VERIFICA

Verifica di fine parte I

La prospettiva accidentale e le ombre · capitoli 1–3 · tempo: 2 ore

Disegno e Storia dell'arte 4 · Parte I · La prospettiva accidentale e le ombre · versione 1.0
Verifica: Verifica di fine parte I · pagine 97–102 del volume completo · estratto per lo studio

La verifica comprende un questionario a scelta multipla (Parte A) e una prova grafica con domande brevi (Parte B) sui capitoli 1–3. Occorrono due fogli A4 da disegno squadrati (squadratura 277 × 190 mm), matite di diversa durezza (per esempio 2H e HB), gomma, riga, coppia di squadre, compasso e goniometro; la calcolatrice serve solo per i controlli. Valgono le convenzioni del volume: un punto della pianta ha coordinate $(x; y)$ in mm, con x misurata dalla verticale per P (positiva a destra) e y profondità dietro il quadro; le «coordinate sul foglio» di un'immagine sono la sua distanza dalla verticale per P e la sua altezza sopra la LT; «30°/60°» indica l'angolo che formano con il quadro i lati che fuggono verso F_1 e quelli che fuggono verso F_2. Le linee di costruzione devono restare visibili; nella tavola finita si ripassano le sole linee in vista; l'ombra propria si campisce con un tono chiaro, l'ombra portata con un tono scuro; le misure richieste vanno scritte sul foglio. Il punteggio massimo è 100; la griglia di valutazione è alla fine.

Parte A · Questionario (20 punti, 2 per risposta)

1. In una prospettiva accidentale di un parallelepipedo la distanza principale è $d = 90$ mm e F_2 dista 30 mm da P. F_1 dista da P:
   - **A.** 60 mm;
   - **B.** 270 mm;
   - **C.** 120 mm;
   - **D.** 300 mm.

2. Prospettiva accidentale con $d = 100$ mm, a 30°/60°: F_2 sta 57,7 mm a destra di P e $F_2V'_r = 115{,}5$ mm. Il punto misuratore M_2 si trova sulla LO:
   - **A.** in F_2;
   - **B.** 115,5 mm a destra di P;
   - **C.** in P;
   - **D.** 57,7 mm a sinistra di P.

3. Un prisma ha tutti i vertici della base dietro il quadro. Per disegnarne l'altezza vera:
   - **A.** la si riporta su una verticale alzata nella traccia sulla LT di un lato della base prolungato, e da lì la si porta verso il punto di fuga di quel lato;
   - **B.** la si misura con il righello sullo spigolo verticale più vicino all'osservatore;
   - **C.** la si misura sullo spigolo più alto, che nel disegno appare più lungo;
   - **D.** la si riporta sulla LO a partire da F_1.

4. Un cubo va disegnato a 30°/60° con d = 160 mm; i punti di fuga escono dal foglio, e si esegue la costruzione in scala 1:2. Sul disegno ridotto F_2 cade 46,2 mm a destra di P. Nella prospettiva in scala vera F_2 dista da P:
   A. 46,2 mm;
   B. 23,1 mm;
   C. 92,4 mm;
   D. 160 mm.

5. Una falda di tetto sale allontanandosi lungo la famiglia di F_1, con una pendenza del 60 %; in pianta si misura F_1V = 200 mm. Il punto di fuga F_i della falda sta:
   A. sulla verticale per F_1, 120 mm sopra la LO;
   B. sulla LO, 120 mm a destra di F_1;
   C. sulla verticale per F_1, 120 mm sotto la LO;
   D. in F_1, come le linee di gronda.

6. Una casa di 10 × 6 m ha un tetto a padiglione con tutte le falde della stessa pendenza. Il colmo è lungo:
   A. 10 m;
   B. 6 m;
   C. 3 m;
   D. 4 m.

