CAPITOLO

3

Notazione scientifica, ordini di grandezza e cifre significative

Dal nucleo di un atomo ai confini dell'universo osservabile ci sono una quarantina di potenze di dieci: per attraversarle tutte basta saper contare gli zeri.

OBIETTIVI

1. Usare le potenze di dieci e le loro regole per scrivere numeri molto grandi e molto piccoli.
2. Scrivere e leggere un numero in notazione scientifica e calcolare con essa, anche con la calcolatrice.
3. Determinare l'ordine di grandezza di una quantità e collocarla sulle scale dell'universo.
4. Risolvere un problema di stima scomponendolo in fattori ragionevoli.
5. Contare le cifre significative, arrotondare correttamente e scrivere il risultato di un calcolo con il giusto numero di cifre.

INDICE DEL CAPITOLO

3.1 Le potenze di dieci 2
3.2 La notazione scientifica 3
3.3 L'ordine di grandezza 6
3.4 Le stime 10
3.5 Le cifre significative 12

Fisica 1 · Parte I · Misurare il mondo · versione 1.0
Capitolo 3: Notazione scientifica, ordini di grandezza e cifre significative · pagine 69–90 del volume completo · estratto per lo studio

La distanza media tra la Terra e il Sole è di circa 150 000 000 000 metri; il diametro di un atomo di idrogeno è di circa 0,000 000 000 1 metri. Scritti così, i due numeri sono scomodi: per leggerli bisogna contare gli zeri uno a uno, ed è facilissimo sbagliarne uno. Eppure sbagliare uno zero significa sbagliare di un fattore dieci, cioè confondere un'automobile con un autobus da dieci tonnellate, o un'ora con dieci ore.

In questo capitolo impareremo il linguaggio che i fisici usano per maneggiare numeri di qualunque dimensione: la **notazione scientifica**. Vedremo poi come confrontare rapidamente quantità lontanissime tra loro grazie all'**ordine di grandezza**, come fare una stima ragionata quando i dati mancano e, infine, come scrivere un risultato in modo onesto, cioè con il numero giusto di **cifre significative**. Sono strumenti che useremo in ogni capitolo successivo: senza di essi la fisica sarebbe una selva di zeri.

3.1 Le potenze di dieci

3.1.1 Numeri molto grandi e numeri molto piccoli

Una **potenza di dieci** è un numero della forma 10^n, dove l'**esponente** n è un numero intero. Se n è positivo, 10^n è un 1 seguito da n zeri: $10^3 = 1000$, $10^6 = 1\,000\,000$. Se n è negativo, 10^n è una frazione con 1 al numeratore: $10^{-3} = 1/10^3 = 0{,}001$. Infine $10^0 = 1$, come ogni potenza con esponente zero di un numero diverso da zero.

C'è un trucco semplice per passare dalla potenza al numero scritto per esteso. Con esponente positivo, l'esponente dice *quanti zeri* seguono l'1. Con esponente negativo, l'esponente (senza segno) dice *in quale posizione dopo la virgola* si trova l'1: in $10^{-4} = 0{,}0001$ l'1 è la quarta cifra dopo la virgola. Le potenze di dieci sono già comparse nel capitolo 2, nascoste nei prefissi del Sistema Internazionale: il «chilo» di chilometro vale 10^3, il «milli» di millimetro vale 10^{-3}. La tabella 3.1 riassume questo legame.

Tabella 3.1 Alcune potenze di dieci, la loro forma decimale e il prefisso SI corrispondente.

Potenza	Forma decimale	Nome	Prefisso SI
10^{12}	1 000 000 000 000	mille miliardi	tera (T)
10^{9}	1 000 000 000	un miliardo	giga (G)
10^{6}	1 000 000	un milione	mega (M)
10^{3}	1000	mille	chilo (k)
10^{0}	1	uno	—
10^{-3}	0,001	un millesimo	milli (m)
10^{-6}	0,000 001	un milionesimo	micro (µ)
10^{-9}	0,000 000 001	un miliardesimo	nano (n)
10^{-12}	0,000 000 000 001	un millesimo di miliardesimo	pico (p)

3.1.2 Le regole di calcolo

Le potenze di dieci si moltiplicano e si dividono con le stesse regole delle potenze che hai studiato in algebra. Il motivo è intuitivo: moltiplicare 10^3 per 10^2 significa mettere in fila tre fattori 10 e poi altri due, cioè cinque fattori 10 in tutto. Dividere per 10^2, invece, «toglie» due fattori 10. Anche gli esponenti negativi rientrano nello schema: $10^5 \cdot 10^{-2} = 10^3$, perché dividere per 100 toglie due zeri a 100 000.

DA RICORDARE

Regole delle potenze di dieci (m e n interi qualsiasi):

$10^m \cdot 10^n = 10^{m+n}$ $\quad 10^m / 10^n = 10^{m-n}$ $\quad (10^m)^n = 10^{m\cdot n}$ $\quad 10^{-n} = 1/10^n$ $\quad 10^0 = 1$

Moltiplicare un numero per 10^n sposta la sua virgola di n posti verso destra se $n > 0$, verso sinistra se $n < 0$.

3.2 La notazione scientifica

3.2.1 Che cos'è e come si scrive

Un numero è scritto in **notazione scientifica** quando ha la forma

$$a \times 10^n \qquad \text{con } 1 \le a < 10 \text{ e } n \text{ intero.}$$

Il numero a si chiama **mantissa** (o coefficiente): ha **una sola cifra diversa da zero prima della virgola**. La potenza 10^n porta l'informazione sulla «taglia» del numero. Così la distanza Terra–Sole diventa $1{,}5 \times 10^{11}$ m e il diametro dell'atomo di idrogeno 1×10^{-10} m: due righe brevi, impossibili da confondere.

Per scrivere un numero in notazione scientifica si sposta la virgola fino a lasciare una sola cifra non nulla alla sua sinistra, e si conta di quanti posti la si è spostata (figura 3.1):

- se la virgola si è spostata **verso sinistra** (il numero di partenza era grande), l'esponente è **positivo** e vale il numero di posti: $3\,450\,000 = 3{,}45 \times 10^6$;
- se la virgola si è spostata **verso destra** (il numero di partenza era minore di 1), l'esponente è **negativo**: $0{,}000\,072 = 7{,}2 \times 10^{-5}$.

Un controllo veloce evita la maggior parte degli errori: un numero maggiore di 10 ha esponente positivo, un numero compreso tra 1 e 10 ha esponente zero ($4{,}7 = 4{,}7 \times 10^0$), un numero minore di 1 ha esponente negativo.



Figura 3.1 Scrivere un numero in notazione scientifica. In alto, la virgola sottintesa di 3 450 000 si sposta di 6 posti verso sinistra: l'esponente è +6. In basso, la virgola di 0,000 072 si sposta di 5 posti verso destra, fino a lasciare il 7 da solo prima della virgola: l'esponente è −5.

3.2.2 Dalla notazione scientifica alla forma decimale

Il percorso inverso è altrettanto semplice: si sposta la virgola della mantissa di tanti posti quanti ne indica l'esponente, verso destra se l'esponente è positivo e verso sinistra se è negativo, aggiungendo gli zeri necessari. Per esempio $6{,}02 \times 10^5 = 602\,000$ e $4{,}1 \times 10^{-3} = 0{,}0041$.

Capita spesso di ottenere da un calcolo un numero «quasi» in notazione scientifica, come 25×10^3 o $0{,}8 \times 10^{-2}$. Per **normalizzarlo** si porta la mantissa tra 1 e 10 e si compensa con l'esponente: se la mantissa viene divisa per 10, l'esponente aumenta di 1, e viceversa. Quindi $25 \times 10^3 = 2{,}5 \times 10^4$ e $0{,}8 \times 10^{-2} = 8 \times 10^{-3}$. Il valore del numero non cambia: abbiamo solo spostato un fattore 10 da una parte all'altra del segno di moltiplicazione.

3.2.3 Calcolare in notazione scientifica

La notazione scientifica rende comodi i calcoli perché separa le «cifre» dalla «taglia». Le regole sono quattro.

