatto che galleggia in acqua di mare emerge per circa un decimo del suo volume. V / F

13. ●● Poiché l'aria è pochissimo densa, la spinta dell'aria su qualunque corpo è sempre esattamente nulla. V / F

14. ● Una nave d'acciaio galleggia perché la sua densità media, che tiene conto anche dell'aria racchiusa nello scafo, è minore di quella dell'acqua. V / F

Applicare

15. ● Calcola la spinta su un corpo di volume 3,0 dm^3 completamente immerso: a) in acqua dolce; b) in acqua di mare (1025 kg/m^3); c) in olio d'oliva (910 kg/m^3).

16. ● Completa: un corpo di volume 40 cm^3 completamente immerso in acqua dolce sposta _____ g d'acqua e riceve una spinta di _____ N.

17. ● Un sasso di massa 2,5 kg e volume 1,0 L è tutto immerso in acqua dolce. Calcola il suo peso, la spinta che riceve e il suo peso apparente.

18. ●● Un oggetto pesa 6,0 N nell'aria e 4,0 N quando è completamente immerso in acqua. Calcola il suo volume e la sua densità.

19. ● Usando le densità della Tabella 2.4, calcola la frazione immersa: a) di un blocco di abete in acqua dolce; b) di un cubetto di ghiaccio in acqua dolce; c) di una sfera di ferro sul mercurio.

20. ●● Un cubo di legno di 10 cm di lato galleggia in acqua dolce con 7,0 cm della sua altezza immersi, con le facce orizzontali. Calcola la densità del legno e la massa del cubo.

21. ●● Un cilindro di altezza 8,0 cm, appeso a un dinamometro, viene calato in acqua; nella tabella, x è la profondità a cui si trova il fondo del cilindro e R la lettura del dinamometro.

Tabella 14.3 Dati per l'esercizio 21.

x (cm)	0	2,0	4,0	6,0	8,0	10,0	12,0
R (N)	2,94	2,70	2,45	2,21	1,96	1,96	1,96

a) Spiega perché la lettura diminuisce fino a $x = 8{,}0$ cm e poi resta costante. b) Quanto vale la spinta con il cilindro tutto immerso? c) Calcola il volume e la densità del cilindro.

22. ● Un pallone di volume 0,50 m^3 si trova nell'aria (densità 1,20 kg/m^3). Quanto vale la spinta aerostatica che riceve?

Problemi

23. ●● Un nuotatore di 70 kg galleggia immobile in acqua dolce, con i polmoni pieni d'aria, tenendo fuori dall'acqua il 4,0% del volume del corpo. a) Quanto vale la spinta che riceve? b) Qual è la sua densità media? c) Qual è il volume del suo corpo?

24. ●●● Un iceberg tabulare ha la forma di un parallelepipedo con le pareti verticali e sporge di 15 m sopra il livello del mare. Considerandolo di ghiaccio compatto (917 kg/m^3) in acqua di mare (1025 kg/m^3), calcola il suo spessore totale e la profondità a cui arriva sotto la superficie.

25. ●● Una zattera è fatta di 6 tronchi di abete (450 kg/m^3), ciascuno di volume 0,12 m^3. a) Quanto vale la massa della zattera? b) Quale carico massimo può reggere in acqua dolce prima che i tronchi siano completamente sommersi? c) Quante persone di 60 kg possono salirci al massimo?

26. ●●● Una corona che dovrebbe essere d'oro puro (19 300 kg/m^3) pesa 9,80 N nell'aria e 9,14 N quando è completamente immersa in acqua. a) Calcola la spinta e la densità della corona. b) È d'oro puro? c) Quale peso apparente avrebbe una corona d'oro puro con lo stesso peso nell'aria?

27. ●● Un palloncino di gomma di massa 4,0 g è gonfiato con 12 L di elio (densità 0,17 kg/m^3) e si trova nell'aria (1,20 kg/m^3). a) Calcola la spinta aerostatica, il peso dell'elio e quello della gomma. b) Quanto vale la forza risultante sul palloncino? c) Qual è la massa massima di un biglietto che il palloncino riesce a sollevare?