7. Nell'angolo di una stanza disegnato in prospettiva accidentale, l'altezza vera della porta della parete sinistra si misura:
   A. sullo spigolo d'angolo della stanza;
   B. sulla traccia T_s della parete sinistra, la verticale in cui la parete incontra il quadro;
   C. sulla LO, a partire da F_2;
   D. sullo stipite della porta più vicino all'osservatore.

8. Una lampada è alta 60 mm. Un palo verticale alto 20 mm ha il piede a 30 mm dal piede L' della lampada. La sua ombra sul geometrale è lunga, nella realtà:
   A. 45 mm;
   B. 30 mm;
   C. 15 mm;
   D. 10 mm.

9. In un disegno il sole è dato con S' sulla LO 30 mm a sinistra di P e S 50 mm sotto la LO. Il sole sta:
   A. alle spalle dell'osservatore e a destra: le ombre si allontanano verso sinistra;
   B. alle spalle dell'osservatore e a sinistra: le ombre si allontanano verso destra;
   C. di fronte all'osservatore e a sinistra: la scena è in controluce;
   D. di lato: i raggi sono paralleli al quadro.

10. Con $d = 100$ mm, S sta 50 mm sotto la LO. Un palo alto 40 mm sta davanti a un muro parallelo al quadro, la cui faccia è 30 mm più in profondità del piede del palo. Sul muro l'ombra del palo sale fino all'altezza vera di:

    A. 10 mm;

    B. 15 mm;

    C. 40 mm;

    D. 25 mm.

Parte B · Prova grafica (60 punti)

11. **Tavola 1 · Un gruppo di solidi in prospettiva accidentale** (30 punti). Foglio A4 orizzontale; LT a 75 mm dal bordo inferiore della squadratura, verticale per P a 180 mm dal bordo sinistro; $d = 100$ mm, $h = 50$ mm, 30°/60°; pianta ribaltata sotto la LT e V' sopra la LT. Metodo: **punti di fuga e tracce**. Sul geometrale poggiano: un prisma retto alto 40 mm, con la base $ABCD$ di 50 × 30 mm, il vertice $A(-20; 0)$ sulla LT, il lato AB di 50 mm verso F_1 e il lato AD di 30 mm verso F_2; una piramide retta alta 60 mm, con la base quadrata di lato 30 mm, il vertice di base più vicino $E(25; 5)$, il lato EG verso F_1, il lato EK verso F_2, il quarto vertice H, il centro O e il vertice N. a) Trova F_1 e F_2, scrivi le loro distanze dal bordo sinistro della squadratura e controllale con il secondo teorema di Euclide. b) Costruisci il prisma: scrivi le tracce dei lati DC e BC (distanza da P) e le coordinate sul foglio di B_p, C_p, D_p e dei quattro vertici superiori. c) Controlla B_p con il punto misuratore M_1: dove cadono M_1 e B_0? d) Costruisci la piramide: scrivi le tracce delle rette dei quattro lati della base, le coordinate sul foglio di E_p, G_p, H_p, K_p e O_p; porta l'altezza con la retta delle altezze alzata nella traccia T della retta per O diretta verso F_2, e scrivi le coordinate di N_p. Il vertice sta sopra o sotto la LO, e perché? e) Ripassa le sole linee in vista: quali facce si vedono di ciascun solido, quali spigoli restano nascosti? Uno dei due solidi nasconde una parte dell'altro?