- **Prodotto.** Si moltiplicano le mantisse e si sommano gli esponenti: $(3 \times 10^4) \cdot (2 \times 10^5) = 6 \times 10^9$. Se la mantissa supera 10 si normalizza: $(5 \times 10^3) \cdot (4 \times 10^2) = 20 \times 10^5 = 2 \times 10^6$.
- **Quoziente.** Si dividono le mantisse e si sottraggono gli esponenti: $(8 \times 10^6) / (2 \times 10^{-3}) = 4 \times 10^9$. Attenzione al segno: $6 - (-3) = 9$.
- **Potenza e radice.** $(2 \times 10^3)^2 = 2^2 \times 10^6 = 4 \times 10^6$. Per la radice quadrata conviene rendere pari l'esponente: $\sqrt{(9 \times 10^6)} = 3 \times 10^3$, mentre $\sqrt{(4 \times 10^7)} = \sqrt{(40 \times 10^6)} \approx 6{,}3 \times 10^3$.
- **Somma e differenza.** Si possono sommare direttamente le mantisse *solo se gli esponenti sono uguali*: $3{,}2 \times 10^5 + 4{,}1 \times 10^5 = 7{,}3 \times 10^5$. Se sono diversi, prima si riscrive uno dei due numeri con l'esponente dell'altro: $3{,}2 \times 10^5 + 4{,}1 \times 10^4 = 3{,}2 \times 10^5 + 0{,}41 \times 10^5 = 3{,}61 \times 10^5$. (Nel paragrafo 3.5 vedremo che, se i due numeri sono misure, questo risultato va arrotondato a $3{,}6 \times 10^5$.)

Nota che per somme e differenze la notazione scientifica non semplifica nulla: è nelle moltiplicazioni e nelle divisioni, che in fisica sono di gran lunga le operazioni più frequenti, che mostra tutta la sua utilità.

ESEMPIO SVOLTO

Quanto impiega la luce del Sole ad arrivare fino a noi?

Dati. Distanza Terra–Sole $d = 1{,}50 \times 10^{11}$ m; velocità della luce $c = 3{,}00 \times 10^8$ m/s. Il tempo si ottiene dividendo la distanza per la velocità: $t = d/c$.

Calcolo. $t = (1{,}50 \times 10^{11}\ \text{m}) / (3{,}00 \times 10^8\ \text{m/s}) = (1{,}50/3{,}00) \times 10^{11-8}\ \text{s} = 0{,}500 \times 10^3\ \text{s} = 5{,}00 \times 10^2\ \text{s}$.

Interpretazione. 500 s sono 500/60 ≈ 8,33 minuti: la luce che vediamo è partita dal Sole circa otto minuti e venti secondi fa. Le unità tornano: m diviso m/s dà secondi.

3.2.4 Usare la calcolatrice

Ogni calcolatrice scientifica ha un tasto per inserire direttamente un numero in notazione scientifica. A seconda del modello si chiama **EXP**, EE oppure $\times 10^x$. Per inserire $6{,}02 \times 10^{23}$ si digita **6.02**, poi il tasto EXP, poi **23**; per un esponente negativo si usa il tasto del segno, di solito (−) o +/−, e non il tasto della sottrazione. Sul display il risultato può apparire come 6.02E23, 6.02^{23} o 6.02×10^{23}; inoltre molte calcolatrici usano il punto al posto della virgola decimale. La lettera E sta per «esponente».

ERRORE FREQUENTE

Digitare «10» prima del tasto EXP. Il tasto EXP significa già «× 10 elevato a». Se per scrivere 10^5 digiti **10** EXP **5**, la calcolatrice legge $10 \times 10^5 = 10^6$: un errore di un fattore dieci. La sequenza giusta è **1** EXP **5**.

Dividere senza parentesi. Se la tua calcolatrice non ha il tasto EXP e usi il tasto della potenza, il calcolo $6 / (2 \times 10^3)$ digitato come 6 ÷ 2 × 10 ^ 3 dà 3000, perché la macchina esegue prima la divisione e poi la moltiplicazione. Il risultato corretto è 0,003: servono le parentesi, oppure il tasto EXP, che tiene unito il numero.

3.3 L'ordine di grandezza

3.3.1 Definizione e regola di arrotondamento

Spesso non serve conoscere un numero con precisione: basta sapere «quanto è grande», cioè a quale potenza di dieci è più vicino. L'**ordine di grandezza** di un numero è la potenza di dieci che meglio lo approssima. Si trova in due passi:

1. si scrive il numero in notazione scientifica, $a \times 10^n$;
2. se la mantissa a è minore di $\sqrt{10} = 3{,}162\ldots$, l'ordine di grandezza è 10^n; se a è maggiore o uguale a $\sqrt{10}$, l'ordine di grandezza è 10^{n+1}. In pratica basta confrontare a con 3,16.

Per esempio, la massa di una persona di 70 kg è $7{,}0 \times 10^1$ kg: poiché $7{,}0 \geq 3{,}16$, l'ordine di grandezza è 10^2 kg. La distanza Terra–Sole, $1{,}5 \times 10^{11}$ m, ha invece ordine di grandezza 10^{11} m.

Perché proprio 3,16 e non 5, che sembrerebbe il «punto di mezzo» tra 1 e 10? Perché quando si ragiona per potenze di dieci contano i *rapporti*, non le differenze. Il numero 3,16 è a metà strada tra 1 e 10 nel senso dei rapporti: 3,16 è circa 3,16 volte 1, e 10 è circa 3,16 volte 3,16. Su una scala in cui ogni potenza di dieci occupa lo stesso spazio, la cosiddetta **scala logaritmica**, 3,16 cade esattamente a metà tra 1 e 10 (figura 3.2). Va detto con chiarezza che questa è una **convenzione**: alcuni testi usano la soglia 5. In questo libro useremo sempre 3,16. Vicino alla soglia decide la convenzione: per esempio $3{,}2 \times 10^4$ ha ordine di grandezza 10^5, mentre $3{,}1 \times 10^4$ ha ordine di grandezza 10^4.

Due grandezze dello stesso tipo si confrontano facilmente attraverso i loro ordini di grandezza: se uno è 10^{11} e l'altro 10^8, il primo è circa mille volte il secondo. Si dice che i due numeri **differiscono di tre ordini di grandezza**. È questo il senso di espressioni come «la Terra è più grande di una persona di sette ordini di grandezza»: il diametro terrestre, $1{,}27 \times 10^7$ m, è dell'ordine di 10^7 m, e una persona è dell'ordine di 10^0 m.

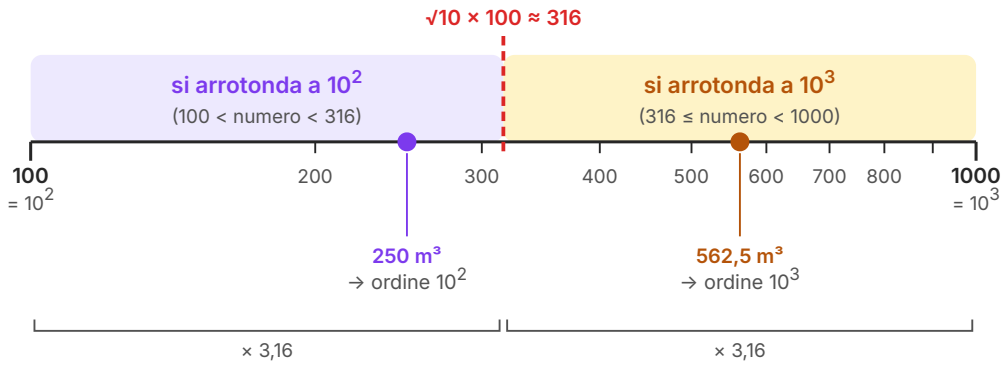

Figura 3.2 La regola dell'ordine di grandezza sull'intervallo tra 100 e 1000, disegnato in scala logaritmica: le tacche 100, 200, ..., 1000 non sono equidistanti. La soglia $\sqrt{10} \times 100 \approx 316$ cade a metà, perché $316/100 = 1000/316 \approx 3{,}16$. Un volume di 250 m³ ha ordine di grandezza 10^2 m³; uno di 562,5 m³ (la piscina del paragrafo 3.4) ha ordine 10^3 m³.

