CAPITOLO

12

La pressione e il principio di Pascal

Una forza da sola non dice tutto: conta anche su quanta superficie si distribuisce.

OBIETTIVI

1. Definire la pressione come rapporto fra forza premente e superficie e usarne le unità (Pa, hPa, kPa, MPa).
2. Spiegare con la pressione fenomeni quotidiani nei solidi: racchette da neve, lame, chiodi, puntine.
3. Descrivere solidi, liquidi e gas dal punto di vista macroscopico e riconoscere le proprietà di un fluido ideale.
4. Sapere che in un fluido in quiete le forze sulle superfici sono perpendicolari e che in un punto la pressione è la stessa in tutte le direzioni.
5. Enunciare il principio di Pascal e riconoscerlo in esperimenti e dispositivi.
6. Risolvere problemi sul torchio idraulico, con le forze e con gli spostamenti dei pistoni.

INDICE DEL CAPITOLO

12.1 La pressione 2
12.2 Solidi, liquidi e gas 8
12.3 La pressione nei fluidi in quiete 9
12.4 Il principio di Pascal 11
12.5 Il torchio idraulico 13

Fisica 1 · Parte IV · L'equilibrio dei fluidi · versione 1.0
Capitolo 12: La pressione e il principio di Pascal · pagine 317–340 del volume completo · estratto per lo studio

Chi ha camminato sulla neve fresca lo sa: con le scarpe da ginnastica si sprofonda fino alle caviglie a ogni passo, mentre chi indossa un paio di racchette da neve resta quasi in superficie. Eppure il peso della persona è lo stesso, e la neve è la stessa. Allo stesso modo, un coltello affilato taglia il pane quasi senza sforzo e uno smussato lo schiaccia; una puntina da disegno entra nel sughero con la semplice pressione del pollice, mentre un dito, spinto con la stessa forza, non lascia neanche il segno.

In tutti questi casi l'effetto di una forza non dipende soltanto da quanto è intensa, ma anche dall'estensione della superficie su cui si distribuisce. La grandezza che tiene conto di entrambe le cose si chiama **pressione**. In questo capitolo la definiremo e la useremo prima con i solidi, poi con i liquidi e i gas, che hanno un comportamento speciale: trasmettono la pressione in ogni direzione. È questa proprietà, scoperta e studiata da Blaise Pascal nel Seicento, che permette a un meccanico di sollevare un'automobile con una mano e a un piede di fermare un'auto lanciata in velocità.

12.1 La pressione

12.1.1 Stessa forza, effetti diversi

Guardiamo da vicino l'esempio della neve (figura 12.1). Un escursionista di 72 kg, fermo in piedi, preme sulla neve con una forza uguale al suo peso, circa 706 N, che si divide fra i due piedi. Con gli scarponi questa forza agisce su una superficie complessiva di circa 0,040 m^2, cioè 400 cm^2; con le racchette, sulla superficie delle due racchette, circa 0,30 m^2. Nel secondo caso ogni centimetro quadrato di neve sostiene un carico circa sette volte e mezzo più piccolo, e i cristalli di neve non cedono.

La stessa idea spiega perché chi deve avvicinarsi a qualcuno caduto attraverso il ghiaccio sottile di uno stagno avanza sdraiato invece che in piedi, perché le ruote dei trattori sono larghe e quelle delle biciclette da corsa strette, perché il cammello, con i suoi piedi larghi, non affonda nella sabbia. Per confrontare situazioni così diverse serve una grandezza che misuri «quanta forza grava su ogni unità di superficie».

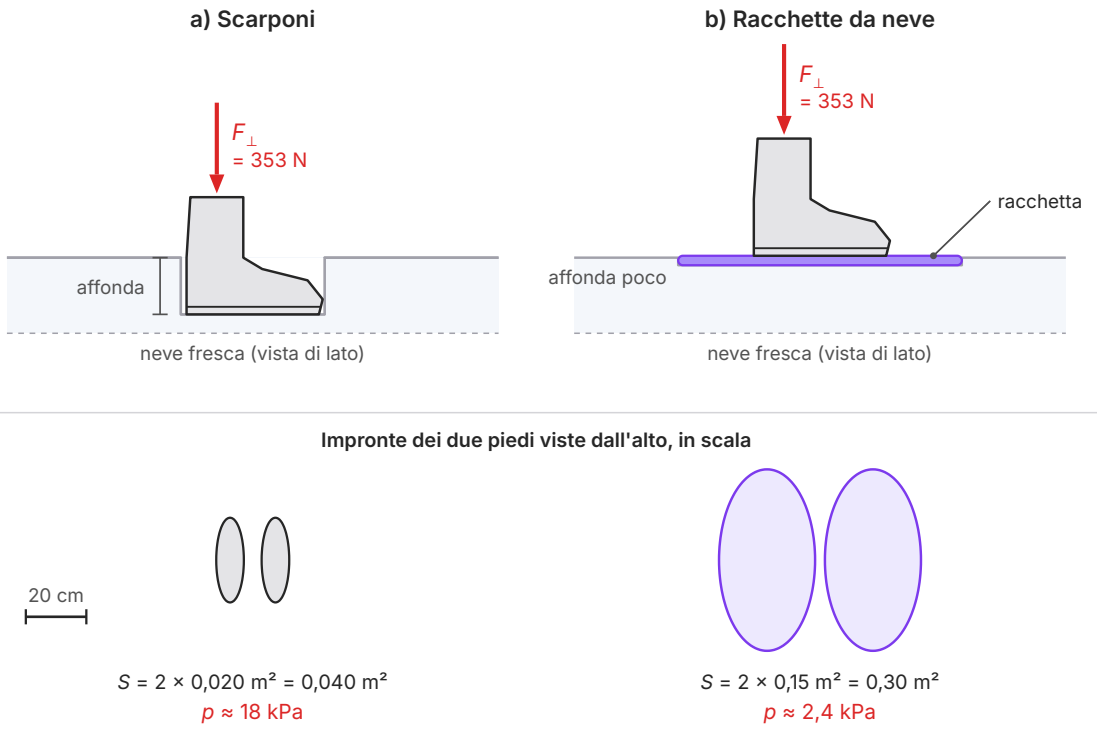

Figura 12.1 Stessa forza, superfici diverse. Un escursionista di 72 kg (peso 706 N) preme sulla neve con ciascun piede con una forza di 353 N. a) Con gli scarponi la superficie d'appoggio totale è 0,040 m² e la pressione circa 18 kPa: il piede affonda. b) Con le racchette la superficie è 0,30 m² e la pressione circa 2,4 kPa, 7,5 volte più piccola: il piede affonda appena. In basso, le impronte dei due piedi in scala (ogni scarpone 0,020 m², ogni racchetta 0,15 m²).

12.1.2 La definizione di pressione

Consideriamo una forza che preme su una superficie piana di area S. Se la forza è perpendicolare alla superficie, il suo modulo è la forza premente $F_\perp$ che abbiamo introdotto nel capitolo 8. Si definisce **pressione** il rapporto fra la forza premente e l'area della superficie su cui essa agisce:

$$p = \frac{F_\perp}{S}$$

Se la forza è inclinata rispetto alla superficie, per calcolare la pressione si usa soltanto la sua componente perpendicolare: la componente parallela tende a far scivolare il corpo lungo la superficie, non a premerlo contro di essa. Una scopa spinta obliquamente sul pavimento, per esempio, preme sul pavimento, oltre che con il proprio peso, solo con la componente verticale della forza che le applichiamo.

La definizione si legge in due modi. A parità di superficie, la pressione è *direttamente proporzionale* alla forza: raddoppiando la forza, raddoppia la pressione. A parità di forza, la pressione è *inversamente proporzionale* alla superficie: raddoppiando la superficie, la pressione si dimezza. La figura 12.2, più avanti, mostra proprio questa seconda dipendenza: il grafico della pressione in funzione della superficie, con la forza fissata, è un ramo di iperbole, come abbiamo imparato a riconoscere nel capitolo 5.

C'è una differenza importante fra la forza e la pressione. La forza è un vettore: ha una direzione e un verso. La pressione, invece, è una grandezza scalare: è un numero positivo con la sua unità di misura e non ha direzione. La direzione ce la mette la superficie: quando diciamo che la pressione agisce su una certa superficie, intendiamo che produce su di essa una forza perpendicolare alla superficie stessa, di modulo $F_\perp = p\,S$. Questa formula inversa ci servirà spesso: nota la pressione, la forza su una superficie si ottiene moltiplicando la pressione per l'area.

ERRORE FREQUENTE

Nel linguaggio di tutti i giorni «pressione» e «forza» sono usate come sinonimi: «premi più forte», «metti più pressione». In fisica sono grandezze diverse, con unità diverse. Una forza di 10 N può produrre una pressione minuscola, se è distribuita su un tavolo, o una pressione enorme, se è concentrata sulla punta di un ago. Non chiederti mai soltanto «quanto spinge?», ma anche «su quale superficie?».

Secondo errore tipico: disegnare la pressione con una freccia. La pressione non è un vettore; si disegnano con le frecce le *forze* che essa esercita sulle superfici, sempre perpendicolari a esse.