12. **Tavola 2 · Una casa a capanna e un palo, con il sole alle spalle** (30 punti). Foglio A4 orizzontale; LT a 75 mm dal bordo inferiore della squadratura, verticale per P a metà del foglio (138,5 mm dal bordo sinistro); $d = 100$ mm, $h = 70$ mm, 45°/45°. La casa ha la pianta $ABCD$ di 50 × 30 mm, con $A(-15; 0)$ sulla LT, il lato lungo AB verso F_1 e il lato corto AD, quello del timpano, verso F_2; i muri sono alti 25 mm, senza sporto di gronda; il colmo, parallelo ad AB, è alto 35 mm, con gli estremi G sopra il punto medio di AD ed E sopra il punto medio di BC; A_1, B_1, C_1, D_1 sono i vertici in cima ai muri. Davanti alla casa c'è un palo verticale alto 25 mm, con il piede $N'(-55; 10)$ e la cima N. Il sole è alle spalle dell'osservatore: S' sta sulla LO 60 mm a destra di P, S 40 mm sotto la LO. a) Disegna la casa e il palo: dove cadono F_1 e F_2? Costruisci G con la retta delle altezze in A e scrivi le coordinate sul foglio di B_1, D_1, G ed E. b) Le falde salgono di 10 mm su 15 mm. Trova F_i', punto di fuga del lato del timpano che scende da G a D_1, e verifica che quel lato vi passi. Dove cadrebbe F_i, e perché in questa tavola non lo puoi disegnare? c) Indica le facce in ombra propria e la separatrice. d) Costruisci l'ombra portata della casa sul geometrale, scrivi le coordinate sul foglio delle ombre di B_1, E, G e D_1, verifica che l'ombra del colmo fugga in F_1 e indica quale parte dell'ombra si vede. e) Costruisci l'ombra del palo: trova il punto di rottura R al piede del muro AB e l'ombra N_o della cima sul muro. A che altezza vera sale l'ombra? Dove cadrebbe N_o se la casa non ci fosse?

Parte B · Domande brevi (20 punti)

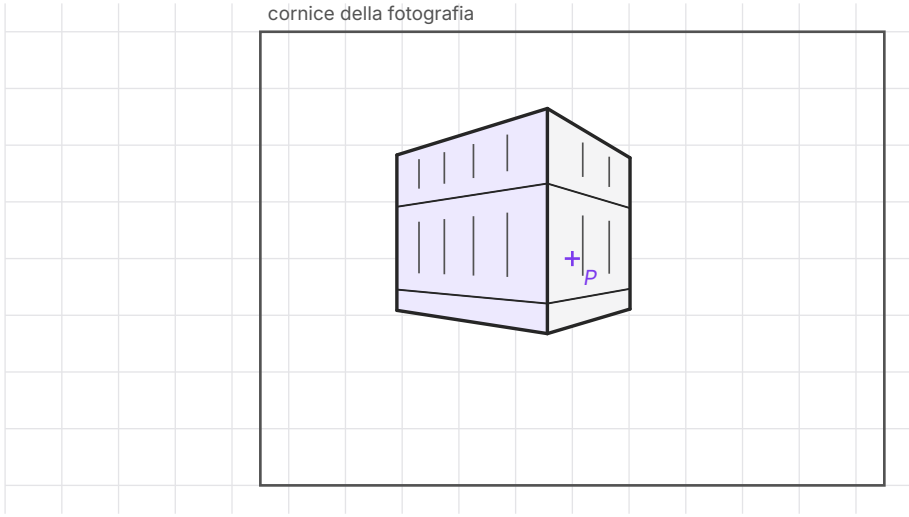

Figura V1.1 Fotografia di un edificio ad angolo, per la domanda 13 (immagine inventata). Il reticolo ha maglie di 10 mm; *P* è il centro della fotografia. La LO e i punti di fuga non sono disegnati: vanno trovati.

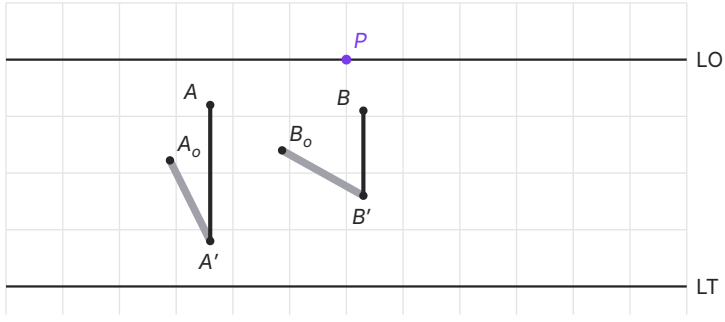

Figura V1.2 Due pali verticali e le loro ombre al sole, per la domanda 14. Il reticolo ha maglie di 10 mm; sono disegnate la LO, la LT e il punto principale *P*; *S*′ e *S* vanno trovati.

