CAPITOLO

13

La legge di Stevino e la pressione atmosferica

«Noi viviamo sommersi nel fondo d'un pelago d'aria elementare». (Evangelista Torricelli, lettera a Michelangelo Ricci, 1644)

OBIETTIVI

1. Ricavare la pressione dovuta al peso di un liquido e applicare la legge di Stevino, distinguendo pressione assoluta e relativa.
2. Spiegare il paradosso idrostatico e il comportamento dei vasi comunicanti, con uno o con due liquidi.
3. Descrivere l'esperienza di Torricelli e spiegare perché la pressione atmosferica diminuisce con l'altitudine.
4. Convertire una pressione fra pascal, ettopascal, bar, atmosfere e millimetri di mercurio.
5. Usare barometri e manometri e spiegare gli effetti quotidiani della pressione atmosferica senza ricorrere al «risucchio del vuoto».

INDICE DEL CAPITOLO

13.1 La pressione dovuta al peso di un liquido 2
13.2 Le conseguenze della legge di Stevino 6
13.3 I vasi comunicanti 10
13.4 La pressione atmosferica 13
13.5 Unità di misura e strumenti 18
13.6 La pressione atmosferica nella vita quotidiana 21

Fisica 1 · Parte IV · L'equilibrio dei fluidi · versione 1.0
Capitolo 13: La legge di Stevino e la pressione atmosferica · pagine 341–368 del volume completo · estratto per lo studio

Chi si tuffa in fondo a una piscina profonda lo sente subito: dopo un paio di metri le orecchie cominciano a fare male, come se qualcosa le schiacciasse. Quel «qualcosa» è l'acqua che sta sopra di noi: il suo peso preme su ogni superficie immersa, e più si scende più acqua c'è sopra. Gli ingegneri lo sanno bene, e per questo le dighe sono molto più spesse alla base che in cima.

Anche noi, fuori dall'acqua, viviamo sul fondo di un oceano: un oceano d'aria alto molte decine di chilometri. L'aria è leggera, ma ce n'è tanta, e il suo peso produce sul nostro corpo una pressione di circa centomila pascal. Non la avvertiamo perché ci siamo immersi da sempre e perché i nostri fluidi interni spingono verso l'esterno con la stessa pressione. Ce ne accorgiamo solo quando la pressione cambia: in aereo, in montagna, quando beviamo con una cannuccia.

Nel capitolo 12 abbiamo definito la pressione come rapporto fra una forza perpendicolare e l'area su cui agisce, e abbiamo visto con il principio di Pascal come si trasmette una pressione applicata a un fluido. In questo capitolo ci chiediamo quanto vale la pressione *dentro* un fluido a causa del suo stesso peso: prima nei liquidi, con la legge di Stevino, poi nell'aria, con l'esperienza di Torricelli.

13.1 La pressione dovuta al peso di un liquido

13.1.1 Una colonna di liquido

Consideriamo un liquido in quiete in un recipiente aperto. La superficie di separazione fra il liquido e l'aria si chiama **superficie libera**: in un liquido in equilibrio è orizzontale. Vogliamo calcolare la pressione in un punto che si trova alla profondità h, cioè a una distanza verticale h sotto la superficie libera.

L'idea è semplice e usa solo gli strumenti dei capitoli precedenti. Immaginiamo di isolare, dentro il liquido, una colonna cilindrica verticale con la base di area S alla profondità h e la faccia superiore sulla superficie libera (Figura 13.1). La colonna non è separata dal resto del liquido da nessuna parete: è solo una porzione di liquido che scegliamo di osservare. Poiché il liquido è fermo, anche la colonna è in equilibrio, e possiamo applicarle la condizione di equilibrio del capitolo 9: la risultante delle forze che agiscono su di essa è nulla.

Quali forze agiscono sulla colonna? Lungo la verticale sono tre.

- Sulla faccia superiore l'aria preme verso il basso con la pressione p_0; la forza corrispondente ha modulo $p_0 S$.
- Il **peso** del liquido della colonna, diretto verso il basso. Il volume della colonna è $V = S\,h$; la sua massa, per la definizione di densità del capitolo 2, è $m = d\,V = d\,S\,h$; il suo peso è quindi $P = m\,g = d\,g\,S\,h$.

- Sulla base, il liquido sottostante spinge verso l'alto con la pressione p che vogliamo trovare; la forza ha modulo $p\,S$.

Ci sono anche le forze che il liquido circostante esercita sulla superficie laterale della colonna, ma sono orizzontali e, per simmetria, si annullano a due a due: non entrano nell'equilibrio verticale. Scegliamo un asse verticale orientato verso l'alto e imponiamo che la somma delle componenti verticali sia zero:

$$p\,S - p_0 S - d\,g\,S\,h = 0$$

Dividendo tutti i termini per S, l'area sparisce, e otteniamo un risultato di grande importanza.

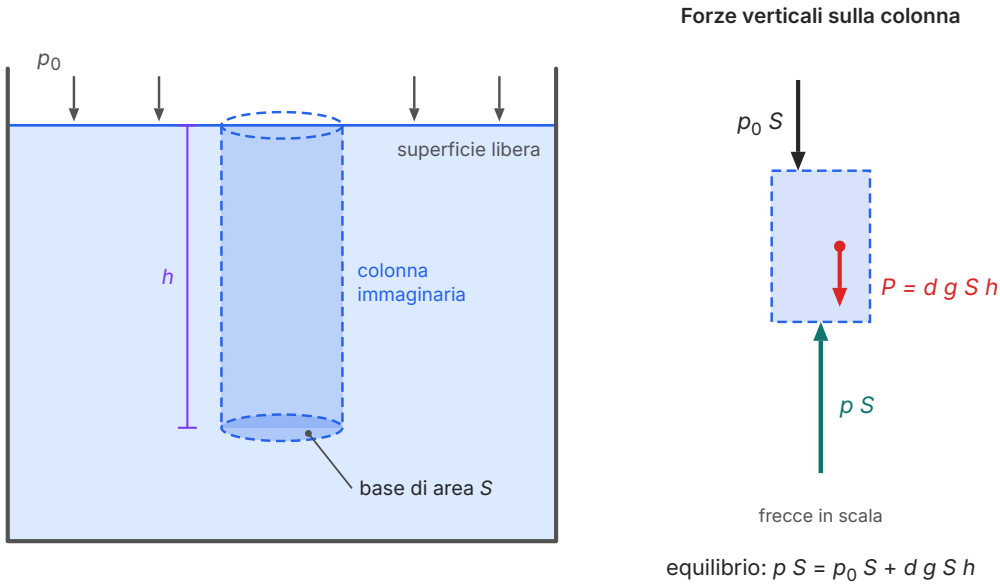


Figura 13.1 Come si ricava la legge di Stevino. A sinistra: una colonna cilindrica immaginaria di liquido, con la base di area S alla profondità h sotto la superficie libera, su cui l'aria esercita la pressione p_0. A destra: le forze verticali sulla colonna, disegnate in scala per un esempio in cui il peso della colonna è 2/3 della forza $p_0 S$. In equilibrio la spinta verso l'alto $p\,S$ è uguale alla somma delle due forze verso il basso. Le forze orizzontali del liquido circostante si annullano e non sono disegnate.

13.1.2 La legge di Stevino

La pressione alla profondità h in un liquido in equilibrio è data dalla **legge di Stevino**:

$$p = p_0 + d\,g\,h$$

dove p_0 è la pressione sulla superficie libera (per un recipiente aperto, la pressione dell'aria), d è la densità del liquido, g = 9,8 N/kg e h è la profondità. Il termine $d\,g\,h$ è la **pressione idrostatica**, cioè la pressione dovuta al peso del liquido sovrastante. La legge prende il nome dall'inge-

gnere fiammingo Simon Stevin (1548–1620), in italiano Stevino, che studiò l'equilibrio dei liquidi e la pressione sul fondo dei recipienti.

Leggiamo la formula in parole: **la pressione in un liquido cresce linearmente con la profondità**. Ogni metro in più aggiunge la stessa quantità $d\,g \times 1$ m. Per l'acqua dolce, con $d = 1000$ kg/m^3:

$$d\,g \times 1\ \text{m} = 1000\ \text{kg/m}^3 \times 9{,}8\ \text{N/kg} \times 1\ \text{m} = 9{,}8 \times 10^3\ \text{N/m}^2 = 9{,}8 \times 10^3\ \text{Pa}$$

Un metro d'acqua produce quindi una pressione di quasi diecimila pascal. Controlliamo le unità, come nel capitolo 2: kg/m^3 · N/kg · m = N/m^2, cioè pascal. La formula è dimensionalmente coerente.

Nel linguaggio del capitolo 5, la relazione fra p e h è una *dipendenza lineare* $y = m\,x + q$: la pendenza $m = d\,g$ dipende dal liquido, l'intercetta $q = p_0$ è la pressione in superficie. Il grafico di Figura 13.2 mostra la retta per l'acqua dolce. Attenzione: p **non** è direttamente proporzionale a h. Raddoppiando la profondità non si raddoppia la pressione totale, perché p_0 resta lo stesso; raddoppia soltanto la parte idrostatica $d\,g\,h$.

Due osservazioni completano il quadro. La prima: nella formula non compare l'area S, né compare alcuna informazione sulla forma o sulle dimensioni del recipiente. La pressione dipende solo dalla profondità, dal liquido e dalla pressione in superficie. La seconda: come abbiamo visto nel capitolo 12, in un punto di un fluido in quiete la pressione è la stessa in tutte le direzioni. La pressione p calcolata con la legge di Stevino agisce quindi anche sulle pareti laterali, sempre perpendicolarmente a esse.

Una conseguenza immediata: **tutti i punti di un liquido in quiete che si trovano alla stessa profondità hanno la stessa pressione**, purché il liquido sia uno solo e sia collegato senza interruzioni. Le superfici orizzontali sono superfici di uguale pressione. Useremo spesso questa proprietà.