12.1.3 Il pascal e i suoi multipli

Nel Sistema Internazionale la forza si misura in newton e la superficie in metri quadrati, quindi la pressione si misura in newton al metro quadrato. A questa unità è stato dato un nome in onore di Pascal: il **pascal** (simbolo Pa), definito come la pressione esercitata da una forza di 1 N distribuita uniformemente, e perpendicolarmente, su una superficie di 1 m^2:

$$1\ \text{Pa} = 1\ \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$$

Il pascal è un'unità molto piccola. Un etto di prosciutto ha un peso di circa 1 N: se lo si potesse stendere in uno strato uniforme su un tavolo di un metro per un metro, eserciterebbe sul tavolo una pressione di circa 1 Pa. Un foglio di carta per stampante da 80 g/m^2 appoggiato su un tavolo esercita una pressione di circa 0,8 Pa. Per questo nella pratica si usano spesso i multipli del pascal (tabella 12.1). L'**ettopascal** (hPa), pari a 100 Pa, è l'unità usata nelle previsioni del tempo per la pressione dell'aria, che studieremo nel capitolo 13; il chilopascal e il megapascal compaiono nei dati tecnici di pneumatici, impianti idraulici e materiali.

Tabella 12.1 Il pascal e i suoi multipli più usati.

Unità	Simbolo	Valore in pascal	Esempio d'uso
pascal	Pa	1 Pa = 1 N/m^2	pressioni piccolissime, unità di base del SI
ettopascal	hPa	1 hPa = 10^2 Pa	meteorologia (capitolo 13)
chilopascal	kPa	1 kPa = 10^3 Pa	pressione sotto i piedi, pneumatici
megapascal	MPa	1 MPa = 10^6 Pa	impianti idraulici, resistenza dei materiali

Attenzione alle conversioni con le superfici. Se una forza è data in newton e la superficie in centimetri quadrati, prima di dividere bisogna convertire l'area in metri quadrati, ricordando dal capitolo 2 che 1 m² = 10^4 cm² e 1 m² = 10^6 mm². Così 1 cm² = 10^{-4} m² e 1 mm² = 10^{-6} m². Una forza di 1 N su 1 cm² produce una pressione di 10^4 Pa; su 1 mm², di 10^6 Pa, cioè 1 MPa.

12.1.4 La pressione nei solidi

Ora possiamo rendere quantitativi gli esempi dell'introduzione. Molti oggetti che usiamo ogni giorno sono progettati per *aumentare* la pressione, concentrando la forza su una superficie piccolissima; altri per *diminuirla*, distribuendola su una superficie grande.

Una lama affilata ha un filo sottilissimo, largo pochi centesimi di millimetro: la forza della mano si concentra su un'area minuscola e la pressione supera la resistenza del materiale, che si separa. Una lama smussata ha un filo più largo e, a parità di forza, produce una pressione molto minore. Lo stesso vale per le punte dei chiodi, degli aghi, delle forbici e dei denti dei carnivori. La puntina da disegno è un esempio perfetto dei due effetti insieme: la testa larga distribuisce la forza del pollice su circa 1 cm², in modo che il dito non si faccia male; la punta concentra la stessa forza su una frazione di millimetro quadrato, e la pressione sul legno o sul sughero diventa migliaia di volte più grande.

All'opposto, per evitare di sprofondare o di danneggiare una superficie si aumenta l'area di appoggio: le racchette da neve e gli sci, i cingoli dei mezzi da cantiere, le basi larghe sotto i piedini dei mobili pesanti, le traversine che distribuiscono sul terreno il carico dei binari, le fondazioni degli edifici. La tabella 12.2 raccoglie alcuni valori di pressione calcolati con la definizione, partendo da dati tipici.

Tabella 12.2 Pressioni esercitate da alcuni oggetti su una superficie (valori indicativi calcolati con $p = F_\perp / S$ a partire dai dati della tabella, con g = 9,8 N/kg).

Situazione	Forza premente	Superficie	Pressione
foglio di carta da 80 g/m^2 su un tavolo	—	—	0,78 Pa
escursionista di 72 kg con le racchette da neve	706 N	0,30 m^2	2,4 kPa
persona di 60 kg in piedi con le scarpe	588 N	0,040 m^2	15 kPa
elefante di 5000 kg in piedi (quattro zampe)	4,9 × 10^4 N	0,50 m^2	98 kPa
persona di 60 kg con tutto il peso su un tacco a spillo	588 N	1,0 cm^2	5,9 MPa
lama di coltello affilata (filo 10 cm × 0,02 mm)	30 N	2 mm^2	15 MPa
punta di una puntina da disegno	20 N	0,10 mm^2	2 × 10^8 Pa

Il confronto fra le righe è istruttivo. Una persona su un tacco a spillo, nell'istante in cui il peso grava tutto sul tacco, esercita sul pavimento una pressione circa sessanta volte maggiore di quella di un elefante: ecco perché in alcuni musei e su certi pavimenti di legno pregiato i tacchi a spillo non sono ammessi. Fra la pressione della carta e quella della puntina ci sono più di otto ordini di grandezza.

ESEMPIO SVOLTO

Scarponi o racchette?

Problema. Un escursionista ha una massa di 72 kg, zaino compreso. Ciascuno dei suoi scarponi poggia sulla neve con un'area di 0,020 m^2, ciascuna racchetta con un'area di 0,15 m^2. a) Calcola la pressione che esercita sulla neve stando fermo in piedi, con gli scarponi e con le racchette. b) Uno strato di neve fresca sostiene senza cedere vistosamente una pressione di circa 3 kPa (valore indicativo): in quale caso l'escursionista sprofonda?

Soluzione. La forza premente totale è il peso: $F_\perp = m\,g$ = 72 kg × 9,8 N/kg ≈ 706 N.

a) Con gli scarponi: S = 2 × 0,020 m^2 = 0,040 m^2, quindi p = 706 N / 0,040 m^2 ≈ 1,8 × 10^4 Pa = 18 kPa. Con le racchette: S = 2 × 0,15 m^2 = 0,30 m^2, quindi p = 706 N / 0,30 m^2 ≈ 2,4 × 10^3 Pa = 2,4 kPa.

b) Con gli scarponi la pressione è circa sei volte il valore che la neve sopporta: l'escursionista sprofonda. Con le racchette resta sotto i 3 kPa e affonda appena. *Controllo:* il rapporto fra le due pressioni, 18 / 2,4 = 7,5, è uguale al rapporto inverso delle superfici, 0,30 / 0,040 = 7,5, come deve essere a parità di forza. Nota anche che, quando cammina, l'escursionista appoggia un piede alla volta: la superficie si dimezza e la pressione raddoppia.

Il grafico della figura 12.2 riassume la relazione fra pressione e superficie nel caso di una forza fissa di 600 N, circa il peso di una persona di 61 kg. Passando da 0,020 m^2 a 0,040 m^2 la superficie

raddoppia e la pressione si dimezza, da 30 kPa a 15 kPa: il prodotto $p\ S$ resta sempre uguale a 600 N.

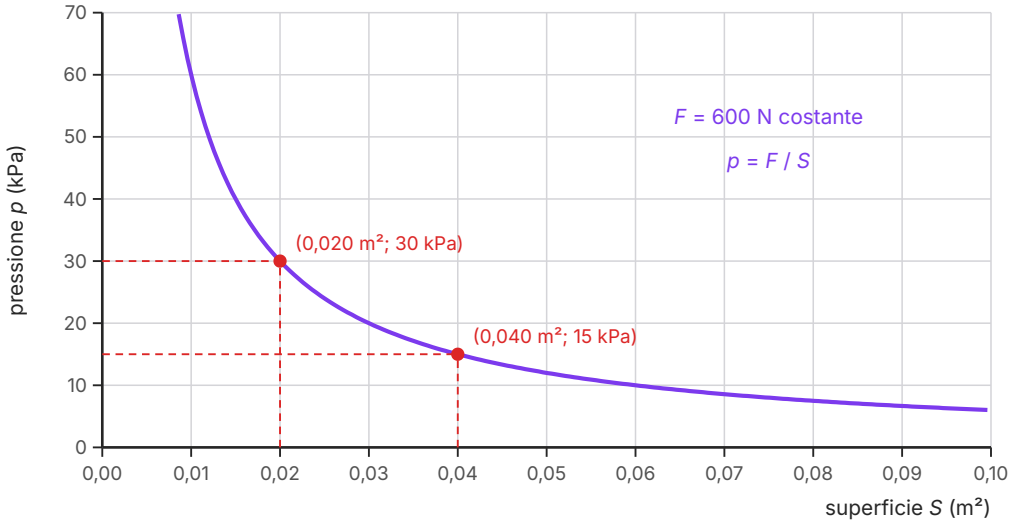

Figura 12.2 Pressione esercitata da una forza costante di 600 N in funzione dell'area della superficie su cui agisce, calcolata con $p = F/S$. Il grafico è un ramo di iperbole: raddoppiando l'area da 0,020 m² a 0,040 m² la pressione si dimezza, da 30 kPa a 15 kPa.

COLLEGAMENTI

Pressione e corpo umano

La medicina usa la pressione in entrambi i sensi. Gli aghi per le iniezioni hanno punte tagliate di sbieco e affilatissime: la piccola forza delle dita, concentrata su una superficie minuscola, basta a forare la pelle quasi senza dolore. Al contrario, una persona costretta a letto per lungo tempo rischia le *piaghe da decubito*: nei punti in cui le ossa sono vicine alla pelle (talloni, osso sacro, gomiti) il peso del corpo si concentra su superfici piccole e la pressione prolungata schiaccia i piccoli vasi sanguigni, riducendo l'afflusso di sangue ai tessuti. Per prevenirle si cambia spesso la posizione del paziente e si usano materassi speciali che si adattano alla forma del corpo, aumentando la superficie di appoggio e quindi diminuendo la pressione. Anche le solette ortopediche e le selle delle biciclette da turismo seguono lo stesso principio.

