CAPITOLO

3

Le ombre in prospettiva

Un'ombra ben costruita dice tre cose insieme: da dove viene la luce, quanto è alto un oggetto, quanto è profondo lo spazio in cui sta.

OBIETTIVI

1. Costruire in prospettiva le ombre di una sorgente propria, a partire dalle immagini di L e del suo piede L'.
2. Riconoscere i tre casi del sole (raggi paralleli al quadro, sole alle spalle, sole di fronte) dalla posizione di S e S', e sceglierli per una tavola.
3. Costruire le ombre di pali, prismi, piramidi, scale, pensiline ed edifici semplici in prospettiva centrale e accidentale, con la separatrice e i punti di rottura.
4. Costruire in un interno la macchia di luce di una finestra e le ombre di una lampada.
5. Controllare un disegno con i punti di fuga delle ombre e risalire dalle ombre alla posizione della luce.

INDICE DEL CAPITOLO

3.1 Dalle ombre in proiezione alle ombre in prospettiva 2

3.2 La sorgente propria: lampade e lampioni 3

3.3 Il sole: i punti di fuga S e S′ 5

3.4 Ombre di solidi e di volumi architettonici 10

3.5 Interni: la luce da una finestra e da una lampada 15

3.6 Dalla costruzione alla tavola 17

Disegno e Storia dell'arte 4 · Parte I · La prospettiva accidentale e le ombre · versione 1.0
Capitolo 3: Le ombre in prospettiva · pagine 73–96 del volume completo · estratto per lo studio

Una fotografia di architettura scattata a mezzogiorno d'estate, con il sole quasi a picco, appare piatta; la stessa facciata alle cinque del pomeriggio, con le ombre lunghe dei cornicioni e delle colonne, sembra uscire dalla carta. I disegnatori lo sanno da secoli: un'ombra disegnata bene dice da dove viene la luce, quanto sporge una cornice, quanto è profonda una piazza. Nel terzo volume hai imparato a costruire le ombre nelle proiezioni ortogonali e in assonometria; nei primi due capitoli di questo volume hai imparato la prospettiva accidentale. Questo capitolo mette insieme le due cose: costruisce le ombre **dentro la prospettiva**, centrale e accidentale, con una lampada e con il sole.

La buona notizia è che non serve un metodo nuovo. Basta un'idea che conosci già: in prospettiva ogni famiglia di rette parallele ha un solo punto di fuga. I raggi del sole sono rette parallele; le loro proiezioni sul terreno anche. Due punti di fuga, e il gioco è fatto.

3.1 Dalle ombre in proiezione alle ombre in prospettiva

3.1.1 Che cosa sai già

Ricordiamo in breve la teoria delle ombre (vol. 3, capp. 1–2). Una sorgente di luce manda **raggi luminosi** rettilinei. Un corpo opaco divide la propria superficie in una parte illuminata e in una parte in **ombra propria**, quella che non vede la sorgente; la linea che le separa è la **separatrice**. Dietro il corpo i raggi intercettati lasciano al buio una parte delle superfici vicine: è l'**ombra portata**. L'ombra di un punto P su una superficie, che scriviamo P_0, è l'intersezione del raggio che passa per P con quella superficie; l'ombra portata di un corpo è il contorno delle ombre dei punti della sua separatrice.

Le sorgenti sono di due tipi. Una **sorgente propria** (una lampada, una candela, un lampione) è a distanza finita: i suoi raggi escono tutti da un punto L, e le loro proiezioni sul terreno escono tutte dal piede L' della lampada. Il sole è invece una **sorgente impropria**: è così lontano, circa 150 milioni di chilometri, che i suoi raggi si considerano paralleli. Nelle proiezioni ortogonali hai usato per il sole la convenzione dei raggi a 45°; in assonometria hai dato il sole con la direzione r del raggio e quella r' della sua proiezione sul terreno, e la lampada con L e L' (vol. 3, cap. 2).

Due strumenti tornano in tutto il capitolo. Il primo è il **piano luminoso** per un palo verticale: il piano verticale che contiene il palo e il raggio che ne sfiora la cima. Taglia il terreno lungo una retta che passa per il piede del palo, e su questa retta sta l'ombra della cima. Il secondo è il **punto di rottura**: dove l'ombra incontra il piede di una parete, smette di stare sul terreno e sale sulla parete.

3.1.2 Il passo nuovo: un raggio è una retta come le altre

In prospettiva un raggio di luce non ha nulla di speciale: è una retta dello spazio, e la sua immagine si costruisce come quella di qualunque altra retta. Ne seguono due regole, che sono tutto il capitolo.

- Con una **lampada**, i raggi passano tutti per L e le loro proiezioni sul terreno per L': in prospettiva basta disegnare le immagini di L e di L', e da lì condurre le rette.
- Con il **sole**, i raggi sono paralleli: se non sono paralleli al quadro, le loro immagini concorrono in un unico punto, il **punto di fuga dei raggi**, che chiamiamo S. Anche le proiezioni orizzontali dei raggi sono parallele tra loro e orizzontali: fuggono in un punto S' della LO, il **punto di fuga delle proiezioni orizzontali** dei raggi.

Così il sole in prospettiva si comporta come una lampada «portata all'infinito»: S prende il posto di L, S' il posto di L'. La costruzione dell'ombra è la stessa nei due casi, ed è quella che conosci dall'assonometria: l'ombra della cima di un palo sta sulla retta che la unisce alla sorgente (L o S) e sulla retta che unisce il piede del palo al piede della sorgente (L' o S').

DA RICORDARE

Una costruzione, due sorgenti. Per l'ombra P_0 della cima P di un palo verticale con il piede P' sul geometrale:

- con una lampada: P_0 = (retta LP) ∩ (retta $L'P'$);
- con il sole: P_0 = (retta SP) ∩ (retta $S'P'$).

Nel disegno si lavora sempre con le immagini dei punti. S e S' stanno sulla stessa verticale, come L e L'.

3.2 La sorgente propria: lampade e lampioni

3.2.1 La lampada e il suo piede

Per mettere in prospettiva una lampada si procede come per qualunque punto alto: si disegna l'immagine del suo piede L' sul geometrale, con il metodo che preferisci (vol. 3, cap. 3; cap. 1), poi si porta l'altezza della lampada dalla retta delle altezze fino alla verticale di L': si trova L. La verticale $L'L$ è l'immagine del lampione.

Ora prendi un palo verticale con il piede A' e la cima A. Il piano verticale che contiene il palo e la lampada taglia il terreno lungo la retta $L'A'$; il raggio che sfiora la cima, LA, sta nello stesso piano e scende fino a terra proprio su quella retta. Quindi, nel disegno, l'ombra A_0 è l'intersezione delle immagini delle rette $L'A'$ e LA, e l'ombra del palo è il segmento $A'A_0$ (Figura 3.1).

Ripetendo la costruzione per più pali si vede la regola che distingue la lampada dal sole: **le ombre dei pali verticali sul terreno si irradiano da *L′***, come i raggi di una ruota. Un palo vicino al lampione ha un'ombra corta; uno lontano, a parità di altezza, un'ombra lunga. Se il palo fosse alto quanto la lampada, il raggio per la cima sarebbe orizzontale e l'ombra non finirebbe mai.

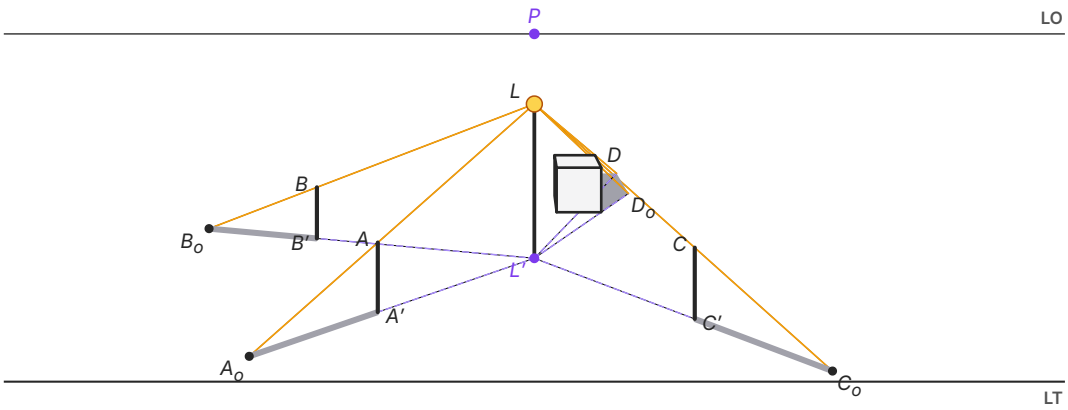


Figura 3.1 Ombre di una lampada L in prospettiva centrale (d = 100 mm, h = 80 mm). La lampada è alta 55 mm, con il piede L' in (0; 55); i pali, alti 20 mm, hanno il piede in A'(−45; 25), B'(−85; 70), C'(45; 22); il cubo ha spigolo 20 mm e la base tra (10; 95) e (30; 115). Ogni ombra sta sulla retta per L' (tratteggio viola) e sulla retta per L (arancio): le ombre sul terreno si irradiano da L'.

ESEMPIO SVOLTO

L'ombra del palo *A* nella Figura 3.1. Lampada alta 55 mm con il piede in (0; 55); palo alto 20 mm con il piede in (−45; 25). Coordinate $(x; y)$ in mm sul geometrale: x sulla LT a partire dalla verticale per P, y in profondità.

- Nel piano luminoso il raggio scende di 55 mm mentre si allontana dal lampione fino a terra, e di 55 − 20 = 35 mm mentre arriva alla cima del palo. Per triangoli simili la distanza di A_o da L' sta alla distanza di A' da L' come 55 sta a 35.
- Dal piede della lampada al piede del palo ci si sposta di (−45; −30); moltiplicando per 55/35 ≈ 1,571 si ottiene (−70,7; −47,1). L'ombra della cima è quindi in (−70,7; 7,9).
- Nel disegno si trova lo stesso punto come intersezione di $L'A'$ con LA: è a 65,6 mm a sinistra della verticale per P e 5,8 mm sopra la LT. Misuralo nella figura (la scala è 1 : 1 rispetto ai dati).

Controllo: l'ombra vera è lunga 54,1 · (55/35 − 1) ≈ 30,9 mm, cioè 20/35 della distanza di A' da L' (54,1 mm). La regola generale: con la lampada alta H e il palo alto p, l'ombra è lunga $p/(H - p)$ volte la distanza del palo dal piede della lampada.

3.2.2 Il cubo sotto il lampione

Per un solido si cercano prima le facce in ombra propria, poi la separatrice, poi le ombre dei suoi vertici. Le facce in ombra sono quelle che la lampada non vede: per il cubo della Figura 3.1, a destra e dietro il lampione, sono la faccia destra e quella posteriore. La separatrice è formata da due spigoli verticali e da due spigoli superiori; le ombre dei vertici superiori si trovano come per i pali, e i vertici di base sono ombra di sé stessi.