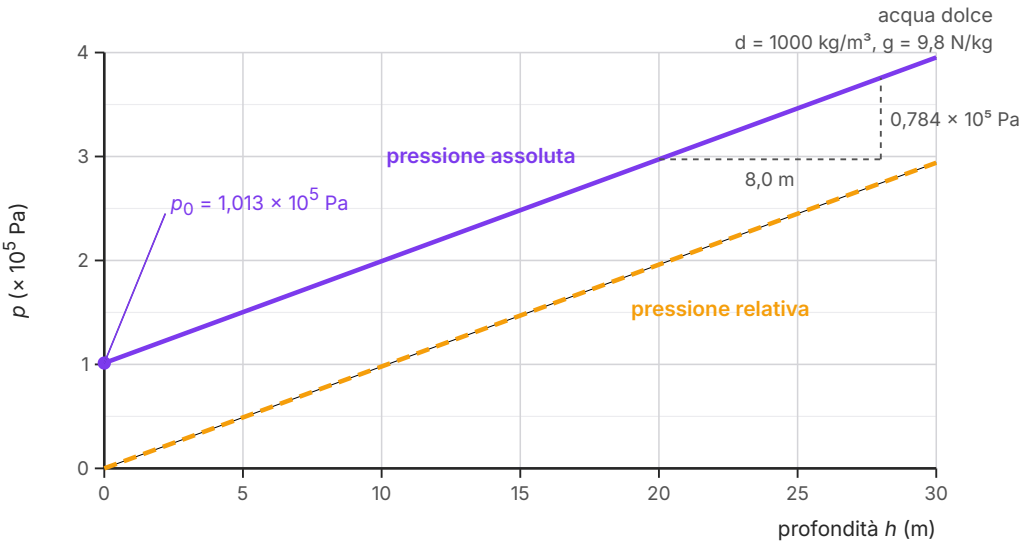


Figura 13.2 Pressione in funzione della profondità in acqua dolce, calcolata con la legge di Stevino (p_0 = 1,013 × 10^5 Pa). La pressione assoluta (linea continua) è una retta con intercetta p_0; la pressione relativa (tratteggiata) è una retta per l'origine. Le due rette sono parallele: la pendenza è $d\,g$ = 9,8 × 10^3 Pa/m, come mostra il triangolo (0,784 × 10^5 Pa in 8,0 m).

ERRORE FREQUENTE

Nella legge di Stevino h è la **profondità**, misurata verso il basso a partire dalla superficie libera, non l'altezza del punto rispetto al fondo. In un recipiente con 60 cm d'acqua, un punto a 20 cm dal fondo si trova alla profondità di 40 cm. Un secondo errore tipico è dimenticare di convertire h in metri: con d in kg/m^3 e g in N/kg, la profondità va espressa in m per ottenere la pressione in Pa.

13.1.3 Pressione assoluta e pressione relativa

La pressione p data dalla legge di Stevino è la **pressione assoluta**: quella misurata rispetto al vuoto, in cui la pressione è zero. Molto spesso, però, interessa sapere di quanto una pressione supera quella dell'ambiente. Si definisce allora la **pressione relativa** (in inglese *gauge pressure*) come differenza fra la pressione assoluta e la pressione atmosferica:

$$p_{\text{rel}} = p - p_{\text{atm}}$$

Per un liquido in un recipiente aperto, $p_0 = p_{\text{atm}}$ e la pressione relativa è proprio la pressione idrostatica: $p_{\text{rel}} = d\,g\,h$. Nel grafico di Figura 13.2 la pressione relativa è la retta tratteggiata, che

passa per l'origine: *essa sì* è direttamente proporzionale alla profondità.

Molti strumenti misurano la pressione relativa. Quando il manometro del gommista indica che uno pneumatico è gonfiato a 2,2 bar, significa che l'aria nella gomma ha una pressione di 2,2 bar *in più* di quella atmosferica; la sua pressione assoluta è circa 3,2 bar. Anche la pressione del sangue, come vedremo, si esprime come pressione relativa. Nelle formule e negli esercizi bisogna quindi chiedersi sempre: *si tratta di pressione assoluta o relativa?*

ESEMPIO SVOLTO

Un'immersione a 20 metri

Problema. Una subacquea scende alla profondità di 20 m in mare (d = 1025 kg/m^3); la pressione atmosferica è $p_0 = 1{,}013 \times 10^5$ Pa. Calcola a) la pressione relativa; b) la pressione assoluta, in pascal e in atmosfere (1 atm = 101 325 Pa); c) quante volte la pressione assoluta supera quella in superficie.

Soluzione. a) La pressione relativa è la pressione idrostatica: $p_{\text{rel}} = d\,g\,h = 1025\ \text{kg/m}^3 \times 9{,}8\ \text{N/kg} \times 20\ \text{m} = 200\,900\ \text{Pa} \approx 2{,}0 \times 10^5$ Pa.

b) $p = p_0 + d\,g\,h = 1{,}013 \times 10^5\ \text{Pa} + 2{,}009 \times 10^5\ \text{Pa} = 3{,}022 \times 10^5\ \text{Pa} \approx 3{,}0 \times 10^5$ Pa. In atmosfere: $3{,}022 \times 10^5\ \text{Pa} / 101\,325\ \text{Pa} \approx 3{,}0$ atm.

c) Il rapporto è circa $3{,}0 \times 10^5 / 1{,}0 \times 10^5 \approx 3$: a 20 m di profondità la pressione è circa tripla rispetto alla superficie. **Controllo.** Il risultato è coerente con la regola pratica del paragrafo 13.2.2: circa un'atmosfera ogni 10 m d'acqua, più quella dell'aria.

13.2 Le conseguenze della legge di Stevino

13.2.1 Il paradosso idrostatico

Prendiamo alcuni recipienti di forma molto diversa: un cilindro stretto, un imbuto che si allarga verso l'alto, una bottiglia con il collo sottile, un tubo inclinato. Colleghiamoli alla base con un tubo orizzontale e versiamo acqua in uno di essi. L'acqua si distribuisce e, quando si ferma, raggiunge **lo stesso livello** in tutti i recipienti (Figura 13.3).

Questo risultato sorprende, perché nell'imbuto c'è molta più acqua che nel cilindro stretto: ci aspetteremmo che il suo peso maggiore «spinga» l'acqua negli altri recipienti fino a farla salire più in alto. Invece no. La legge di Stevino spiega il perché: la pressione in un punto dipende solo dalla sua profondità sotto la superficie libera, non dalla quantità di liquido che sta sopra né dalla forma del recipiente. Nel tubo di collegamento ogni punto ha una sola pressione; se in un recipiente il livello fosse più alto, alla base di quel recipiente la pressione sarebbe maggiore e l'acqua scorrerebbe verso gli altri finché i livelli non si eguagliano.

Il fatto che recipienti con la stessa base e lo stesso livello di liquido abbiano **la stessa pressione sul fondo**, e quindi la stessa forza sul fondo, anche se contengono quantità di liquido

molto diverse, è detto **paradosso idrostatico**. È un paradosso solo in apparenza. In un recipiente che si allarga verso l'alto, le pareti oblique sostengono una parte del peso del liquido; in un recipiente che si restringe, sono le pareti a premere verso il basso sul liquido. In tutti i casi la forza sul fondo vale $p\,S$, con p data dalla legge di Stevino.

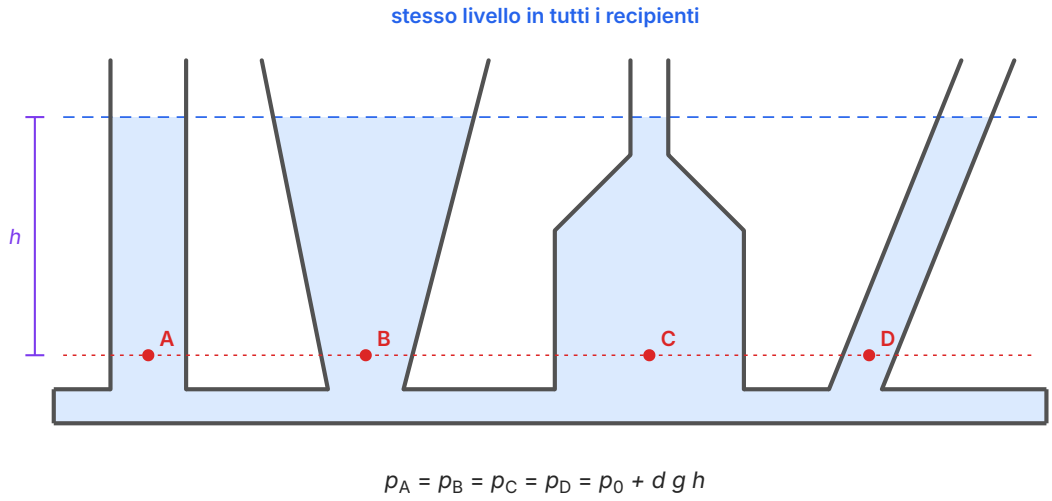


Figura 13.3 Il paradosso idrostatico. Quattro recipienti di forma diversa, collegati alla base, si riempiono d'acqua fino allo stesso livello, anche se contengono quantità d'acqua molto diverse. Nei punti A, B, C e D, tutti alla profondità h, la pressione è la stessa.

13.2.2 Ogni dieci metri, un'atmosfera

Quanto bisogna scendere in acqua perché la pressione idrostatica uguagli quella atmosferica, cioè 1 atm = 101 325 Pa? Basta risolvere la legge di Stevino rispetto a h:

$$h = \frac{p_{\text{atm}}}{d\,g} = \frac{1{,}013 \times 10^5\ \text{Pa}}{1000\ \text{kg/m}^3 \times 9{,}8\ \text{N/kg}} \approx 10{,}3\ \text{m}$$

In acqua di mare, più densa, bastano circa 10,1 m. Di qui la regola pratica dei subacquei: **ogni 10 m circa di profondità la pressione aumenta di circa 1 atm**. A 10 m la pressione assoluta è circa 2 atm, a 20 m circa 3 atm, a 30 m circa 4 atm. Il confronto è istruttivo: per raddoppiare la pressione che l'intera atmosfera esercita su di noi bastano dieci metri d'acqua.

COLLEGAMENTI

Orecchie, immersioni e aerei

Il timpano è una membrana sottile che separa il condotto uditivo esterno dall'orecchio medio, una piccola cavità piena d'aria collegata alla gola dalla tromba di Eustachio. Quando ci immergiamo, la pressione dell'acqua sul lato esterno del timpano aumenta, mentre l'aria dell'orecchio medio resta inizialmente alla pressione di prima: la differenza di pressione spinge il timpano verso l'interno e provoca dolore. Già a 2 m di profondità la differenza è di circa 2×10^4 Pa. Per «compensare» i subacquei deglutiscono o soffiano delicatamente a naso chiuso: un po' d'aria passa nella tromba di Eustachio e porta l'orecchio medio alla stessa pressione dell'esterno.

Lo stesso fenomeno, con il segno opposto, si avverte in aereo o in funivia: salendo la pressione esterna diminuisce e il timpano viene spinto verso l'esterno. In entrambi i casi conta la *differenza* di pressione fra i due lati della membrana, non il valore della pressione.

13.2.3 Le dighe

Una diga deve resistere alla pressione dell'acqua che trattiene, e questa pressione cresce con la profondità. In un bacino profondo 40 m la pressione relativa vale $9{,}8 \times 10^4$ Pa a 10 m di profondità e $3{,}9 \times 10^5$ Pa alla base: quattro volte tanto. Per questo le dighe a gravità hanno una sezione trapezoidale, sottile in cima e molto spessa in basso. Anche le pareti dei serbatoi e degli acquari sono rinforzate nella parte inferiore.