12.2 Solidi, liquidi e gas

12.2.1 Gli stati di aggregazione

Finora abbiamo parlato di forze fra corpi solidi. Per capire che cosa succede nei liquidi e nei gas dobbiamo prima ricordare, dal punto di vista macroscopico, come si comportano i tre **stati di aggregazione** della materia.

Un **solido**, come un sasso o un cubetto di ghiaccio, ha una *forma propria* e un *volume proprio*: appoggiato su un tavolo o messo in una scatola, mantiene la sua forma e occupa sempre lo stesso spazio. Un **liquido**, come l'acqua o l'olio, ha un volume proprio ma non una forma propria: versato da una bottiglia in un bicchiere, assume la forma del recipiente, ma un litro resta un litro. Un **gas**, come l'aria, non ha né forma né volume propri: occupa tutto lo spazio che ha a disposizione e assume la forma e il volume del recipiente che lo contiene. Il profumo spruzzato in un angolo della stanza, dopo un po', si sente in tutta la stanza.

Il corso di scienze ti mostra il perché di queste differenze a livello microscopico: nei solidi le particelle sono legate in posizioni quasi fisse, nei liquidi sono vicine ma libere di scorrere le une sulle altre, nei gas sono lontane fra loro e si muovono in tutte le direzioni urtandosi e urtando le pareti. In fisica, per ora, ci basta la descrizione macroscopica.

12.2.2 I fluidi

Liquidi e gas hanno una proprietà in comune: *scorrono*. Non oppongono resistenza duratura alle forze che tendono a farne scivolare uno strato sull'altro, e per questo non hanno una forma propria. Si chiamano **fluidi** tutte le sostanze che possono scorrere, cioè i liquidi e i gas.

Fra liquidi e gas c'è però una differenza decisiva. Se tappi con un dito l'uscita di una siringa piena d'aria, puoi spingere lo stantuffo per un buon tratto: l'aria si lascia comprimere, il suo volume diminuisce. Se la siringa è piena d'acqua, lo stantuffo non si muove quasi per niente, anche spingendo con forza. Si dice che i gas sono **comprimibili**, mentre i liquidi sono, in ottima approssimazione, **incomprimibili**: per ridurre di appena lo 0,5% il volume dell'acqua servono pressioni di circa un centinaio di volte la pressione dell'aria che ci circonda.

Un'altra proprietà dei fluidi reali è la **viscosità**, cioè l'attrito interno che si oppone allo scorrimento di uno strato di fluido sull'altro. Il miele e l'olio motore sono molto viscosi, l'acqua e l'alcol poco. La viscosità conta quando un fluido si muove; quando è in quiete, come in questo capitolo, non ha effetti.

Per studiare i liquidi conviene allora usare un modello, come abbiamo fatto con il punto materiale e il corpo rigido. Si chiama **fluido ideale** un fluido incomprimibile e privo di viscosità. L'acqua e l'olio sono ottime approssimazioni di un fluido ideale in quasi tutte le situazioni di questo libro; i gas, invece, non sono mai incomprimibili e il modello si applica a loro solo con cautela.

12.2.3 Densità e peso specifico

Per descrivere un fluido si usa quasi sempre la sua densità $d = m/V$, che abbiamo definito nel capitolo 2 (tabella 2.4). Ricordiamo che l'acqua ha una densità di circa 1000 kg/m^3, cioè 1,00 g/cm^3; l'olio d'oliva, circa 910 kg/m^3; il mercurio, un metallo liquido, 13 546 kg/m^3; l'aria, a pressione e temperatura ordinarie, circa 1,20 kg/m^3, quasi mille volte meno dell'acqua.

In alcuni testi tecnici si trova anche il **peso specifico**, cioè il rapporto fra il peso di un corpo e il suo volume:

$$p_s = \frac{P}{V} = \frac{m\,g}{V} = d\,g$$

Si misura in newton al metro cubo (N/m^3). Per l'acqua vale 1000 kg/m^3 × 9,8 N/kg = 9,8 × 10^3 N/m^3: un metro cubo d'acqua pesa circa 9800 N. Il peso specifico non aggiunge informazioni rispetto alla densità, perché ne differisce solo per il fattore g; in questo libro useremo la densità. Non confondere però le due grandezze: la densità (kg/m^3) dice quanta *massa* c'è in ogni metro cubo e non dipende dal luogo; il peso specifico (N/m^3) dice quanto *pesa* ogni metro cubo e, come il peso, sulla Luna sarebbe circa sei volte più piccolo. Il simbolo p_s serve a distinguerlo dalla pressione p.

12.3 La pressione nei fluidi in quiete

12.3.1 Le forze sono perpendicolari alle superfici

Un fluido contenuto in un recipiente spinge sulle pareti: un palloncino gonfio resta teso perché l'aria all'interno preme sulla gomma, e un sacchetto pieno d'acqua si gonfia sui lati. Che direzione hanno queste forze? L'esperienza e il ragionamento danno la stessa risposta: **in un fluido in quiete la forza esercitata dal fluido su una superficie qualsiasi, sia una parete del recipiente sia la faccia di un oggetto immerso, è sempre perpendicolare alla superficie**.

Il ragionamento è semplice (figura 12.3c). Supponiamo, per assurdo, che il fluido spinga su una parete con una forza obliqua. Questa forza si potrebbe scomporre in una componente perpendicolare alla parete e in una componente parallela a essa. Ma allora anche la parete eserciterebbe sullo strato di fluido a contatto una forza parallela alla parete stessa (come abbiamo osservato nel capitolo 8, quando due corpi si spingono, ciascuno agisce sull'altro); e il fluido, che non resiste alle forze che tendono a farlo scorrere, comincerebbe a scivolare lungo la parete. Se il fluido è fermo, quindi, la componente parallela deve essere nulla: resta solo quella perpendicolare.

Lo puoi verificare praticando con uno spillo alcuni fori in una bottiglia di plastica piena d'acqua: dove il foro attraversa una parete piana, il getto parte perpendicolare alla parete; dove at-

traversa la spalla inclinata della bottiglia, parte perpendicolare alla spalla. Poi la gravità piega i getti verso il basso, ma la loro direzione iniziale è quella della forza che li ha spinti fuori.

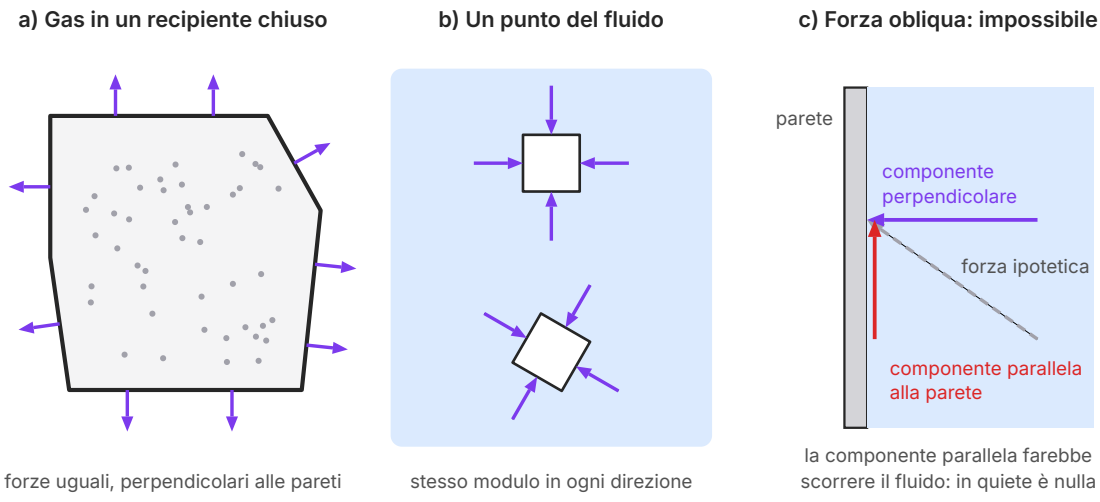

Figura 12.3 Forze in un fluido in quiete. a) Un gas in un recipiente chiuso spinge su ogni parete con forze perpendicolari alla parete; a parità di area le forze hanno lo stesso modulo, perché nel gas la pressione è praticamente uniforme. b) Su un piccolo elemento immerso, comunque sia orientato, il fluido esercita forze perpendicolari alle facce e di uguale modulo: in un punto la pressione è la stessa in tutte le direzioni. c) Una forza obliqua del fluido sulla parete avrebbe una componente parallela alla parete, che farebbe scorrere il fluido; se il fluido è fermo resta solo la componente perpendicolare.

12.3.2 In un punto, la pressione è la stessa in ogni direzione

Immaginiamo di mettere in un punto di un liquido un minuscolo sensore di pressione, una capsula chiusa da una membrana sottile collegata a uno strumento che ne misura la deformazione. Se teniamo il centro della capsula sempre nello stesso punto e la ruotiamo, con la membrana rivolta in alto, in basso, di lato o di sbieco, lo strumento dà sempre la stessa lettura. Il risultato è generale: **in un fluido in quiete la pressione in un punto ha lo stesso valore qualunque sia l'orientazione della superficie su cui la si misura** (figura 12.3b).

È per questo che ha senso parlare di «pressione in un punto del fluido» senza specificare una direzione, e che la pressione è uno scalare. Un pesce, un sub o un sasso immersi in acqua ricevono forze su tutta la loro superficie, da sopra, da sotto e dai lati, ciascuna perpendicolare alla porzione di superficie su cui agisce.