C'è una differenza importante rispetto al sole, che hai già incontrato in assonometria. Uno spigolo orizzontale getta sul terreno un'ombra parallela a sé stesso, ma **più lunga**: i raggi che passano per i suoi punti formano un triangolo con il vertice in L, e l'ombra è ingrandita nel rapporto tra l'altezza della lampada e la sua altezza sopra lo spigolo. Per il cubo della figura il rapporto è $55 : 35 \approx 1{,}57$, e lo spigolo di 20 mm getta un'ombra di circa 31,4 mm. In prospettiva questo ha una conseguenza utile: lo spigolo e la sua ombra sono paralleli, quindi le loro immagini hanno **lo stesso punto di fuga** (o restano parallele, se lo spigolo è parallelo al quadro). Puoi usarlo per controllare il disegno.

3.2.3 L'ombra che sale su un gradino o su una parete

Se lungo il suo percorso l'ombra incontra un ostacolo verticale, si costruisce il punto di rottura. La retta $L'A'$ arriva al piede dell'ostacolo in un punto R: fin lì l'ombra sta sul terreno. Il piano luminoso, che è verticale, taglia la parete lungo la verticale per R; il raggio LA incontra questa verticale nell'ombra A_o. Su una parete parallela al palo, quindi, l'ombra di un palo è verticale. Su un gradino la costruzione si ripete: verticale sull'alzata, poi di nuovo verso il piede della lampada sulla pedata, ma con un accorgimento: sulla pedata, che è un piano orizzontale più alto, le rette vanno condotte dal punto di L' portato all'altezza della pedata, cioè dal punto della verticale $L'L$ che sta a quella quota.

3.3 Il sole: i punti di fuga S e S'

Con il sole tutto dipende da come sono orientati i raggi rispetto al quadro. Ci sono tre casi, e conviene impararli insieme, perché si riconoscono a colpo d'occhio dalla posizione di S (Tabella 3.1).

3.3.1 Primo caso: raggi paralleli al quadro

Se il sole è esattamente di lato all'osservatore, a destra o a sinistra, si hanno **raggi paralleli al quadro**. Allora non hanno punto di fuga: le loro immagini restano parallele tra loro e conservano l'inclinazione vera. Anche le loro proiezioni orizzontali sono parallele al quadro, cioè alla LT. Ne segue la regola: **le ombre delle verticali sul geometrale sono parallele alla LT**, e l'ombra

della cima si trova conducendo dal piede una parallela alla LT e dalla cima un raggio con l'inclinazione scelta (Figura 3.2).

È il caso più semplice da disegnare, e si usa molto negli interni e nelle tavole di esercitazione. Con raggi a 45° c'è un'altra comodità: ogni punto scende di quanto si sposta di lato, per cui l'ombra di un palo sul terreno è lunga quanto il palo, nella realtà e anche nel disegno, perché palo e ombra stanno alla stessa profondità e si riducono nello stesso rapporto. Le facce parallele al quadro sono colpite dalla luce di striscio: è la **luce radente**, e le si disegna in luce.

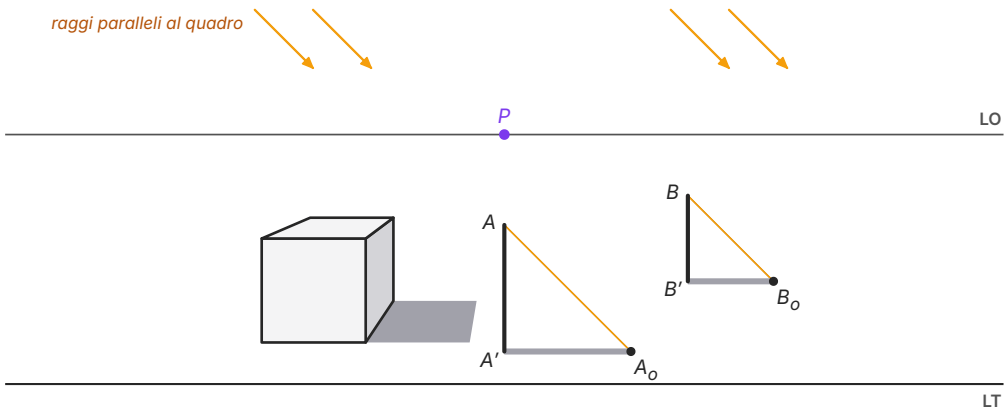


Figura 3.2 Raggi paralleli al quadro, inclinati a 45° e provenienti da sinistra (prospettiva centrale, d = 100 mm, h = 60 mm). Il cubo ha spigolo 30 mm e la base tra (−70; 20) e (−40; 50); i pali, alti 35 mm, hanno il piede in (0; 15) e (75; 70). Le ombre delle verticali sono parallele alla LT e, a 45°, lunghe nel disegno quanto i pali; la faccia destra del cubo è in ombra propria.

3.3.2 Secondo caso: il sole alle spalle dell'osservatore

Se il sole sta dietro chi guarda, i raggi vanno verso il fondo della scena e scendono. Ricordi la regola delle rette inclinate (cap. 2): una retta che scende allontanandosi fugge **sotto** la LO, sulla verticale del punto di fuga della sua proiezione orizzontale. Il raggio del sole è proprio una retta così. Quindi S', punto di fuga delle proiezioni orizzontali dei raggi, sta sulla LO, e S sta sotto la LO, sulla verticale di S' (Figura 3.3).

La vista laterale a sinistra nella figura mostra il perché senza formule. Il punto di fuga di una famiglia di rette è il punto in cui il quadro è incontrato dalla parallela alla famiglia condotta per il punto di vista V. Se i raggi scendono andando verso il quadro, anche la parallela per V scende, e incontra il quadro più in basso dell'occhio: sotto la LO. Più il sole è alto, più il raggio è ripido, e più S si allontana dalla LO; S' si sposta invece a destra o a sinistra di P secondo che il sole stia alle spalle a sinistra o a destra.

Le ombre si costruiscono in tre passi. 1) Dal piede A' conduci la retta verso S': è la proiezione orizzontale del raggio, e su di essa sta l'ombra. 2) Dalla cima A conduci la retta verso S: è il rag-

gio. 3) La loro intersezione è A_o. Con il sole alle spalle le ombre **si allontanano** verso S' e, poiché i pali sono paralleli, le loro ombre fuggono tutte nello stesso punto: nel disegno non sono parallele, ma convergono in S'.

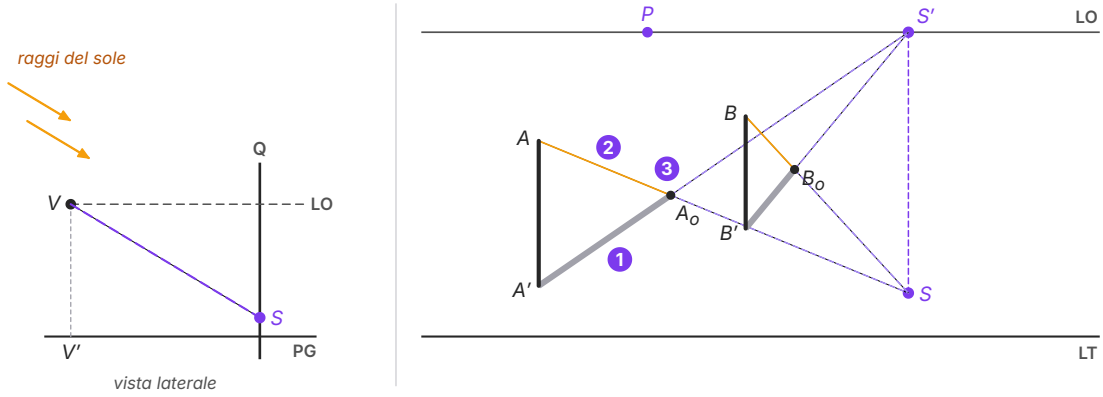


Figura 3.3 Ombra di due pali con il sole alle spalle dell'osservatore (prospettiva centrale, d = 100 mm, h = 70 mm; S' sulla LO a 60 mm a destra di P, S 60 mm sotto la LO). A sinistra, nella vista laterale, la parallela ai raggi condotta da V incontra il quadro sotto la LO, in S. A destra i tre passi per il palo A (piede in (−30; 20), alto 40 mm): 1) la retta $A'S'$; 2) la retta AS; 3) la loro intersezione A_o. Il palo B (piede in (35; 55)) si tratta allo stesso modo.

ESEMPIO SVOLTO

Leggere S e trovare l'ombra in numeri (Figura 3.3). Dati: d = 100 mm, h = 70 mm; S' a 60 mm a destra di P, S 60 mm sotto S'. Palo con il piede A'(−30; 20), alto 40 mm.

- Che cosa dice S. La parallela ai raggi per V percorre la distanza principale d = 100 mm per arrivare al quadro, e intanto si sposta di 60 mm a destra e scende di 60 mm. Per triangoli simili, **ogni raggio**, per 100 mm di avanzamento in profondità, si sposta di 60 mm a destra e scende di 60 mm.
- La cima del palo deve scendere di 40 mm: avanza quindi di 40 · 100/60 ≈ 66,7 mm e si sposta di 40 mm a destra. L'ombra della cima è nel punto (10; 86,7) del geometrale.
- Nel disegno: il piede ha l'immagine a 25,0 mm a sinistra di P e 11,7 mm sopra la LT; la cima a 45,0 mm sopra la LT; l'ombra A_o a 5,4 mm a destra di P e 32,5 mm sopra la LT. Sono le misure che leggi nella figura, ricavate qui dal calcolo e là dalla costruzione: devono coincidere.

Osserva che il palo, alto 40 mm, getta un'ombra lunga nella realtà $\sqrt{(40^2 + 66{,}7^2)} \approx 77{,}7$ mm: il sole è piuttosto basso.

3.3.3 Terzo caso: il sole di fronte, in controluce

Se il sole sta davanti a chi guarda, oltre la scena, si è in **controluce**: i raggi vengono verso l'osservatore e scendono. Percorsi all'indietro, dall'oggetto verso il sole, salgono allontanandosi: per la regola delle rette inclinate fuggono **sopra** la LO. S sta dunque sopra la LO, ed è un punto molto concreto: è l'immagine del sole stesso, il punto del quadro in cui l'osservatore vede il disco solare. S' è il suo piede sulla LO (Figura 3.4).

La costruzione non cambia: l'ombra della cima è l'intersezione della retta SA con la retta $S'A'$. Ma ora le ombre **vengono verso l'osservatore**, allargandosi a ventaglio da S', e le facce rivolte verso chi guarda sono in ombra propria: il controluce mostra soprattutto il lato in ombra delle cose. È l'effetto delle fotografie scattate contro il sole al tramonto, con le figure scure e le ombre lunghe che vengono incontro.