28. ●●● Una chiatta d'acciaio ha la forma di una vasca aperta con fondo rettangolare di 6,0 m × 2,0 m e pareti alte 1,0 m; la sua massa è 2,4 t. a) Quanto vale il suo pescaggio in acqua dolce, da vuota? b) Per sicurezza il pescaggio non deve superare 0,80 m: quale carico massimo può trasportare? c) Con quel carico, la chiatta passa in acqua di mare (1025 kg/m^3): di quanto cambia il pescaggio?

29. ●●● Un cubo di 20 cm di lato è completamente immerso in acqua dolce, con le facce orizzontali e la faccia superiore a 30 cm di profondità; la pressione atmosferica è $1{,}013 \times 10^5$ Pa. a) Calcola la pressione sulla faccia superiore e su quella inferiore. b) Calcola le forze di pressione sulle due facce. c) Verifica che la loro differenza è uguale a $d\,g\,V$.

Ragionare e argomentare

30. ●● Trova l'errore. Uno studente deve calcolare la spinta su un blocco di ferro di volume 200 cm^3 immerso in acqua e scrive: «$F_A = d\,g\,V = 7870\ kg/m^3 \times 9{,}8\ N/kg \times 2{,}0 \times 10^{-4}\ m^3 \approx 15\ N$». Che cosa ha sbagliato? Che cosa ha calcolato in realtà? Qual è il risultato corretto?

31. ●●● Un cubetto di ghiaccio galleggia in un bicchiere pieno d'acqua fino all'orlo. Quando il ghiaccio si scioglie, l'acqua trabocca, il livello scende o resta lo stesso? Motiva la risposta con il principio di Archimede.

32. ●●● Stima (con valori ragionevoli scelti da te) la spinta che l'aria esercita sul tuo corpo e di quanto essa altera la lettura di una bilancia pesapersone. Una bilancia con sensibilità 100 g riuscirebbe ad accorgersene?

PER APPROFONDIRE

- [ARC] Archimede, *Sui corpi galleggianti*: il trattato in cui Archimede dimostra, a partire da pochi postulati sui fluidi, il principio che porta il suo nome e studia la stabilità dei corpi galleggianti.
- [HEW] P.G. Hewitt, *Conceptual Physics*: il capitolo sui liquidi presenta il galleggiamento, le navi e i sottomarini con molti esempi e pochissimi calcoli.
- [FEY] R.P. Feynman, R.B. Leighton, M. Sands, *La fisica di Feynman*, vol. I: per chi vuole vedere come la statica dei fluidi si inserisce nel quadro generale della meccanica.
- [HRW] D. Halliday, R. Resnick, J. Walker, *Fondamenti di fisica*: il capitolo sui fluidi contiene esercizi sul principio di Archimede e sul galleggiamento di difficoltà crescente.

Glossario del capitolo

Casse di zavorra
Serbatoi di un sottomarino che si riempiono d'acqua per aumentarne la densità media e farlo scendere, e si svuotano con aria compressa per farlo risalire.

Densimetro (areometro)
Strumento galleggiante, con bulbo zavorrato e asta graduata, che misura la densità di un liquido dalla profondità a cui affonda.

Densità media
Rapporto fra la massa totale di un corpo composto e il volume totale racchiuso dalla sua superficie esterna; decide se il corpo affonda o galleggia.

Diavoletto di Cartesio
Piccola ampolla con una bolla d'aria, in una bottiglia d'acqua chiusa, che scende quando si stringe la bottiglia e risale quando la si rilascia.

Dislocamento
Massa dell'acqua spostata da una nave che galleggia; è uguale alla massa della nave.

Fluido spostato
Il fluido che occuperebbe la parte immersa del corpo se il corpo non ci fosse; il suo peso è uguale alla spinta di Archimede.

Frazione immersa
Rapporto V_{imm}/V per un corpo che galleggia; è uguale al rapporto fra la densità del corpo e quella del liquido.

Galleggiamento
Condizione di equilibrio di un corpo parzialmente immerso, in cui la spinta di Archimede è uguale al peso del corpo.