Questo non significa che la pressione sia la stessa in *tutti* i punti del fluido. In un recipiente di gas di dimensioni ordinarie lo è con ottima approssimazione (figura 12.3a), ma in un liquido la pressione cambia da un punto all'altro a causa del peso del liquido stesso: è l'argomento del prossimo capitolo. Qui ci interessa una proprietà diversa, che riguarda come il fluido reagisce quando la pressione viene *cambiata* dall'esterno.

DA RICORDARE

In un fluido in quiete: 1) la forza che il fluido esercita su qualsiasi superficie è perpendicolare alla superficie e vale $F_\perp = p\,S$; 2) in un punto, la pressione ha lo stesso valore in tutte le direzioni. Le due proprietà valgono sia per i liquidi sia per i gas.

12.4 Il principio di Pascal

12.4.1 L'enunciato

Che cosa succede se si spinge lo stantuffo di una siringa piena d'acqua, chiusa all'estremità? Lo stantuffo esercita una forza sulla superficie del liquido a contatto con esso, e quindi aumenta la pressione in quel punto. Ma l'acqua non resta compressa solo vicino allo stantuffo: l'aumento di pressione si fa sentire ovunque, sulla punta della siringa come sulle pareti laterali. Questo comportamento fu studiato da Blaise Pascal ed è noto come **principio di Pascal**:

> **Principio di Pascal.** Una variazione di pressione prodotta in un punto qualsiasi di un fluido in quiete, racchiuso in un recipiente, si trasmette inalterata a ogni altro punto del fluido e alle pareti del recipiente.

Le parole chiave sono tre. *Racchiuso*: il fluido deve essere contenuto, altrimenti scappa dalla parte in cui non trova ostacoli. *Inalterata*: l'aumento di pressione è lo stesso in ogni punto, vicino o lontano dal pistone. *Ogni punto*: la pressione si trasmette in tutte le direzioni, non solo in quella della forza che l'ha prodotta. Se lo stantuffo di una siringa di 2,0 cm^2 viene spinto con una forza di 10 N, la pressione nel liquido aumenta di 10 N / ($2{,}0 \times 10^{-4}$ m^2) = $5{,}0 \times 10^4$ Pa in ogni punto: ogni centimetro quadrato di parete riceve 5,0 N in più, ovunque si trovi e comunque sia orientato.

12.4.2 Due esperimenti

Il dispositivo classico per mostrare il principio è la **siringa di Pascal** (figura 12.4): una sfera cava di vetro o di metallo, forata in molti punti, montata sull'estremità di un cilindro con uno stantuffo. Si riempie tutto d'acqua e si spinge lo stantuffo: da tutti i fori escono getti d'acqua, non soltanto da quelli di fronte allo stantuffo. Ogni getto parte perpendicolare alla superficie della sfera nel punto in cui si trova il foro, e i getti hanno all'uscita praticamente la stessa velocità: segno che la pressione è aumentata dello stesso valore in ogni punto della sfera. (Allontanandosi, i getti si piegano verso il basso per effetto della gravità.)

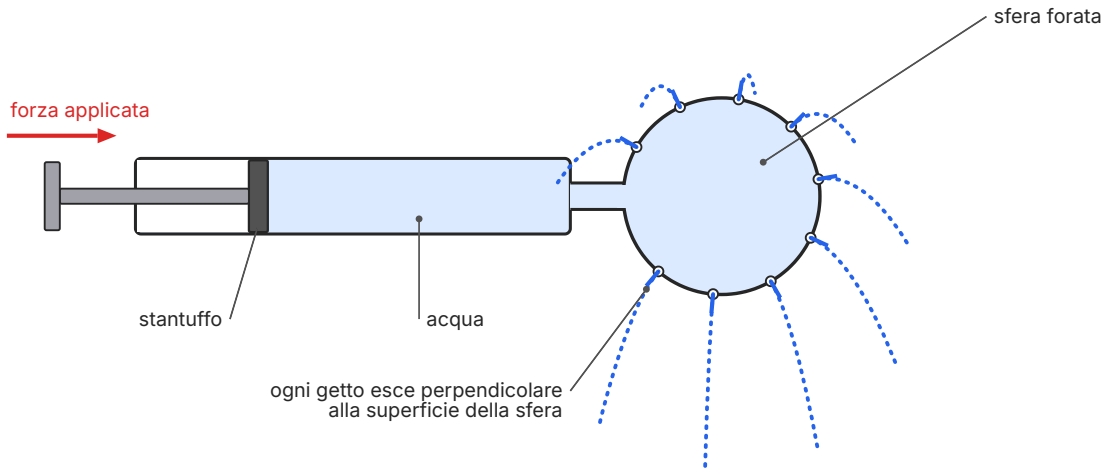

Figura 12.4 La siringa di Pascal. Spingendo lo stantuffo, l'aumento di pressione si trasmette a tutta l'acqua: da ogni foro della sfera esce un getto, che parte perpendicolare alla superficie della sfera con praticamente la stessa velocità per tutti i fori; poi la gravità piega i getti verso il basso (traiettorie calcolate per una stessa velocità iniziale).

Puoi ripetere l'esperimento con materiali da cucina. Fora con un ago caldo una bottiglia di plastica in diversi punti, a diverse altezze e su lati diversi, riempila d'acqua e chiudila con il tappo: l'acqua esce appena da qualche foro. Ora stringi la bottiglia con la mano: tutti i getti si allungano insieme, anche quelli sul lato opposto alla mano o sul fondo. La stretta ha aumentato la pressione e l'aumento si è trasmesso a tutto il liquido. Con un palloncino pieno d'acqua e forato con uno spillo si osserva lo stesso fenomeno.

Anche i gas obbediscono al principio di Pascal. Quando si gonfia un pallone da calcio, l'aria che entra dalla valvola aumenta la pressione in tutto il pallone, e il pallone si gonfia in modo uniforme, non soltanto dalla parte della valvola. La differenza con i liquidi è che un gas, prima di trasmettere la pressione, si comprime: lo stantuffo deve percorrere un tratto perché la pressione aumenti. Per questo, nelle macchine che devono trasmettere forze in modo pronto e preciso, si usano i liquidi, e in particolare olii speciali che non corrodono i metalli.

12.4.3 Perché il principio vale

Il principio di Pascal non è un fatto misterioso: è una conseguenza delle due proprietà della sezione 12.3. Pensiamo il liquido come diviso in tante piccole porzioni a contatto. Se lo stantuffo aumenta la pressione sulla porzione vicina, questa preme di più su tutte le porzioni che la circondano, in tutte le direzioni; queste premono di più sulle loro vicine, e così via, finché l'aumento ha raggiunto le pareti. Poiché il liquido è praticamente incomprimibile, questo «passa-

parola» avviene quasi istantaneamente e senza che il liquido debba spostarsi in modo apprezzabile. Quando il fluido è tornato in quiete, ogni porzione è in equilibrio, e questo è possibile solo se l'aumento di pressione è lo stesso dappertutto.

APPROFONDIMENTO

Blaise Pascal

Blaise Pascal (1623–1662) fu matematico, fisico, inventore e filosofo. Da ragazzo progettò e costruì una delle prime macchine calcolatrici meccaniche, per aiutare il padre, funzionario delle imposte, nei suoi conti; da adulto diede contributi fondamentali alla geometria e, insieme a Pierre de Fermat, fondò il calcolo delle probabilità. Negli ultimi anni si dedicò soprattutto alla riflessione religiosa e filosofica, raccolta nei *Pensieri*.

In fisica Pascal studiò l'equilibrio dei liquidi e la pressione dell'aria. Le sue ricerche furono raccolte nei *Trattati dell'equilibrio dei liquidi e del peso della massa dell'aria*, pubblicati nel 1663, dopo la sua morte. Nel trattato sui liquidi descrive un recipiente pieno d'acqua con due aperture chiuse da pistoni, una cento volte più larga dell'altra, e osserva che un uomo che spinge il pistone piccolo fa equilibrio a cento uomini che spingono quello grande: è l'idea del torchio idraulico, che chiama una nuova macchina per moltiplicare le forze. Della pressione dell'aria, e del celebre esperimento sul Puy de Dôme da lui progettato, parleremo nel capitolo 13. Oggi il suo nome è quello dell'unità di misura della pressione nel SI.

12.5 Il torchio idraulico

12.5.1 Moltiplicare una forza

L'applicazione più importante del principio di Pascal è il **torchio idraulico** (figura 12.5). È formato da due cilindri di sezioni diverse, collegati in basso da un condotto e riempiti di un liquido, di solito olio. Ciascun cilindro è chiuso da un **pistone** che può scorrere a tenuta: il pistone piccolo ha area S_1, quello grande area S_2.

Spingiamo il pistone piccolo con una forza di modulo F_1. Nel liquido sotto di esso la pressione aumenta di

$$p = \frac{F_1}{S_1}$$

Per il principio di Pascal, lo stesso aumento di pressione si trasmette a tutto il liquido, e quindi anche alla faccia inferiore del pistone grande, che riceve dal liquido una forza verso l'alto di modulo $F_2 = p\,S_2$. Uguagliando le due espressioni della pressione:

$$\frac{F_1}{S_1} = \frac{F_2}{S_2} \quad \text{cioè} \quad F_2 = F_1 \cdot \frac{S_2}{S_1}$$

Le forze sui due pistoni sono direttamente proporzionali alle loro aree. Se il pistone grande ha un'area cento volte maggiore di quella del piccolo, una spinta di 100 N sul pistone piccolo produce una forza di 10 000 N su quello grande, sufficiente a sostenere una massa di circa una tonnellata. Il torchio idraulico è una macchina che *moltiplica le forze*, e il fattore di moltiplicazione è il rapporto fra le aree, S_2/S_1.