La legge di Stevino ci dice anche che cosa *non* conta: la lunghezza del lago. La pressione sulla diga alla profondità di 30 m è la stessa sia che dietro di essa ci sia un bacino lungo 100 m sia che ci sia un lago lungo 10 km. Conta solo quanto è profonda l'acqua.

COLLEGAMENTI

In laboratorio: la pressione cresce con la profondità

Materiali. Un cilindro trasparente alto almeno 40 cm pieno d'acqua; una **capsula manometrica** (un piccolo imbuto chiuso da una membrana di gomma) collegata con un tubicino a un manometro a U contenente acqua colorata; un righello o un metro a nastro (sensibilità 1 mm).

Procedimento. Immergi la capsula alla profondità h, misurata dalla superficie libera al centro della membrana. La pressione dell'acqua deforma la membrana e comprime l'aria nel tubicino: nel manometro si forma un dislivello Δh. Ripeti per sei profondità. Poi, tenendo fissa la profondità, ruota la capsula in modo che la membrana guardi in alto, di lato e in basso, e osserva il dislivello.

Tabella 13.1 Dati raccolti da un gruppo di studenti (incertezza su h e su Δh: ± 0,2 cm).

h (cm)	5,0	10,0	15,0	20,0	25,0	30,0
Δh (cm)	4,8	9,9	14,7	19,8	24,6	29,8
$\Delta h/h$	0,96	0,99	0,98	0,99	0,98	0,99

Che cosa concludere. Il manometro contiene lo stesso liquido del cilindro, quindi il dislivello Δh misura direttamente la pressione relativa: $p_{\text{rel}} = d\,g\,\Delta h$. Δh cresce in proporzione a h, e la rotazione della capsula non cambia il dislivello: la pressione dipende solo dalla profondità e non dalla direzione. **Sicurezza:** asciuga subito l'acqua versata sul pavimento.

Per la relazione. Riporta Δh in funzione di h in un grafico con le barre d'errore e ricava la pendenza: quale valore ti aspetti, visto che manometro e cilindro contengono lo stesso liquido? Nelle conclusioni discuti lo scostamento dal valore atteso: la membrana di gomma, per deformarsi, richiede a sua volta una piccola pressione, e questo tende a rendere il dislivello un po' minore della profondità. I tuoi dati lo mostrano?

ESEMPIO SVOLTO

Analisi dei dati della capsula manometrica

Problema. Con i dati della Tabella 13.1: a) verifica che Δh è direttamente proporzionale a h; b) calcola la pressione relativa alla profondità di 30,0 cm; c) spiega perché Δh è sempre un po' minore di h.

Soluzione. a) I rapporti $\Delta h/h$ vanno da 0,96 a 0,99: sono costanti entro le incertezze (con $h = 5{,}0$ cm l'incertezza relativa è grande, circa l'8% sul rapporto). Il loro valore medio è circa 0,98. Il rapporto costante e il grafico di Δh in funzione di h, una retta per l'origine con pendenza circa 0,99, indicano una proporzionalità diretta.

b) $p_{\text{rel}} = d\,g\,\Delta h = 1000\ \text{kg/m}^3 \times 9{,}8\ \text{N/kg} \times 0{,}298\ \text{m} \approx 2{,}92 \times 10^3\ \text{Pa}$. Il valore previsto dalla legge di Stevino, $d\,g\,h = 1000 \times 9{,}8 \times 0{,}300\ \text{Pa} = 2{,}94 \times 10^3\ \text{Pa}$, è vicinissimo.

c) La membrana di gomma è elastica: per deformarsi «assorbe» una piccola parte della differenza di pressione, che non arriva al manometro. È un errore sistematico, nel senso del capitolo 4: sposta tutte le misure nello stesso verso. Una membrana più morbida lo riduce.

13.3 I vasi comunicanti

13.3.1 Un solo liquido: lo stesso livello

Si chiamano **vasi comunicanti** due o più recipienti collegati fra loro alla base, in modo che un liquido possa passare dall'uno all'altro. Il paradosso idrostatico ci ha già mostrato la loro proprietà fondamentale: **se contengono un solo liquido, in equilibrio le superfici libere si dispongono alla stessa altezza**, qualunque sia la forma dei recipienti, purché tutte le superfici libere siano alla stessa pressione (per esempio, siano tutte aperte all'aria).

Il principio dei vasi comunicanti ha molte applicazioni.

- **Gli acquedotti.** L'acqua viene portata in un serbatoio posto in alto, su una collina o su una torre. Il serbatoio e le tubature della città formano un grande sistema di vasi comunicanti: l'acqua può arrivare ai rubinetti dei piani che stanno sotto il livello del serbatoio, e la pressione al rubinetto è tanto maggiore quanto più il rubinetto è in basso rispetto al livello dell'acqua nel serbatoio. Per i palazzi molto alti servono pompe.
- **La livella ad acqua.** Un lungo tubo trasparente pieno d'acqua, con le estremità aperte, permette ai muratori di riportare la stessa quota da una parete all'altra di una stanza, anche quando fra le due non c'è una linea di vista: i livelli dell'acqua alle due estremità sono sempre alla stessa altezza.
- **Gli indicatori di livello** di caldaie e serbatoi: un tubo di vetro collegato al recipiente mostra all'esterno lo stesso livello del liquido che sta all'interno.

13.3.2 Due liquidi che non si mescolano

Che cosa succede se in un tubo a U mettiamo due liquidi **non miscibili**, cioè che non si mescolano, come acqua e olio oppure acqua e mercurio? Ora i livelli **non** sono più uguali: il liquido meno denso sale più in alto.

Per trovare la relazione fra le altezze ragioniamo sulla Figura 13.4. Nel ramo sinistro c'è acqua sopra il mercurio; la loro superficie di separazione è nel punto A. Tracciamo l'orizzontale per A e chiamiamo B il punto in cui essa incontra il ramo destro. Fra A e B c'è soltanto mercurio, un unico liquido continuo: quindi A e B, che sono alla stessa quota, hanno la stessa pressione. Applichiamo la legge di Stevino a ciascun ramo, a partire dalla rispettiva superficie libera, entrambe alla pressione atmosferica:

$$p_A = p_{atm} + d_1 g\, h_1 \qquad p_B = p_{atm} + d_2 g\, h_2$$

Uguagliando, p_{atm} e g si semplificano e resta:

$$d_1 h_1 = d_2 h_2 \quad \text{ovvero} \quad \frac{h_1}{h_2} = \frac{d_2}{d_1}$$

Le altezze dei due liquidi, **misurate a partire dal livello della superficie di separazione**, sono **inversamente proporzionali alle densità**. Nella figura il mercurio (13 546 kg/m^3) è circa 13,5 volte più denso dell'acqua: 2,00 cm di mercurio equilibrano 27,1 cm d'acqua. Questa relazione offre un metodo semplice per misurare la densità di un liquido, confrontandolo con l'acqua.

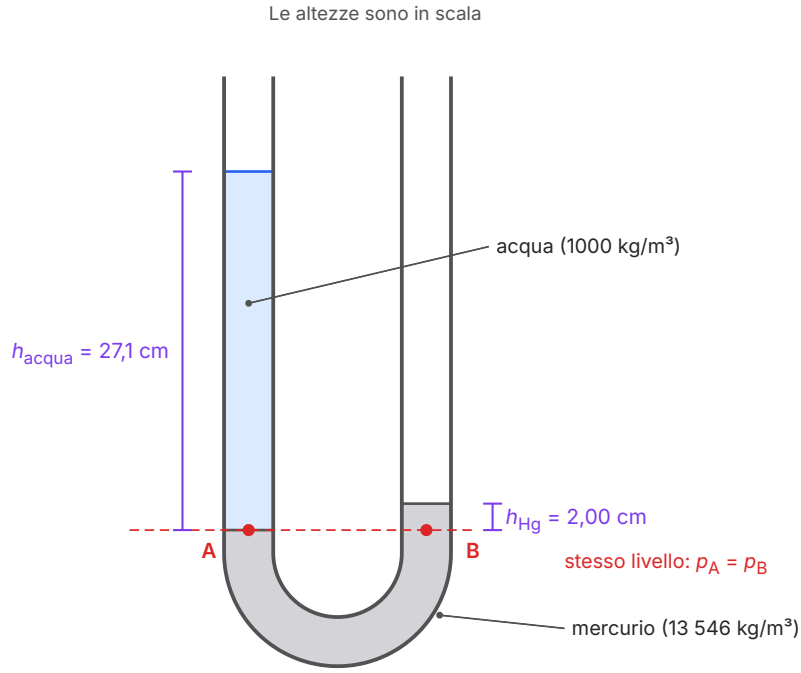


Figura 13.4 Tubo a U con acqua e mercurio, disegnato in scala. Nei punti A (superficie di separazione) e B, alla stessa quota e nello stesso liquido (il mercurio), la pressione è la stessa; perciò $d_{acqua}\,h_{acqua} = d_{Hg}\,h_{Hg}$: 27,1 cm d'acqua equilibrano 2,00 cm di mercurio (densità a 20 °C della Tabella 2.4).

ESEMPIO SVOLTO

La densità di un olio con il tubo a U

Problema. In un tubo a U contenente acqua si versa dell'olio nel ramo destro. All'equilibrio la colonna d'olio, misurata dalla superficie di separazione olio-acqua fino alla superficie libera dell'olio, è alta 12,0 cm; nel ramo sinistro la superficie libera dell'acqua si trova 10,4 cm sopra il livello della superficie di separazione. Qual è la densità dell'olio?

Soluzione. Al livello della superficie di separazione la pressione è la stessa nei due rami, quindi $d_{olio}\,h_{olio} = d_{acqua}\,h_{acqua}$. Ricaviamo la formula inversa:

$$d_{olio} = d_{acqua}\,\frac{h_{acqua}}{h_{olio}} = 1000\ \text{kg/m}^3 \times \frac{10{,}4\ \text{cm}}{12{,}0\ \text{cm}} \approx 867\ \text{kg/m}^3$$

Le altezze compaiono in un rapporto, quindi possono restare in centimetri. **Controllo.** L'olio è meno denso dell'acqua e infatti la sua colonna è più alta; il risultato è plausibile per un olio (l'olio d'oliva della Tabella 2.4 ha circa 910 kg/m^3).

Attenzione: nel tubo a U con due liquidi le altezze h_1 e h_2 si misurano dal livello della **superficie di separazione**, non dal fondo del tubo. Sotto quel livello, nei due rami c'è lo stesso liquido alla stessa quota, e il suo contributo alla pressione è identico: non va contato. Un'altra trappola è applicare l'uguaglianza delle pressioni a due punti alla stessa quota ma in liquidi diversi (per esempio, un punto nell'acqua e uno nel mercurio sopra il livello di A): lì le pressioni sono diverse.