3.3.2 Le scale dell'universo

Gli ordini di grandezza ci permettono di mettere in fila, su un'unica riga, oggetti che altrimenti non potremmo mai confrontare. La figura 3.3 colloca su una scala logaritmica alcune lunghezze ben note: dal protone, il cui diametro è di circa 10^{-15} m, fino al raggio dell'universo osservabile, che è dell'ordine di 10^{27} m ($4{,}4 \times 10^{26}$ m, e $4{,}4 \geq 3{,}16$). Su questa scala ogni tacca corrisponde a un fattore dieci: spostarsi di una tacca verso destra significa moltiplicare per dieci. Il corpo umano, con il suo metro e qualcosa, si trova più o meno a metà strada: tra la nostra statura e il diametro di un atomo ci sono dieci ordini di grandezza, tra la nostra statura e la distanza Terra–Sole undici.

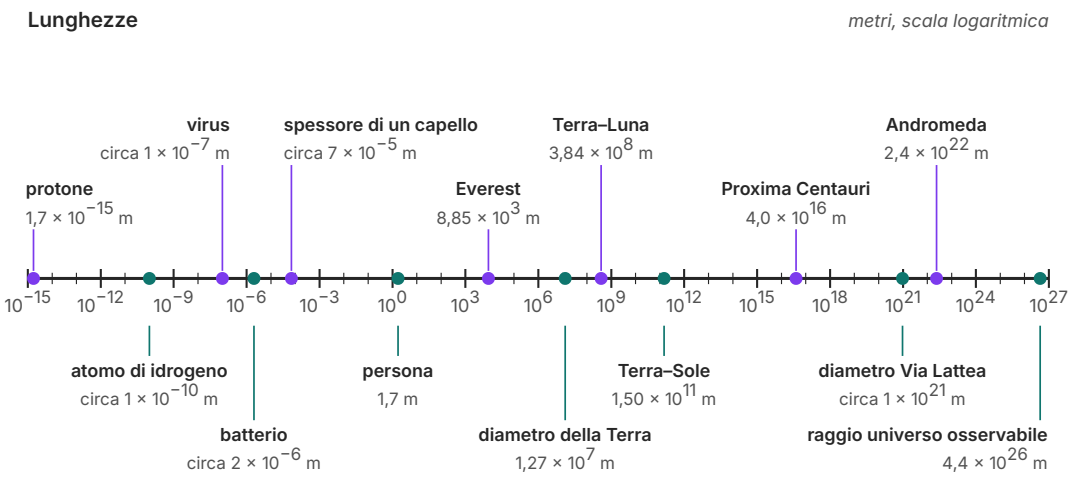

Figura 3.3 La scala delle lunghezze, da 10^{-15} m a 10^{27} m, in scala logaritmica: ogni tacca vale un fattore 10. I punti sono collocati nella posizione esatta del valore indicato; i valori preceduti da «circa» sono tipici di una classe di oggetti (un batterio, un virus) e possono variare di qualche volta.

Lo stesso si può fare con le masse (figura 3.4): la massa dell'elettrone, $9{,}11 \times 10^{-31}$ kg, e quella stimata della nostra galassia, la Via Lattea, dell'ordine di 10^{42} kg, distano più di settanta ordini di grandezza. Si noti che la Terra ha una massa di $5{,}97 \times 10^{24}$ kg, il cui ordine di grandezza è 10^{25} kg, mentre il Sole ha una massa di $1{,}99 \times 10^{30}$ kg, ordine di grandezza 10^{30} kg: cinque ordini di grandezza di differenza. Il rapporto esatto, $1{,}99 \times 10^{30} / 5{,}97 \times 10^{24} \approx 3{,}3 \times 10^{5}$, conferma: il Sole ha una massa di circa trecentomila Terre.

APPROFONDIMENTO

Archimede e i granelli di sabbia

Il matematico siracusano Archimede (circa 287–212 a.C.) scrisse un breve trattato, noto in italiano come *Arenario*, per mostrare che anche il numero dei granelli di sabbia necessari a riempire l'intero universo, per quanto immenso, non è infinito e si può scrivere. Il sistema di numerazione greco non permetteva di esprimere numeri così grandi; Archimede ne costruì uno nuovo, organizzando i numeri in «ordini» successivi, ciascuno basato su una miriade di miriadi (10^8). Con ipotesi esplicite sulla grandezza di un granello e sulle dimensioni del cosmo come lo immaginavano gli astronomi del suo tempo, concluse che i granelli sarebbero stati meno di un numero che oggi scriviamo 10^{63}. È, a tutti gli effetti, una stima per ordini di grandezza, più di duemila anni prima che venisse inventata la notazione esponenziale.

Infine i tempi. La tabella 3.2 raccoglie alcuni intervalli di tempo espressi in secondi. Un valore da tenere a mente: un anno dura circa $3{,}16 \times 10^7$ s (più precisamente $3{,}156 \times 10^7$ s), cioè quasi $\pi \times 10^7$ s. Attenzione: poiché 3,156 è appena minore di $\sqrt{10} = 3{,}162$, l'ordine di grandezza di un anno è 10^7 s; è uno dei rari casi in cui, vicino alla soglia, bisogna guardare anche la terza cifra.

Tabella 3.2 Alcuni intervalli di tempo in secondi (valori arrotondati) e il loro ordine di grandezza.

Intervallo di tempo	Durata (s)	Ordine di grandezza (s)
un battito del cuore a riposo	circa 0,9	10^0
un'ora	$3{,}6 \times 10^3$	10^4
un giorno	$8{,}64 \times 10^4$	10^5
un anno (365,25 giorni)	$3{,}156 \times 10^7$	10^7
una vita umana di 80 anni	$2{,}5 \times 10^9$	10^9
età della Terra (4,54 miliardi di anni)	$1{,}43 \times 10^{17}$	10^{17}
età dell'universo (13,8 miliardi di anni)	$4{,}35 \times 10^{17}$	10^{18}

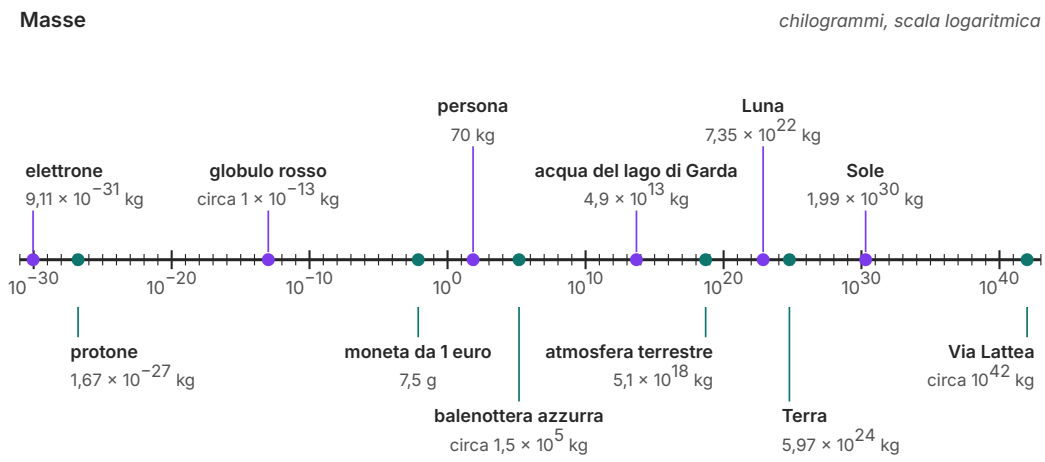

Figura 3.4 La scala delle masse, da 10^{-31} kg a 10^{43} kg, in scala logaritmica. La massa della Via Lattea è nota solo come stima, con un'incertezza di alcune volte: per questo ne indichiamo soltanto l'ordine di grandezza.

ERRORE FREQUENTE

Confondere l'ordine di grandezza con l'esponente. L'ordine di grandezza di $9{,}5 \times 10^3$ m non è 10^3 m ma 10^4 m: 9500 m è molto più vicino a 10 000 m che a 1000 m. Prima di dare l'ordine di grandezza bisogna sempre guardare la mantissa. E prima ancora bisogna normalizzare: 45×10^3 non ha ordine 10^3 o 10^4, perché vale $4{,}5 \times 10^4$ e il suo ordine di grandezza è 10^5.

Usare l'ordine di grandezza come se fosse il valore. Dire che la piscina contiene «10^6 L» quando la stima è $5{,}6 \times 10^5$ L butta via informazione. L'ordine di grandezza serve per confrontare in fretta; quando si conosce la mantissa, è meglio indicarla.