13. (7 punti) La Figura V1.1 riproduce, su un reticolo a maglie di 10 mm, una fotografia non ritagliata di un edificio ad angolo; è segnato il centro P della fotografia. Misura in maglie del reticolo, a partire da P. a) Prolungando basamento, marcapiani e gronda delle due facciate, trova F_1, F_2 e la LO. b) La LO passa per P? Che cosa ne deduci su come era tenuta la macchina fotografica? c) Calcola la distanza principale d con il secondo teorema di Euclide, trova V'_r con la semicirconferenza di diametro F_1F_2 e misura con il goniometro gli angoli che le due facciate formano con il quadro. d) L'edificio è alto 12 m: a che altezza dal suolo si trovava l'obiettivo?

14. (6 punti) Nella Figura V1.2 (reticolo a maglie di 10 mm) due pali verticali, a e b, gettano la loro ombra sul geometrale: A' e B' sono i piedi, A e B le cime, A_0 e B_0 le punte delle ombre. a) Trova S' e S e scrivi la loro posizione rispetto a P. b) Il sole è alle spalle dell'osservatore o di fronte? Da destra o da sinistra? c) Da che cosa capisci che la luce viene dal sole e non da una lampada?

15. (7 punti) Trova l'errore. In una tavola come la tavola 2 uno studente ha commesso tre errori: ha messo S sopra la LO, sulla verticale di S', pur volendo il sole alle spalle; ha fatto fuggire in F_2, sulla LO, entrambi i lati del timpano; ha disegnato l'ombra del colmo sul geometrale dirigendola verso S'. Per ciascun errore spiega la regola violata e come si corregge; dì' poi da quale indizio si riconosce il primo errore a disegno finito.

Tabella V1.1 Griglia di valutazione della verifica di fine parte I.

Sezione	Esercizi	Criteri	Punti
A · Questionario	1–10	10 domande a scelta multipla, 2 punti per risposta corretta, 0 se errata o non data	20
B · Tavola 1	11	punti di fuga e controllo (4); prisma con le tracce, immagini e altezze (9); controllo con M_1 (4); piramide con la retta delle altezze e posizione del vertice (9); linee in vista, facce visibili, ordine (4)	30
B · Tavola 2	12	casa in prospettiva e coordinate richieste (7); F_i' e verifica del timpano (4); ombre proprie e separatrice (4); ombra portata della casa, controllo del colmo, parte visibile (9); ombra del palo con punto di rottura e altezza (6)	30
B · Domande brevi	13–15	restituzione: F_1, F_2, LO, d, angoli, altezza dell'obiettivo (7); S' e S, posizione del sole, sole o lampada (6); tre errori con regola e correzione (7)	20
Totale		voto in decimi = punteggio : 10, arrotondato al mezzo voto (sufficienza: 60 punti = 6)	**100**

Soluzioni

1. B. Per il secondo teorema di Euclide $PF_1 \cdot PF_2 = d^2$: $PF_1 = 8100 : 30 = 270$ mm (cap. 1).

2. D. Con il compasso centrato in F_2 e apertura $F_2V'_r = 115{,}5$ mm si riporta la lunghezza sulla LO verso P e oltre: M_2 cade $115{,}5 - 57{,}7 = 57{,}7$ mm a sinistra di P, dalla parte opposta di F_2 (cap. 1).

3. A. Le altezze sono vere solo su una verticale che giace nel quadro: la retta delle altezze si alza nella traccia di un lato prolungato, e l'altezza si porta verso il punto di fuga di quel lato, fino alla verticale del vertice (cap. 1).