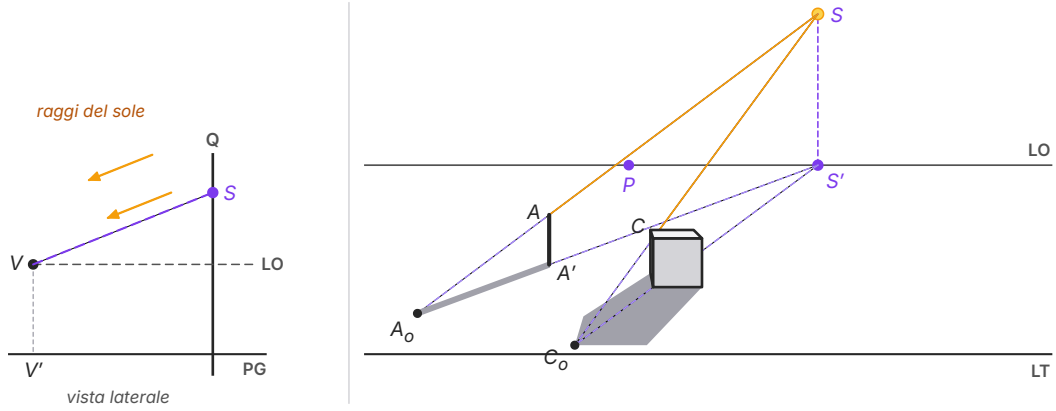


Figura 3.4 Il sole di fronte all'osservatore (controluce), in prospettiva centrale (d = 100 mm, h = 50 mm; S 40 mm sopra la LO e 50 mm a destra di P). Nella vista laterale la parallela ai raggi per V sale verso il sole e incontra il quadro sopra la LO. Il palo (piede in (−40; 90), alto 25 mm) e il cubo (spigolo 20 mm, base tra (10; 55) e (30; 75)) gettano ombre che vengono verso l'osservatore; la faccia anteriore del cubo è in ombra propria.

3.3.4 Come si sceglie il sole

Nelle tavole il sole si dà quasi sempre direttamente nel disegno: si fissa S' sulla LO, poi S sulla sua verticale, sopra o sotto secondo il caso. Bastano tre regole per scegliere bene.

- La **distanza di S' da P** decide da che parte arriva la luce: S' a destra di P con il sole alle spalle significa luce che viene da sinistra e ombre che vanno verso destra; più S' è lontano da P, più il sole è laterale.
- La **distanza di S dalla LO** decide l'altezza del sole: lasciando fisso S', più S è lontano dalla LO, più il sole è alto e le ombre sono corte.

- Scegli un sole che faccia ombre leggibili: né così basso da mandare le ombre fuori dal foglio, né così alto da nasconderle sotto gli oggetti. Una prova rapida: con il sole alle spalle, la distanza di S dalla LO tra metà e intera distanza principale dà ombre lunghe da una a due volte le altezze, se S' non è troppo lontano da P.

Se invece il sole è assegnato con due angoli, la direzione in pianta e l'altezza sull'orizzonte, si procede come per le rette inclinate del cap. 2. S' si trova come un punto di fuga di rette orizzontali: nella pianta ausiliaria la parallela per V' alla direzione del sole incontra la LT in un punto che si porta sulla LO. Per S si ribalta sul quadro il piano verticale che contiene V e S', facendolo ruotare intorno alla verticale per S', come per il punto di fuga di una retta inclinata nel cap. 2: V va in un punto V'_r della LO, a una distanza da S' uguale al segmento che in pianta unisce V' al punto trovato sulla LT. Da V'_r si traccia una retta inclinata sulla LO dell'angolo di altezza del sole, verso il basso se il sole è alle spalle: dove incontra la verticale per S' c'è S. Se S cade fuori dal foglio, come succede con il sole alto, si lavora in scala ridotta come per i punti di fuga inaccessibili (cap. 1).

Tabella 3.1 Le sorgenti di luce in prospettiva: dove stanno i punti di fuga e come si comportano le ombre delle verticali sul geometrale.

Sorgente	Punti nel disegno	Ombre delle verticali sul geometrale	Facce in ombra che si vedono
Lampada, lampione	L e il suo piede L', sulla stessa verticale	si irradiano da L'; più lunghe lontano dalla lampada	quelle che la lampada non vede
Sole di lato (raggi paralleli al quadro)	nessun punto di fuga; raggi con l'inclinazione vera	parallele alla LT	le facce rivolte dalla parte opposta al sole
Sole alle spalle	S' sulla LO, S sotto la LO	si allontanano, verso S'	poche: le facce viste sono quasi tutte in luce
Sole di fronte (controluce)	S' sulla LO, S sopra la LO (immagine del sole)	vengono verso l'osservatore, a ventaglio da S'	molte: le facce rivolte all'osservatore

ERRORE FREQUENTE

***S* dalla parte sbagliata.** L'errore più frequente è mettere S sopra la LO con il sole alle spalle, o sotto con il sole di fronte. Il risultato si riconosce subito: le ombre vanno da una parte e le facce in ombra propria dall'altra, oppure il raggio per la cima incontra la retta $S'A'$ dietro il piede invece che davanti. Per non sbagliare ricorda l'immagine del controluce: lì S *è* il sole, e il sole si vede in alto, sopra l'orizzonte.

Un secondo errore è mettere S e S' su verticali diverse, o S' fuori dalla LO. S' è il punto di fuga di rette orizzontali, quindi sta sulla LO; S è il punto di fuga di rette che stanno in piani verticali con quelle orizzontali, quindi sta sulla stessa verticale.

APPROFONDIMENTO

Il punto opposto al sole. Con il sole alle spalle, S ha un significato fisico preciso: è il punto del quadro dove cadrebbe l'ombra della testa dell'osservatore, cioè la direzione esattamente opposta al sole, che in fisica si chiama **punto antisolare**. Lo puoi verificare su una spiaggia o in un prato: l'ombra della tua testa indica un punto dell'orizzonte o del terreno davanti a te, e tutte le ombre dei pali paralleli convergono, in prospettiva, verso la stessa zona. Il punto antisolare è anche il centro dell'arcobaleno, che si vede sempre con il sole alle spalle. In controluce, invece, S è l'immagine del sole. Ricorda di non guardare mai il sole direttamente, nemmeno per pochi secondi: per disegnare una scena in controluce si usa la fotografia o la costruzione.

IN SINTESI

Le ombre in prospettiva, in sintesi:

- ombra di un punto = intersezione del raggio per il punto (verso L o S) con la proiezione orizzontale del raggio per il suo piede (verso L' o S');
- raggi paralleli al quadro: nessun punto di fuga; ombre delle verticali parallele alla LT;
- sole alle spalle: S sotto la LO; sole di fronte: S sopra la LO; sempre S e S' sulla stessa verticale;
- uno spigolo parallelo alla superficie che riceve l'ombra vi getta un'ombra parallela a sé: nel disegno, stesso punto di fuga (o parallela, se lo spigolo è parallelo al quadro).

3.4 Ombre di solidi e di volumi architettonici

3.4.1 Il metodo, in ordine

Per un solido o un edificio il lavoro si ordina sempre allo stesso modo, in centrale come in accidentale.

1. Disegna la prospettiva dell'oggetto e fissa la luce (S e S', oppure L e L').
2. Trova le facce in ombra propria e la separatrice. Sono in ombra le facce rivolte dalla parte verso cui vanno i raggi: con il sole alle spalle quelle rivolte verso il fondo e verso il lato di S'; in controluce quelle rivolte verso l'osservatore. In caso di dubbio ragiona in pianta: una faccia verticale è in ombra se la proiezione del raggio le arriva da dietro.
3. Costruisci le ombre dei vertici della separatrice, punto per punto, e uniscile. I vertici a terra sono ombra di sé stessi.
4. Dove l'ombra incontra un altro corpo, cerca il punto di rottura e prosegui sulla nuova superficie.
5. Controlla con i punti di fuga: l'ombra di uno spigolo orizzontale sul terreno fugge nello stesso punto dello spigolo.

3.4.2 Il cubo e il prisma in prospettiva accidentale

In prospettiva accidentale non cambia nulla: S e S' si scelgono sulla LO e sotto (o sopra) come prima, indipendentemente da F_1 e F_2. Il controllo con i punti di fuga diventa però prezioso. L'ombra sul terreno di uno spigolo superiore che fugge in F_2 fugge anch'essa in F_2; quella di uno spigolo che fugge in F_1 fugge in F_1. Basta quindi trovare con il sole l'ombra di **un** vertice superiore: le ombre degli spigoli che vi concorrono si tracciano verso F_1 e F_2, e gli altri vertici si trovano per intersezione.

La Figura 3.5 mostra un cubo, in prospettiva accidentale a 60°/30° (gli spigoli che fuggono in F_1 formano 60° con il quadro, quelli che fuggono in F_2 30°), davanti a un muro. Lo spigolo verticale anteriore del cubo sta sulla LT ed è la retta delle altezze. Il sole è alle spalle e un po' a sinistra: l'ombra del cubo va verso destra e in profondità, raggiunge il piede del muro e vi sale.

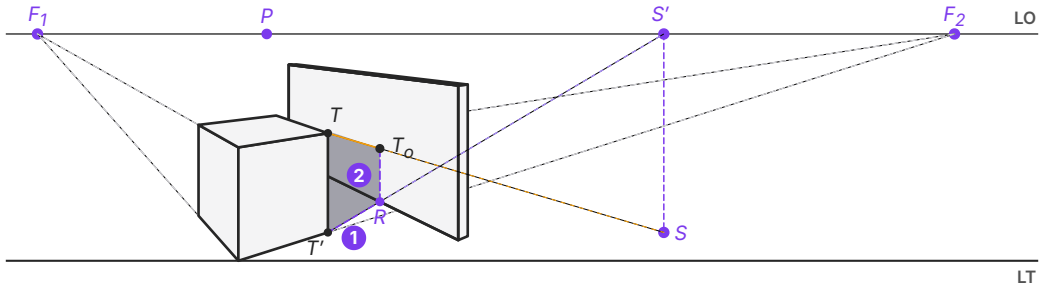


Figura 3.5 Un cubo e un muro in prospettiva accidentale a 60°/30° (d = 70 mm, h = 40 mm; F_1 e F_2 a 40,4 mm e 121,2 mm da P). Il cubo ha spigolo 20 mm, con lo spigolo anteriore sulla LT a 5 mm a sinistra di P; il muro, alto 30 mm, ha la faccia parallela agli spigoli che fuggono in F_1, a 20 mm dalla faccia destra del cubo. S' è a 70 mm a destra di P, S 35 mm sotto la LO. 1) La retta $T'S'$ incontra il piede del muro nel punto di rottura R; 2) la verticale per R incontra il raggio TS in T_o.