3.4 Le stime

3.4.1 Il metodo della stima

Quanti litri d'acqua contiene la piscina comunale? Quanti battiti compie il tuo cuore in tutta la vita? Domande come queste non hanno una risposta su un libro, e misurare direttamente sarebbe impossibile o assurdo. Eppure si può arrivare a una risposta sensata in pochi minuti. Una **stima** è una valutazione approssimata di una grandezza, ottenuta ragionando su dati noti o plausibili invece che misurandola. Quando l'obiettivo è trovare soprattutto l'ordine di grandezza del risultato, si parla di **problema di Fermi**, dal nome del fisico che amava proporli ai suoi studenti.

Il metodo si articola in alcuni passi:

1. **Chiarire la domanda**: che cosa vogliamo stimare, con quale unità di misura?
2. **Scomporre** la grandezza in un prodotto (o una somma) di fattori più semplici, ciascuno dei quali sappiamo stimare.
3. **Stimare ogni fattore** con un numero tondo e plausibile, dichiarando sempre l'ipotesi fatta («suppongo che la piscina sia profonda in media 1,8 m»).
4. **Calcolare**, conviene in notazione scientifica, e dare il risultato con una o due cifre e con il suo ordine di grandezza.
5. **Controllare** che il risultato sia ragionevole, magari confrontandolo con qualcosa di noto o rifacendo la stima per un'altra strada.

Il segreto per cui le stime funzionano è che gli errori sui singoli fattori tendono in parte a compensarsi: se un fattore è sovrastimato e un altro sottostimato, il prodotto resta vicino al vero. Per questo una stima ben fatta raramente sbaglia di più di un ordine di grandezza.

3.4.2 Due stime svolte

Cominciamo dal cuore. Supponiamo una frequenza media di 70 battiti al minuto e una vita di 80 anni. Il numero di battiti è il prodotto di cinque fattori (figura 3.5): battiti al minuto, minuti in un'ora, ore in un giorno, giorni in un anno, anni di vita. Il risultato è circa $2{,}9 \times 10^9$ battiti: quasi tre miliardi. La frequenza cardiaca reale varia molto durante la giornata e nel corso della vita, ma anche supponendo 60 o 80 battiti al minuto il risultato resterebbe tra 2,5 e 3,4 miliardi, cioè dello stesso ordine di grandezza o di quello immediatamente vicino.

ESEMPIO SVOLTO

Quanti litri d'acqua ci sono in una piscina comunale?

Ipotesi. Una vasca rettangolare lunga 25 m, larga 12,5 m e profonda in media 1,8 m (valori tipici di una piscina da allenamento; la profondità reale varia da un punto all'altro).

Calcolo. $V = 25\ \text{m} \times 12{,}5\ \text{m} \times 1{,}8\ \text{m} = 562{,}5\ \text{m}^3$. Poiché $1\ \text{m}^3 = 1000$ L (capitolo 2), $V = 562{,}5 \times 10^3$ L $\approx 5{,}6 \times 10^5$ L.

Ordine di grandezza. $5{,}6 \geq 3{,}16$, quindi 10^6 L: circa mezzo milione di litri, cioè un numero «da milioni» più che «da centinaia di migliaia».

Controllo. Una vasca da bagno piena contiene circa 200 L, ordine 10^2 L. Il rapporto $5{,}6 \times 10^5$ L / 2×10^2 L $\approx 3 \times 10^3$ dice che la piscina equivale a qualche migliaio di vasche da bagno: un risultato plausibile per una vasca grande più o meno quanto due campi da pallavolo e profonda quasi due metri.

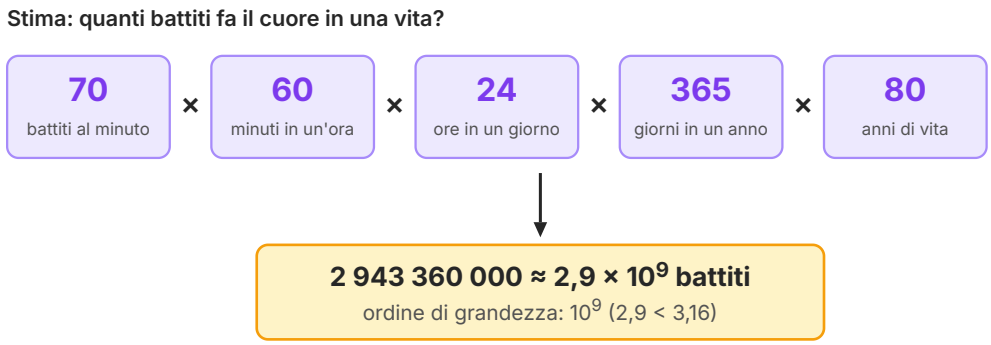

Figura 3.5 Una stima di Fermi scomposta in fattori: il numero di battiti cardiaci in una vita di 80 anni, supponendo 70 battiti al minuto. Il prodotto è 2 943 360 000, che si arrotonda a $2{,}9 \times 10^9$; ha senso tenere al massimo due cifre, perché i fattori 70 e 80 sono ipotesi.

APPROFONDIMENTO

Enrico Fermi, maestro delle stime

Enrico Fermi (Roma 1901 – Chicago 1954), premio Nobel per la fisica nel 1938, era famoso per la capacità di ottenere in pochi minuti, con carta e matita, risultati approssimati ma affidabili. L'episodio più citato risale al luglio 1945, durante il primo test di un'arma nucleare nel deserto del New Mexico: Fermi lasciò cadere alcuni pezzetti di carta prima, durante e dopo il passaggio dell'onda d'urto, osservò di quanto venivano spostati e ne ricavò una stima dell'energia liberata dello stesso ordine di grandezza di quella misurata poi con gli strumenti. Da lui prendono il nome i «problemi di Fermi», che ancora oggi si usano nelle gare di fisica e nei colloqui di lavoro per mettere alla prova il ragionamento quantitativo.

COLLEGAMENTI

La notazione scientifica fuori dal laboratorio di fisica. In chimica, il numero di particelle in una mole è la costante di Avogadro, fissata per definizione dal 2019 a $6{,}022\,140\,76 \times 10^{23}\ \text{mol}^{-1}$ (la ritroverai nel corso di scienze). In medicina, i referti delle analisi del sangue riportano il numero di globuli rossi per microlitro proprio in notazione scientifica, nella forma «$4{,}8 \times 10^{6}$/µL». In informatica, le capacità di memoria si contano a miliardi e migliaia di miliardi di byte, cioè con i prefissi giga e tera. In astronomia, infine, le distanze tra le stelle si esprimono spesso in anni luce: un anno luce è circa $9{,}46 \times 10^{15}$ m.

3.5 Le cifre significative

3.5.1 Cifre certe e cifra incerta

Fin qui abbiamo trattato i numeri come oggetti matematici. Ma in fisica quasi tutti i numeri sono *misure*, e una misura non è mai perfettamente precisa. Il modo in cui scriviamo un numero deve dire anche **quanto lo conosciamo bene**. Scrivere 7,4 cm o 7,40 cm non è la stessa cosa: nel primo caso dichiariamo di conoscere la lunghezza fino ai millimetri, nel secondo fino ai decimi di millimetro.

Guarda la figura 3.6. Lo stesso oggetto è misurato con due righelli diversi. Con un righello che ha solo le tacche dei centimetri possiamo dire soltanto che la lunghezza è più vicina a 7 cm che a 8 cm: scriviamo 7 cm. Con un righello millimetrato vediamo che il bordo cade tra 73 e 74 mm, più vicino a 74: scriviamo 74 mm, cioè 7,4 cm. In questa scrittura la cifra 7 è **certa**, mentre la cifra 4 è **incerta**: potrebbe essere 73 o 75 mm, non certo 80. Le **cifre significative** di una misura sono tutte le **cifre certe** più la prima **cifra incerta**. La lettura 7 cm ha una cifra significativa, la lettura 7,4 cm ne ha due: lo strumento più sensibile ci ha dato una cifra in più.