Se i pistoni sono circolari, conviene ragionare sui diametri. L'area di un cerchio è proporzionale al quadrato del diametro, quindi un pistone con diametro 10 volte maggiore ha un'area $10^2 = 100$ volte maggiore. È un esempio di proporzionalità quadratica, come quelle del capitolo 5: per moltiplicare la forza per 100 basta un pistone con diametro 10 volte più grande.

DA RICORDARE

Nei problemi sul torchio idraulico di questo capitolo trascuriamo il peso dei pistoni e supponiamo che i due pistoni si trovino alla stessa altezza, o quasi. In un liquido, infatti, la pressione dipende anche dalla profondità, come vedremo nel capitolo 13; nei torchi reali, però, le pressioni prodotte dai pistoni sono così grandi che l'effetto di qualche decimetro di dislivello è trascurabile.

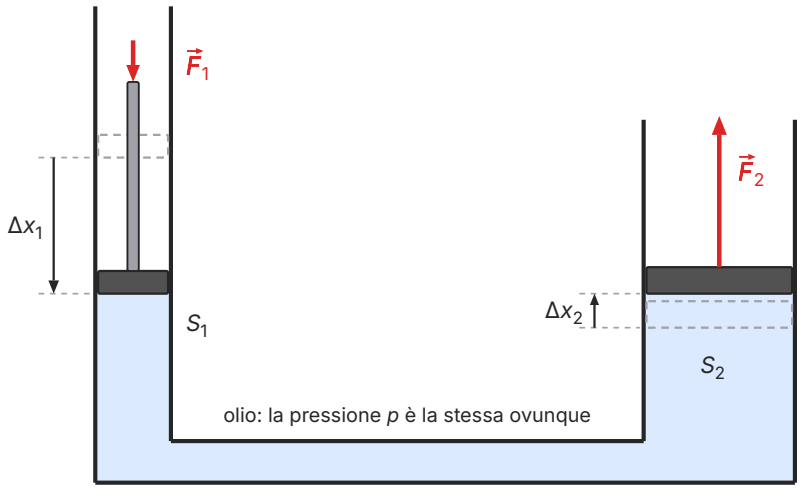

Figura 12.5 Schema del torchio idraulico, con il pistone grande di diametro doppio e quindi di area quadrupla rispetto al piccolo ($S_2 = 4\ S_1$). La pressione dell'olio è la stessa sotto i due pistoni, perciò la forza $\boldsymbol{F}_2$ che il liquido esercita sul pistone grande è 4 volte $\boldsymbol{F}_1$ (frecce in scala). Il volume di olio che esce dal cilindro piccolo entra nel grande: il pistone piccolo scende di Δx_1, il grande sale di $\Delta x_2 = \Delta x_1/4$.

12.5.2 Più forza, corsa più breve

Il torchio non regala nulla. Se il pistone piccolo scende di un tratto Δx_1, spinge fuori dal suo cilindro un volume di liquido $V = S_1\,\Delta x_1$. Poiché il liquido è incomprimibile, questo volume deve finire nel cilindro grande e sollevare il pistone grande di un tratto Δx_2 tale che

$$S_1\,\Delta x_1 = S_2\,\Delta x_2 \quad \text{cioè} \quad \Delta x_2 = \Delta x_1 \cdot \frac{S_1}{S_2}$$

Gli spostamenti sono inversamente proporzionali alle aree: se la forza sul pistone grande è cento volte maggiore, il suo spostamento è cento volte più piccolo. Per sollevare un'automobile di 10 cm con un torchio che moltiplica la forza per 100, il pistone piccolo deve percorrere in tutto 10 m. In pratica nessuno costruisce un cilindro piccolo lungo 10 m: si usa una pompa, cioè un pistone piccolo che fa tante corse brevi e a ogni corsa spinge un po' di olio nel cilindro grande, mentre una valvola impedisce all'olio di tornare indietro.

Ritroviamo una regola che vale per tutte le macchine semplici, come le leve e le carrucole del capitolo 11: si può ottenere una forza grande con una forza piccola, ma la forza piccola deve

agire lungo un percorso più lungo. Il prossimo anno questa osservazione troverà la sua forma precisa con il concetto di lavoro.

ERRORE FREQUENTE

Il torchio idraulico moltiplica la **forza**, non la **pressione**. La pressione nel liquido è la stessa sotto i due pistoni: è proprio questo che dice il principio di Pascal. La forza sul pistone grande è maggiore perché la stessa pressione agisce su una superficie maggiore.

Secondo errore: pensare che il pistone grande si sposti quanto il piccolo. Gli spostamenti stanno nel rapporto *inverso* delle aree: forza grande, corsa breve.

ESEMPIO SVOLTO

Il sollevatore dell'officina

Problema. In un sollevatore idraulico il pistone grande ha un diametro di 30 cm e quello piccolo di 3,0 cm. Sulla piattaforma, che consideriamo di massa trascurabile, è posta un'automobile di 1200 kg. a) Qual è la pressione dell'olio quando l'auto è sostenuta in equilibrio? b) Quale forza bisogna esercitare sul pistone piccolo? c) Di quanto deve scendere in tutto il pistone piccolo per sollevare l'auto di 10 cm?

Soluzione. Le aree dei pistoni sono $S_2 = \pi\,(0{,}15\ \text{m})^2 \approx 7{,}07 \times 10^{-2}\ \text{m}^2$ e $S_1 = \pi\,(0{,}015\ \text{m})^2 \approx 7{,}07 \times 10^{-4}\ \text{m}^2$. Il loro rapporto è $S_2/S_1 = (30/3{,}0)^2 = 100$. Il peso dell'auto è $P = 1200\ \text{kg} \times 9{,}8\ \text{N/kg} = 11\,760\ \text{N} \approx 1{,}18 \times 10^4\ \text{N}$.

a) In equilibrio il liquido spinge sul pistone grande con una forza uguale al peso dell'auto: $p = P/S_2 = 11\,760\ \text{N} / 7{,}07 \times 10^{-2}\ \text{m}^2 \approx 1{,}7 \times 10^5\ \text{Pa}$.

b) $F_1 = P \cdot S_1/S_2 = 11\,760\ \text{N} / 100 \approx 118\ \text{N}$, circa il peso di una massa di 12 kg. (Controllo: $F_1 = p\,S_1 = 1{,}66 \times 10^5\ \text{Pa} \times 7{,}07 \times 10^{-4}\ \text{m}^2 \approx 118\ \text{N}$.)

c) $\Delta x_1 = \Delta x_2 \cdot S_2/S_1 = 0{,}10\ \text{m} \times 100 = 10\ \text{m}$. Con una pompa che a ogni corsa sposta il pistone piccolo di 20 cm servono 50 corse.

12.5.3 Le applicazioni

Il principio del torchio si ritrova in moltissimi dispositivi, che nel loro insieme formano l'**oleodinamica**, la tecnica che usa liquidi in pressione per trasmettere forze. Il **sollevatore idraulico** delle officine e il cric idraulico sollevano automobili e camion; le poltrone dei dentisti e dei parrucchieri si alzano azionando una piccola pompa con il piede; gli escavatori, le gru dei camion, le presse industriali che stampano le lamiere delle carrozzerie, i carrelli d'atterraggio degli aerei muovono parti pesantissime con cilindri idraulici alimentati da pompe. In tutti i casi una forza relativamente piccola, applicata a un pistone di sezione piccola, diventa una forza molto grande su un pistone di sezione grande.

COLLEGAMENTI

In laboratorio: il torchio con due siringhe

Materiali. Due siringhe senza ago di diametri diversi (per esempio da 5 mL e da 50 mL); un tubicino di plastica che si innesta sui due beccucci; una bacinella d'acqua; un righello millimetrato (sensibilità 1 mm) fissato con il nastro adesivo lungo la siringa piccola; un calibro ventesimale (sensibilità 0,05 mm).

Procedura. 1) Con il calibro misura il diametro interno delle due siringhe: nel nostro caso 12,0 mm e 29,0 mm. 2) Immergi nella bacinella siringhe e tubicino e collegali sott'acqua, in modo che nel sistema non resti aria. 3) Appoggia le siringhe sul banco, una di fronte all'altra, alla stessa altezza. 4) Spingi lo stantuffo piccolo di uno spostamento Δx_1 letto sul righello e misura con il calibro lo spostamento Δx_2 dell'asta dello stantuffo grande. 5) Ripeti per diversi valori di Δx_1. 6) Infine, a coppie: un compagno spinge lo stantuffo grande, l'altro trattiene quello piccolo con un dito. Chi vince?

Tabella 12.3 Dati tipici dell'esperimento (Δx_1 con incertezza ±1 mm, Δx_2 con incertezza ±0,05 mm).

Δx_1 (mm)	10	20	30	40	50	60
Δx_2 (mm)	1,65	3,40	5,05	6,75	8,50	10,20
$\Delta x_2/\Delta x_1$	0,165	0,170	0,168	0,169	0,170	0,170

Che cosa si conclude. Lo spostamento dello stantuffo grande è direttamente proporzionale a quello dello stantuffo piccolo, e il rapporto è circa uguale al rapporto delle aree, come prevede la relazione $S_1\,\Delta x_1 = S_2\,\Delta x_2$ (analisi nell'esempio che segue). Nella prova a coppie vince quasi sempre chi trattiene lo stantuffo piccolo: per fare equilibrio basta una forza circa sei volte minore, anche se l'attrito delle guarnizioni rende la prova solo qualitativa. **Sicurezza.** Usa solo siringhe senza ago; asciuga subito l'acqua versata sul banco, soprattutto vicino a prese e apparecchi elettrici.

