Verifica di fine parte V · Geometria euclidea

Tempo: 60 minuti. Punteggio totale: 10 punti (punteggio indicato per ogni esercizio). Disegna sempre la figura; nelle dimostrazioni scrivi ipotesi e tesi e giustifica ogni passaggio citando postulati, definizioni o teoremi. Un risultato senza procedimento vale metà punteggio.

Test (0,5 punti ciascuno)

1. ● *(0,5 punti · cap. 8)* Il supplementare di un angolo di 47°25′ misura:
   A. 42°35′
   B. 133°35′
   C. 132°35′
   D. 312°35′

2. ● *(0,5 punti · cap. 9)* Quale terna di segmenti può formare un triangolo?
   A. 3 cm, 4 cm, 8 cm
   B. 5 cm, 5 cm, 10 cm
   C. 2 cm, 3 cm, 6 cm
   D. 4 cm, 6 cm, 9 cm

3. ● *(0,5 punti · cap. 10)* La somma degli angoli interni di un esagono convesso è:
   A. 720°
   B. 360°
   C. 1080°
   D. 540°

4. ●● *(0,5 punti · cap. 11)* Un parallelogramma con le diagonali perpendicolari è sicuramente:
   A. un rettangolo
   B. un rombo
   C. un quadrato
   D. un trapezio isoscele

Calcolare

5. ● *(1 punto · cap. 8)* a) Due angoli adiacenti sono tali che uno è i $\frac{4}{5}$ dell'altro: calcolali. b) Quante diagonali ha un decagono?

6. ●● *(1 punto · cap. 10)* Due rette parallele sono tagliate da una trasversale. Due angoli alterni interni misurano $(5x - 12)°$ e $(3x + 24)°$. Determina x, l'ampiezza dei due angoli e quella dei loro coniugati interni.

7. ●● *(1 punto · cap. 9–10)* Un triangolo isoscele ha perimetro 38 cm e la base è 7 cm più corta di ciascun lato obliquo. a) Calcola i lati e verifica che il triangolo esiste. b) In un altro triangolo isoscele l'angolo al vertice misura 40°: quanto misurano gli angoli alla base?

8. ● *(0,5 punti · cap. 10)* Gli angoli interni di un triangolo sono proporzionali a 2, 3, 4. Calcolali e determina l'angolo esterno adiacente all'angolo maggiore.

9. ●● *(1,5 punti · cap. 11)* Nel parallelogramma $ABCD$ si ha $\angle A = (3x + 15)°$ e $\angle B = (5x - 3)°$. Il perimetro è 50 cm e AB supera BC di 5 cm. Calcola i quattro angoli e i quattro lati.

Problema

10. ●● *(1 punto · cap. 11)* Un trapezio ha le basi di 30 cm e 18 cm e i lati obliqui di 10 cm e 8 cm. Il segmento che congiunge i punti medi dei lati obliqui lo divide in due trapezi: calcola la lunghezza del segmento e i perimetri dei due trapezi.

Dimostrare

11. ●● *(1,5 punti · cap. 11)* Nel parallelogramma $ABCD$ si prendono il punto E sul lato AB e il punto F sul lato CD in modo che $AE \cong CF$. Dimostra che il quadrilatero $EBFD$ è un parallelogramma.

12. ●●● *(0,5 punti · cap. 9–11) Sfida.* Nel triangolo ABC, rettangolo in A, sia M il punto medio dell'ipotenusa BC. Dimostra che $AM \cong \frac{1}{2} BC$. (Suggerimento: prolunga AM oltre M di un segmento $MD \cong AM$ e studia il quadrilatero $ABDC$.)

Soluzioni

1. C. $180° - 47°25' = 179°60' - 47°25' = 132°35'$.

2. D. $9 < 4 + 6 = 10$. Nelle altre terne il lato maggiore non è minore della somma degli altri due: $8 > 7$, $10 = 10$ (degenere), $6 > 5$.

3. A. $(6 - 2) \cdot 180° = 720°$.

4. B. Inverso del teorema del rombo; è un quadrato solo se le diagonali sono anche congruenti.

5. a) Angoli adiacenti, quindi supplementari: $x + \frac{4}{5}x = 180°$, $x = 100°$; gli angoli sono 100° e 80°. b) $\frac{10 \cdot 7}{2} = 35$ diagonali.

6. Alterni interni di rette parallele sono congruenti: $5x - 12 = 3x + 24$, $x = 18$; ciascun angolo misura 78°. I coniugati interni sono supplementari: $180° - 78° = 102°$.

7. a) Lato obliquo l, base $l - 7$: $3l - 7 = 38$, $l = 15$ cm, base 8 cm. Esiste: $8 < 15 + 15$ e $15 < 15 + 8$. b) Gli angoli alla base sono congruenti: $(180° - 40°) : 2 = 70°$.

8. $180° : 9 = 20°$: angoli 40°, 60°, 80°. Angolo esterno adiacente a 80°: $180° - 80° = 100°$ (uguale a $40° + 60°$).

9. Angoli consecutivi supplementari: $8x + 12 = 180$, $x = 21$; $\angle A = \angle C = 78°$, $\angle B = \angle D = 102°$. $AB + BC = 25$ e $AB - BC = 5$: $AB = CD = 15$ cm, $BC = DA = 10$ cm.

10. Segmento dei punti medi: $(30 + 18) : 2 = 24$ cm. I lati obliqui sono divisi a metà ($5 + 5$ cm e $4 + 4$ cm). Trapezio superiore: $18 + 24 + 5 + 4 = 51$ cm; trapezio inferiore: $30 + 24 + 5 + 4 = 63$ cm.

11. Ipotesi: $ABCD$ parallelogramma; $E \in AB$, $F \in CD$, $AE \cong CF$. **Tesi:** $EBFD$ parallelogramma. 1) $AB \cong CD$ (lati opposti del parallelogramma). 2) $EB = AB - AE$ e $DF = CD - CF$ sono differenze di segmenti congruenti, quindi $EB \cong DF$ (postulato 11). 3) $EB \parallel DF$, perché stanno sulle rette parallele AB e CD. 4) Il quadrilatero $EBFD$ ha due lati opposti congruenti e paralleli: è un parallelogramma (condizione 4). c.v.d.

12. Il quadrilatero $ABDC$ ha le diagonali AD e BC che si tagliano scambievolmente a metà in M ($BM \cong MC$ per ipotesi, $AM \cong MD$ per costruzione): è un parallelogramma (condizione 3). Ha l'angolo $\angle BAC$ retto, quindi è un rettangolo (un parallelogramma con un angolo retto ha tutti gli angoli retti). Le diagonali di un rettangolo sono congruenti: $AD \cong BC$, quindi $AM \cong \frac{1}{2} AD \cong \frac{1}{2} BC$. c.v.d.