4. C. La prospettiva ridotta è un'omotetia di rapporto 1/2 con il centro nel piede di P: raddoppiando, F_2 cade a $2 \cdot 46{,}2 = 92{,}4$ mm da P (cap. 1).

5. A. Una retta inclinata in un piano verticale fugge sulla verticale per il punto di fuga della sua proiezione orizzontale, sopra la LO se sale allontanandosi; la distanza è F_1V per la pendenza: $0{,}6 \cdot 200 = 120$ mm (cap. 2).

6. D. I displuvi formano 45° con i muri, quindi il colmo è più corto del lato lungo di una larghezza intera: $10 - 6 = 4$ m (cap. 2).

7. B. In un interno visto d'angolo il quadro taglia le pareti lungo le loro tracce: sono loro le rette delle altezze; la porta della parete sinistra prende le quote da T_s, portate verso F_2 (cap. 2).

8. C. L'ombra è lunga $p/(H - p)$ volte la distanza dal piede della lampada: $20/40 \cdot 30 = 15$ mm (cap. 3).

9. A. S sotto la LO: sole alle spalle. Le proiezioni dei raggi fuggono in S', a sinistra di P: le ombre vanno in profondità verso sinistra, quindi la luce viene da destra (cap. 3).

10. D. La parallela ai raggi per V scende di 50 mm su $d = 100$ mm: ogni raggio scende di 0,5 mm per millimetro di profondità. In 30 mm il raggio per la cima scende di 15 mm: l'ombra sale fino a $40 - 15 = 25$ mm (cap. 3).

11. a) F_1 sta 173,2 mm a sinistra di P, cioè 6,8 mm dal bordo sinistro della squadratura; F_2 57,7 mm a destra, a 237,7 mm dal bordo sinistro (misure attese ± 1 mm). Controllo: $173{,}2 \cdot 57{,}7 \approx 10\,000$ mm$^2 = 100^2$. b) Pianta: $B(-63{,}3; 25{,}0)$, $C(-48{,}3; 51{,}0)$, $D(-5{,}0; 26{,}0)$. Tracce: DC 40,0 mm a destra di P (retta verso F_1), BC 77,7 mm a sinistra (retta verso F_2); AB e AD partono da A, che è la propria immagine. Immagini: $B_p(-50{,}6; 10{,}0)$, $C_p(-32{,}0; 16{,}9)$, $D_p(-4{,}0; 10{,}3)$. Vertici superiori, dalla retta delle altezze in A: sopra A $(-20{,}0; 40{,}0)$, sopra B $(-50{,}6; 42{,}0)$, sopra C $(-32{,}0; 43{,}4)$, sopra D $(-4{,}0; 42{,}1)$. Stanno tutti sotto la LO ($40 < 50$): la faccia superiore si vede dall'alto. c) $F_1V'_r = \sqrt{(173{,}2^2 + 100^2)} = 200{,}0$ mm, quindi M_1 cade $200{,}0 - 173{,}2 = 26{,}8$ mm a destra di P (206,8 mm dal bordo sinistro). Riportando 50 mm sulla LT da A verso sinistra si trova B_0, 70 mm a sinistra di P; la retta B_0M_1 taglia AF_1 in $(-50{,}6; 10{,}0)$: è proprio B_p. d) Pianta: $G(-1{,}0; 20{,}0)$, $H(14{,}0; 46{,}0)$, $K(40{,}0; 31{,}0)$, $O(19{,}5; 25{,}5)$. Tracce: EG 33,7 mm e KH 93,7 mm a destra di P (rette verso F_1); EK 22,1 mm a destra e GH 12,5 mm a sinistra (rette verso F_2); la più lontana, KH, cade ancora nella squadratura, a 273,7 mm dal bordo sinistro. Immagini: $E_p(23{,}8; 2{,}4)$, $G_p(-0{,}8; 8{,}3)$, $H_p(9{,}6; 15{,}7)$, $K_p(30{,}5; 11{,}8)$; $O_p(15{,}5; 10{,}2)$, incrocio delle diagonali. La retta per O diretta verso F_2 ha la traccia T 4,8 mm a destra di P: in T si segnano 60 mm e si unisce il punto a F_2; questa retta taglia la verticale di O_p in $N_p(15{,}5; 58{,}0)$, 8,0 mm sopra la LO. Il vertice è più alto dell'occhio (60 mm > 50 mm), e ogni punto più alto dell'occhio ha l'immagine sopra la LO. e) Prisma: si vedono le facce AB e AD e la faccia superiore; restano nascosti lo spigolo verticale in C e i lati di base BC e CD. Piramide: si vedono le facce sui lati EG ed EK; sono nascoste le facce su GH e su HK, lo spigolo NH e i lati di base GH e HK. Nessuno dei due solidi nasconde l'altro: nel disegno il prisma occupa la fascia tra 50,6 mm e 4,0 mm a sinistra di P, la piramide quella tra 0,8 mm a sinistra e 30,5 mm a destra (cap. 1).

