Matematica 1 · Parte IV · Equazioni e disequazioni · versione 1.0
Verifica: Verifica di fine parte IV · pagine 203–204 del volume completo · estratto per lo studio

Verifica di fine parte IV · Equazioni e disequazioni

Tempo: 60 minuti. Punteggio totale: 10 punti (punteggio indicato per ogni esercizio). Non è ammessa la calcolatrice. Scrivi tutti i passaggi; nelle equazioni fratte indica le condizioni di esistenza; scrivi le soluzioni delle disequazioni anche come intervallo. Un risultato senza procedimento vale metà punteggio.

Test (0,5 punti ciascuno)

1. ● *(0,5 punti · cap. 7)* L'equazione $2(x-3) = 2x - 6$ è:
   A. determinata
   B. impossibile
   C. indeterminata
   D. di secondo grado

2. ● *(0,5 punti · cap. 7)* La soluzione dell'equazione $\frac{x}{3} - 1 = \frac{x}{4}$ è:
   A. $x = -12$
   B. $x = 12$
   C. $x = \frac{1}{12}$
   D. $x = 7$

3. ● *(0,5 punti · cap. 7)* Le soluzioni della disequazione $-2x \geq 8$ sono:
   A. $x \geq -4$
   B. $x \leq 4$
   C. $x \geq 4$
   D. $x \leq -4$

4. ●● *(0,5 punti · cap. 7)* L'insieme dei numeri che soddisfano sia $x > -1$ sia $x \leq 3$ è:
   A. $]-1;\,3]$
   B. $[-1;\,3[$
   C. $]-\infty;\,3]$
   D. $]-1;\,+\infty[$

Calcolare

5. ● *(1 punto · cap. 7)* Risolvi: a) $(x-2)^2 - (x+1)(x-1) = 3 - 2x$; b) $\frac{x+1}{2} - \frac{x-1}{3} = \frac{x}{6} + 1$, stabilendo se è determinata, indeterminata o impossibile.

6. ●● *(1,5 punti · cap. 7)* Risolvi, indicando le condizioni di esistenza: a) $\frac{2}{x-1} - \frac{1}{x+1} = \frac{4}{x^2-1}$; b) $\frac{x+3}{x-2} = 2$.

7. ●● *(1,5 punti · cap. 7)* Risolvi il sistema di disequazioni formato da $3(x-1) - 2 \le x + 3$ e $\frac{x+1}{2} > \frac{x-2}{3}$, e rappresenta le soluzioni con lo schema grafico.

8. ●● *(1,5 punti · cap. 7)* Scomponi in fattori e risolvi con la legge di annullamento del prodotto: a) $x^3 - 9x = 0$; b) $(2x-1)^2 - (x+2)^2 = 0$.

Problemi

9. ●● *(1,5 punti · cap. 7)* Un servizio di auto condivise offre due tariffe: A, 0,30 € al minuto; B, 9 € fissi a noleggio più 0,15 € al minuto. a) Con un'equazione, trova per quale durata del noleggio le due tariffe costano uguale. b) Con una disequazione, stabilisci per quali durate conviene la tariffa B.

Sfida

10. ●●● *(1 punto · cap. 7)* I lati di un triangolo misurano $2x + 1$, $x + 4$ e 10 (in centimetri). a) Scrivi il sistema di disequazioni che esprime la disuguaglianza triangolare e trova per quali valori di x il triangolo esiste. b) Per quali valori di x il triangolo è isoscele?

Soluzioni

1. C. Svolgendo, $2x - 6 = 2x - 6$, cioè $0 \cdot x = 0$: l'equazione è un'identità, indeterminata.

2. B. mcm 12: $4x - 12 = 3x$, quindi $x = 12$.

3. D. Dividendo per -2 il verso cambia: $x \leq -4$.

4. A. Intersezione: $-1 < x \leq 3$, cioè $]-1; 3]$.

5. a) $x^2 - 4x + 4 - x^2 + 1 = 3 - 2x$, $-4x + 5 = 3 - 2x$, $-2x = -2$, $x = 1$. b) mcm 6: $3(x + 1) - 2(x - 1) = x + 6$, $x + 5 = x + 6$, $0 \cdot x = 1$: impossibile.

6. a) C.E. $x \neq \pm 1$. mcm $(x - 1)(x + 1)$: $2(x + 1) - (x - 1) = 4$, $x + 3 = 4$, $x = 1$, che non rispetta le C.E.: l'equazione è impossibile. b) C.E. $x \neq 2$. $x + 3 = 2(x - 2)$, $x + 3 = 2x - 4$, $x = 7$, accettabile.

7. Prima: $3x - 5 \leq x + 3$, $2x \leq 8$, $x \leq 4$. Seconda, mcm 6: $3(x + 1) > 2(x - 2)$, $3x + 3 > 2x - 4$, $x > -7$. Sistema: $-7 < x \leq 4$, cioè $]-7; 4]$ (pallino vuoto in -7, pieno in 4).

8. a) $x(x^2 - 9) = x(x - 3)(x + 3) = 0$, quindi $S = \{-3, 0, 3\}$. b) È una differenza di quadrati: $[(2x - 1) - (x + 2)] \cdot [(2x - 1) + (x + 2)] = (x - 3)(3x + 1) = 0$, quindi $S = \{-\frac{1}{3}, 3\}$. Verifica per $x = 3$: $5^2 - 5^2 = 0$.

9. Sia t la durata in minuti, $t > 0$. a) $0{,}30t = 9 + 0{,}15t$, $0{,}15t = 9$, $t = 60$ minuti (costo 18 €). b) $9 + 0{,}15t < 0{,}30t$, $9 < 0{,}15t$, $t > 60$: la tariffa B conviene per noleggi di più di 60 minuti.

10. a) Ogni lato deve essere minore della somma degli altri due: $10 < (2x + 1) + (x + 4)$, cioè $3x > 5$, $x > \frac{5}{3}$; $2x + 1 < x + 14$, cioè $x < 13$; $x + 4 < 2x + 11$, cioè $x > -7$. Inoltre i lati devono essere positivi: $x > -\frac{1}{2}$. Intersecando: $\frac{5}{3} < x < 13$. b) $2x + 1 = x + 4$ per $x = 3$ (lati 7, 7, 10); $2x + 1 = 10$ per $x = 4{,}5$ (lati 10, 8,5, 10); $x + 4 = 10$ per $x = 6$ (lati 13, 10, 10). Tutti e tre i valori sono compresi tra $\frac{5}{3}$ e 13, quindi sono accettabili.