Linea di galleggiamento
Linea che separa, sulla superficie di un corpo che galleggia, la parte immersa da quella emersa.

Mongolfiera
Pallone che sale nell'aria perché l'aria al suo interno, riscaldata, è meno densa di quella circostante.

Pescaggio
Profondità della parte più bassa dello scafo di un'imbarcazione sotto la linea di galleggiamento.

Peso apparente
Differenza fra il peso di un corpo e la spinta che riceve dal fluido, $P_{app} = P - F_A$; è la forza necessaria per sostenere il corpo immerso.

Principio di Archimede
Un corpo immerso, in tutto o in parte, in un fluido in quiete riceve una spinta verticale verso l'alto uguale al peso del fluido spostato: $F_A = d_{fl} \cdot g \cdot V_{imm}$.

Spinta aerostatica
Spinta di Archimede esercitata dall'aria (o da un altro gas) su un corpo immerso in essa: $F_A = d_{aria} \cdot g \cdot V$.

Spinta idrostatica (spinta di Archimede)
Forza verticale, diretta verso l'alto, che un fluido esercita su un corpo immerso in esso; è la risultante delle forze di pressione sulla superficie del corpo.

Vescica natatoria
Sacca piena di gas di molti pesci ossei, che regolandone il volume variano la propria densità media e restano sospesi alla profondità voluta.

Volume immerso
Volume della parte di un corpo che si trova dentro il fluido; è uguale al volume del fluido spostato.

Soluzioni

1. C. $F_A = d_{fl}\, g\, V_{imm}$: per un corpo tutto immerso contano solo la densità del liquido e il volume del corpo.

2. A. La pressione cresce con la profondità, quindi la forza sulla faccia inferiore supera quella sulla faccia superiore; le forze laterali si annullano.

3. D. $F_A = 1000\ \text{kg/m}^3 \times 9{,}8\ \text{N/kg} \times 5{,}0 \times 10^{-4}\ \text{m}^3 = 4{,}9\ \text{N}$.

4. B. Se $d_c > d_{fl}$, a corpo tutto immerso $P > F_A$ e il corpo affonda.

5. A. $V_{imm}/V = d_c/d_{fl} = 600/1000 = 0{,}60 = 60\%$.

6. D. $F_A = P - P_{app} = 12{,}0\ \text{N} - 9{,}0\ \text{N} = 3{,}0\ \text{N}$.

7. B. Il peso della nave non cambia; l'acqua di mare è più densa, quindi per spostarne lo stesso peso basta un volume immerso minore.

8. C. Stesso volume immerso nello stesso liquido: stessa spinta ($1000 \times 9{,}8 \times 1{,}00 \times 10^{-4}\ \text{N} \approx 0{,}98\ \text{N}$ per entrambe).

9. A. Il densimetro sposta sempre la stessa massa di liquido; se il liquido è più denso basta un volume immerso minore.

10. F. In un liquido (incomprimibile) la spinta su un corpo tutto immerso non dipende dalla profondità: la differenza di pressione fra le facce resta la stessa.

11. V. Il corpo che galleggia è in equilibrio sotto l'azione di peso e spinta, quindi $F_A = P$.

12. V. Frazione emersa $1 - 917/1025 \approx 0{,}105$, cioè circa il 10,5%.

13. F. La spinta dell'aria vale $d_{aria}\, g\, V$: è piccola ma non nulla, e fa salire palloncini e mongolfiere.

14. V. Massa dello scafo divisa per tutto il volume racchiuso (acciaio più aria): la densità media è minore di $1000\ \text{kg/m}^3$.

15. $V = 3{,}0 \times 10^{-3}\ \text{m}^3$. a) $1000 \times 9{,}8 \times 3{,}0 \times 10^{-3}\ \text{N} = 29{,}4\ \text{N} \approx 29\ \text{N}$; b) $1025 \times 9{,}8 \times 3{,}0 \times 10^{-3}\ \text{N} = 30{,}1\ \text{N} \approx 30\ \text{N}$; c) $910 \times 9{,}8 \times 3{,}0 \times 10^{-3}\ \text{N} = 26{,}8\ \text{N} \approx 27\ \text{N}$.