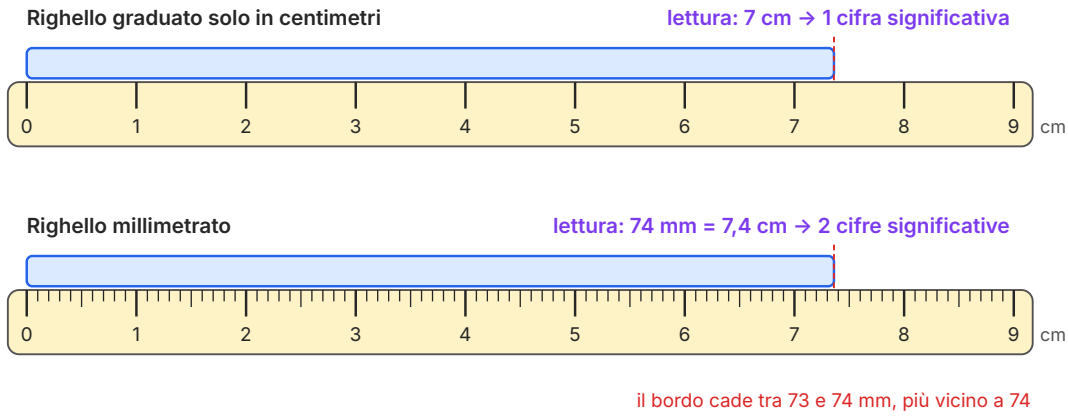

Figura 3.6 Lo stesso oggetto misurato con due righelli. Con le sole tacche dei centimetri la lettura è 7 cm (una cifra significativa); con le tacche dei millimetri è 74 mm = 7,4 cm (due cifre significative). L'ultima cifra scritta è quella incerta. Nel capitolo 4 vedremo come esprimere questa incertezza con un numero.

Il numero di cifre significative esprime dunque la **precisione** con cui un valore è noto: più cifre significative significa una conoscenza più fine. (Nel capitolo 4 la parola «precisione» assumerà un significato tecnico, legato a quanto si disperdono le misure ripetute.) Nel capitolo 4 impareremo a quantificare l'incertezza di una misura in modo esplicito; per ora ci basta l'idea che le cifre scritte devono essere tutte «meritate».

3.5.2 Contare le cifre significative

Le cifre diverse da zero sono sempre significative. Il problema sono gli zeri, che a volte sono vere cifre misurate e a volte servono solo a collocare la virgola. Le regole sono raccolte nella tabella 3.3.

Tabella 3.3 Le regole per contare le cifre significative, con esempi.

Regola	Esempio	Cifre significative
Le cifre diverse da zero sono sempre significative.	4,56 m	3
Gli zeri compresi tra cifre non nulle sono significativi.	1005 g; 2,07 s	4; 3
Gli zeri iniziali (a sinistra della prima cifra non nulla) **non** sono significativi: indicano solo la posizione della virgola.	0,0034 kg	2
Gli zeri finali dopo la virgola sono significativi: sono stati misurati.	0,00340 kg; 2,50 m	3; 3
Gli zeri finali di un numero intero senza virgola sono ambigui.	1200 m	2, 3 o 4?
In notazione scientifica tutte le cifre della mantissa sono significative.	$1{,}20 \times 10^3$ m	3

La notazione scientifica risolve l'ambiguità degli zeri finali. Se una distanza di 1200 m è nota al centinaio di metri, la scriviamo $1{,}2 \times 10^3$ m (due cifre significative); se è nota al metro, $1{,}200 \times 10^3$ m (quattro cifre). Allo stesso modo, gli zeri iniziali spariscono: 0,00340 kg = $3{,}40 \times 10^{-3}$ kg, e si vede subito che le cifre significative sono tre. Nota anche che **cambiare unità di misura non cambia le cifre significative**: 2,50 m = 250 cm = $2{,}50 \times 10^2$ cm, e in tutti i casi le cifre significative sono tre (la scrittura 250 cm, da sola, sarebbe ambigua: per questo conviene la notazione scientifica).

ERRORE FREQUENTE

Contare gli zeri iniziali. 0,00340 non ha sei cifre significative ma tre: i primi tre zeri dicono solo «siamo nei millesimi». La prova: in milligrammi lo stesso valore, 0,00340 kg, diventa 3400 mg... e qui gli zeri finali sono diventati ambigui! Scritto come $3{,}40 \times 10^3$ mg, il dubbio scompare.

Eliminare gli zeri finali dopo la virgola. In matematica 2,50 = 2,5; in fisica no. Se il righello ti permette di leggere i centesimi e leggi 2,50 m, lo zero finale è un'informazione: dice che la misura *non* è 2,49 né 2,51. Toglierlo significa buttare via una parte del lavoro.

3.5.3 Arrotondare

Arrotondare un numero significa sostituirlo con il numero più vicino che ha meno cifre. Per arrotondare a un certo numero di cifre significative si guarda **la prima cifra da eliminare**:

- se è minore di 5, le cifre che restano non cambiano: 2,3449 arrotondato a tre cifre significative diventa 2,34;

- se è maggiore o uguale a 5, l'ultima cifra che resta aumenta di 1: 7,865 a tre cifre diventa 7,87; 0,0996 a due cifre diventa 0,10 (e lo zero finale è significativo).

Si arrotonda **in un colpo solo**, guardando solo la prima cifra eliminata. Arrotondare a tappe porta a errori: 2,3449 → 2,345 → 2,35 è sbagliato, perché 2,3449 è più vicino a 2,34 che a 2,35. Anche nelle stime, come abbiamo visto, conviene tenere una o due cifre: 2 943 360 000 a due cifre significative diventa $2{,}9 \times 10^9$.

3.5.4 Le cifre significative nei calcoli

Quando si combinano misure in un calcolo, il risultato non può essere più preciso dei dati da cui proviene. Il principio è semplice: *una catena non è più robusta del suo anello più debole*. In pratica si usano due regole, una per le moltiplicazioni e le divisioni, l'altra per le somme e le sottrazioni.

Prodotti e quozienti. Il risultato si arrotonda allo **stesso numero di cifre significative del dato che ne ha di meno**. Per esempio, l'area di un rettangolo di lati 3,2 cm e 4,56 cm è 3,2 cm × 4,56 cm = 14,592 cm^2: poiché 3,2 ha solo due cifre significative, il risultato si scrive 15 cm^2.

Somme e differenze. Il risultato si arrotonda allo **stesso numero di cifre decimali del dato che ne ha di meno** (i dati devono essere espressi nella stessa unità). Per esempio, 12,52 m + 3,1 m = 15,62 m, che si scrive 15,6 m: il secondo dato è noto solo fino ai decimetri, quindi anche la somma lo è. Qui non conta il numero di cifre significative ma la posizione dell'ultima cifra: 12,52 m è noto al centimetro, 3,1 m solo al decimetro.

Nelle differenze tra numeri vicini si possono perdere molte cifre significative: 100,0 g − 98,75 g = 1,25 g, che va scritto 1,3 g (una sola cifra decimale, come 100,0). Due dati con quattro cifre significative ci hanno dato un risultato con due sole cifre. Lo terremo presente quando, nel capitolo 4, ci occuperemo di come le incertezze si propagano nei calcoli.

Quando un calcolo ha più passaggi, conviene **tenere una cifra in più nei risultati intermedi** e arrotondare solo alla fine: arrotondare a ogni passaggio fa accumulare piccoli errori.

ESEMPIO SVOLTO

Di che metallo è fatto questo blocchetto?

Un gruppo di studenti misura un blocchetto metallico a forma di parallelepipedo e raccoglie questi dati.

Grandezza	Valore	Cifre significative
lunghezza a	4,10 cm	3
larghezza b	2,50 cm	3
altezza c	1,52 cm	3
massa m	42,37 g	4

Volume. $V = a \cdot b \cdot c = 4{,}10\ \text{cm} \times 2{,}50\ \text{cm} \times 1{,}52\ \text{cm} = 15{,}58\ \text{cm}^3$. Il risultato andrebbe scritto con tre cifre ($15{,}6\ \text{cm}^3$), ma poiché è un risultato intermedio teniamo una cifra in più: $15{,}58\ \text{cm}^3$.

Densità. $d = m/V = 42{,}37\ \text{g} / 15{,}58\ \text{cm}^3 = 2{,}7195\ldots\ \text{g/cm}^3$. Il dato meno preciso (le dimensioni) ha tre cifre significative, quindi $d = 2{,}72\ \text{g/cm}^3 = 2{,}72 \times 10^3\ \text{kg/m}^3$.