12. a) A 45°/45° i punti di fuga coincidono con i punti di distanza: F_1 100 mm a sinistra di P (38,5 mm dal bordo sinistro), F_2 100 mm a destra (238,5 mm). Pianta: B(−50,4; 35,4), C(−29,1; 56,6), D(6,2; 21,2); punto medio di AD (−4,4; 10,6). Sulla retta delle altezze in A si segnano 25 mm e 35 mm; da 35 mm si va verso F_2, perché G sta nel piano della facciata AD, fino alla verticale dell'immagine del punto medio di AD. Coordinate sul foglio: B_1(−37,2; 36,8), D_1(5,1; 32,9), G(−4,0; 38,4), E(−27,2; 46,0); basi B_p(−37,2; 18,3), D_p(5,1; 12,3). Il colmo va da G verso F_1. Tutta la casa sta sotto la LO (35 < 70): si vede dall'alto, con la falda anteriore. b) In pianta $F_2V' = \sqrt{(100^2 + 100^2)} \approx 141{,}4$ mm (la diagonale di un quadrato); pendenza 10 : 15 ≈ 0,667. F_i' sta sulla verticale per F_2, 0,667 · 141,4 ≈ 94,3 mm sotto la LO, cioè 24,3 mm sotto la LT, nella zona della pianta; il lato GD_1, prolungato, vi passa. F_i starebbe 94,3 mm sopra la LO, 164,3 mm sopra la LT, mentre sopra la LT la squadratura lascia 115 mm: il lato A_1G si traccia dai suoi due estremi. c) Il sole è alle spalle e a sinistra (S' a destra di P): sono in ombra propria le facce rivolte verso il fondo e verso destra, cioè il muro BC con il timpano posteriore, il muro DC e la falda posteriore, tutte nascoste. Sono in luce le facce viste: il muro AB, la facciata AD con il timpano, la falda anteriore. Separatrice: spigolo verticale in B, lato B_1E del timpano posteriore, colmo EG, lato GD_1 del timpano anteriore, spigolo verticale in D. d) Per ogni punto: la retta dal suo piede verso S' e la retta dal punto verso S. Ombre sul foglio: B_{1o}(−6,5; 34,6), E_o(5,5; 40,0), G_o(24,3; 34,7), D_{1o}(23,8; 31,9) (in pianta (−12,9; 97,9), (12,8; 133,5), (48,1; 98,1), (43,7; 83,7)). Contorno dell'ombra portata: B, B_{1o}, E_o, G_o, D_{1o}, D. La retta E_oG_o, prolungata, passa per F_1: l'ombra del colmo è parallela al colmo. Si vede la parte a destra della casa, con D, D_{1o}, G_o, E_o e il tratto di E_oB_{1o} fino al punto (−1,5; 36,9), dove passa dietro il lato GD_1 del timpano; il resto, con B_{1o}, è nascosto dalla casa. e) Palo: N'(−50,0; 6,4), N(−50,0; 29,1). Sul geometrale l'ombra va verso S' e incontra il piede del muro AB (la retta da A verso F_1) in R(−34,0; 15,6), a 40,7 mm da A lungo il muro (in pianta (−43,8; 28,8)). Il piano luminoso del palo è verticale: sul muro l'ombra sale lungo la verticale per R fino al raggio NS, in N_o(−34,0; 29,2). Il raggio scende di 40 mm ogni 100 mm di profondità, e da N' a R la profondità cresce di 18,75 mm: l'ombra sale fino a 25 − 0,4 · 18,75 = 17,5 mm, sotto la gronda. Senza la casa N_o cadrebbe sul geometrale nel punto (−17,5; 72,5) della pianta, dietro la casa, oltre il muro DC: nel disegno (−10,1; 29,4) è nascosto dalla casa stessa (capp. 1–3).