16. 40 g (40 cm^3 d'acqua hanno massa 40 g); $F_A = 0{,}040\ \text{kg} \times 9{,}8\ \text{N/kg} = 0{,}39\ \text{N}$.

17. $P = 2{,}5\ \text{kg} \times 9{,}8\ \text{N/kg} = 24{,}5\ \text{N} \approx 25\ \text{N}$; $F_A = 1000 \times 9{,}8 \times 1{,}0 \times 10^{-3}\ \text{N} = 9{,}8\ \text{N}$; $P_{app} = 24{,}5\ \text{N} - 9{,}8\ \text{N} = 14{,}7\ \text{N} \approx 15\ \text{N}$.

18. $F_A = 6{,}0\ \text{N} - 4{,}0\ \text{N} = 2{,}0\ \text{N}$; $V = F_A/(d_{acqua}\, g) = 2{,}0\ \text{N} / (1000\ \text{kg/m}^3 \times 9{,}8\ \text{N/kg}) = 2{,}0 \times 10^{-4}\ \text{m}^3 = 2{,}0 \times 10^2\ \text{cm}^3$; $d = 1000\ \text{kg/m}^3 \times 6{,}0/2{,}0 = 3{,}0 \times 10^3\ \text{kg/m}^3$.

19. a) $450/1000 = 0{,}45 = 45\%$; b) $917/1000 = 91{,}7\%$; c) $7870/13\,546 \approx 0{,}581 = 58{,}1\%$.

20. Frazione immersa = 7,0 cm/10 cm = 0,70, quindi $d = 0{,}70 \times 1000\ \text{kg/m}^3 = 7{,}0 \times 10^2\ \text{kg/m}^3$; $V = 1{,}0 \times 10^{-3}\ \text{m}^3$, $m = d\, V = 0{,}70\ \text{kg}$.

21. a) Finché il cilindro entra in acqua il volume immerso cresce in proporzione a x, la spinta aumenta e la lettura cala (di circa 0,12 N ogni centimetro); da $x = 8{,}0$ cm il cilindro è tutto immerso, il volume immerso e la spinta non cambiano più. b) $F_A = 2{,}94\ \text{N} - 1{,}96\ \text{N} = 0{,}98\ \text{N}$. c) $V = 0{,}98\ \text{N} / (1000\ \text{kg/m}^3 \times 9{,}8\ \text{N/kg}) = 1{,}0 \times 10^{-4}\ \text{m}^3 = 1{,}0 \times 10^2\ \text{cm}^3$; $d = 1000\ \text{kg/m}^3 \times 2{,}94/0{,}98 = 3{,}0 \times 10^3\ \text{kg/m}^3$ (massa 0,300 kg).

22. $F_A = 1{,}20\ \text{kg/m}^3 \times 9{,}8\ \text{N/kg} \times 0{,}50\ \text{m}^3 = 5{,}88\ \text{N} \approx 5{,}9\ \text{N}$.

23. a) Il nuotatore galleggia in equilibrio: $F_A = P = 70\ \text{kg} \times 9{,}8\ \text{N/kg} = 686\ \text{N} \approx 6{,}9 \times 10^2\ \text{N}$. b) È immerso il 96,0% del volume, quindi $d_{media} = 0{,}960 \times 1000\ \text{kg/m}^3 = 960\ \text{kg/m}^3$. c) $V = m/d = 70\ \text{kg} / 960\ \text{kg/m}^3 \approx 0{,}073\ \text{m}^3 = 73\ \text{L}$.

24. Con pareti verticali la frazione dell'altezza è uguale a quella del volume. Frazione emersa: $1 - 917/1025 \approx 0{,}1054$. Spessore totale $H = 15\ \text{m} / 0{,}1054 \approx 142\ \text{m} \approx 1{,}4 \times 10^2\ \text{m}$; parte sommersa $142\ \text{m} - 15\ \text{m} \approx 127\ \text{m} \approx 1{,}3 \times 10^2\ \text{m}$.