13.4 La pressione atmosferica

13.4.1 Anche l'aria pesa

L'aria è un fluido, e come ogni fluido ha una massa e quindi un peso. Un metro cubo d'aria a 20 °C ha una massa di circa 1,2 kg (Tabella 2.4): l'aria di un'aula di 200 m^3 ha una massa di circa 240 kg. Il peso dell'aria che sta sopra di noi, distribuito sulla superficie terrestre, produce la **pressione atmosferica**. Al livello del mare vale, in media, circa $1{,}013 \times 10^5$ Pa: su ogni metro quadrato della superficie terrestre grava il peso di circa 10 tonnellate d'aria.

Perché allora non ne siamo schiacciati? Perché la pressione atmosferica, come ogni pressione in un fluido, agisce in tutte le direzioni: preme sul tetto di una casa dall'alto, ma anche dal basso, attraverso l'aria che sta dentro la casa. Lo stesso vale per il nostro corpo, i cui fluidi interni sono alla stessa pressione dell'esterno. Gli effetti della pressione atmosferica diventano evidenti solo quando si crea una *differenza* di pressione fra due lati di una superficie.

Per secoli si era pensato, sulla scia di Aristotele, che la natura «abbia orrore del vuoto» e che per questo l'acqua salga nelle pompe aspiranti. Ma i fontanieri sapevano che una pompa aspirante non riesce a sollevare l'acqua oltre i dieci metri circa, e questo limite era inspiegabile. La risposta arrivò nel 1644.

13.4.2 L'esperienza di Torricelli

Evangelista Torricelli (1608–1647), che negli ultimi mesi di vita di Galileo aveva lavorato al suo fianco e poi gli era succeduto come matematico del granduca di Toscana, propose un esperimento che è diventato uno dei più famosi della storia della fisica: l'**esperienza di Torricelli** (Figura 13.5). Si riempie completamente di mercurio un tubo di vetro lungo circa un metro, chiuso a un'estremità; si tappa con un dito l'estremità aperta, si capovolge il tubo e lo si immerge in una vaschetta piena anch'essa di mercurio; infine si toglie il dito.

Il mercurio scende nel tubo, ma non si svuota del tutto: si ferma quando la colonna è alta circa **760 mm** sopra la superficie del mercurio nella vaschetta. Nella parte alta del tubo resta uno spazio in cui non c'è aria: il **vuoto torricelliano**, che contiene soltanto una piccolissima quantità di vapore di mercurio a una pressione trascurabile.

Perché il mercurio si ferma proprio lì? Ragioniamo come per i vasi comunicanti. Consideriamo due punti alla quota della superficie libera nella vaschetta: uno sulla superficie, dove la

pressione è p_{atm}, e uno dentro il tubo alla stessa quota. Sono nello stesso liquido alla stessa quota, quindi hanno la stessa pressione. Ma nel tubo la pressione a quella quota è dovuta solo alla colonna di mercurio, perché sopra c'è il vuoto ($p_0 \approx 0$). Dunque:

$$p_{\text{atm}} = d_{\text{Hg}} g\, h$$

La pressione atmosferica sostiene la colonna di mercurio: l'aria che preme sulla vaschetta equilibra il peso del mercurio nel tubo. Il mercurio a 0 °C ha densità $1{,}36 \times 10^4$ kg/m^3 (a 20 °C, come nella Tabella 2.4, è un po' minore); con $h = 0{,}760$ m:

$$p_{\text{atm}} = 1{,}36 \times 10^4 \text{ kg/m}^3 \times 9{,}8 \text{ N/kg} \times 0{,}760 \text{ m} \approx 1{,}01 \times 10^5 \text{ Pa}$$

Se si inclina il tubo, il mercurio sale e occupa una lunghezza maggiore, ma il **dislivello verticale** fra le due superfici resta 760 mm: la legge di Stevino contiene la profondità, non la lunghezza della colonna. E se il tubo è più corto di 760 mm, il mercurio lo riempie tutto e il vuoto non si forma.

Perché Torricelli usò il mercurio? Perché è il liquido più denso disponibile. Con l'acqua, circa 13,6 volte meno densa, la colonna dovrebbe essere alta

$$h = \frac{p_{\text{atm}}}{d_{\text{acqua}}\, g} = \frac{1{,}013 \times 10^5 \text{ Pa}}{1000 \text{ kg/m}^3 \times 9{,}8 \text{ N/kg}} \approx 10{,}3 \text{ m}$$

un tubo poco pratico, alto come un palazzo di tre piani. Ecco anche la spiegazione del limite delle pompe aspiranti: una pompa che toglie l'aria sopra l'acqua di un pozzo non «aspira» l'acqua; è la pressione atmosferica che la spinge su, e può sostenere al massimo una colonna d'acqua di circa 10 m.

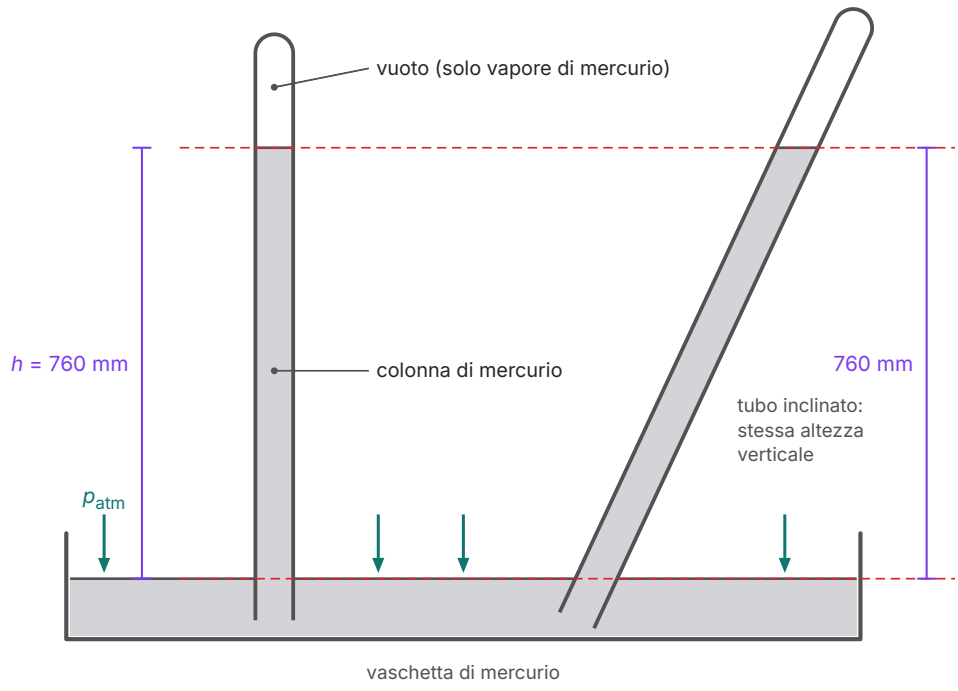


Figura 13.5 L'esperienza di Torricelli, in scala. La pressione atmosferica, che agisce sulla superficie del mercurio nella vaschetta, sostiene nel tubo una colonna di mercurio alta 760 mm (al livello del mare, a 0 °C); sopra la colonna resta il vuoto torricelliano. Nel tubo inclinato il mercurio occupa una lunghezza maggiore, ma il dislivello verticale è lo stesso.

APPROFONDIMENTO

Da Firenze al Puy de Dôme

Torricelli descrisse il suo esperimento in una lettera del 1644 all'amico Michelangelo Ricci, in cui scrisse che «noi viviamo sommersi nel fondo d'un pelago d'aria elementare»: come i pesci sul fondo del mare sono premuti dall'acqua, noi siamo premuti dall'aria. Se davvero è il peso dell'aria a sostenere il mercurio, allora salendo in montagna, con meno aria sopra di sé, la colonna dovrebbe accorciarsi.

Il filosofo e matematico francese Blaise Pascal (1623–1662) colse l'importanza di questa previsione e chiese al cognato Florin Périer, che viveva a Clermont, in Alvernia, di verificarla. Nel settembre 1648 Périer misurò l'altezza della colonna di mercurio ai piedi del Puy de Dôme e poi sulla sua cima, circa mille metri più in alto: in cima la colonna era più bassa di circa 8 cm. Una previsione numerica controllata da una misura: un esempio perfetto del metodo sperimentale del capitolo 1. Anche in ricordo di questi studi l'unità SI della pressione porta il nome di Pascal.

13.4.3 La pressione diminuisce con l'altitudine

L'esperimento di Périer mostra che la pressione atmosferica diminuisce salendo di quota: più si sale, meno aria resta sopra di noi. Si potrebbe pensare di calcolare questa diminuzione con la legge di Stevino, come nei liquidi. Ma qui c'è una differenza essenziale: l'aria è un gas e, a differenza dei liquidi, è **comprimibile**. Gli strati bassi sono schiacciati dal peso di quelli superiori e sono più densi; salendo l'aria diventa sempre più rarefatta.

Per questo la pressione atmosferica **non** diminuisce linearmente con l'altitudine. La Figura 13.6 mostra la curva calcolata con il modello di atmosfera standard usato in aeronautica, confrontata con la retta che si otterrebbe se l'aria avesse ovunque la densità che ha al livello del mare. La retta arriverebbe a zero poco sopra gli 8 km, cioè sotto la cima dell'Everest; la curva reale scende sempre più lentamente, perché l'aria in alto pesa poco. Secondo il modello, la pressione si dimezza a circa 5,5 km di quota e in cima all'Everest è circa un terzo di quella al livello del mare. Nei primi cento metri, invece, la variazione è quasi lineare: circa 1 hPa ogni 8 m di salita, utile per stime veloci.

La pressione atmosferica cambia anche da un giorno all'altro, per i movimenti delle masse d'aria. Le carte meteorologiche riportano le *isobare*, linee che uniscono i luoghi con la stessa pressione riportata al livello del mare: le zone di alta pressione (anticicloni) sono di solito associate a bel tempo stabile, quelle di bassa pressione (depressioni o cicloni) a tempo perturbato.