Conclusione. Confrontando con la tabella delle densità del capitolo 2, il valore è molto vicino a quello dell'alluminio ($2{,}70\ \text{g/cm}^3$) e lontano da quelli del ferro (7,87) o del rame (8,96): il blocchetto è probabilmente di alluminio. Scrivere $2{,}7195\ \text{g/cm}^3$ sarebbe stato sbagliato: le ultime due cifre non sono garantite dalle misure.

3.5.5 Numeri esatti e costanti definite

Non tutti i numeri che compaiono nelle formule sono misure. Un **numero esatto** è un numero noto senza alcuna incertezza: si considera dotato di infinite cifre significative e quindi **non limita** la precisione del risultato. Sono numeri esatti:

- i **conteggi**: un cubo ha 6 facce, in classe ci sono 24 studenti;
- i **fattori numerici delle formule**: il 2 nel perimetro di un rettangolo, $2(a + b)$, o il ½ che incontreremo in cinematica;
- i **fattori di conversione definiti**: 1 km = 1000 m, 1 h = 3600 s, 1 L = $1000\ \text{cm}^3$;
- le **costanti fissate per definizione** nel SI, come la velocità della luce $c = 299\,792\,458$ m/s, che dal 1983 è esatta perché è il metro a essere definito a partire da essa.

Per esempio, il perimetro di un quadrato di lato 2,35 cm è $4 \times 2{,}35\ \text{cm} = 9{,}40\ \text{cm}$: tre cifre significative, come il lato, anche se il 4 ne ha «una sola». Il 4 è esatto. Un caso particolare è pi greco: è un numero matematico esatto, ma ha infinite cifre decimali non periodiche e non si può scrivere per intero. Basta usarne almeno una in più di quante ne hanno i dati; la calcolatrice, del resto, ne usa moltissime.

3.5.6 Perché 3,333333 è un risultato sbagliato

Un cronometro che mostra soltanto i secondi interi segna 10 s per tre oscillazioni complete di un pendolo. Per avere la durata di una oscillazione dividiamo per 3, e la calcolatrice risponde 3,333333. Ha fatto il suo mestiere, che è eseguire una divisione tra numeri esatti. Ma il dato 10 s ha due cifre significative (il cronometro legge i secondi, quindi anche lo zero è una cifra letta, non un segnaposto), e il 3 è un conteggio esatto: il risultato corretto è 3,3 s. Le altre cinque cifre «3» non sono conoscenza, sono rumore: scriverle significa dichiarare una precisione di un milionesimo di secondo che nessuno ha misurato. È un vero errore di fisica, non una questione di eleganza. Se invece lo stesso cronometro avesse mostrato i decimi di secondo e avesse segnato 10,0 s, il risultato sarebbe stato 3,33 s: tre cifre significative, come il dato. La calcolatrice non sa da dove vengono i numeri: tocca a noi.

COLLEGAMENTI

In laboratorio: quanto è spesso un foglio di carta?

Problema. Lo spessore di un foglio da stampante è troppo piccolo per essere misurato con un righello. Si può però misurare lo spessore di *molti* fogli sovrapposti e dividere per il loro numero, che è un conteggio esatto.

Materiali. Una risma nuova di carta per stampante (la confezione indica il numero di fogli, di solito 500), un righello millimetrato, eventualmente un calibro (capitolo 4).

Procedura. 1) Comprimi leggermente la risma e misura il suo spessore con il righello, leggendo al millimetro. 2) Ripeti la misura con 250 e con 100 fogli, contati con cura. 3) Per ogni pacco calcola lo spessore di un foglio e scrivilo in notazione scientifica, in metri, con il giusto numero di cifre significative.

Numero di fogli (esatto)	Spessore del pacco	Spessore di un foglio
500	51 mm	0,10 mm = $1{,}0 \times 10^{-4}$ m
250	…	…
100	…	…

Che cosa concludere. Il dato di esempio della prima riga ha due cifre significative (51 mm), quindi anche lo spessore di un foglio ne ha due: $1{,}0 \times 10^{-4}$ m, cioè un decimo di millimetro, ordine di grandezza 10^{-4} m. Con 100 fogli il pacco è spesso circa 10 mm: la lettura ha ancora due cifre, ma l'ultima pesa di più in proporzione. Discuti con i compagni quale pacco dà il risultato più affidabile e perché: è la stessa idea che nel capitolo 4 chiameremo incertezza relativa.

Per la relazione. Spiega nel procedimento perché si misura un pacco di fogli invece di un foglio solo. Riporta i tre risultati in notazione scientifica, con il giusto numero di cifre significative; nelle conclusioni motiva quale ritieni più affidabile e confrontalo con quello di un gruppo che ha misurato una risma diversa.

IN SINTESI

Notazione scientifica: $a \times 10^n$, con $1 \le a < 10$ — una sola cifra non nulla prima della virgola; l'esponente dice di quanti posti si è spostata la virgola.

Prodotto e quoziente: $(a \times 10^m)(b \times 10^n) = ab \times 10^{m+n}$; $(a \times 10^m)/(b \times 10^n) = (a/b) \times 10^{m-n}$ — mantisse con mantisse, esponenti con esponenti.

Ordine di grandezza di $a \times 10^n$: 10^n se $a < 3{,}16$; 10^{n+1} se $a \ge 3{,}16$ — la potenza di dieci più vicina, in senso logaritmico.

Cifre significative: prodotti e quozienti → tante cifre significative quante il dato che ne ha meno; somme e differenze → tante cifre decimali quante il dato che ne ha meno. I numeri esatti non limitano il risultato.

SINTESI

- Una potenza di dieci 10^n con n positivo è un 1 seguito da n zeri; con n negativo è $1/10^{|n|}$; $10^0 = 1$.
- Le potenze di dieci si moltiplicano sommando gli esponenti e si dividono sottraendoli; i prefissi SI sono potenze di dieci con un nome.
- In notazione scientifica un numero si scrive $a \times 10^n$ con $1 \le a < 10$; numeri grandi hanno esponente positivo, numeri minori di 1 esponente negativo.
- Nei prodotti e nei quozienti si operano separatamente mantisse ed esponenti, poi si normalizza; nelle somme servono esponenti uguali.
- Sulla calcolatrice il tasto EXP (o EE, $\times 10^x$) significa già «× 10 elevato a»: non va preceduto da 10.
- L'ordine di grandezza è la potenza di dieci più vicina al numero; con la convenzione di questo libro la soglia è $\sqrt{10} \approx 3{,}16$.
- Le scale logaritmiche permettono di confrontare lunghezze, masse e tempi che differiscono di decine di ordini di grandezza.
- Una stima di Fermi scompone una grandezza in fattori stimabili, dichiara le ipotesi e dà il risultato con una o due cifre e il suo ordine di grandezza.
- Le cifre significative sono le cifre certe più la prima incerta; gli zeri iniziali non sono significativi, quelli finali dopo la virgola sì.
- Si arrotonda in un solo passaggio guardando la prima cifra eliminata (≥ 5 per eccesso).
- Prodotti e quozienti: il numero minimo di cifre significative dei dati; somme e differenze: il numero minimo di cifre decimali.
- Conteggi, fattori delle formule, conversioni e costanti definite sono numeri esatti; un risultato con troppe cifre dichiara una precisione che non esiste.

ESERCIZI

Comprendere e ricordare

1. ● Quale dei seguenti numeri è scritto correttamente in notazione scientifica?

   A. $12{,}5 \times 10^3$

   B. $0{,}75 \times 10^{-2}$

   C. $3{,}08 \times 10^{-6}$

   D. 10×10^4

2. ● Il numero 10^{-3} è uguale a:
   - **A.** 0,001
   - **B.** −1000
   - **C.** 0,0001
   - **D.** −0,001

3. ● In notazione scientifica 52 000 000 si scrive:
   - **A.** 52×10^{6}
   - **B.** $5{,}2 \times 10^{6}$
   - **C.** $5{,}2 \times 10^{8}$
   - **D.** $5{,}2 \times 10^{7}$

4. ● Il prodotto $(4 \times 10^{5}) \cdot (2 \times 10^{-8})$ vale:
   - **A.** 8×10^{-40}
   - **B.** 8×10^{-3}
   - **C.** 8×10^{13}
   - **D.** 6×10^{-3}

5. ●● Con la convenzione del libro, l'ordine di grandezza di $4{,}2 \times 10^{-6}$ m è:
   - **A.** 10^{-6} m
   - **B.** 10^{-7} m
   - **C.** 10^{-5} m
   - **D.** 10^{-4} m

6. ● Quante cifre significative ha il numero 0,0507?
   - **A.** 2
   - **B.** 3
   - **C.** 4
   - **D.** 5

7. ●● Per inserire 10^{5} in una calcolatrice con il tasto EXP la sequenza corretta è:
   - **A.** 10 EXP 5
   - **B.** 10 × EXP 5
   - **C.** 5 EXP 10
   - **D.** 1 EXP 5

8. ●● Il risultato di 2,1 cm × 3,456 cm, con il giusto numero di cifre significative, è:
   - **A.** 7,3 cm^2
   - **B.** 7,2576 cm^2
   - **C.** 7,26 cm^2
   - **D.** 7 cm^2

9. ●● Quale di questi numeri è un numero esatto?