Per la relazione. Calcola le aree dei due stantuffi dai diametri e il rapporto S_2/S_1; riporta in tabella Δx_1, Δx_2 e il loro rapporto. Nelle conclusioni confronta i due rapporti tenendo conto delle incertezze, e tieni ben separata la parte quantitativa dell'esperimento dalla prova a coppie, che è soltanto qualitativa.

COLLEGAMENTI

I freni idraulici dell'automobile

Quando premi il pedale del freno, il pedale, che è una leva, spinge il pistone di un piccolo cilindro, detto *pompa del freno*. Tubi sottili pieni di un liquido speciale, il liquido dei freni, portano l'aumento di pressione fino alle ruote, dove spinge i pistoni delle *pinze*, di diametro maggiore, che premono le pastiglie contro il disco solidale con la ruota. Se, per esempio, il pistone della pompa ha un diametro di 2,0 cm ed è spinto con 400 N, la pressione nel liquido aumenta di circa $1{,}3 \times 10^6$ Pa; su un pistone della pinza di 5,0 cm di diametro questa pressione esercita una forza di circa 2500 N, più di sei volte la forza iniziale.

Il principio di Pascal garantisce che la stessa pressione arrivi a tutte le ruote, qualunque sia il percorso dei tubi. Ma il sistema funziona solo se il liquido è incomprimibile: se nei tubi entra una bolla d'aria, la prima parte della corsa del pedale serve solo a comprimerla, e il pedale diventa «spugnoso». Per questo i meccanici eseguono lo *spurgo* dei freni, che elimina l'aria dall'impianto.

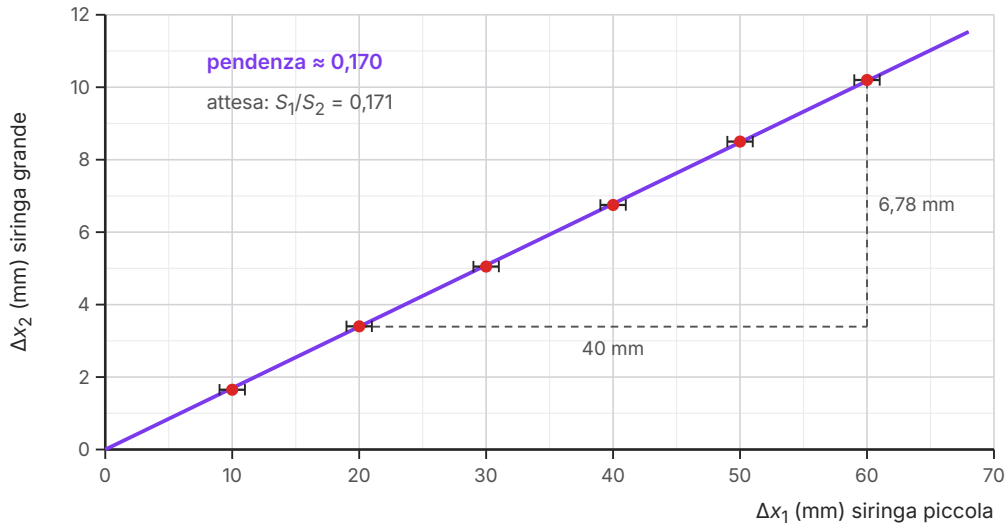

Figura 12.6 Dati tipici dell'esperimento con due siringhe (tabella 12.3): spostamento Δx_2 dello stantuffo grande in funzione dello spostamento Δx_1 dello stantuffo piccolo. Le barre orizzontali indicano l'incertezza di ±1 mm su Δx_1; quelle su Δx_2 (±0,05 mm) sono più piccole dei punti. I punti si allineano su una retta per l'origine, con pendenza circa 0,170, vicina al rapporto delle aree S_1/S_2 = 0,171.

ESEMPIO SVOLTO

Analizzare i dati delle due siringhe

Problema. Con i dati della tabella 12.3 stabilisci che relazione c'è fra Δx_2 e Δx_1, ricava il rapporto $\Delta x_2/\Delta x_1$ con la sua incertezza e confrontalo con il rapporto delle aree calcolato dai diametri.

Soluzione. Nel grafico della figura 12.6 i punti si allineano su una retta che passa per l'origine: Δx_2 è direttamente proporzionale a Δx_1. La pendenza della retta, letta con il triangolo tracciato su di essa fra 20 mm e 60 mm, è 6,78 mm / 40 mm ≈ 0,170.

Dalla tabella: il valore medio dei sei rapporti è 0,169 e la semidispersione massima è (0,170 − 0,165)/2 ≈ 0,003. Il risultato sperimentale è quindi $\Delta x_2/\Delta x_1 = 0{,}169 \pm 0{,}003$.

Previsione teorica: $S_1/S_2 = (12{,}0\text{ mm} / 29{,}0\text{ mm})^2 \approx 0{,}171$. Con la regola della propagazione del capitolo 4, l'incertezza relativa sul rapporto dei diametri è 0,05/12,0 + 0,05/29,0 ≈ 0,006; elevando al quadrato raddoppia, 0,012, quindi $S_1/S_2 = 0{,}171 \pm 0{,}002$. I due intervalli, da 0,166 a 0,172 e da 0,169 a 0,173, si sovrappongono: misura e previsione sono compatibili. Il valore misurato è un po' più basso: una piccola bolla d'aria rimasta nel tubicino, o il tubicino che si gonfia leggermente, assorbono una parte del volume spostato.

IN SINTESI

$p = F_\perp/S$ — la pressione è la forza premente su ogni unità di superficie; si misura in pascal: 1 Pa = 1 N/m^2, 1 hPa = 100 Pa, 1 kPa = 10^3 Pa, 1 MPa = 10^6 Pa.

$F_\perp = p\,S$ — la forza che una pressione esercita su una superficie è perpendicolare alla superficie e proporzionale alla sua area.

$p_s = P/V = d\,g$ — il peso specifico è il peso di ogni metro cubo di sostanza (N/m^3).

$F_1/S_1 = F_2/S_2$ — nel torchio idraulico la pressione è la stessa sotto i due pistoni, quindi le forze sono proporzionali alle aree.

$S_1\,\Delta x_1 = S_2\,\Delta x_2$ — il volume di liquido che esce da un cilindro entra nell'altro: gli spostamenti sono inversamente proporzionali alle aree.

SINTESI

- La pressione è il rapporto fra la forza premente (perpendicolare alla superficie) e l'area della superficie: $p = F_\perp / S$. Se la forza è obliqua, conta solo la sua componente perpendicolare.
- La pressione è una grandezza scalare; le forze che essa esercita sulle superfici sono perpendicolari a esse, di modulo $p\,S$.
- Nel SI la pressione si misura in pascal: 1 Pa = 1 N/m^2. Multipli: hPa (100 Pa), kPa (10^3 Pa), MPa (10^6 Pa).
- A parità di forza la pressione è inversamente proporzionale alla superficie: lame, punte e aghi la aumentano; racchette, cingoli e fondazioni la diminuiscono.
- I solidi hanno forma e volume propri, i liquidi solo volume proprio, i gas né l'una né l'altro. Liquidi e gas sono fluidi: possono scorrere.
- I gas sono comprimibili, i liquidi quasi incomprimibili. Il fluido ideale è incomprimibile e privo di viscosità.
- Il peso specifico è il peso dell'unità di volume, $d\,g$, e si misura in N/m^3.
- In un fluido in quiete le forze sulle superfici sono perpendicolari a esse e, in un punto, la pressione è la stessa in tutte le direzioni.
- Principio di Pascal: una variazione di pressione in un punto di un fluido racchiuso in un recipiente si trasmette inalterata a ogni punto del fluido e alle pareti.
- Nel torchio idraulico $F_1/S_1 = F_2/S_2$: la forza è moltiplicata per il rapporto delle aree, mentre gli spostamenti stanno nel rapporto inverso ($S_1\,\Delta x_1 = S_2\,\Delta x_2$).
- Sul principio del torchio funzionano freni idraulici, sollevatori, presse, escavatori; un gas nell'impianto lo rende inefficiente perché si comprime.

ESERCIZI

Comprendere e ricordare

1. ● Nel SI la pressione si misura in:
   - **A.** newton
   - **B.** pascal
   - **C.** newton al metro
   - **D.** chilogrammi al metro cubo

2. ● Un ettopascal equivale a:
   - **A.** 10 Pa
   - **B.** 1000 Pa
   - **C.** 0,01 Pa
   - **D.** 100 Pa

3. ● La pressione è una grandezza:
   A. scalare
   B. vettoriale, con la direzione della forza
   C. vettoriale, sempre verticale
   D. adimensionale

4. ●● Una forza di 50 N agisce perpendicolarmente su una superficie di 0,25 m^2. La pressione vale:
   A. 12,5 Pa
   B. 0,005 Pa
   C. 200 Pa
   D. 50 Pa

5. ● Un fluido ideale è:
   A. comprimibile e viscoso
   B. incomprimibile e privo di viscosità
   C. dotato di forma propria
   D. privo di massa

6. ● In un fluido in quiete, la forza che il fluido esercita su una parete del recipiente è:
   A. perpendicolare alla parete
   B. parallela alla parete
   C. sempre verticale, verso il basso
   D. inclinata di 45° rispetto alla parete

7. ●● Secondo il principio di Pascal, un aumento di pressione prodotto in un punto di un liquido racchiuso:
   A. si trasmette solo nella direzione della forza che lo ha prodotto
   B. diminuisce allontanandosi dal punto in cui è stato prodotto
   C. non raggiunge le pareti del recipiente
   D. si trasmette inalterato a ogni punto del liquido

8. ●● In un torchio idraulico l'area del pistone grande è 50 volte quella del piccolo. Se sul pistone piccolo agisce una forza di 20 N, sul pistone grande il liquido esercita una forza di:
   A. 0,4 N
   B. 70 N
   C. 1000 N
   D. 2500 N

9. ●●● Nello stesso torchio dell'esercizio 8, il pistone piccolo scende di 25 cm. Il pistone grande sale di:

   A. 12,5 m
   B. 0,5 cm
   C. 25 cm
   D. 50 cm

Vero o falso

10. ● La pressione dipende soltanto dall'intensità della forza, non dalla superficie su cui essa agisce. V / F

11. ● I gas sono fluidi comprimibili, mentre i liquidi, in ottima approssimazione, non lo sono. V / F

12. ● A parità di forza, raddoppiando l'area della superficie la pressione si dimezza. V / F

13. ●● In un torchio idraulico la pressione del liquido sotto il pistone grande è maggiore di quella sotto il pistone piccolo. V / F

14. ●● Il peso specifico dell'acqua vale circa $9{,}8 \times 10^3\ \text{N/m}^3$. V / F

Applicare

15. ● Converti: a) 3,5 kPa in pascal; b) 0,20 MPa in chilopascal; c) 1013 hPa in chilopascal; d) 4500 Pa in ettopascal.