ESEMPIO SVOLTO

L'ombra che sale sul muro (Figura 3.5). Il vertice T è la cima dello spigolo verticale destro del cubo, con il piede T'.

- Sul terreno l'ombra dello spigolo $T'T$ segue la retta $T'S'$. Questa retta incontra il piede del muro, che fugge in F_1, nel punto di rottura R (passo 1).
- Il piano luminoso dello spigolo è verticale e taglia il muro lungo la verticale per R. Il raggio TS incontra questa verticale nell'ombra T_0 (passo 2). Sul muro l'ombra dello spigolo è il tratto verticale RT_0.
- Quanto è alta T_0? S sta 35 mm sotto la LO con $d = 70$ mm: il raggio scende di 1 mm ogni 2 mm di avanzamento in profondità. In pianta R è 14,6 mm più in profondità di T' (lo misuri nella pianta ausiliaria), quindi T_0 è 7,3 mm più in basso di T: a 20 − 7,3 = 12,7 mm dal suolo.
- L'ombra dello spigolo superiore che parte da T e fugge in F_1 è parallela al muro: sul muro fugge anch'essa in F_1. È il controllo finale.

Lo stesso ragionamento vale per un **prisma** qualunque: la separatrice di un prisma posato sul terreno, con il sole alle spalle, è formata dai due spigoli verticali «di confine» e dagli spigoli superiori che stanno tra di essi dalla parte del fondo. Per una **piramide** si usa il metodo inverso (vol. 3, cap. 1): si costruisce prima l'ombra V_0 del vertice, poi da V_0 si conducono le due tangenti al poligono di base; i vertici di base toccati sono gli estremi della separatrice, e gli spigoli laterali che vi arrivano separano le facce in luce da quelle in ombra. In prospettiva la costruzione si fa direttamente sull'immagine: le tangenti condotte da V_0 al poligono di base disegnato restano tangenti, perché la prospettiva conserva gli allineamenti. L'altezza del vertice si prende, come sempre, dalla retta delle altezze.

3.4.3 Scale e gradini

Una scala è un buon esercizio perché l'ombra di un palo vi procede a gradini (Figura 3.6). Sulle pedate, che sono orizzontali, l'ombra segue la direzione della proiezione orizzontale dei raggi, e quindi fugge in S'; sulle alzate, piani verticali paralleli al palo, è verticale. Si parte dal piede del palo verso S' fino al piede della prima alzata, si sale in verticale fino allo spigolo del gradino, si riparte verso S' sulla pedata, e così via, finché il raggio per la cima del palo non taglia il percorso: lì l'ombra finisce. Le pedate sono piani orizzontali più alti del terreno, ma la loro retta di fuga è sempre la LO: per questo anche sulle pedate le ombre fuggono in S'.

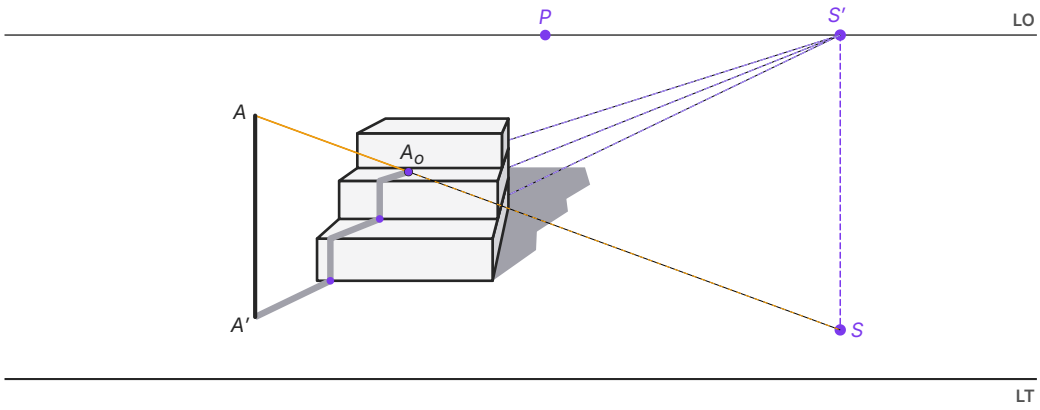


Figura 3.6 Ombra di un palo su una scala, in prospettiva centrale (d = 100 mm, h = 70 mm; S' a 60 mm a destra di P, S 60 mm sotto la LO). La scala ha tre gradini con alzate di 12 mm e pedate di 15 mm, è larga 50 mm (da x = −65 a x = −15) e comincia alla profondità 40 mm; il palo è alto 50 mm, con il piede in (−72; 22). Sulle pedate l'ombra fugge in S' (tratteggio viola), sulle alzate è verticale; finisce in A_o, sulla seconda pedata. A destra l'ombra portata della scala sul terreno; il fianco destro è in ombra propria.

ESEMPIO SVOLTO

Dove finisce l'ombra sulla scala (Figura 3.6). Con i dati della figura, S dice che il raggio, per 100 mm di avanzamento, si sposta di 60 mm a destra e scende di 60 mm: scende cioè di 0,6 mm per ogni millimetro di profondità. Misuriamo le profondità a partire dal piede del palo, che è a 22 mm.

- Prima alzata, alla profondità 40 mm: 18 mm dopo il piede. Il raggio per la cima è sceso di $0{,}6 \cdot 18 = 10{,}8$ mm, ed è a 39,2 mm: più in alto del gradino (12 mm). L'ombra sale tutta l'alzata.
- Seconda alzata, alla profondità 55 mm (33 mm dopo il piede): il raggio è a $50 - 19{,}8 = 30{,}2$ mm, più in alto della seconda pedata (24 mm). L'ombra sale anche la seconda alzata.
- Terza alzata, alla profondità 70 mm (48 mm dopo il piede): il raggio sarebbe a 21,2 mm, cioè **sotto** la seconda pedata (24 mm). Quindi il raggio tocca la seconda pedata prima: quando è sceso di 26 mm, dopo $26/0{,}6 \approx 43{,}3$ mm, cioè alla profondità 65,3 mm.
- In larghezza, nello stesso tratto, l'ombra si è spostata di $0{,}6 \cdot 43{,}3 = 26$ mm verso destra: A_o è nel punto (−46; 65,3) della seconda pedata, alla quota 24 mm.

3.4.4 Cornici, pensiline e facciate

Le ombre sulle facciate prepareranno il disegno materico del cap. 5. In prospettiva centrale una facciata parallela al quadro è un piano frontale: tutto ciò che vi sta disegnato appare come nella vista di prospetto, rimpicciolito in un unico rapporto. Lo stesso vale per le ombre che vi cadono. L'ombra di una pensilina o di una cornice è quindi, nel disegno, una figura simile a quella

del prospetto ombreggiato (vol. 3, cap. 2), con le misure ridotte nel rapporto $d/(d+y)$, dove y è la profondità della facciata dietro il quadro.

Due regole fanno quasi tutto il lavoro. Lo spigolo anteriore di una pensilina è parallelo alla facciata, e vi getta un'ombra parallela a sé, cioè orizzontale. Gli spigoli laterali sono perpendicolari alla facciata, e quindi al quadro: la loro ombra sulla facciata segue la direzione che il raggio ha «vista di fronte», e nel disegno risulta parallela alla retta PS. Sotto la pensilina compare così una fascia d'ombra abbassata e spostata dalla parte opposta al sole, chiusa ai lati da due tratti obliqui: la stessa figura del prospetto ombreggiato, ma con un sole che non è più quello convenzionale a 45°.

In prospettiva accidentale una facciata non è parallela al quadro, ma il ragionamento resta: l'ombra di uno spigolo orizzontale parallelo alla facciata fugge nello stesso punto (F_1 o F_2) della facciata stessa; le altre ombre si trovano per punti con i raggi verso S, portando i punti di rottura lungo il piede della facciata.

3.4.5 La casa a capanna e il portico

Per un edificio semplice, come la casa a capanna della Figura 3.7, si procede così. In ombra propria ci sono le facce che non vedono il sole; qui, con il sole alle spalle e a sinistra, sono la testata destra e la parete posteriore, entrambe nascoste. Le ombre utili sono quelle dei vertici della separatrice: le cime degli spigoli d'angolo e gli estremi del colmo E e G, le cui altezze si prendono dalla retta delle altezze (lo spigolo anteriore, che sta sulla LT). Per ciascuno si trova il piede sul geometrale e si incrociano le rette verso S' e verso S. L'ombra del colmo, parallelo al terreno, fugge in F_2 come il colmo: è il primo controllo da fare.

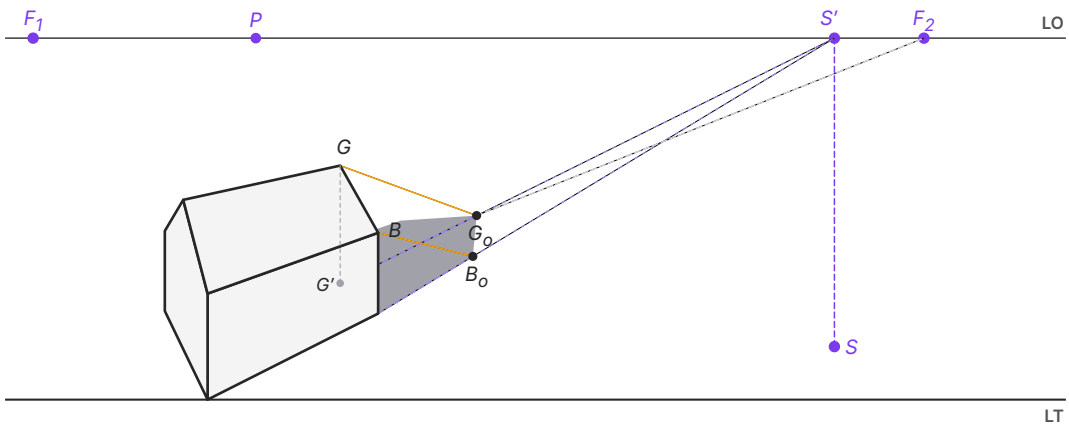


Figura 3.7 Casa a capanna in prospettiva accidentale a 60°/30° con il sole alle spalle (d = 80 mm, h = 75 mm; S' a 120 mm a destra di P, S 64 mm sotto la LO). La pianta è 50 × 30 mm, con il lato lungo verso F_2 e lo spigolo anteriore sulla LT a 10 mm a sinistra di P; la gronda è a 22 mm, il colmo a 36 mm. Sono costruite le ombre di G (estremo del colmo) e di B (spigolo d'angolo); l'ombra del colmo fugge in F_2. Le facce in ombra propria (testata destra, parete posteriore) non si vedono: con il sole alle spalle si vedono quasi solo facce in luce.