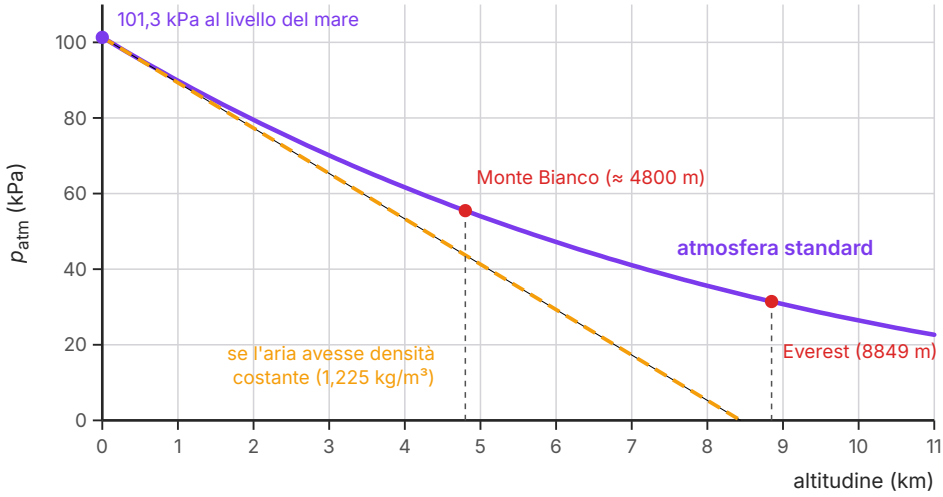


Figura 13.6 La pressione atmosferica in funzione dell'altitudine secondo il modello di atmosfera standard usato in aeronautica (linea continua, calcolata con l'equazione del modello fino a 11 km). La retta tratteggiata è ciò che si otterrebbe con la legge di Stevino se l'aria avesse ovunque la densità che ha al livello del mare a 15 °C: arriverebbe a zero a circa 8,4 km. La curva reale scende sempre più lentamente perché l'aria in quota è meno densa. Valori del modello: circa 55 kPa a 4800 m, circa 31 kPa a 8849 m.

APPROFONDIMENTO

Gli emisferi di Magdeburgo

Otto von Guericke (1602–1686), borgomastro di Magdeburgo, costruì una delle prime pompe per estrarre l'aria dai recipienti. Nel 1654, a Ratisbona, presentò i suoi esperimenti sul vuoto davanti alla dieta imperiale. Il più celebre, ripetuto da Guericke in diverse occasioni negli anni seguenti, è quello degli emisferi: Guericke unì due emisferi di rame cavi, semplicemente accostati lungo i bordi, ed estrasse l'aria dal loro interno. A quel punto gli emisferi non si potevano più separare, mentre bastava far rientrare l'aria perché si staccassero da soli. Nel suo libro del 1672, Guericke descrisse anche le dimostrazioni in cui due squadre di cavalli tiravano gli emisferi in versi opposti senza riuscire a separarli.

Che cosa teneva uniti gli emisferi? Non una misteriosa «forza del vuoto», ma la pressione dell'aria esterna, non più equilibrata da quella interna. La forza necessaria per separarli è pari alla differenza di pressione moltiplicata per l'area del *cerchio* lungo cui gli emisferi si toccano (non per l'area della superficie curva): con un diametro di qualche decina di centimetri, si arriva a migliaia o decine di migliaia di newton (vedi l'esercizio 29).

13.5 Unità di misura e strumenti

13.5.1 Le unità della pressione

L'unità SI della pressione è il pascal (1 Pa = 1 N/m^2), ma l'esperienza di Torricelli e le esigenze pratiche hanno lasciato in uso diverse altre unità (Tabella 13.2).

- L'**atmosfera** (atm) è stata scelta come valore tipico della pressione atmosferica al livello del mare ed è definita esattamente: **1 atm = 101 325 Pa**. Corrisponde alla pressione di una colonna di mercurio alta 760 mm a 0 °C, con un valore standard di g.
- Il **millimetro di mercurio** (mmHg) è la pressione esercitata da una colonna di mercurio alta 1 mm: 1 mmHg ≈ 133,3 Pa, quindi 1 atm = 760 mmHg. Il **torr**, chiamato così in onore di Torricelli, è definito come 1/760 di atmosfera e differisce dal mmHg per meno di una parte su un milione. Il mmHg si usa ancora in medicina.
- Il **bar** vale esattamente 10^5 Pa, un valore molto vicino a 1 atm. Si usa per pneumatici, bombole, impianti; il *millibar* (mbar) è un millesimo di bar.
- L'ettopascal (hPa), già incontrato nel capitolo 12, vale 100 Pa ed è l'unità dei meteorologi: la pressione atmosferica normale è 1013,25 hPa. Poiché 1 hPa = 100 Pa = 1 mbar, i valori in ettopascal e in millibar coincidono.

Tabella 13.2 Le principali unità di misura della pressione.

Unità	Simbolo	Valore in pascal	Dove si usa
pascal	Pa	1	unità SI
ettopascal (= millibar)	hPa (mbar)	100	meteorologia
chilopascal	kPa	1000	tecnica, scienze
bar	bar	100 000	pneumatici, bombole, subacquea
atmosfera	atm	101 325 (esatto)	chimica, subacquea
millimetro di mercurio; torr	mmHg; torr	≈ 133,3	medicina; tecnica del vuoto

Per convertire si usano i fattori di conversione del capitolo 2. Per esempio, una pressione di 980 hPa è 980 × 100 Pa = 9,80 × 10^4 Pa; in atmosfere, 9,80 × 10^4 Pa / 101 325 Pa/atm ≈ 0,967 atm; in mmHg, 0,967 × 760 mmHg ≈ 735 mmHg.

13.5.2 I barometri

Gli strumenti che misurano la pressione atmosferica si chiamano **barometri**. Il tubo di Torricelli è il primo di essi: il **barometro a mercurio** è un tubo come quello della Figura 13.5 con

una scala graduata accanto, che permette di leggere l'altezza della colonna. È preciso, ma è fragile, ingombrante e contiene mercurio, che è tossico: oggi è stato quasi ovunque sostituito.

Il **barometro aneroide** («senza liquido») contiene una capsula metallica sottile e ondulata, da cui è stata tolta gran parte dell'aria. Quando la pressione esterna aumenta, la capsula si schiaccia un poco; quando diminuisce, si rigonfia. Un sistema di leve amplifica queste piccole deformazioni e muove un indice su un quadrante tarato in hPa. Gli *altimetri* di aerei ed escursionisti sono barometri aneroidi (o elettronici) con la scala tarata in metri di quota, sfruttando la relazione della Figura 13.6. Poiché la pressione cambia anche con il tempo meteorologico, un altimetro va ricalibrato periodicamente a una quota nota.

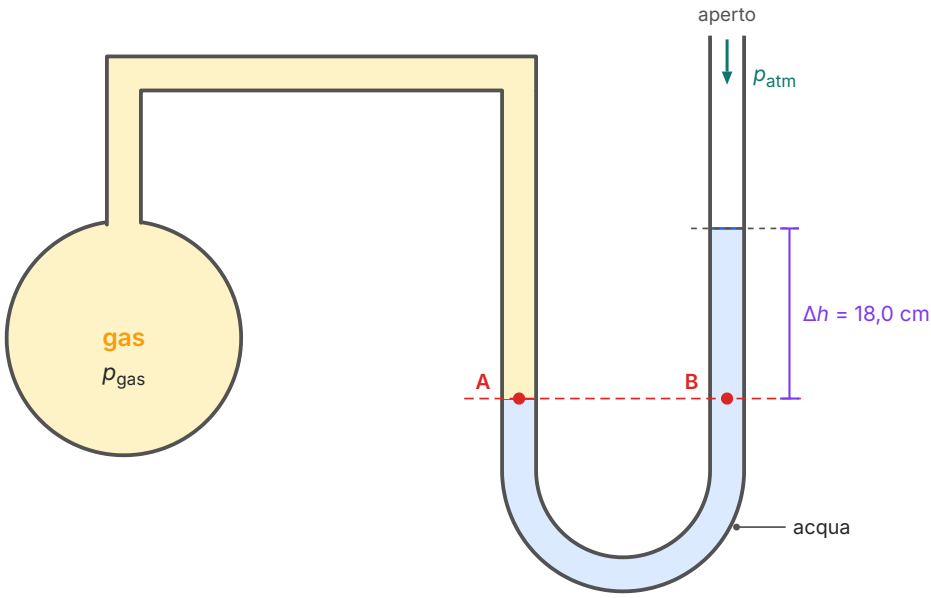
13.5.3 Il manometro a tubo aperto

Per misurare la pressione di un gas chiuso in un recipiente si usa un **manometro**. Il più semplice è il **manometro a tubo aperto**: un tubo a U contenente un liquido (acqua o mercurio), con un ramo collegato al recipiente e l'altro aperto all'aria (Figura 13.7).

Se la pressione del gas è uguale a quella atmosferica, il liquido sta allo stesso livello nei due rami. Se è maggiore, il liquido viene spinto verso il ramo aperto, che si trova più in alto di un dislivello Δh. Consideriamo il punto A, sulla superficie del liquido nel ramo collegato al gas, e il punto B alla stessa quota nel ramo aperto: sono nello stesso liquido alla stessa quota, quindi $p_A = p_B$. Ma p_A è la pressione del gas, mentre p_B, per la legge di Stevino, vale $p_{atm} + d\,g\,\Delta h$. Quindi:

$$p_{gas} = p_{atm} + d\,g\,\Delta h$$

Il dislivello misura la pressione relativa del gas: $p_{rel} = d\,g\,\Delta h$. Se invece il liquido nel ramo aperto sta più in basso, la pressione del gas è *minore* di quella atmosferica, e nella formula Δh va preso con il segno meno. Con l'acqua il manometro è sensibile a piccole differenze di pressione; con il mercurio, 13,6 volte più denso, misura differenze più grandi senza tubi troppo lunghi.



$$p_A = p_B \Rightarrow p_{gas} = p_{atm} + d\,g\,\Delta h$$

Figura 13.7 Manometro ad acqua a tubo aperto collegato a un pallone di gas. I punti A e B sono alla stessa quota nello stesso liquido, quindi hanno la stessa pressione: $p_{gas} = p_{atm} + d\,g\,\Delta h$. Il dislivello di 18,0 cm (in scala) è quello dell'esempio svolto.

ESEMPIO SVOLTO

La pressione del gas in un pallone

Problema. Un pallone di vetro pieno di gas è collegato a un manometro ad acqua a tubo aperto. Nel ramo aperto l'acqua è 18,0 cm più in alto che nel ramo collegato al pallone; il barometro dell'aula segna 1013 hPa. Calcola la pressione relativa e la pressione assoluta del gas.

Soluzione. Il liquido è più alto nel ramo aperto, quindi il gas ha una pressione maggiore di quella atmosferica. Pressione relativa: $p_{rel} = d\,g\,\Delta h = 1000\ \text{kg/m}^3 \times 9{,}8\ \text{N/kg} \times 0{,}180\ \text{m} \approx 1{,}76 \times 10^3$ Pa. Pressione assoluta: $p_{gas} = 1013\ \text{hPa} + 17{,}6\ \text{hPa} \approx 1031\ \text{hPa} = 1{,}031 \times 10^5$ Pa.