   A. La massa di una mela, 152 g

   B. Il numero di secondi in un'ora, 3600

   C. La temperatura dell'aula, 21 °C

   D. L'altezza di uno studente, 1,68 m

Vero o falso

10. ● Un numero minore di 1 scritto in notazione scientifica ha esponente negativo. V / F

11. ● 3,50 m e 3,5 m esprimono la stessa informazione sperimentale. V / F

12. ●● Per sommare 2×10^3 e 3×10^4 si sommano le mantisse e si sommano gli esponenti. V / F

13. ●● Secondo i loro ordini di grandezza, la massa del Sole supera quella della Terra di cinque ordini di grandezza. V / F

14. ● Il numero $4{,}0 \times 10^2$ ha due cifre significative. V / F

Applicare

15. ● Scrivi in notazione scientifica: a) 384 000 km; b) 0,000 52 m; c) 6 371 000 m; d) 0,08 s.

16. ● Scrivi in forma decimale: a) $2{,}7 \times 10^4$; b) $9{,}1 \times 10^{-3}$; c) $1{,}05 \times 10^0$; d) 6×10^{-7}.

17. ● Normalizza: a) 45×10^6; b) $0{,}3 \times 10^{-4}$; c) 1200×10^{-9}.

18. ●● Calcola e scrivi il risultato in notazione scientifica: a) $(3 \times 10^6)(5 \times 10^{-2})$; b) $(9 \times 10^4) / (3 \times 10^{-5})$; c) $(2 \times 10^{-3})^3$; d) $4{,}5 \times 10^6 + 3 \times 10^5$ (dati esatti).

19. ● Determina l'ordine di grandezza di: a) 8300 m; b) 0,0021 kg; c) $3{,}0 \times 10^8$ m/s; d) 450 000 s.

20. ● Quante cifre significative hanno i seguenti valori? a) 25,04 g; b) 0,0060 m; c) $7{,}200 \times 10^5$ J; d) 0,9 s.

21. ●● Arrotonda a tre cifre significative: a) 9,8066; b) 0,012 345; c) 299 792 458 (in notazione scientifica); d) 4,9951.

22. ●●● Osserva la figura 3.3. a) Di quanti ordini di grandezza differiscono il diametro della Terra e la distanza Terra–Sole? b) Quante volte, all'incirca, il diametro di un atomo di idrogeno sta nel diametro di un batterio? Rispondi usando gli ordini di grandezza.

Problemi

23. ●● La distanza media Terra–Luna è $3{,}84 \times 10^8$ m. Un segnale radio viaggia a $3{,}00 \times 10^8$ m/s. Quanto tempo impiega un messaggio ad andare dalla Terra alla Luna e tornare indietro?

24. ●● Un capello umano ha uno spessore di circa 7×10^{-5} m. Quanti capelli affiancati, uno accanto all'altro, occorrono per coprire 1 cm? Dai il risultato con una cifra significativa.

25. ●● Le misure dei lati di un campo da pallavolo sono 18,0 m e 9,0 m. Calcola il perimetro e l'area con il giusto numero di cifre significative.

26. ●● Con una bilancia si misurano le masse di tre oggetti: 125,4 g, 18,27 g e 3,5 g. Calcola la massa totale con il giusto numero di cifre ed esprimila in chilogrammi in notazione scientifica.

27. ●●● La massa di una molecola d'acqua è circa $2{,}99 \times 10^{-26}$ kg. a) Quante molecole ci sono in un bicchiere che contiene 200 g di acqua? b) Qual è l'ordine di grandezza del risultato? c) Confronta questo numero con il numero di granelli che Archimede stimava sufficienti a riempire l'universo (10^{63}).

28. ●●● Un rotolo di nastro adesivo contiene 66 m di nastro, che ha uno spessore di 0,050 mm. a) Se si avvolgesse il nastro intorno all'equatore terrestre (circa $4{,}0 \times 10^{7}$ m), quanti rotoli servirebbero? b) Se si impilassero tanti strati di nastro quanti servono a raggiungere la Luna ($3{,}84 \times 10^{8}$ m), quanti strati servirebbero? Usa la notazione scientifica e indica l'ordine di grandezza di entrambi i risultati.

29. ●●● Un'automobile percorre 15,0 km con un litro di carburante e in un anno fa $1{,}2 \times 10^{4}$ km. a) Quanti litri consuma in un anno? b) Stima, con un'ipotesi dichiarata sul numero di automobili in circolazione in una città di 100 000 abitanti, l'ordine di grandezza dei litri consumati in un anno da tutte le auto della città.

Ragionare e argomentare

30. ●●● Stima quanti litri d'acqua beve una persona in tutta la sua vita. Dichiara ogni ipotesi, scomponi la stima in fattori e indica l'ordine di grandezza del risultato.

31. ●● Un compagno misura con un cronometro al centesimo di secondo il tempo di 3 giri di pista: 1 min 47,26 s. Calcola il tempo medio per giro e scrive «35,753333 s». Spiega che cosa c'è di sbagliato e scrivi il risultato corretto.

32. ●●● Trova l'errore: «La distanza $1{,}2 \times 10^{3}$ m sommata a 45 m dà $1{,}245 \times 10^{3}$ m, cioè 1245 m». Correggi il risultato e spiega quale regola è stata violata.

PER APPROFONDIRE

- [BIPM] La «brochure SI» del Bureau International des Poids et Mesures, per le regole ufficiali di scrittura dei numeri, dei prefissi e delle unità.
- [TAY] John R. Taylor, *Introduzione all'analisi degli errori*: i primi capitoli spiegano perché il numero di cifre di un risultato deve riflettere la sua incertezza.
- [FEY] *La fisica di Feynman*, vol. I: i primi capitoli mostrano come i fisici ragionano per ordini di grandezza sulle scale della natura.
- [HEW] Paul G. Hewitt, *Conceptual Physics*: numerosi esempi di stime e di confronti tra grandezze molto diverse.

Glossario del capitolo

Arrotondamento
Sostituzione di un numero con il numero più vicino che ha meno cifre: se la prima cifra eliminata è 5 o più si arrotonda per eccesso, altrimenti per difetto.

Cifra incerta
L'ultima cifra significativa di una misura, quella su cui lo strumento lascia un dubbio.

Cifre significative
Le cifre di una misura che sono certe più la prima cifra incerta; il loro numero esprime la precisione del valore.

Costante definita
Costante il cui valore è fissato esattamente per definizione nel SI, come la velocità della luce c = 299 792 458 m/s.

Esponente
Il numero intero n di una potenza 10^n; in notazione scientifica indica di quanti posti si è spostata la virgola.

Mantissa
In notazione scientifica, il fattore a compreso tra 1 e 10 che contiene le cifre significative del numero.

Normalizzare
Riscrivere un numero del tipo $b \times 10^n$ in modo che la mantissa sia compresa tra 1 e 10, compensando con l'esponente (es. $25 \times 10^3 = 2{,}5 \times 10^4$).

Notazione scientifica
Scrittura di un numero nella forma $a \times 10^n$, con $1 \le a < 10$ e n intero.

Numero esatto
Numero noto senza incertezza (conteggio, fattore di una formula, conversione o costante definita), che non limita le cifre significative del risultato.

Ordine di grandezza
La potenza di dieci più vicina a un numero: per $a \times 10^n$ è 10^n se $a < \sqrt{10} \approx 3{,}16$, altrimenti 10^{n+1} (convenzione del libro).

Potenza di dieci
Numero della forma 10^n con n intero; con n positivo è un 1 seguito da n zeri, con n negativo vale $1/10^{|n|}$.