Un **portico** con pilastri si tratta come una serie di pali e di prismi sotto una lastra. Ogni pilastro getta sul pavimento un'ombra che fugge in S'; la copertura getta sul pavimento la sua ombra, spostata verso S' e verso il fondo, e il pavimento del portico resta in luce solo dove il raggio, risalendo verso il sole, esce da sotto la copertura prima di raggiungerne la quota. Dove le ombre dei pilastri arrivano al muro di fondo, salgono in verticale dal punto di rottura.

ERRORE FREQUENTE

Errori tipici nelle ombre dei solidi.

- Disegnare l'ombra portata partendo dagli spigoli sbagliati: l'ombra si costruisce solo dalla separatrice, non da tutti gli spigoli.
- Annerire come ombra propria una faccia in luce perché «è dalla parte opposta all'osservatore»: con il sole alle spalle le facce che vedi sono quasi tutte in luce.
- Prendere l'altezza di un punto su una verticale che non sta nel quadro: le altezze vere si misurano solo sulla retta delle altezze.
- Condurre l'ombra di un palo su una pedata verso un punto diverso da S', o l'ombra su un'alzata non verticale.
- Lasciare il muro senza ombra dove l'ombra portata, prolungata sul terreno, finirebbe «dentro» il muro: in quel tratto l'ombra sale sul muro.

3.5 Interni: la luce da una finestra e da una lampada

3.5.1 La macchia di sole sul pavimento

In un interno la situazione si rovescia: quasi tutto è in ombra, e il sole entra soltanto dalle aperture. Ciò che si costruisce, allora, è la **macchia di luce**: la parte del pavimento (o delle pareti) che i raggi raggiungono passando attraverso una finestra. Il contorno della macchia è l'«ombra» del contorno della finestra: si costruisce esattamente come l'ombra di un telaio, con la differenza che dentro c'è luce e fuori ombra.

Nella Figura 3.8 una stanza è disegnata in prospettiva centrale, con il quadro sul piano dell'ingresso, e una finestra si apre nella parete sinistra. Il sole arriva da sinistra con raggi paralleli al quadro, inclinati a 45°. I quattro vertici della finestra mandano a terra quattro raggi paralleli: ognuno scende di quanto avanza verso destra. Poiché i raggi sono paralleli al quadro, ogni punto della macchia ha la stessa profondità del vertice della finestra da cui proviene. Il davanzale, orizzontale e perpendicolare al quadro, getta un lato della macchia che fugge in P; lo stesso fa l'architrave. Gli stipiti, verticali, gettano a terra due tratti paralleli alla LT. La macchia è un rettangolo, e nel disegno un trapezio con due lati verso P e due paralleli alla LT.

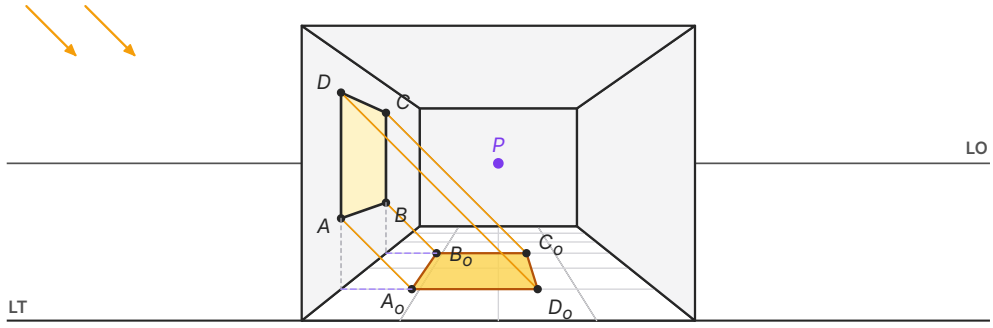


Figura 3.8 Una stanza illuminata da una finestra, in prospettiva centrale, scala 1 : 50 (d = 4 m, h = 1,6 m; stanza larga 4 m, alta 3 m, profonda 6 m; pavimento a riquadri di 1 m). La finestra nella parete sinistra va dalla profondità 1,0 m alla profondità 3,0 m, con il davanzale a 0,9 m e l'architrave a 2,5 m. I raggi del sole sono paralleli al quadro e inclinati a 45°: la macchia di luce sul pavimento $A_oB_oC_oD_o$ va da 0,9 a 2,5 m dalla parete e ha la profondità della finestra.

ESEMPIO SVOLTO

Dove cade la macchia di sole (Figura 3.8). Raggi a 45°, paralleli al quadro, che vanno da sinistra verso destra.

- Il davanzale è a 0,9 m da terra: i suoi punti scendono di 0,9 m e intanto si spostano di 0,9 m verso destra. Il lato A_oB_o della macchia è a 0,9 m dalla parete sinistra.
- L'architrave è a 2,5 m: il lato C_oD_o è a 2,5 m dalla parete. Per la stanza larga 4 m, la macchia occupa una striscia che finisce a 1,5 m dalla parete destra: non vi sale.
- In profondità la macchia va da 1,0 a 3,0 m, come la finestra. Il suo lato più vicino, alla profondità 1,0 m, è parallelo alla LT; nel disegno in scala 1 : 50 (d = 80 mm) si trova a 6,4 mm sopra la LT, quello più lontano a 13,7 mm.

Se il sole fosse più alto, con raggi che scendono di 2 m per ogni metro di spostamento laterale, la macchia sarebbe più vicina alla parete: tra 0,45 e 1,25 m. Più il sole è alto, più la luce cade vicino alla finestra.

Con il sole **alle spalle** o **di fronte** la costruzione è la stessa dei solidi: ogni vertice della finestra manda il suo raggio verso S, e il suo piede (il punto del pavimento sotto il vertice, che sta al piede della parete) manda la proiezione verso S'. La macchia allora non ha più i lati paralleli alla LT: si allunga verso il fondo o verso l'osservatore. Se il raggio raggiunge la parete opposta prima del pavimento, la macchia si spezza e sale sulla parete, con un punto di rottura come per i pali. Le ante aperte, le inferriate, i montanti della finestra gettano dentro la macchia le loro ombre, costruite allo stesso modo.

3.5.2 La lampada in una stanza

Con una lampada appesa o posata in una stanza vale tutto ciò che si è visto per la sorgente propria: si disegnano L e L' (il piede sul pavimento), e le ombre dei mobili si irradiano da L'. Se la lampada è appesa al soffitto, sopra un tavolo, l'ombra del piano del tavolo è un rettangolo più grande del piano, ingrandito nel rapporto tra l'altezza della lampada e la sua altezza sopra il tavolo, e circonda le gambe. Se un'ombra raggiunge una parete, sale dal punto di rottura come quella del palo davanti al muro. In un interno ci sono di solito più sorgenti: in una tavola se ne sceglie una sola, o si costruiscono le ombre di ciascuna e si sovrappongono, ricordando che dove una sola delle due sorgenti arriva c'è una penombra.

Le ombre reali non hanno un contorno netto. Il sole non è un punto: il suo disco si vede sotto un angolo di circa mezzo grado, e ogni punto del contorno dell'ombra è raggiunto da una parte soltanto del disco. Intorno all'ombra c'è una sottile fascia di **penombra**, tanto più larga quanto più l'ombra è lontana dall'oggetto che la getta. Con una lampada piccola la penombra è stretta; si allarga con una lampada grande o molto vicina all'oggetto, perché allora la sorgente si vede sotto un angolo maggiore. Il disegno tecnico la trascura, e tratta ogni sorgente come un punto.

3.6 Dalla costruzione alla tavola

3.6.1 Ordine di lavoro e controlli

Una tavola con ombre in prospettiva si esegue in quest'ordine: pianta ausiliaria e prospettiva dell'oggetto, a linee leggere; scelta della luce (S e S' o L e L'), con un rapido schizzo per controllare che le ombre restino nel foglio; facce in ombra propria e separatrice; ombre portate, vertice per vertice, prima sul terreno e poi sulle altre superfici; controlli; ripasso e campitura. La convenzione grafica è quella dei volumi precedenti: ombra propria più chiara, ombra portata più scura, raggi in linea sottile; la separatrice si può evidenziare con un tratto più spesso.

Prima di campire, quattro controlli rapidi. 1) S è dalla parte giusta della LO, e sulla verticale di S'. 2) Le ombre degli spigoli paralleli alla superficie che le riceve fuggono nel punto di fuga dello spigolo. 3) Le ombre dei pali verticali sul terreno passano tutte per S' (o per L'). 4) Su ogni parete verticale l'ombra di un palo verticale è verticale. Una sola violazione basta a scoprire un errore di costruzione.

Le ombre servono anche a **leggere** un disegno o una fotografia. Se di un palo conosci il piede, la cima e la punta dell'ombra, puoi ritrovare la luce: la retta che dal piede passa per la punta dell'ombra incontra la LO in S', la retta che dalla cima passa per la punta dell'ombra incontra la verticale di S' in S. È la **restituzione del sole**, sorella della restituzione prospettica del vol. 3, cap. 4 e del cap. 2. Con due pali, se le ombre risultano parallele nel disegno il sole è di

lato; se convergono in un punto della LO il sole è alle spalle o di fronte; se convergono in un punto del terreno, sotto la LO, la luce viene da una lampada.

COLLEGAMENTI

La luce nella pittura. I pittori non costruiscono le ombre con *S* e *S'*, ma molte loro scelte si capiscono meglio con la teoria. Secondo la lettura più comune, Caravaggio (cap. 7) immagina spesso una sorgente unica, alta e laterale, che entra nella scena come da una finestra e stacca le figure da un fondo scuro, con ombre portate nette: nelle tele della Cappella Contarelli, a Roma, la luce taglia la stanza in diagonale. Nelle vedute del Settecento (cap. 11) le ombre degli edifici che attraversano le piazze aiutano a leggere la profondità e l'ora del giorno. Gli impressionisti (cap. 16) guarderanno l'ombra come un colore: sulla neve, illuminata dal cielo azzurro, l'ombra non è grigia ma bluastra, come sa chiunque abbia osservato un paesaggio invernale, e come spiega la fisica della luce diffusa. Sono letture da verificare davanti alle opere; un dipinto non è una tavola di disegno, e non va «misurato».