Controllo. La pressione del gas supera quella atmosferica di meno del 2%: un manometro ad acqua rivela differenze di pressione piccolissime, che un barometro aneroide da casa faticherebbe a distinguere.

COLLEGAMENTI

La pressione del sangue

Quando il medico misura la pressione arteriosa con lo *sfigmomanometro*, il risultato è espresso in millimetri di mercurio ed è una **pressione relativa**: un valore massimo di 120 mmHg significa che durante la contrazione del cuore il sangue nelle arterie del braccio ha una pressione di 120 mmHg (circa $1{,}6 \times 10^4$ Pa) superiore a quella atmosferica. I valori di riferimento, che variano da persona a persona, sono stabiliti dalla medicina.

La legge di Stevino spiega perché il bracciale va tenuto all'altezza del cuore. Il sangue è un liquido di densità circa 1060 kg/m^3: in una persona in piedi, nei vasi dei piedi, circa 1,2 m sotto il cuore, la pressione è maggiore di $d\,g\,h \approx 1{,}2 \times 10^4$ Pa, cioè di circa 90 mmHg. Misurata sulla caviglia o sul braccio alzato sopra la testa, la pressione darebbe valori molto diversi.

13.6 La pressione atmosferica nella vita quotidiana

Molti fenomeni di tutti i giorni si spiegano con una differenza fra la pressione atmosferica e una pressione più bassa. In tutti la regola è la stessa: **un fluido spinge sempre dalla zona a pressione maggiore verso quella a pressione minore**. Il vuoto non attira niente; è l'aria esterna che spinge.

- **La cannuccia.** Quando beviamo con una cannuccia, con i muscoli della bocca e del torace allarghiamo la cavità orale e la pressione dell'aria al suo interno diventa un po' più bassa di quella atmosferica. La pressione atmosferica, che agisce sulla superficie libera della bibita nel bicchiere, spinge allora il liquido su per la cannuccia. Per sollevare una bibita (densità circa quella dell'acqua) di 15 cm basta abbassare la pressione nella bocca di $d\,g\,h \approx 1{,}5 \times 10^3$ Pa, circa l'1,5% della pressione atmosferica. Con una cannuccia lunga 11 metri, invece, non si berrebbe neppure creando il vuoto perfetto in bocca.
- **Le ventose.** Premendo una ventosa di gomma contro una superficie liscia si espelle gran parte dell'aria che c'è sotto; quando la gomma tende a tornare alla sua forma, il volume sotto la ventosa aumenta e la pressione dell'aria rimasta diventa minore di quella atmosferica. È la pressione atmosferica esterna, che agisce sul dorso della ventosa, a tenerla premuta sulla superficie. Basta sollevare il bordo e far entrare l'aria perché la ventosa si stacchi senza sforzo.
- **La siringa.** Tirando lo stantuffo di una siringa con l'ago immerso in un liquido, il volume all'interno aumenta e la pressione si abbassa; la pressione atmosferica, agendo sulla superficie del liquido nel contenitore, lo spinge dentro la siringa. Per lo stesso motivo una siringa non riesce a «tirare su» l'acqua di un pozzo profondo più di una decina di metri.
- **Il bicchiere capovolto.** Un bicchiere pieno d'acqua, coperto con un cartoncino e capovolto, non si svuota: la pressione atmosferica che agisce dal basso sul cartoncino è molto maggio-

re della pressione dovuta ai pochi centimetri d'acqua sopra di esso.

ERRORE FREQUENTE

«Il vuoto risucchia» oppure «la bocca aspira la bibita con una forza»: sono espressioni comuni ma sbagliate dal punto di vista fisico. Una zona a bassa pressione non esercita alcuna forza di attrazione; semplicemente, non spinge abbastanza da equilibrare la pressione dall'altra parte. Nella cannuccia, nella siringa e nella ventosa la forza che muove il liquido o tiene ferma la gomma è sempre quella esercitata dall'aria esterna, a pressione maggiore. Ricordalo anche nelle risposte agli esercizi: chi spinge è l'atmosfera.

IN SINTESI

Pressione idrostatica: $p_{\text{idr}} = d\,g\,h$, la pressione dovuta al peso di una colonna di liquido profonda h.

Legge di Stevino: $p = p_0 + d\,g\,h$: la pressione cresce linearmente con la profondità sotto la superficie libera e non dipende dalla forma del recipiente.

Pressione relativa: $p_{\text{rel}} = p - p_{\text{atm}}$: di quanto la pressione supera quella dell'atmosfera.

Vasi comunicanti con due liquidi: $d_1\,h_1 = d_2\,h_2$: le altezze sopra la superficie di separazione sono inversamente proporzionali alle densità.

Torricelli: $p_{\text{atm}} = d_{\text{Hg}}\,g\,h$, con $h \approx 760$ mm al livello del mare; 1 atm = 101 325 Pa = 760 mmHg = 1013,25 hPa.

Manometro a tubo aperto: $p_{\text{gas}} = p_{\text{atm}} + d\,g\,\Delta h$: il dislivello misura la pressione relativa del gas.

SINTESI

- In un liquido in equilibrio la pressione cresce con la profondità a causa del peso del liquido sovrastante: la pressione idrostatica vale $d\,g\,h$.
- Legge di Stevino: $p = p_0 + d\,g\,h$, con h misurata dalla superficie libera verso il basso; è una dipendenza lineare, non una proporzionalità diretta.
- Tutti i punti di uno stesso liquido in quiete alla stessa profondità hanno la stessa pressione, che agisce in tutte le direzioni.
- La pressione assoluta si misura rispetto al vuoto; la pressione relativa è la differenza rispetto alla pressione atmosferica.
- Paradosso idrostatico: la pressione sul fondo non dipende dalla forma del recipiente né dalla quantità di liquido, ma solo dalla profondità.
- In acqua la pressione aumenta di circa 1 atm ogni 10 m di profondità; per questo le dighe sono più spesse alla base.
- Nei vasi comunicanti un solo liquido si porta allo stesso livello; con due liquidi non miscibili vale $d_1 h_1 = d_2 h_2$ dal livello della superficie di separazione.
- L'aria ha un peso: al livello del mare la pressione atmosferica vale circa $1{,}013 \times 10^5$ Pa.
- Nell'esperienza di Torricelli (1644) la pressione atmosferica sostiene una colonna di mercurio alta circa 760 mm; una colonna d'acqua sarebbe alta circa 10,3 m.
- La pressione atmosferica diminuisce con l'altitudine, ma non linearmente, perché l'aria è comprimibile (Puy de Dôme, 1648).
- Unità: 1 atm = 101 325 Pa = 760 mmHg = 1013,25 hPa; 1 bar = 10^5 Pa; 1 hPa = 1 mbar = 100 Pa.
- Barometri (a mercurio, aneroidi) misurano la pressione atmosferica; il manometro a tubo aperto misura la pressione relativa di un gas; cannucce, ventose e siringhe funzionano perché l'aria esterna spinge.

ESERCIZI

Comprendere e ricordare

1. ● Nella legge di Stevino $p = p_0 + d\,g\,h$, la grandezza h è:

   A. l'altezza del punto misurata dal fondo del recipiente

   B. la profondità del punto sotto la superficie libera

   C. l'altezza totale del recipiente

   D. l'altezza della colonna d'aria sopra il liquido

2. ● La pressione relativa alla profondità di 5,0 m in acqua dolce vale:
   - **A.** $4{,}9 \times 10^3$ Pa
   - **B.** $1{,}5 \times 10^5$ Pa
   - **C.** $5{,}0 \times 10^3$ Pa
   - **D.** $4{,}9 \times 10^4$ Pa

3. ● Tre recipienti di forma diversa, con il fondo della stessa area, contengono acqua fino alla stessa altezza. La pressione sul fondo è:
   - **A.** maggiore nel recipiente più largo in alto
   - **B.** maggiore nel recipiente che contiene più acqua
   - **C.** uguale in tutti e tre
   - **D.** maggiore nel recipiente più stretto

4. ●● In un tubo a U contenente acqua si versa dell'olio in un ramo. All'equilibrio, la superficie libera dell'olio è:
   - **A.** più in alto di quella dell'acqua nell'altro ramo
   - **B.** allo stesso livello di quella dell'acqua
   - **C.** più in basso di quella dell'acqua
   - **D.** più alta o più bassa a seconda della sezione dei rami

5. ● Nell'esperienza di Torricelli, al livello del mare, la colonna di mercurio è alta circa:
   - **A.** 76 mm
   - **B.** 760 mm
   - **C.** 1013 mm
   - **D.** 10,3 m

6. ● Una pressione di 1 atm corrisponde a:
   - **A.** 1013,25 hPa
   - **B.** 1000 Pa
   - **C.** 760 Pa
   - **D.** 10^5 hPa

7. ●● Si riesce a bere con una cannuccia perché:
   - **A.** la bocca esercita sul liquido una forza di attrazione
   - **B.** il vuoto creato nella bocca risucchia il liquido
   - **C.** la pressione atmosferica sulla bibita spinge il liquido verso la bocca, dove la pressione è minore
   - **D.** nella cannuccia il liquido pesa meno

8. ●● Salendo di quota, la pressione atmosferica:
   A. diminuisce linearmente, come prevede la legge di Stevino
   B. resta costante fino a 10 km
   C. aumenta, perché ci si avvicina al Sole
   D. diminuisce, sempre più lentamente, perché l'aria in alto è meno densa

9. ●● Un manometro ad acqua a tubo aperto è collegato a un recipiente di gas; nel ramo aperto l'acqua è 12 cm più in alto che nel ramo collegato al gas. La pressione del gas:
   A. è minore di quella atmosferica di circa 1,2 kPa
   B. è maggiore di quella atmosferica di circa 1,2 kPa
   C. è uguale a quella atmosferica
   D. è maggiore di quella atmosferica di circa 12 Pa

Vero o falso

10. ●● In un lago, la pressione assoluta a 2 m di profondità è il doppio di quella a 1 m di profondità. V / F

11. ● In un liquido in quiete, due punti dello stesso liquido alla stessa profondità hanno la stessa pressione. V / F

12. ● Al livello del mare, un barometro ad acqua richiederebbe un tubo alto più di 10 m. V / F

13. ●● La forza che tiene attaccata una ventosa al vetro è esercitata dal vuoto che si forma sotto di essa. V / F

14. ● Se il manometro di uno pneumatico indica 2,0 bar, la pressione assoluta dell'aria nella gomma è circa 3,0 bar. V / F

Applicare

15. ● Una piscina è profonda 2,0 m. Calcola la pressione relativa e la pressione assoluta sul fondo ($p_0 = 1{,}013 \times 10^5$ Pa).

16. ● Converti: a) 750 mmHg in Pa e in hPa; b) 0,50 atm in Pa; c) 2,5 bar in atm; d) 980 hPa in atm.