16. ● Un libro di massa 1,2 kg è appoggiato su un tavolo con una faccia di 20 cm × 30 cm. Calcola la pressione che esercita sul tavolo.

17. ● Una forza perpendicolare di 240 N produce una pressione di 6,0 kPa. Su quale superficie agisce?

18. ●● Un mattone di massa 2,5 kg misura 25 cm × 12 cm × 5,5 cm. Calcola la pressione minima e la pressione massima che può esercitare sul pavimento, a seconda della faccia su cui è appoggiato.

19. ●● Leggi il grafico della figura 12.2 (forza costante di 600 N). a) Quale pressione corrisponde a una superficie di $0{,}030\ \text{m}^2$? b) Su quale superficie la pressione vale 10 kPa? c) Che tipo di proporzionalità lega p e S? Verifica le risposte con la formula.

20. ● Calcola il peso specifico dell'olio d'oliva ($d = 910\ \text{kg/m}^3$) e quello del mercurio ($d = 13\,546\ \text{kg/m}^3$).

21. ●● In un torchio idraulico i pistoni hanno diametri di 2,0 cm e 10 cm. a) Quante volte l'area del pistone grande è maggiore di quella del piccolo? b) Quale forza agisce sul pistone grande se sul piccolo si spinge con 80 N?

22. ● Completa: «In un torchio idraulico, se l'area del pistone grande è 8 volte quella del pistone piccolo, la forza sul pistone grande è _____ volte quella sul pistone piccolo, mentre il suo spostamento è _____ volte più _____.»

Problemi

23. ●● Uno sciatore di 70 kg, attrezzatura compresa, sta fermo sugli sci, ciascuno lungo 1,6 m e largo 8,0 cm. a) Calcola la pressione che esercita sulla neve. b) Quale pressione eserciterebbe stando in piedi con i soli scarponi, che hanno in tutto una superficie d'appoggio di 0,056 m^2? c) Quante volte è maggiore?

24. ●● Spingi una puntina da disegno con una forza di 15 N. La testa ha un'area di 0,80 cm^2, la punta di 0,050 mm^2. a) Calcola la pressione sul pollice e quella sul legno. b) Perché il pollice non si buca e il legno sì?

25. ●● Un elefante di 4500 kg poggia su quattro zampe, ciascuna con una superficie d'appoggio di 0,10 m^2. Una persona di 55 kg, camminando, scarica per un attimo tutto il peso su un tacco a spillo di 1,0 cm^2. Calcola le due pressioni e il loro rapporto.

26. ●●● Un sollevatore idraulico ha il pistone grande di 25 cm di diametro e quello piccolo di 2,5 cm. Sulla piattaforma (di massa trascurabile) c'è un'automobile di 1500 kg. a) Calcola la pressione dell'olio in equilibrio. b) Quale forza occorre sul pistone piccolo? c) Per sollevare l'auto di 15 cm, di quanto deve scendere in tutto il pistone piccolo? d) Se ogni corsa della pompa sposta il pistone piccolo di 10 cm, quante corse servono?

27. ●●● Freno idraulico. Il guidatore preme il pedale con una forza di 300 N; il pedale, che è una leva, spinge il pistone della pompa del freno con una forza 4 volte maggiore. Il pistone della pompa ha un diametro di 2,0 cm, ciascun pistone delle pinze un diametro di 4,0 cm. a) Di quanto aumenta la pressione del liquido? b) Quale forza esercita ciascun pistone della pinza sulle pastiglie?

28. ●●● In un torchio idraulico il pistone grande ha un'area di 400 cm^2 e il piccolo di 10 cm^2; i due pistoni sono alla stessa altezza e hanno massa trascurabile. Sul pistone grande è appoggiato un blocco di 80 kg. a) Quale massa bisogna appoggiare sul pistone piccolo per l'equilibrio? b) Se invece si appoggia una massa di 2,5 kg, quale pistone scende? c) Se il pistone piccolo scende di 12 cm, di quanto sale il blocco?

29. ●● Un'infermiera spinge lo stantuffo di una siringa, di diametro 1,5 cm, con una forza di 6,0 N. a) Di quanto aumenta la pressione nel liquido? b) E se usasse una siringa di 0,80 cm di diametro, spingendo con la stessa forza? c) Quale delle due siringhe conviene per iniettare un liquido in un tessuto che oppone resistenza?

Ragionare e argomentare

30. ●● Spiega con il concetto di pressione perché una borsa della spesa pesante fa male alle dita se ha i manici sottili, e perché si consiglia di affilare spesso i coltelli da cucina.

31. ●●● Trova l'errore. Uno studente scrive: «Il torchio idraulico con $S_2 = 20\ S_1$ moltiplica la pressione per 20: se spingo il pistone piccolo con 50 N, il liquido spinge il pistone grande con gli stessi 50 N, ma a una pressione 20 volte maggiore». Correggi il ragionamento e calcola la forza giusta sul pistone grande.

32. ●●● Stima (problema di Fermi). Un'automobile di 1200 kg poggia sull'asfalto con quattro pneumatici; l'impronta di ciascuno è all'incirca un rettangolo di 15 cm × 15 cm. Stima la pressione media sull'asfalto e confrontala con la pressione di gonfiaggio tipica degli pneumatici, che è di circa 2×10^5 Pa oltre la pressione dell'aria esterna. Che cosa succede all'impronta se lo pneumatico è sgonfio?

33. ●● Progetta un esperimento, con materiali semplici, per mostrare che in un liquido la pressione si trasmette in tutte le direzioni e non solo in quella della forza applicata. Descrivi materiali, procedura e che cosa ti aspetti di osservare.

PER APPROFONDIRE

- [HEW] P.G. Hewitt, *Conceptual Physics*: il capitolo sui liquidi presenta la pressione e il principio di Pascal con molti esempi tratti dalla vita quotidiana e dalla tecnica.
- [HRW] D. Halliday, R. Resnick, J. Walker, *Fondamenti di fisica*: il capitolo sui fluidi tratta la pressione, il principio di Pascal e il torchio idraulico, con problemi di diversa difficoltà.
- [BIPM] Bureau International des Poids et Mesures, *Le Système international d'unités*: la «brochure SI» elenca il pascal fra le unità derivate con nome speciale e ne riporta la definizione.

Glossario del capitolo

Comprimibile
Detto di un fluido il cui volume diminuisce apprezzabilmente quando aumenta la pressione, come i gas.

Ettopascal
Multiplo del pascal (hPa) pari a 100 Pa, usato in meteorologia per la pressione dell'aria.

Fluido
Sostanza che può scorrere e non ha forma propria: sono fluidi i liquidi e i gas.

Fluido ideale
Modello di fluido incomprimibile e privo di viscosità, adatto a descrivere i liquidi in quiete.

Incomprimibile
Detto di un fluido il cui volume resta praticamente invariato anche sotto pressioni elevate; i liquidi lo sono in ottima approssimazione.

Oleodinamica
Tecnica che usa liquidi in pressione, di solito olii, per trasmettere e moltiplicare forze in macchine e impianti.

Pascal
Unità di misura della pressione nel SI (Pa): la pressione esercitata da 1 N distribuito perpendicolarmente su 1 m^2; 1 Pa = 1 N/m^2.

Peso specifico
Rapporto fra il peso di un corpo e il suo volume, uguale a $d \cdot g$; si misura in N/m^3.

Pistone
Disco o cilindro che scorre a tenuta dentro un cilindro, trasmettendo una forza a un fluido o ricevendola da esso.

Pressione
Rapporto fra la forza premente, perpendicolare a una superficie, e l'area della superficie: $p = F_\perp/S$. È una grandezza scalare.

Principio di Pascal
Una variazione di pressione prodotta in un punto di un fluido in quiete racchiuso in un recipiente si trasmette inalterata a ogni punto del fluido e alle pareti.

Siringa di Pascal
Sfera forata montata su un cilindro con stantuffo: spingendo lo stantuffo, l'acqua esce da tutti i fori, perpendicolarmente alla sfera, mostrando il principio di Pascal.

Sollevatore idraulico
Applicazione del torchio idraulico che solleva carichi pesanti, come le automobili nelle officine, con una piccola forza applicata a una pompa.

Stati di aggregazione
I modi in cui si presenta la materia: solido (forma e volume propri), liquido (solo volume proprio), gas (né forma né volume propri).