SINTESI

- In prospettiva un raggio di luce è una retta come le altre: raggi paralleli hanno un unico punto di fuga S, e le loro proiezioni orizzontali un punto di fuga S' sulla LO, sulla stessa verticale di S.
- Ombra di un punto: intersezione della retta che lo unisce alla sorgente (L o S) con la retta che unisce il suo piede al piede della sorgente (L' o S').
- Con una lampada le ombre dei pali verticali si irradiano da L', e quelle degli spigoli orizzontali sono parallele agli spigoli ma ingrandite nel rapporto $H : (H - p)$.
- Raggi paralleli al quadro: nessun punto di fuga; le ombre delle verticali sul geometrale sono parallele alla LT; a 45° sono lunghe quanto i pali.
- Sole alle spalle: S sotto la LO; le ombre si allontanano verso S' e le facce visibili sono quasi tutte in luce.
- Sole di fronte (controluce): S sopra la LO, ed è l'immagine del sole; le ombre vengono verso l'osservatore e le facce rivolte a chi guarda sono in ombra propria.
- La distanza di S dalla LO dice l'altezza del sole; quella di S' da P quanto è laterale. Dati gli angoli, S' si trova in pianta e S per ribaltamento, come per le rette inclinate.
- Uno spigolo parallelo a una superficie vi getta un'ombra parallela: nel disegno con lo stesso punto di fuga. È il controllo più utile, in centrale come in accidentale.
- Quando l'ombra incontra una parete si cerca il punto di rottura R al suo piede e si sale in verticale fino al raggio; su una scala l'ombra di un palo fugge in S' sulle pedate ed è verticale sulle alzate.
- Su una facciata parallela al quadro le ombre sono simili a quelle del prospetto ombreggiato, ridotte; le ombre degli spigoli perpendicolari al quadro sono parallele alla retta PS.
- Negli interni si costruisce la macchia di luce di una finestra, come ombra del suo contorno; con raggi paralleli al quadro la macchia ha la stessa profondità della finestra.
- Le ombre reali hanno una penombra; il disegno tecnico tratta ogni sorgente come un punto. Dalle ombre di un disegno si può risalire alla luce: la restituzione del sole.

ESERCIZI

Comprendere e ricordare

1. ● In prospettiva i raggi del sole, quando non sono paralleli al quadro:
   - **A.** convergono nel piede L' della sorgente
   - **B.** restano sempre paralleli alla LT
   - **C.** hanno un unico punto di fuga S
   - **D.** fuggono tutti in un punto della LO

2. ● Con il sole alle spalle dell'osservatore il punto di fuga *S* dei raggi sta:
   - **A.** sotto la LO, sulla verticale di *S'*
   - **B.** sopra la LO, sulla verticale di *S'*
   - **C.** sulla LO, accanto a *P*
   - **D.** sulla LT, sotto *P*

3. ● Il punto *S'* è:
   - **A.** l'immagine del sole quando è alle spalle
   - **B.** il punto di fuga delle proiezioni orizzontali dei raggi, sulla LO
   - **C.** il piede della lampada sul geometrale
   - **D.** il punto di rottura di un'ombra su una parete

4. ● Con raggi paralleli al quadro, l'ombra di un palo verticale sul geometrale:
   - **A.** fugge nel punto principale *P*
   - **B.** fugge in *S'*
   - **C.** è verticale
   - **D.** è parallela alla LT

5. ●● Con una lampada, le ombre di più pali verticali sul geometrale:
   - **A.** sono parallele tra loro
   - **B.** fuggono tutte in un punto della LO
   - **C.** si irradiano dal piede *L'* della lampada
   - **D.** sono tutte lunghe quanto i pali

6. ●● L'ombra sul geometrale di uno spigolo orizzontale, gettata dal sole:
   - **A.** ha lo stesso punto di fuga dello spigolo
   - **B.** fugge sempre in *S'*
   - **C.** fugge sempre in *S*
   - **D.** è sempre parallela alla LT

7. ●● In controluce:
   - **A.** le facce rivolte all'osservatore sono in luce
   - **B.** *S* sta sotto la LO
   - **C.** le ombre si allontanano verso *S'*
   - **D.** le ombre vengono verso l'osservatore e *S* sta sopra la LO

8. ●● L'ombra di un palo verticale su una parete verticale, con il sole:
   - **A.** fugge in *S*
   - **B.** è verticale
   - **C.** è parallela alla LT
   - **D.** fugge in *S'*

9. ●●● Lasciando fisso S', si allontana S dalla LO (sole alle spalle). Che cosa succede?
   - **A.** Il sole si abbassa e le ombre si allungano
   - **B.** Il sole gira verso destra
   - **C.** Il sole si alza e le ombre si accorciano
   - **D.** Non cambia nulla: conta solo S'

Lessico e norme

10. ● Completa. Una lampada è una sorgente _____ : i suoi raggi escono da un punto L e le loro proiezioni sul terreno dal piede _____ . Il sole è una sorgente _____ : i suoi raggi sono _____ , e in prospettiva hanno il punto di fuga _____ ; le loro proiezioni orizzontali fuggono in _____ , che sta sulla _____ .

11. ● Vero o falso? Correggi le affermazioni false. a) S e S' stanno sempre sulla stessa verticale. b) Con il sole alle spalle S sta sopra la LO. c) Con una lampada l'ombra di uno spigolo orizzontale è più corta dello spigolo. d) In controluce S è l'immagine del sole. e) La separatrice di un prisma è formata soltanto da spigoli verticali.

12. ● Abbina ogni termine alla sua definizione. 1) Ombra propria; 2) ombra portata; 3) separatrice; 4) punto di rottura; 5) macchia di luce. a) Linea che divide la parte in luce di un corpo da quella in ombra. b) Punto in cui un'ombra raggiunge il piede di una parete e comincia a salirvi. c) Parte di una superficie raggiunta dalla luce attraverso un'apertura. d) Parte della superficie di un corpo che non vede la sorgente. e) Parte di una superficie che resta al buio perché un corpo intercetta i raggi.

13. ●● Completa. L'ombra A_o della cima di un palo, con il sole, è l'intersezione della retta _____ con la retta _____ ; con una lampada, della retta _____ con la retta _____ . Se la retta dal piede incontra il piede di una parete, in quel punto, detto _____ , l'ombra sale sulla parete lungo una _____ .

14. ●● Spiega in 4–5 righe perché, con il sole alle spalle, S sta sotto la LO e sulla verticale di S'. Usa la definizione di punto di fuga come intersezione del quadro con la parallela condotta da V.

15. ●● Dove fugge, o come è diretta nel disegno, l'ombra di ciascun elemento? a) Spigolo orizzontale parallelo alla LT, ombra sul geometrale, sole alle spalle. b) Spigolo orizzontale che fugge in F_1, ombra sul geometrale. c) Palo verticale, ombra sul geometrale, sole alle spalle. d) Palo verticale, ombra su una parete parallela al quadro. e) Spigolo laterale di una pensilina, perpendicolare a una facciata parallela al quadro, ombra sulla facciata.

Costruire

Per le tavole usa un foglio squadrato con la cornice. Salvo indicazione diversa: foglio A4 orizzontale (area utile 277 × 190 mm), LT a 40 mm dal bordo inferiore della cornice, verticale per P a metà del foglio; coordinate $(x; y)$ in mm sul geometrale, con x misurata lungo la LT dalla verticale per P (positiva a destra) e y profondità dietro il quadro; le altezze sono in mm. Le «coordi-

nate sul foglio» di un punto sono la sua distanza dalla verticale per P e la sua altezza sopra la LT. Disegna la pianta ausiliaria sotto la LT quando ti serve. Lascia visibili le costruzioni, campisci l'ombra propria in grigio chiaro e l'ombra portata in grigio scuro.

16. • **Un palo con il sole alle spalle.** $d = 100$ mm, $h = 70$ mm. S' è sulla LO a 50 mm a destra di P, S 60 mm sotto la LO. Un palo alto 50 mm ha il piede in $A'(-30; 40)$. Disegna il palo e la sua ombra con la costruzione dei tre passi. Scrivi le coordinate sul foglio delle immagini di A', A e A_o, e quelle dell'ombra della cima sul geometrale.

17. • **Lo stesso palo in controluce.** $d = 100$ mm, $h = 70$ mm. S è 30 mm sopra la LO e 40 mm a sinistra di P. Un palo alto 24 mm ha il piede in $B'(20; 100)$. Disegna il palo e la sua ombra. Da dove viene il sole? Verso dove va l'ombra? Scrivi le coordinate sul foglio di B_o.

18. • **Un cubo con il sole di lato.** $d = 100$ mm, $h = 70$ mm. Un cubo di spigolo 30 mm ha la faccia anteriore nel quadro, tra $x = -50$ e $x = -20$. I raggi sono paralleli al quadro, vengono da sinistra e sono inclinati a 45°. Disegna il cubo e la sua ombra; indica le facce in ombra propria e scrivi le coordinate sul foglio dei vertici dell'ombra portata.

19. •• **Tre pali e un lampione.** $d = 100$ mm, $h = 70$ mm. Un lampione alto 50 mm ha il piede in $L'(0; 60)$. Tre pali alti 20 mm hanno il piede in $A'(-40; 30)$, $B'(30; 40)$ e $C'(10; 100)$. Disegna le ombre. Quale palo ha l'ombra più lunga nella realtà, e quale nel disegno? Calcola le lunghezze vere delle ombre.

20. •• **Un cubo sotto una lampada.** $d = 100$ mm, $h = 70$ mm. Una lampada alta 45 mm ha il piede in $L'(-10; 40)$. Un cubo di spigolo 20 mm ha la base tra (10; 50) e (30; 70). Trova le facce in ombra propria e l'ombra portata. Mostra che l'ombra della faccia superiore è un quadrato e calcolane il lato.

21. •• **Un palo davanti a un muro.** $d = 100$ mm, $h = 70$ mm; S' a 50 mm a destra di P, S 60 mm sotto la LO. Un muro alto 40 mm ha la faccia nel piano parallelo al quadro alla profondità 80 mm. Un palo alto 50 mm ha il piede in $A'(-20; 30)$. Costruisci l'ombra, il punto di rottura R e l'ombra A_o sul muro. A che altezza vera sale l'ombra? Dove finirebbe senza il muro?

22. •• **Un palo e una scala.** $d = 100$ mm, $h = 70$ mm; S' a 50 mm a destra di P, S 50 mm sotto la LO. Una scala larga 50 mm (da $x = -20$ a $x = 30$) ha tre gradini con alzate di 15 mm e pedate di 15 mm; la prima alzata è alla profondità 30 mm. Un palo alto 60 mm ha il piede in (−10; 10). Costruisci l'ombra del palo e scrivi dove finisce.

23. •• **Un prisma in prospettiva accidentale (A4 orizzontale, P a 100 mm dal bordo sinistro della cornice).** $d = 80$ mm, $h = 50$ mm, angoli 60°/30°: i lati corti fuggono in F_1 (60° con il quadro), i lunghi in F_2 (30°). Il prisma ha la base di 40 × 20 mm, è alto 30 mm e ha lo spigolo verticale anteriore AA_1 sulla verticale per P, con A sulla LT; B è il vertice di base verso F_2, D quello verso F_1, C il quarto. S' è a 60 mm a destra di P, S 45 mm sotto la LO. Trova separatrice e ombra portata; controlla le direzioni con F_1 e F_2.

24. ●●● **Casa a capanna in prospettiva accidentale (A3 orizzontale, *P* a 150 mm dal bordo sinistro della cornice).** d = 120 mm, h = 90 mm, angoli 60°/30° (lati corti verso F_1, lunghi verso F_2). La casa ha la pianta di 60 × 40 mm, con il lato lungo verso F_2 e lo spigolo anteriore sulla LT a 20 mm a sinistra di *P*; la gronda è a 30 mm, il colmo, parallelo al lato lungo, a 50 mm. *S*′ è a 100 mm a destra di *P*, *S* 60 mm sotto la LO. Disegna la casa e le ombre; indica le facce in ombra propria; verifica che l'ombra del colmo fugge in F_2.