Problema di Fermi
Problema di stima in cui si cerca soprattutto l'ordine di grandezza del risultato, scomponendo la grandezza in fattori stimabili.

Scala logaritmica
Scala in cui ogni potenza di dieci occupa la stessa lunghezza, così che uguali rapporti corrispondono a uguali distanze.

Stima
Valutazione approssimata di una grandezza ottenuta ragionando su dati noti o plausibili, dichiarando le ipotesi, invece che misurandola.

Tasto EXP
Tasto della calcolatrice (anche EE o $\times 10^x$) che significa «× 10 elevato a» e permette di inserire un numero in notazione scientifica.

Soluzioni

1. C. $3{,}08 \times 10^{-6}$: la mantissa è compresa tra 1 e 10. Le altre mantisse (12,5; 0,75; 10) non lo sono.

2. A. $10^{-3} = 1/1000 = 0{,}001$; un esponente negativo non rende negativo il numero.

3. D. La virgola si sposta di 7 posti verso sinistra: 52 000 000 = $5{,}2 \times 10^{7}$.

4. B. $4 \cdot 2 = 8$ e $5 + (-8) = -3$: 8×10^{-3}.

5. C. La mantissa 4,2 è maggiore di 3,16, quindi l'ordine di grandezza è $10^{-6+1} = 10^{-5}$ m.

6. B. Tre cifre significative (5, 0, 7): lo zero tra 5 e 7 è significativo, gli zeri iniziali no.

7. D. Il tasto EXP significa già «× 10 elevato a»: 1 EXP 5 = 1×10^{5}. La sequenza 10 EXP 5 darebbe 10^{6}.

8. A. $2{,}1 \times 3{,}456 = 7{,}2576$; il dato 2,1 ha due cifre significative, quindi 7,3 cm^2.

9. B. 1 h = 3600 s è un fattore di conversione definito, quindi esatto; gli altri valori sono misure.

10. V. Un numero minore di 1 si ottiene spostando la virgola verso destra, quindi l'esponente è negativo (es. $0{,}5 = 5 \times 10^{-1}$).

11. F. Lo zero finale di 3,50 m è significativo: la misura è nota al centimetro, mentre 3,5 m è nota solo al decimetro.

12. F. Nella somma gli esponenti non si sommano; bisogna rendere uguali gli esponenti: $0{,}2 \times 10^{4} + 3 \times 10^{4} = 3{,}2 \times 10^{4}$.

13. V. Sole: $1{,}99 \times 10^{30}$ kg → ordine 10^{30}; Terra: $5{,}97 \times 10^{24}$ kg → ordine 10^{25}; differenza 30 − 25 = 5 ordini di grandezza (il rapporto esatto è circa $3{,}3 \times 10^{5}$).

14. V. In notazione scientifica tutte le cifre della mantissa sono significative: 4 e 0.

15. a) $3{,}84 \times 10^{5}$ km; b) $5{,}2 \times 10^{-4}$ m; c) $6{,}371 \times 10^{6}$ m; d) 8×10^{-2} s.

16. a) 27 000; b) 0,0091; c) 1,05; d) 0,000 000 6.

17. a) $4{,}5 \times 10^{7}$; b) 3×10^{-5}; c) $1{,}2 \times 10^{-6}$ ($1200 = 1{,}2 \times 10^{3}$, e $3 + (-9) = -6$).

18. a) $15 \times 10^{4} = 1{,}5 \times 10^{5}$; b) $3 \times 10^{4-(-5)} = 3 \times 10^{9}$; c) $2^{3} \times 10^{-9} = 8 \times 10^{-9}$; d) $4{,}5 \times 10^{6} + 0{,}3 \times 10^{6} = 4{,}8 \times 10^{6}$.

19. a) $8{,}3 \times 10^{3}$ m → 10^{4} m; b) $2{,}1 \times 10^{-3}$ kg → 10^{-3} kg; c) 3,0 < 3,16 → 10^{8} m/s; d) $4{,}5 \times 10^{5}$ s → 10^{6} s.

20. a) 4; b) 2 (gli zeri iniziali non contano, quello finale sì); c) 4; d) 1.

21. a) 9,81; b) 0,0123; c) $3{,}00 \times 10^{8}$; d) 5,00 (la prima cifra eliminata è 5: 4,99 diventa 5,00, e gli zeri sono significativi).

22. a) Diametro della Terra $1{,}27 \times 10^{7}$ m → 10^{7} m; Terra–Sole $1{,}50 \times 10^{11}$ m → 10^{11} m: 4 ordini di grandezza. b) Atomo 10^{-10} m, batterio 2×10^{-6} m → 10^{-6} m: $10^{-6}/10^{-10} = 10^{4}$, circa diecimila volte (il rapporto tra i valori è 2×10^{4}).

23. Percorso totale $2 \times 3{,}84 \times 10^{8}$ m = $7{,}68 \times 10^{8}$ m (il 2 è esatto); $t = 7{,}68 \times 10^{8}$ m / $3{,}00 \times 10^{8}$ m/s = 2,56 s.

24. 1 cm = 1×10^{-2} m; $N = 10^{-2} / (7 \times 10^{-5}) \approx 143$ → con una cifra significativa 1×10^{2} capelli (circa un centinaio).

25. Perimetro: 18,0 m + 9,0 m = 27,0 m (una cifra decimale), × 2 (esatto) = 54,0 m. Area: 18,0 m × 9,0 m = 162 m^2; 9,0 ha due cifre significative → $1{,}6 \times 10^{2}$ m^2.

26. 125,4 g + 18,27 g + 3,5 g = 147,17 g → una cifra decimale (125,4 e 3,5): 147,2 g = $1{,}472 \times 10^{-1}$ kg.

27. a) $N = 0{,}200$ kg / $2{,}99 \times 10^{-26}$ kg = $6{,}69 \times 10^{24}$ molecole. b) $6{,}69 \geq 3{,}16$ → ordine 10^{25}. c) $10^{63}/10^{25} = 10^{38}$: il numero di Archimede è circa 10^{38} volte più grande.

28. a) $4{,}0 \times 10^{7}$ m / 66 m ≈ $6{,}06 \times 10^{5}$ → $6{,}1 \times 10^{5}$ rotoli (due cifre significative), ordine 10^{6}. b) Spessore 0,050 mm = $5{,}0 \times 10^{-5}$ m; $3{,}84 \times 10^{8}$ m / $5{,}0 \times 10^{-5}$ m = $7{,}68 \times 10^{12}$ → $7{,}7 \times 10^{12}$ strati, ordine 10^{13}.

29. a) $1{,}2 \times 10^{4}$ km / 15,0 km/L = $8{,}0 \times 10^{2}$ L (due cifre, come $1{,}2 \times 10^{4}$). b) Traccia: con l'ipotesi di un'automobile ogni due abitanti si hanno 5×10^{4}

auto; $5 \times 10^4 \times 8 \times 10^2$ L = 4×10^7 L, ordine 10^8 L. Ipotesi diverse ma ragionevoli (un'auto ogni 1,5–3 abitanti) danno da circa 3×10^7 a 5×10^7 L: ordine 10^7–10^8 L.

30. Traccia: circa 2 L al giorno (acqua e altre bevande) × 365 giorni × 80 anni = 58 400 L ≈ 6×10^4 L; ordine di grandezza 10^5 L. Con 1,5 L al giorno si ottiene $4{,}4 \times 10^4$ L, stesso ordine di grandezza. Controllo: è circa un decimo dell'acqua della piscina del paragrafo 3.4 ($5{,}6 \times 10^5$ L).

31. 1 min 47,26 s = 107,26 s; 107,26 s / 3 = 35,7533… s. Il 3 è un conteggio esatto e il dato ha cinque cifre significative: il risultato va scritto 35,753 s. Le cifre successive dichiarano una precisione che il cronometro non ha.

32. $1{,}2 \times 10^3$ m è noto solo alle centinaia di metri (l'ultima cifra significativa, il 2, vale 200 m), mentre 45 m è noto al metro. Nella somma conta il dato meno preciso: 1200 m + 45 m = 1245 m va arrotondato alle centinaia, cioè $1{,}2 \times 10^3$ m. È stata violata la regola delle somme (il risultato non può avere cifre in posizioni in cui un dato è ignoto).