17. ● Quanto deve essere alta una colonna d'acqua per esercitare sulla sua base una pressione idrostatica di $1{,}0 \times 10^4$ Pa?

18. ●● Usa il grafico della Figura 13.2. a) Leggi la pressione assoluta a 10 m di profondità. b) A quale profondità la pressione assoluta è il doppio di quella in superficie? c) Quanto vale la pendenza delle due rette, con la sua unità? Confronta le letture con il calcolo.

19. ● In un tubo a U contenente acqua si versa un olio: la colonna d'olio, alta 15,0 cm sopra la superficie di separazione, equilibra 12,9 cm d'acqua. Calcola la densità dell'olio.

20. ● Completa: in un barometro a mercurio al livello del mare il dislivello fra le due superfici è circa _____ mm; se il tubo viene inclinato, il dislivello _____ mentre la lunghezza della colonna _____ .

21. ●● Usa il grafico della Figura 13.6. a) Leggi la pressione atmosferica a 3000 m di quota. b) A quale quota la pressione è circa la metà di quella al livello del mare? c) Di quanto sbaglierebbe, a 3000 m, chi usasse la retta tratteggiata?

22. ●● Un manometro ad acqua a tubo aperto è collegato a un recipiente; nel ramo aperto l'acqua è 8,0 cm *più in basso* che nel ramo collegato al recipiente. Se $p_{atm} = 1{,}010 \times 10^5$ Pa, quanto vale la pressione del gas?

Problemi

23. ●● Un sub si immerge in mare ($d = 1025$ kg/m^3) fino a 35 m di profondità; $p_0 = 1{,}013 \times 10^5$ Pa. a) Calcola la pressione relativa e la pressione assoluta. b) Esprimi la pressione assoluta in atmosfere. c) Quante volte è maggiore della pressione in superficie?

24. ●● Una diga trattiene un bacino d'acqua dolce profondo 30,0 m. a) Calcola la pressione relativa alle profondità di 10,0 m, 20,0 m e 30,0 m. b) Spiega perché la diga è più spessa alla base. c) La pressione alla base cambierebbe se il bacino fosse lungo il doppio, a parità di profondità?

25. ●●● Una ventosa circolare di diametro 6,0 cm è attaccata sotto un ripiano di vetro orizzontale. Sotto la ventosa è rimasta aria alla pressione di 25 kPa, mentre la pressione atmosferica è 101 kPa. Trascurando il peso della ventosa, quale massa massima si può appendere al suo gancio senza che si stacchi?

26. ●● a) Quanto dovrebbe essere alto un barometro a olio d'oliva ($d = 910$ kg/m^3) per misurare una pressione atmosferica di $1{,}013 \times 10^5$ Pa? b) In montagna un barometro a mercurio segna 600 mm: quanto vale la pressione in Pa e in hPa? Usa $d_{Hg} = 1{,}36 \times 10^4$ kg/m^3.

27. ●●● Un tubo a U con i rami della stessa sezione contiene acqua, allo stesso livello nei due rami. Nel ramo destro si versano 10,0 cm di olio ($d = 800$ kg/m^3). a) Quanto è alta, sopra il livello della superficie di separazione, la colonna d'acqua nel ramo sinistro? b) Qual è il dislivello fra la superficie libera dell'olio e quella dell'acqua? c) Di quanto si è alzato il livello dell'acqua nel ramo sinistro rispetto all'inizio?

28. ●● Un manometro a mercurio a tubo aperto è collegato a una bombola di gas: il mercurio nel ramo aperto è 25 mm più in alto che nel ramo collegato alla bombola. La pressione atmosferica è 1013 hPa. Calcola la pressione assoluta del gas in Pa ($d_{Hg} = 1{,}36 \times 10^4$ kg/m^3) e la sua pressione relativa in mmHg.

29. ●●● Due emisferi di raggio 25 cm sono accostati a formare una sfera; dall'interno si estrae l'aria finché la pressione interna è 0,10 atm. a) Quale forza bisogna applicare a ciascun emisfero, tirando in versi opposti, per separarli? (La forza dovuta alla differenza di pressione si calcola sull'area del cerchio massimo, πr^2.) b) A quale massa corrisponde un peso di quel valore? c) Perché non si usa l'area della superficie curva dell'emisfero?

30. ●●● Nel serbatoio di un acquedotto la superficie libera dell'acqua si trova 40 m sopra il livello della strada. Con l'acqua ferma nelle tubature, calcola la pressione relativa a) a un rubinetto al livello della strada; b) a un rubinetto 9,0 m sopra la strada. c) Fino a che altezza sopra la strada potrebbe arrivare l'acqua senza pompe? d) Perché, aprendo il rubinetto, la pressione misurata è un po' più bassa?

Ragionare e argomentare

31. ●●● Stima. La pressione atmosferica è dovuta al peso dell'aria. a) Stima la massa dell'aria che sta sopra un metro quadrato di superficie al livello del mare. b) Il raggio della Terra è circa $6{,}4 \times 10^6$ m: stima l'ordine di grandezza della massa dell'intera atmosfera. Spiega quali approssimazioni hai fatto.

32. ●● Trova l'errore. «Un recipiente contiene acqua fino a 60 cm di altezza. Calcolare la pressione relativa in un punto a 20 cm dal fondo. Soluzione di Luca: $p = d\,g\,h = 1000 \cdot 9{,}8 \cdot 20 = 196\,000$ Pa.» Individua i due errori e scrivi la soluzione corretta.

33. ●●● Progetta un esperimento, con materiali da laboratorio scolastico, per verificare che la pressione in un liquido dipende dalla profondità ma non dalla forma del recipiente. Indica materiali, procedimento, grandezze da misurare e che cosa ti aspetti di osservare.

PER APPROFONDIRE

- [HEW] P.G. Hewitt, *Conceptual Physics*: i capitoli sui liquidi e sui gas spiegano senza formule complicate la pressione in profondità, i vasi comunicanti, il barometro e le cannucce.
- [FEY] R.P. Feynman, R.B. Leighton, M. Sands, *La fisica di Feynman*, vol. I: la parte sull'idrostatica mostra come tutta la statica dei fluidi discenda dall'equilibrio delle forze su un elemento di fluido, lo stesso ragionamento della colonna di questo capitolo.
- [HRW] D. Halliday, R. Resnick, J. Walker, *Fondamenti di fisica*: il capitolo sui fluidi contiene molti problemi su manometri, barometri e vasi comunicanti.
- [EIN] A. Einstein, L. Infeld, *L'evoluzione della fisica*: un racconto di come le idee della fisica nascono da esperimenti decisivi, nello spirito di quelli di Torricelli e di Périer.

Glossario del capitolo

Atmosfera (unità)
Unità di pressione definita come 1 atm = 101 325 Pa; equivale a 760 mmHg e a 1013,25 hPa.

Bar
Unità di pressione pari a 10^5 Pa, vicina a 1 atm; il millibar vale 100 Pa, cioè 1 hPa.

Barometro
Strumento che misura la pressione atmosferica: a mercurio (tubo di Torricelli) o aneroide (capsula metallica che si deforma).

Capsula manometrica
Piccolo imbuto chiuso da una membrana elastica, collegato a un manometro, che si immerge in un liquido per misurare la pressione in un punto.

Esperienza di Torricelli
Esperimento del 1644 in cui la pressione atmosferica sostiene in un tubo capovolto una colonna di mercurio alta circa 760 mm.

Legge di Stevino
In un liquido in equilibrio la pressione alla profondità h è $p = p_0 + d\,g\,h$, con p_0 pressione sulla superficie libera.

Liquidi non miscibili
Liquidi che non si mescolano, come acqua e olio; in un tubo a U le loro altezze sopra la superficie di separazione soddisfano $d_1 h_1 = d_2 h_2$.

Manometro a tubo aperto
Tubo a U con un liquido, collegato da un lato a un gas e aperto dall'altro; il dislivello Δh dà la pressione relativa del gas, $d\,g\,\Delta h$.

Millimetro di mercurio
Unità di pressione (mmHg) pari alla pressione di una colonna di mercurio alta 1 mm, circa 133,3 Pa; il torr ne differisce in modo trascurabile.

Paradosso idrostatico
Fatto per cui la pressione sul fondo di recipienti con lo stesso livello di liquido è la stessa, qualunque sia la forma del recipiente e la quantità di liquido contenuta.

Pressione assoluta
Pressione misurata rispetto al vuoto, in cui la pressione è zero.

Pressione atmosferica
Pressione dovuta al peso dell'aria sovrastante; al livello del mare vale in media circa $1{,}013 \times 10^5$ Pa e diminuisce con l'altitudine.

Pressione idrostatica
Pressione dovuta al peso di un liquido sovrastante: vale $d\,g\,h$, dove h è la profondità.

Pressione relativa
Differenza fra la pressione assoluta e la pressione atmosferica, $p - p_{\text{atm}}$; è ciò che misurano manometri da pneumatico e sfigmomanometri.

Superficie libera
Superficie di separazione fra un liquido e l'aria (o un altro gas); in un liquido in equilibrio è orizzontale.

Vasi comunicanti
Recipienti collegati alla base; se contengono un solo liquido, in equilibrio le superfici libere sono alla stessa altezza.

Vuoto torricelliano
Spazio privo d'aria che si forma nella parte alta del tubo di Torricelli; contiene solo un po' di vapore di mercurio.

Soluzioni

1. B. h è la profondità, misurata verso il basso a partire dalla superficie libera.

2. D. $p_{rel} = d\,g\,h = 1000\ kg/m^3 \times 9{,}8\ N/kg \times 5{,}0\ m = 4{,}9 \times 10^4\ Pa$.

3. C. Paradosso idrostatico: la pressione sul fondo dipende solo dalla profondità, non dalla forma né dalla quantità di liquido.

4. A. Al livello della superficie di separazione $d_{olio}h_{olio} = d_{acqua}h_{acqua}$; l'olio è meno denso, quindi la sua colonna è più alta.

5. B. Circa 760 mm; 10,3 m sarebbe l'altezza di una colonna d'acqua.

6. A. 1 atm = 101 325 Pa = 1013,25 hPa.

7. C. La bocca abbassa la pressione nella cannuccia; la pressione atmosferica sulla superficie della bibita spinge il liquido verso l'alto. Il vuoto non attira nulla.

8. D. L'aria è comprimibile: in quota è meno densa e la pressione diminuisce sempre più lentamente, non linearmente.

9. B. Il liquido è più alto nel ramo aperto, quindi $p_{gas} > p_{atm}$; la differenza è $d\,g\,\Delta h = 1000 \times 9{,}8 \times 0{,}12\ Pa \approx 1{,}2 \times 10^3\ Pa = 1{,}2\ kPa$.