13. a) Le rette di ciascuna facciata concorrono in un punto: F_1 90 mm (9 maglie) a sinistra di P, F_2 40 mm a destra; la LO è la retta F_1F_2, orizzontale. b) Sì: la LO passa per P, e gli spigoli verticali sono rimasti verticali. La macchina era tenuta dritta, con il sensore verticale (quadro verticale), e con l'asse dell'obiettivo orizzontale; se fosse stata inclinata, le verticali convergerebbero (quadro inclinato, cap. 2). c) $d^2 = 90 \cdot 40 = 3600$ mm², $d = 60$ mm. La semicirconferenza di diametro $F_1F_2 = 130$ mm ha il centro 25 mm a sinistra di P e incontra la verticale per P 60 mm sotto la LO, in V'_r. Angoli in F_1 e in F_2 (misure attese ± 1°): circa 34° e circa 56°: la facciata di sinistra formava con il piano della fotografia circa 34°, quella di destra circa 56°; la somma è 90°. d) Lo spigolo anteriore è verticale, parallelo al quadro: tutte le sue parti si riducono nello stesso rapporto. La LO lo taglia a un terzo della sua altezza, contando dal basso (13,2 mm su 39,7 mm): l'obiettivo era a 12 : 3 = 4 m dal suolo (capp. 1–2).

14. a) Le rette $A'A_o$ e $B'B_o$, prolungate, si incontrano sulla LO 40 mm a sinistra di P: è S'. Le rette AA_o e BB_o si incontrano 30 mm sotto la LO, sulla verticale di S': è S. b) S sta sotto la LO: il sole è alle spalle dell'osservatore. Le ombre vanno in profondità verso sinistra, verso S': il sole è a destra. c) Le ombre dei due pali, prolungate, si incontrano in un punto della LO, come rette orizzontali parallele: i raggi sono paralleli. Con una lampada si incontrerebbero nel piede L', l'immagine di un punto del geometrale, sotto la LO. Il controllo è confermato da S e S' sulla stessa verticale (cap. 3).

15. 1) Con il sole alle spalle i raggi scendono allontanandosi e, come ogni retta inclinata che scende, fuggono sotto la LO: S va messo sotto la LO, sulla verticale di S'; con S sopra la LO la scena diventa un

controluce. 2) I lati del timpano sono rette inclinate nel piano verticale della facciata: fuggono sulla verticale per F_2, quello che sale allontanandosi in F_i sopra la LO, quello che scende in F_i' sotto, alla stessa distanza dalla LO perché le falde hanno la stessa pendenza; in F_2 fuggono solo le rette orizzontali di quella facciata. 3) Il colmo è parallelo al geometrale: la sua ombra sul geometrale gli è parallela e fugge nel suo stesso punto di fuga (F_1 nella tavola 2); verso S' vanno le ombre dei pali verticali, non quelle degli spigoli orizzontali. Indizio del primo errore: le ombre portate vengono verso l'osservatore, mentre le facce rivolte verso di lui sono disegnate in luce; le ombre proprie e quelle portate non sono coerenti tra loro (capp. 2–3).