25. ●●● **Una finestra e il sole (A3 orizzontale).** Scala 1 : 50; d = 5 m, h = 1,6 m, *P* sull'asse. Una stanza larga 4 m, alta 3 m e profonda 6 m è vista dall'ingresso, con il quadro sul piano dell'ingresso. Nella parete sinistra una finestra va dalla profondità 1,5 m a 3,0 m, con il davanzale a 1,0 m e l'architrave a 2,4 m. Raggi paralleli al quadro, da sinistra, a 45°. Disegna la stanza e la macchia di luce sul pavimento; scrivi dove si trova, in metri e in mm sul foglio. Rifai la macchia con un sole più alto, i cui raggi scendono di 2 m per ogni metro di spostamento laterale.

26. ●● **Una pensilina su una facciata.** d = 100 mm, h = 70 mm; *S*′ a 50 mm a destra di *P*, *S* 60 mm sotto la LO. Una facciata parallela al quadro è alla profondità 40 mm. Una pensilina, una lastra larga 40 mm (da $x = -20$ a $x = 20$) e spessa 4 mm, sporge di 15 mm verso l'osservatore; la sua faccia inferiore è a 36 mm da terra. Costruisci l'ombra sulla facciata; verifica che le ombre degli spigoli laterali sono parallele alla retta *PS*.

Leggere il disegno

27. ● Osserva la Figura 3.3. Da dove viene il sole: alle spalle o di fronte, da destra o da sinistra? Perché nel disegno le ombre dei due pali non sono parallele, anche se nella realtà lo sono?

28. ● In un disegno *S* sta 25 mm sopra la LO e a sinistra di *P*. Dove si trova il sole? In quale direzione vanno le ombre dei pali? Di un cubo con le facce parallele e perpendicolari al quadro, quali facce in ombra propria si vedono?

29. ●● In un disegno (LO a 60 mm sopra la LT; coordinate sul foglio a partire dalla verticale per *P*) un palo ha il piede in (−20; 10), la cima in (−20; 40) e la punta dell'ombra in (10; 25). Trova *S*′ e *S*. Il sole è alle spalle o di fronte? Da che parte?

30. ●● Trova l'errore. In un disegno con il sole alle spalle, uno studente ha fatto fuggire l'ombra di un palo verso *S*′ e quella di un secondo palo, più a destra, verso un punto della LO 30 mm più a destra di *S*′. Dov'è l'errore? Come cambierebbe la risposta se i pali fossero illuminati da una lampada?

31. ●● Osserva la Figura 3.7. Quali facce della casa sono in ombra propria, e perché nessuna di esse si vede? Verifica con un righello che le ombre di *G* e di *B* stanno sulle rette condotte da *S*′ per i loro piedi, e che il prolungamento dell'ombra del colmo passa per F_2.

Verso la verifica

32. ●●● **Un cubo e una piramide al sole.** $d = 100$ mm, $h = 70$ mm; S' a 40 mm a destra di P, S 50 mm sotto la LO. Un cubo di spigolo 25 mm ha la base tra (−50; 20) e (−25; 45). Una piramide a base quadrata ha la base tra (10; 30) e (40; 60) e il vertice alto 40 mm sopra il centro della base. Costruisci le ombre con il metodo inverso per la piramide; indica la separatrice di ciascun solido; di' se le due ombre si sovrappongono.

33. ●●● **Un lampione e un muro.** $d = 100$ mm, $h = 70$ mm. Un lampione alto 50 mm ha il piede in (0; 20). Un muro ha la faccia parallela al quadro alla profondità 80 mm. Un palo alto 30 mm ha il piede in (20; 50). Costruisci l'ombra del palo; trova il punto di rottura e l'altezza vera dell'ombra sul muro; di' dove finirebbe l'ombra senza il muro. Confronta il risultato con quello del palo davanti al muro illuminato dal sole.

34. ●●● **Il sole «dietro *P*».** $d = 100$ mm, $h = 70$ mm. Il sole è esattamente alle spalle dell'osservatore, e i suoi raggi sono inclinati a 45° sull'orizzonte. Dove stanno S' e S? Spiega perché. Disegna poi l'ombra di un palo alto 30 mm con il piede in (−30; 20) e scrivi le coordinate sul foglio della punta dell'ombra. Quanto è lunga l'ombra nella realtà? In 6–8 righe confronta questo sole con quello convenzionale a 45° delle proiezioni ortogonali.

PER APPROFONDIRE

- [DOC] M. Docci, R. Migliari, *Scienza della rappresentazione*: i capitoli sulla teoria delle ombre mostrano come le costruzioni di questo capitolo si ricavino, tutte, dalla proiezione centrale di un punto da una sorgente propria o impropria.
- [GOM] E. H. Gombrich, *La storia dell'arte*: utile per vedere come i pittori, da Caravaggio agli impressionisti, abbiano usato la luce e le ombre in modi molto diversi; da leggere accanto ai capp. 7, 11 e 16.

Glossario del capitolo

Controluce
Condizione in cui il sole sta davanti all'osservatore, oltre la scena: *S* è sopra la LO e le facce rivolte a chi guarda sono in ombra propria.

Luce radente
Luce che arriva parallela a una superficie e la sfiora; una faccia in luce radente si disegna in luce.

Macchia di luce
Parte di una superficie raggiunta dal sole attraverso un'apertura; il suo contorno è l'ombra del contorno dell'apertura.

Ombra portata
Parte di una superficie che resta al buio perché un corpo intercetta i raggi.

Ombra propria
Parte della superficie di un corpo che non vede la sorgente di luce.

Penombra
Fascia di passaggio tra luce e ombra, dovuta alla grandezza della sorgente; il disegno tecnico la trascura.

Piano luminoso
Piano che contiene un raggio di luce e un elemento dell'oggetto, per esempio un palo verticale; taglia le superfici lungo le rette su cui stanno le ombre.

Piede della lampada (L')
Proiezione verticale della sorgente propria *L* sul geometrale; da essa si irradiano le ombre delle verticali sul terreno.

Punto antisolare
Direzione opposta al sole; con il sole alle spalle è rappresentata in prospettiva dal punto *S*.

Punto di fuga dei raggi (S)
Punto in cui concorrono, in prospettiva, le immagini dei raggi del sole quando non sono paralleli al quadro: sotto la LO con il sole alle spalle, sopra con il sole di fronte.

Punto di fuga delle proiezioni orizzontali (S')
Punto della LO in cui fuggono le proiezioni orizzontali dei raggi del sole; sta sulla verticale di *S*.

Punto di rottura
Punto in cui un'ombra che corre sul terreno incontra il piede di una parete o di un gradino e comincia a salirvi.

Raggi paralleli al quadro
Raggi del sole che arrivano di lato all'osservatore: non hanno punto di fuga, e le ombre delle verticali sul geometrale sono parallele alla LT.

Separatrice
Linea che divide la parte in luce di un corpo da quella in ombra propria; le sue ombre formano il contorno dell'ombra portata.

Sorgente impropria
Sorgente a distanza infinita, con raggi paralleli: il sole.

Sorgente propria
Sorgente a distanza finita, con raggi che escono da un punto: una lampada, una candela, un lampione.

Soluzioni

1. C. Sono rette parallele: hanno un solo punto di fuga, l'intersezione del quadro con la parallela per V.

2. A. Il raggio scende allontanandosi: come ogni retta inclinata che scende, fugge sotto la LO, sulla verticale del punto di fuga della sua proiezione orizzontale.

3. B. Le proiezioni orizzontali dei raggi sono rette orizzontali parallele: fuggono in un punto della LO.

4. D. Le proiezioni orizzontali dei raggi sono parallele al quadro e orizzontali, cioè parallele alla LT.

5. C. Il piano luminoso di ogni palo passa per la verticale della lampada e taglia il terreno lungo una retta per L'.

6. A. Lo spigolo è parallelo al geometrale: la sua ombra è parallela allo spigolo, quindi ha lo stesso punto di fuga.

7. D. Percorsi verso il sole i raggi salgono allontanandosi: S è sopra la LO; le ombre vengono verso chi guarda.

8. B. Il palo è parallelo alla parete: l'ombra è parallela al palo, cioè verticale.

9. C. Il raggio diventa più ripido: per lo stesso avanzamento scende di più, e le ombre si accorciano.

10. propria; L'; impropria; paralleli; S; S'; LO.

11. a) V. b) F: con il sole alle spalle S sta sotto la LO. c) F: l'ombra è più lunga, ingrandita nel rapporto $H : (H - p)$. d) V. e) F: comprende anche spigoli orizzontali, per esempio spigoli della faccia superiore.

12. 1–d; 2–e; 3–a; 4–b; 5–c.

13. SA; $S'A'$; LA; $L'A'$; punto di rottura; verticale (se la parete è verticale e il palo verticale).

14. Traccia: il punto di fuga di una famiglia di rette è l'intersezione del quadro con la parallela alla famiglia condotta da V. Con il sole alle spalle i raggi vanno verso il quadro scendendo; la parallela per V scende anch'essa e incontra il quadro più in basso dell'occhio, cioè sotto la LO. Il raggio e la sua proiezione orizzontale stanno in uno stesso piano verticale; le parallele per V ai due stanno quindi nello stesso piano verticale per V, che taglia il quadro lungo una verticale: S e S' stanno su quella verticale.

15. a) Parallela allo spigolo, quindi parallela alla LT. b) In F_1. c) In S'. d) Verticale. e) Parallela alla retta PS, perché sulla facciata frontale conta solo la componente «di fronte» del raggio, che nel disegno ha la direzione da P a S.

16. $S'(50; 70)$, $S(50; 10)$. Il raggio, per 100 mm di avanzamento, si sposta di 50 mm a destra e scende di 60 mm: per scendere di 50 mm avanza di 83,3 mm e si sposta di 41,7 mm. Ombra della cima sul geometrale: (11,7; 123,3). Sul foglio: $A'(-21,4; 20,0)$, $A(-21,4; 55,7)$, $A_o(5,2; 38,7)$. L'ombra vera è lunga circa 93,2 mm.

17. $S'(-40; 70)$. Il sole è di fronte e a sinistra; i raggi vengono verso l'osservatore spostandosi verso destra: per 100 mm verso il quadro si spostano di 40 mm a destra e scendono di 30 mm. Per scendere di 24 mm il raggio avanza di 80 mm verso l'osservatore e si sposta di 32 mm: ombra della cima in (52; 20). Sul foglio: $B'(10,0; 35,0)$, $B(10,0; 47,0)$, $B_o(43,3; 11,7)$. L'ombra va verso l'osservatore e a destra.