10. F. Raddoppia solo la pressione relativa: a 1 m $p \approx 1{,}013 \times 10^5 + 9{,}8 \times 10^3 \approx 1{,}11 \times 10^5$ Pa, a 2 m $\approx 1{,}21 \times 10^5$ Pa, appena il 9% in più.

11. V. Le superfici orizzontali in uno stesso liquido in quiete (collegato) sono superfici di uguale pressione.

12. V. $h = p_{atm}/(d\,g) = 1{,}013 \times 10^5\ Pa / (1000\ kg/m^3 \times 9{,}8\ N/kg) \approx 10{,}3\ m$.

13. F. La ventosa è premuta contro il vetro dalla pressione atmosferica esterna, maggiore di quella dell'aria rimasta sotto di essa; il vuoto non esercita forze.

14. V. Il manometro dello pneumatico misura la pressione relativa: $p \approx 2{,}0\ bar + 1{,}0\ bar = 3{,}0\ bar$.

15. $p_{rel} = d\,g\,h = 1000\ kg/m^3 \times 9{,}8\ N/kg \times 2{,}0\ m = 1{,}96 \times 10^4\ Pa \approx 2{,}0 \times 10^4\ Pa$; $p = 1{,}013 \times 10^5\ Pa + 0{,}196 \times 10^5\ Pa \approx 1{,}21 \times 10^5\ Pa$.

16. a) $750\ mmHg \times 133{,}3\ Pa/mmHg \approx 1{,}000 \times 10^5\ Pa = 1000\ hPa$ (più precisamente $750 \times 101\,325/760\ Pa = 99\,992\ Pa$). b) $0{,}50 \times 101\,325\ Pa \approx 5{,}1 \times 10^4\ Pa$. c) $2{,}5 \times 10^5\ Pa / 101\,325\ Pa/atm \approx 2{,}5\ atm$ (2,47). d) $9{,}80 \times 10^4\ Pa / 101\,325\ Pa/atm \approx 0{,}967\ atm$.

17. $h = p/(d\,g) = 1{,}0 \times 10^4\ Pa / (1000\ kg/m^3 \times 9{,}8\ N/kg) \approx 1{,}0\ m$.

18. a) Dal grafico circa $2{,}0 \times 10^5$ Pa; calcolo: $1{,}013 \times 10^5 + 9{,}8 \times 10^4 \approx 1{,}99 \times 10^5$ Pa. b) Serve $d\,g\,h = p_0$: dal grafico circa 10 m; calcolo: $h = 1{,}013 \times 10^5 / 9800 \approx 10{,}3$ m. c) Entrambe le rette hanno pendenza $d\,g = 9{,}8 \times 10^3\ Pa/m$ (nel triangolo: $0{,}784 \times 10^5\ Pa / 8{,}0\ m$).

19. $d_{olio} = d_{acqua}\,h_{acqua}/h_{olio} = 1000\ kg/m^3 \times 12{,}9\ cm / 15{,}0\ cm = 860\ kg/m^3$.

20. 760 mm; il dislivello (verticale) non cambia; la lunghezza della colonna aumenta.

21. a) Circa 70 kPa. b) Circa 5,5 km (il modello dà 50,5 kPa a 5,5 km). c) La retta dà circa 65 kPa a 3000 m: sottostima la pressione di circa 5 kPa (circa il 7%), perché tratta l'aria come incomprimibile.

22. Il liquido è più basso nel ramo aperto, quindi il gas è a pressione minore di quella atmosferica: $p_{gas} = p_{atm} - d\,g\,\Delta h = 1{,}010 \times 10^5\ Pa - 1000 \times 9{,}8 \times 0{,}080\ Pa = 1{,}010 \times 10^5\ Pa - 784\ Pa \approx 1{,}002 \times 10^5\ Pa$.

23. a) $p_{rel} = 1025\ kg/m^3 \times 9{,}8\ N/kg \times 35\ m \approx 3{,}5 \times 10^5\ Pa$; $p = 1{,}013 \times 10^5 + 3{,}516 \times 10^5 \approx 4{,}5 \times 10^5\ Pa$. b) $4{,}53 \times 10^5\ Pa / 101\,325\ Pa/atm \approx 4{,}5\ atm$. c) $4{,}53 \times 10^5 / 1{,}013 \times 10^5 \approx 4{,}5$ volte.

24. a) $p_{rel} = d\,g\,h$: a 10,0 m $9{,}80 \times 10^4\ Pa$; a 20,0 m $1{,}96 \times 10^5\ Pa$; a 30,0 m $2{,}94 \times 10^5\ Pa$. b) La pressione, e quindi la forza su ogni metro quadrato di diga, cresce proporzionalmente alla profondità: alla base è

tre volte quella a 10 m, e lì la struttura deve resistere di più. c) No: la pressione dipende solo dalla profondità, non dall'estensione del bacino.

25. $S = \pi r^2 = \pi \times (0{,}030\ \text{m})^2 \approx 2{,}83 \times 10^{-3}\ \text{m}^2$; $\Delta p = 101$ kPa − 25 kPa = 76 kPa. La forza netta dell'aria che preme la ventosa contro il vetro è $F = \Delta p\, S = 7{,}6 \times 10^4$ Pa $\times\ 2{,}83 \times 10^{-3}\ \text{m}^2 \approx 2{,}1 \times 10^2$ N. Peso massimo appendibile: 215 N, cioè $m = 215\ \text{N} / 9{,}8\ \text{N/kg} \approx 22$ kg.

26. a) $h = 1{,}013 \times 10^5\ \text{Pa} / (910\ \text{kg/m}^3 \times 9{,}8\ \text{N/kg}) \approx 11{,}4$ m. b) $p = 1{,}36 \times 10^4\ \text{kg/m}^3 \times 9{,}8\ \text{N/kg} \times 0{,}600\ \text{m} \approx 8{,}00 \times 10^4$ Pa = 800 hPa (con 1 mmHg = 133,3 Pa: 600 $\times$ 133,3 Pa $\approx 8{,}00 \times 10^4$ Pa).

27. a) Al livello della superficie di separazione: $d_{\text{acqua}} h_{\text{acqua}} = d_{\text{olio}} h_{\text{olio}}$, quindi $h_{\text{acqua}} = 800 \times 10{,}0$ cm / 1000 = 8,00 cm. b) La superficie dell'olio sta 10,0 cm sopra quel livello, quella dell'acqua 8,00 cm: dislivello 2,00 cm, con l'olio più in alto. c) La superficie di separazione nel ramo destro è scesa di x e l'acqua nel ramo sinistro è salita di x (stessa sezione, acqua incomprimibile); il dislivello fra di esse è $2x = 8{,}00$ cm, quindi l'acqua si è alzata di 4,00 cm.

28. $p_{\text{rel}} = d_{\text{Hg}}\, g\, \Delta h = 1{,}36 \times 10^4 \times 9{,}8 \times 0{,}025$ Pa $\approx 3{,}33 \times 10^3$ Pa; $p = 1{,}013 \times 10^5$ Pa + $0{,}033 \times 10^5$ Pa $\approx 1{,}046 \times 10^5$ Pa. La pressione relativa è circa 25 mmHg: il millimetro di mercurio è proprio la pressione di una colonna di mercurio alta 1 mm (con 1 mmHg ≈ 133,3 Pa: $3{,}33 \times 10^3$ Pa / 133,3 Pa ≈ 25 mmHg).

29. a) $\Delta p = 0{,}90$ atm $= 0{,}90 \times 101\,325$ Pa $\approx 9{,}12 \times 10^4$ Pa; area del cerchio massimo $\pi \times (0{,}25\ \text{m})^2 \approx 0{,}196\ \text{m}^2$; $F = \Delta p\, S \approx 1{,}8 \times 10^4$ N. b) $m = F/g \approx 1{,}8 \times 10^3$ kg, quasi due tonnellate. c) Le forze di pressione sono perpendicolari alla superficie curva e hanno direzioni diverse: le loro componenti laterali si annullano per simmetria, e la somma delle componenti lungo la direzione del tiro è uguale a Δp per l'area della «proiezione» dell'emisfero, cioè del cerchio massimo.

30. a) $p_{\text{rel}} = 1000 \times 9{,}8 \times 40$ Pa $\approx 3{,}9 \times 10^5$ Pa. b) Profondità sotto il livello del serbatoio: 40 m − 9,0 m = 31 m; $p_{\text{rel}} = 1000 \times 9{,}8 \times 31$ Pa $\approx 3{,}0 \times 10^5$ Pa. c) Fino a 40 m sopra la strada, cioè al livello dell'acqua nel serbatoio (vasi comunicanti). d) Con l'acqua in movimento intervengono la viscosità dell'acqua (capitolo 12) e l'attrito contro le pareti delle tubature, e la legge di Stevino, valida per un liquido in quiete, non si applica più esattamente; lo studio dei fluidi in moto si affronta più avanti.

31. Traccia. a) $m = p_{\text{atm}} S/g = 1{,}013 \times 10^5\ \text{Pa} \times 1\ \text{m}^2 / 9{,}8$ N/kg $\approx 1{,}0 \times 10^4$ kg (circa 10 tonnellate). b) Superficie terrestre $4\pi R^2 \approx 4\pi \times (6{,}4 \times 10^6\ \text{m})^2 \approx 5{,}1 \times 10^{14}\ \text{m}^2$; massa $\approx 5{,}1 \times 10^{14} \times 1{,}0 \times 10^4$ kg $\approx 5 \times 10^{18}$ kg, ordine di grandezza 10^{19} kg con la convenzione del capitolo 3. Approssimazioni: Terra sferica e liscia (si trascurano le montagne), pressione al suolo uguale ovunque a quella al livello del mare, g costante in tutta l'atmosfera.

32. Primo errore: h deve essere la profondità sotto la superficie libera, 60 cm − 20 cm = 40 cm, non la distanza dal fondo. Secondo errore: la profondità va espressa in metri. Soluzione corretta: $p_{\text{rel}} = 1000\ \text{kg/m}^3 \times 9{,}8\ \text{N/kg} \times 0{,}40\ \text{m} \approx 3{,}9 \times 10^3$ Pa.

33. Traccia. Materiali: recipienti trasparenti di forma diversa (cilindro stretto, imbuto o vaso largo, bottiglia), acqua, una capsula manometrica collegata a un manometro a U ad acqua, un righello. Procedimento: riempire i recipienti fino alla stessa altezza; in ciascuno immergere la capsula alla stessa profondità (per esempio 10,0 cm sotto la superficie libera) e leggere il dislivello Δh; ripetere a diverse profondità e con la membrana orientata in direzioni diverse. Grandezze: profondità h e dislivello Δh, con le incertezze. Previsione: a parità di profondità Δh è lo stesso (entro le incertezze) in tutti i recipienti e per tutte le orientazioni; Δh cresce in proporzione a h. In alternativa si possono usare vasi comunicanti di forma diversa e verificare che il livello è lo stesso.