25. a) $V = 6 \times 0{,}12\ \text{m}^3 = 0{,}72\ \text{m}^3$; $m = 450\ \text{kg/m}^3 \times 0{,}72\ \text{m}^3 = 324\ \text{kg} \approx 3{,}2 \times 10^2\ \text{kg}$. b) A tronchi del tutto sommersi la spinta regge una massa di $1000\ \text{kg/m}^3 \times 0{,}72$

m^3 = 324 kg ≈ 3,2 × 10^2 kg. b) A tronchi del tutto sommersi la spinta regge una massa di 1000 kg/m^3 × 0,72 m^3 = 720 kg; il carico massimo è 720 kg − 324 kg = 396 kg ≈ 4,0 × 10^2 kg (forza 3,9 × 10^3 N). c) 396/60 = 6,6: al massimo 6 persone.

26. a) F_A = 9,80 N − 9,14 N = 0,66 N; d = 1000 kg/m^3 × 9,80/0,66 ≈ 1,5 × 10^4 kg/m^3. b) No: la densità è molto minore di quella dell'oro (19 300 kg/m^3), quindi la corona contiene un metallo meno denso. c) Per l'oro puro F_A = 9,80 N × 1000/19 300 ≈ 0,51 N e P_{app} = 9,80 N − 0,51 N ≈ 9,29 N.

27. V = 0,012 m^3. a) F_A = 1,20 × 9,8 × 0,012 N ≈ 0,141 N; P_{elio} = 0,17 × 0,012 × 9,8 N ≈ 0,020 N; P_{gomma} = 0,0040 kg × 9,8 N/kg ≈ 0,039 N. b) Risultante verso l'alto: 0,141 N − 0,020 N − 0,039 N ≈ 0,082 N. c) m = 0,082 N / 9,8 N/kg ≈ 8,4 × 10^{-3} kg = 8,4 g.

28. Area del fondo 12 m^2. a) Massa d'acqua spostata = 2400 kg, cioè 2,4 m^3: pescaggio = 2,4 m^3/12 m^2 = 0,20 m. b) Con 0,80 m il volume immerso è 9,6 m^3, che regge 9600 kg in tutto: carico massimo 9600 kg − 2400 kg = 7200 kg = 7,2 t. c) In mare: 9600 kg / (1025 kg/m^3 × 12 m^2) ≈ 0,78 m; il pescaggio diminuisce di circa 0,02 m = 2 cm.

29. a) p_1 = 1,013 × 10^5 Pa + 1000 × 9,8 × 0,30 Pa = 104 240 Pa ≈ 1,042 × 10^5 Pa; p_2 = 1,013 × 10^5 Pa + 1000 × 9,8 × 0,50 Pa = 106 200 Pa ≈ 1,062 × 10^5 Pa. b) S = 0,040 m^2: F_1 ≈ 4,17 × 10^3 N (verso il basso), F_2 ≈ 4,25 × 10^3 N (verso l'alto). c) $F_2 - F_1$ = (106 200 − 104 240) Pa × 0,040 m^2 = 78,4 N; $d\,g\,V$ = 1000 × 9,8 × 0,0080 N = 78,4 N ≈ 78 N: coincidono.

30. Ha usato la densità del ferro invece di quella dell'acqua: 15 N è il peso del blocco, non la spinta. Corretto: F_A = 1000 kg/m^3 × 9,8 N/kg × 2,0 × 10^{-4} m^3 ≈ 2,0 N.

31. Traccia di risposta: il livello resta lo stesso. Il ghiaccio galleggia, quindi sposta una massa d'acqua uguale alla propria massa; sciogliendosi diventa proprio quella massa d'acqua, che occupa esattamente il volume prima immerso. Il «buco» lasciato dalla parte immersa viene riempito senza avanzi né mancanze (trascurando evaporazione e variazioni di temperatura).

32. Traccia di risposta: con m ≈ 60 kg e densità media vicina a quella dell'acqua, V ≈ 0,06 m^3; F_A ≈ 1,2 × 9,8 × 0,06 N ≈ 0,7 N, pari al peso di circa 70 g, cioè circa lo 0,1% del peso. Una bilancia con sensibilità 100 g non se ne accorge.