18. La faccia anteriore, nel quadro, è un quadrato in vera grandezza; è in luce radente. La faccia destra ($x = -20$), visibile, è in ombra propria; la faccia superiore è in luce. Ogni punto alto z va a terra spostato di z verso destra: l'ombra portata è il rettangolo del geometrale tra $x = -20$ e $x = 10$, dalla profondità 0 a 30. Sul foglio: $(-20,0; 0,0)$, $(10,0; 0,0)$ (sulla LT, in vera grandezza), $(7,7; 16,2)$, $(-15,4; 16,2)$; i lati anteriore e posteriore sono paralleli alla LT, gli altri due fuggono in P.

19. L(0,0; 57,5), L'(0,0; 26,2). Rapporto 50 : 30: l'ombra della cima è a 5/3 della distanza dal piede del lampione. A_0(−66,7; 10) sul geometrale, (−60,6; 6,4) sul foglio; B_0(50; 26,7), (39,5; 14,7); C_0(16,7; 126,7), (7,4; 39,1). Lunghezze vere: 2/3 della distanza da L': 33,3 mm, 24,0 mm, 27,5 mm. La più lunga nella realtà è quella di A, il palo più lontano dal lampione, e lo è anche nel disegno (circa 31,4 mm, contro 18,9 mm per B e 4,8 mm per C): l'ombra di C, che si allontana in profondità, nel disegno è di gran lunga la più corta, anche se nella realtà non lo è.

20. Rapporto 45 : (45 − 20) = 1,8. Ombre dei vertici superiori sul geometrale: (26; 58), (62; 58), (62; 94), (26; 94): un quadrato di lato 20 · 1,8 = 36 mm, con i lati paralleli a quelli del cubo. Sul foglio: (16,5; 25,7), (39,2; 25,7), (32,0; 33,9), (13,4; 33,9); L(−7,1; 52,1), L' (−7,1; 20,0). In ombra propria le facce $x = 30$ e $y = 70$, che non si vedono. Contorno dell'ombra portata: (10; 50), (30; 50), (62; 58), (62; 94), (26; 94), (10; 70).

21. Per 100 mm di avanzamento il raggio si sposta di 50 mm a destra e scende di 60. Dal piede al muro ci sono 50 mm di profondità: R(5; 80), a terra. Nello stesso tratto il raggio per la cima scende di 30 mm: l'ombra sale sul muro fino a 20 mm. Sul foglio: A' (−15,4; 16,2), A(−15,4; 54,6), R(2,8; 31,1), A_0(2,8; 42,2). Senza muro l'ombra finirebbe in (21,7; 113,3).

22. S dice: per ogni mm di profondità il raggio si sposta di 0,5 mm a destra e scende di 0,5 mm. Prima alzata (20 mm dopo il piede): raggio a 50 mm, sopra il gradino: l'ombra sale fino a 15. Seconda alzata (35 mm dopo): raggio a 42,5, sopra la quota 30: sale fino a 30. Terza alzata (50 mm dopo): raggio a 35 mm, tra 30 e 45: l'ombra **finisce sulla terza alzata**, alla quota 35. Vertici del percorso: (−10; 10; 0), (0; 30; 0), (0; 30; 15), (7,5; 45; 15), (7,5; 45; 30), (15; 60; 30), (15; 60; 35). Sul foglio: (−9,1; 6,4), (0,0; 16,2), (0,0; 27,7), (5,2; 32,1), (5,2; 42,4), (9,4; 45,0), (9,4; 48,1).

23. Misure attese: F_1 a 46,2 mm a sinistra di P, F_2 a 138,6 mm a destra (± 1 mm). In luce le due facce visibili e la faccia superiore; in ombra propria le facce BC e CD, nascoste. Separatrice: B–B_1–C_1–D_1–D. Sul foglio: B(27,7; 10,0), B_1(27,7; 34,0), C_1(16,8; 36,4), D_1(−8,2; 33,6), D(−8,2; 8,9). Ombre: B_{1o}(38,9; 23,9), C_{1o}(30,3; 26,6), D_{1o}(15,9; 23,4) (in parte nascosta dal prisma). Controlli: $B_{1o}C_{1o}$ fugge in F_1, $C_{1o}D_{1o}$ in F_2.

24. Misure attese: F_1 a 69,3 mm a sinistra di P, F_2 a 207,8 mm a destra. Il raggio, per 120 mm di avanzamento, si sposta di 100 mm a destra e scende di 60 mm. Sul foglio: estremi del colmo E(−26,2; 55,0) e G(15,8; 61,3), ombre E_0(27,0; 44,5) e G_0(47,3; 49,6); spigolo d'angolo destro in alto B(25,6; 42,0), ombra (46,8; 38,6). In ombra propria la testata destra e la parete posteriore (non visibili); in luce la facciata lunga, la testata sinistra e le due falde. La retta E_0G_0 passa per F_2: il colmo è parallelo al terreno.

25. Con raggi a 45° ogni punto va a terra spostato a destra di quanto è alto. Macchia: da 1,0 a 2,4 m dalla parete sinistra, dalla profondità 1,5 a 3,0 m (sul foglio da −20 a 8 mm, da 30 a 60 mm). Coordinate sul foglio: (−15,4; 7,4), (6,2; 7,4), (5,0; 12,0), (−12,5; 12,0). Con il sole più alto ogni punto si sposta della metà della sua altezza: macchia da 0,5 a 1,2 m dalla parete; sul foglio (−23,1; 7,4), (−12,3; 7,4), (−10,0; 12,0), (−18,8; 12,0).

26. La pensilina sporge 15 mm: per arrivare alla facciata i raggi avanzano di 15 mm, si spostano di 7,5 mm a destra e scendono di 9 mm. L'ombra dello spigolo anteriore inferiore è orizzontale, alla quota 27, da $x = -12{,}5$ a $x = 27{,}5$; lo spigolo laterale sinistro dà il tratto da (−20; 36) a (−12,5; 27); a destra l'ombra dello spessore chiude la figura da (27,5; 27) a (27,5; 31) e da lì a (20; 40). Sulla facciata ogni misura si riduce nel rapporto 100/140 ≈ 0,714: sul foglio i punti (−20; 36), (−12,5; 27), (27,5; 27), (27,5; 31), (20; 40) della facciata stanno in (−14,3; 45,7), (−8,9; 39,3), (19,6; 39,3), (19,6; 42,1), (14,3; 48,6). Il tratto obliquo ha la direzione (7,5; −9), proporzionale a (50; −60), che è la direzione da P a S.

27. Il sole è alle spalle (S sotto la LO) e a sinistra (S' a destra di P): le ombre vanno verso destra e in profondità. I pali sono paralleli e le loro ombre sul terreno anche; ma sono rette orizzontali non parallele al quadro, quindi nel disegno concorrono nel loro punto di fuga S'.

28. S sopra la LO: il sole è di fronte (controluce), davanti e a sinistra. Le ombre vengono verso l'osservatore spostandosi verso destra, a ventaglio da S'. Si

vedono in ombra propria la faccia anteriore e, se visibile, quella destra; la faccia superiore è in luce.

29. La retta dal piede (−20; 10) per (10; 25) sale di 15 mm ogni 30: raggiunge la LO (60) dopo 50 mm di salita, cioè 100 mm a destra: S'(80; 60). La retta dalla cima (−20; 40) per (10; 25) scende di 15 mm ogni 30: sulla verticale $x = 80$ è a 40 − 50 = −10: S(80; −10), 70 mm sotto la LO. Il sole è alle spalle, a sinistra.

30. Con il sole i pali paralleli hanno ombre parallele sul terreno, che in prospettiva fuggono nello stesso punto S': il secondo palo deve fuggire in S' come il primo. Con una lampada, invece, ogni ombra va verso il piede L', che non sta sulla LO: le due ombre convergono in un punto del terreno, e il loro prolungamento non passa per un unico punto della LO.

31. In ombra propria la testata destra e la parete posteriore: sono rivolte dalla parte opposta al sole, che sta alle spalle e a sinistra, e quindi anche dalla parte opposta all'osservatore. È la regola del sole alle spalle: le facce che si vedono sono quasi tutte in luce. Le verifiche richieste riescono perché ogni ombra è stata costruita come intersezione di S'(piede) e S(punto); il colmo è parallelo al terreno, quindi la sua ombra fugge in F_2.

32. Il raggio, per 100 mm di avanzamento, si sposta di 40 mm a destra e scende di 50. Vertice della piramide (25; 45; 40): scende di 40 mm avanzando di 80 mm: V_0(57; 125), sul foglio (25,3; 38,9) (vertice (17,2; 49,3)). Le tangenti da V_0 toccano la base in (40; 30) e (10; 60): separatrice = spigoli laterali verso questi due vertici; in ombra le facce destra e posteriore. Cubo: ombre dei vertici superiori (−30; 70), (−5; 70), (−5; 95), (−30; 95), sul foglio (−17,6; 28,8), (−2,9; 28,8), (−2,6; 34,1), (−15,4; 34,1); separatrice: spigoli verticali in (−25; 20) e (−50; 45) e spigoli superiori $x = -25$ e $y = 45$. Le ombre non si sovrappongono: quella del cubo resta a sinistra di $x = -5$, quella della piramide a destra di $x = 10$.

33. La retta dal piede del lampione (0; 20) per il piede del palo (20; 50) raggiunge la profondità 80 dopo il doppio del tratto: R(40; 80). Il raggio dalla lampada (quota 50) per la cima (quota 30) scende di 20 mm nel primo tratto e di altri 20 nel secondo: sul muro l'ombra sale fino a 10 mm. Sul foglio: L(0,0; 53,3), L'(0,0; 11,7), piede (13,3; 23,3), cima (13,3; 43,3), R(22,2; 31,1), ombra sul muro (22,2; 36,7). Senza muro: (50; 95), a 50/20 = 2,5 volte la distanza dal piede del lampione. Come con il sole l'ombra sale in verticale dal punto di rottura; ma la sua direzione a terra dipende dalla posizione del palo rispetto al lampione.

34. La proiezione orizzontale dei raggi è perpendicolare al quadro: fugge in P, quindi $S' = P$. A 45° il raggio scende di quanto avanza: la parallela per V scende di $d = 100$ mm per arrivare al quadro, e S sta 100 mm sotto P (30 mm sotto la LT). Ombra della cima: (−30; 50), sul foglio (−20,0; 23,3) (piede (−25,0; 11,7), cima (−25,0; 36,7)); l'ombra fugge verso P. Lunghezza vera: 30 mm, quanto il palo. Traccia del confronto: il sole convenzionale delle proiezioni ortogonali ha i raggi con le proiezioni a 45° sia in pianta sia in prospetto; qui la proiezione in pianta è perpendicolare al quadro e il raggio è inclinato di 45° sull'orizzonte: sono soli diversi, ed è il disegnatore a scegliere quello più chiaro.