Torchio idraulico
Macchina formata da due cilindri di sezione diversa, pieni di liquido e chiusi da pistoni, in cui $F_1/S_1 = F_2/S_2$: moltiplica la forza per il rapporto delle aree.

Viscosità
Attrito interno di un fluido, che si oppone allo scorrimento di uno strato sull'altro; è alta nel miele, bassa nell'acqua.

Soluzioni

1. B. 1 Pa = 1 N/m^2; il newton è l'unità di forza, il kg/m^3 di densità.

2. D. Il prefisso etto vale 10^2: 1 hPa = 100 Pa.

3. A. La pressione è uno scalare; sono vettori le forze che produce sulle superfici.

4. C. $p = F_\perp/S$ = 50 N / 0,25 m^2 = 2,0 × 10^2 Pa.

5. B. Il fluido ideale è un modello: incomprimibile e senza attrito interno (viscosità).

6. A. Una componente parallela alla parete farebbe scorrere il fluido, che invece è in quiete.

7. D. È l'enunciato del principio di Pascal: l'aumento è lo stesso in ogni punto e in ogni direzione.

8. C. $F_2 = F_1 \cdot S_2/S_1$ = 20 N × 50 = 1,0 × 10^3 N.

9. B. $\Delta x_2 = \Delta x_1 \cdot S_1/S_2$ = 25 cm / 50 = 0,5 cm.

10. F. A parità di forza, la pressione è inversamente proporzionale alla superficie.

11. V. Un gas si lascia comprimere facilmente; per ridurre di poco il volume di un liquido servono pressioni enormi.

12. V. $p = F_\perp/S$: con $F_\perp$ fissa, se S raddoppia p si dimezza.

13. F. Per il principio di Pascal la pressione è la stessa; è la forza a essere maggiore sul pistone grande.

14. V. $p_s = d\,g$ = 1000 kg/m^3 × 9,8 N/kg = 9,8 × 10^3 N/m^3.

15. a) 3,5 kPa = 3,5 × 10^3 Pa = 3500 Pa; b) 0,20 MPa = 2,0 × 10^5 Pa = 2,0 × 10^2 kPa; c) 1013 hPa = 101 300 Pa = 101,3 kPa; d) 4500 Pa = 45 hPa.

16. $F_\perp = m\,g$ = 1,2 kg × 9,8 N/kg = 11,8 N; S = 0,20 m × 0,30 m = 0,060 m^2; p = 11,8 N / 0,060 m^2 ≈ 2,0 × 10^2 Pa.

17. $S = F_\perp/p$ = 240 N / 6,0 × 10^3 Pa = 0,040 m^2 (400 cm^2).

18. P = 2,5 kg × 9,8 N/kg = 24,5 N. Pressione minima sulla faccia più grande, S = 0,25 m × 0,12 m = 0,030 m^2: p ≈ 8,2 × 10^2 Pa. Pressione massima sulla faccia più piccola, S = 0,12 m × 0,055 m = 6,6 × 10^{-3} m^2: p ≈ 3,7 × 10^3 Pa (circa 4,5 volte di più).

19. a) Dal grafico circa 20 kPa; con la formula 600 N / 0,030 m^2 = 2,0 × 10^4 Pa. b) Circa 0,060 m^2; con la formula 600 N / 1,0 × 10^4 Pa = 0,060 m^2. c) Proporzionalità inversa: il prodotto $p\,S$ = 600 N è costante e il grafico è un ramo di iperbole.

20. Olio: p_s = 910 kg/m^3 × 9,8 N/kg ≈ 8,9 × 10^3 N/m^3. Mercurio: 13 546 kg/m^3 × 9,8 N/kg ≈ 1,33 × 10^5 N/m^3.

21. a) Il rapporto delle aree è il quadrato del rapporto dei diametri: $(10/2{,}0)^2$ = 25. b) F_2 = 80 N × 25 = 2,0 × 10^3 N.

22. 8; 8; piccolo (breve). Forze proporzionali alle aree, spostamenti inversamente proporzionali.

23. P = 70 kg × 9,8 N/kg = 686 N. a) S = 2 × 1,6 m × 0,080 m = 0,256 m^2; p = 686 N / 0,256 m^2 ≈ 2,7 × 10^3 Pa. b) p = 686 N / 0,056 m^2 ≈ 1,2 × 10^4 Pa. c) 0,256/0,056 ≈ 4,6 volte.

24. a) Sul pollice: p = 15 N / (0,80 × 10^{-4} m^2) ≈ 1,9 × 10^5 Pa. Sul legno: p = 15 N / (0,050 × 10^{-6} m^2) = 3,0 × 10^8 Pa. b) La forza è la stessa, ma sul legno agisce su un'area 1600 volte più piccola: la pressione è 1600 volte maggiore e supera la resistenza del legno, mentre quella sul pollice resta sopportabile.

25. Elefante: p = 4500 kg × 9,8 N/kg / (4 × 0,10 m^2) = 44 100 N / 0,40 m^2 ≈ 1,1 × 10^5 Pa. Tacco: p = 55 kg × 9,8 N/kg / 1,0 × 10^{-4} m^2 = 539 N / 1,0 × 10^{-4} m^2 ≈ 5,4 × 10^6 Pa. Rapporto ≈ 49: il tacco preme circa 50 volte di più.

26. $S_2 = \pi\,(0{,}125\text{ m})^2 \approx 4{,}91 \times 10^{-2}$ m^2; $S_2/S_1 = (25/2{,}5)^2$ = 100; P = 1500 kg × 9,8 N/kg = 1,47 × 10^4 N. a) $p = P/S_2$ ≈ 3,0 × 10^5 Pa. b) $F_1 = P/100$ ≈ 1,5 × 10^2 N (147 N). c) Δx_1 = 0,15 m × 100 = 15 m. d) 15 m / 0,10 m = 150 corse.

27. Forza sul pistone della pompa: 4 × 300 N = 1200 N. a) p = 1200 N / [π (0,010 m)^2] = 1200 N / 3,14 × 10^{-4}

$m^2 \approx 3{,}8 \times 10^6$ Pa. b) $F = p \cdot \pi\ (0{,}020\ \text{m})^2$, oppure 1200 N × $(4{,}0/2{,}0)^2 = 4{,}8 \times 10^3$ N per ciascun pistone.

28. a) $F_1/S_1 = F_2/S_2$ con $F = m\,g$: $m_1 = 80$ kg × 10 cm^2 / 400 $\text{cm}^2 = 2{,}0$ kg. b) Con 2,5 kg la forza sul pistone piccolo supera quella necessaria all'equilibrio (24,5 N contro 19,6 N): scende il pistone piccolo e il blocco sale. c) $\Delta x_2 = 12\ \text{cm} \times 10/400 = 0{,}30\ \text{cm}$.

29. a) $S = \pi\ (0{,}0075\ \text{m})^2 \approx 1{,}77 \times 10^{-4}\ \text{m}^2$; $\Delta p = 6{,}0$ N / $1{,}77 \times 10^{-4}\ \text{m}^2 \approx 3{,}4 \times 10^4$ Pa. b) $S = \pi\ (0{,}0040\ \text{m})^2 \approx 5{,}03 \times 10^{-5}\ \text{m}^2$; $\Delta p \approx 1{,}2 \times 10^5$ Pa. c) La siringa più sottile: a parità di forza produce una pressione circa 3,5 volte maggiore.

30. Traccia: il peso della borsa si scarica sulle dita attraverso i manici; con manici sottili la superficie di contatto è piccola e la pressione sulla pelle è grande, quindi fa male (un manico largo o imbottito distribuisce la stessa forza su più superficie). Un coltello affilato ha il filo sottilissimo: la stessa forza produce una pressione molto alta e il materiale si separa; con l'uso il filo si arrotonda, la superficie aumenta e la pressione cala, quindi bisogna spingere di più e il coltello scivola o schiaccia.

31. L'errore è pensare che il torchio moltiplichi la pressione: per il principio di Pascal la pressione è la stessa sotto i due pistoni. È la forza a essere moltiplicata, perché la stessa pressione agisce su un'area 20 volte maggiore: $F_2 = 50\ \text{N} \times 20 = 1{,}0 \times 10^3$ N.

32. Traccia: $P = 1200\ \text{kg} \times 9{,}8\ \text{N/kg} \approx 1{,}2 \times 10^4$ N; area totale $4 \times 0{,}15\ \text{m} \times 0{,}15\ \text{m} = 0{,}090\ \text{m}^2$; $p \approx 1{,}3 \times 10^5$ Pa. È dello stesso ordine di grandezza della pressione di gonfiaggio (2×10^5 Pa): non è un caso, perché l'impronta si allarga finché l'aria nello pneumatico, premendo sulla zona a contatto con l'asfalto, sostiene il peso. Se lo pneumatico è sgonfio la pressione interna è minore e l'impronta deve diventare più grande per sostenere lo stesso peso: la gomma si schiaccia, si deforma molto e si scalda.

33. Traccia: un sacchetto di plastica o un palloncino pieno d'acqua, forato con uno spillo in diversi punti (sopra, sotto, sui lati), oppure una bottiglia forata su più lati e chiusa con il tappo. Si preme in un solo punto, per esempio dall'alto con il palmo della mano. Ci si aspetta che i getti si allunghino contemporaneamente da tutti i fori, anche da quelli sul lato opposto o sotto, e che ciascuno parta perpendicolare alla superficie: la pressione si trasmette in tutte le direzioni. Per un confronto, si può segnare su un foglio la gittata dei getti prima e durante la pressione.