VERIFICA

Verifica di fine parte · La fisica del Novecento

Tempo indicativo: 100 minuti · Punteggio totale: 100 punti

Fisica 5 · Parte V · La fisica del Novecento · versione 1.0
Verifica: Verifica di fine parte · La fisica del Novecento · pagine 421–428 del volume completo · estratto per lo studio

La verifica riguarda i capitoli 11, 12, 13 e 14. È ammessa la calcolatrice scientifica. Scrivi sempre le formule che usi, i passaggi e le unità di misura: un risultato senza unità è incompleto. Esprimi i risultati con un numero di cifre significative coerente con i dati. Dove non è indicato diversamente usa i valori arrotondati della Tabella A.1 dell'Appendice ($c = 3{,}00 \times 10^{8}$ m/s, $h = 6{,}63 \times 10^{-34}$ J·s, $e = 1{,}60 \times 10^{-19}$ C, $m_e = 9{,}11 \times 10^{-31}$ kg, $hc = 1240$ eV·nm; a 1 u corrispondono 931,5 MeV) e le masse e i tempi di dimezzamento della Tabella A.6. La domanda sulla fonte (Parte C) vale da sola 20 punti: leggi il testo con attenzione e rispondi con frasi complete.

Parte A · Domande a scelta multipla (10 domande, 2 punti ciascuna)

1. ● Un'astronave si allontana dalla Terra a 0,60 c e invia verso la Terra un impulso di luce. Gli osservatori a terra misurano, per quella luce, la velocità:
   - **A.** 0,40 c
   - **B.** 1,60 c
   - **C.** c, la stessa che misurano gli astronauti
   - **D.** 0,60 c

2. ●● Un'astronave passa davanti alla Terra a 0,80 c. Fra due lampi di una lampada fissata a bordo l'orologio dell'astronave segna 3,0 min. Per gli osservatori a terra l'intervallo fra i due lampi dura:
   - **A.** 1,8 min
   - **B.** 3,0 min, perché la durata di un fenomeno è la stessa per tutti
   - **C.** 3,75 min
   - **D.** 5,0 min

3. ●● Un'asta lunga 1,00 m nel suo sistema di riposo viaggia a 0,866 c, disposta perpendicolarmente alla direzione del moto. Per un osservatore che la vede passare la sua lunghezza è:
   - **A.** 0,50 m
   - **B.** 1,00 m
   - **C.** 2,00 m
   - **D.** 0,87 m

4. ● Un elettrone ($mc^2 = 0{,}511$ MeV) si muove con fattore di Lorentz $\gamma = 2{,}00$. La sua energia cinetica è:
   - **A.** 0,511 MeV
   - **B.** 1,022 MeV
   - **C.** 0,192 MeV, cioè $\tfrac{1}{2}mv^2$
   - **D.** 0,256 MeV

5. ●● Gli orologi atomici dei satelliti GPS, se non fossero corretti, rispetto agli orologi a terra:
   A. ritarderebbero di circa 7 μs al giorno, perché l'unico effetto è la dilatazione dei tempi della relatività ristretta
   B. andrebbero esattamente allo stesso ritmo, perché il moto del satellite è uniforme
   C. ritarderebbero di circa 45 μs al giorno, perché in quota il campo gravitazionale è più debole
   D. anticiperebbero di circa 38 μs al giorno, perché l'anticipo dovuto al campo gravitazionale più debole in quota supera il ritardo dovuto alla velocità

6. ● Una galassia dista 50 Mpc. Con $H_0 = 70$ km/s/Mpc la sua velocità di allontanamento è circa:
   A. 1,4 km/s
   B. $3{,}5 \times 10^3$ km/s
   C. $3{,}5 \times 10^5$ km/s, più della velocità della luce
   D. 120 km/s

7. ● Un fotone ha un'energia di 2,48 eV. La sua lunghezza d'onda è:
   A. 250 nm
   B. 620 nm
   C. 500 nm
   D. $3{,}08 \times 10^3$ nm

8. ●● Un elettrone e un protone hanno la stessa energia cinetica, molto minore della loro energia a riposo. Le loro lunghezze d'onda di de Broglie:
   A. sono diverse: quella dell'elettrone è circa 43 volte maggiore
   B. sono uguali, perché le energie sono uguali
   C. sono diverse: quella del protone è circa 1840 volte maggiore
   D. sono diverse: quella dell'elettrone è circa 1840 volte maggiore

9. ●● Un nucleo di uranio-238 ($Z = 92$) emette una particella α; il nucleo prodotto subisce poi due decadimenti β^- successivi. Il nucleo finale ha:
   A. $Z = 92$ e $A = 234$: è un altro isotopo dell'uranio
   B. $Z = 90$ e $A = 234$
   C. $Z = 88$ e $A = 230$
   D. $Z = 94$ e $A = 238$

10. ●● Un gas di idrogeno, con tutti gli atomi nello stato fondamentale, è attraversato da fotoni di quattro energie diverse. Secondo il modello di Bohr, quali fotoni **non** possono essere assorbiti?
    A. quelli di 10,2 eV
    B. quelli di 12,1 eV
    C. quelli di 11,0 eV
    D. quelli di 15,0 eV

Parte B · Esercizi (5 esercizi, 6 punti ciascuno)

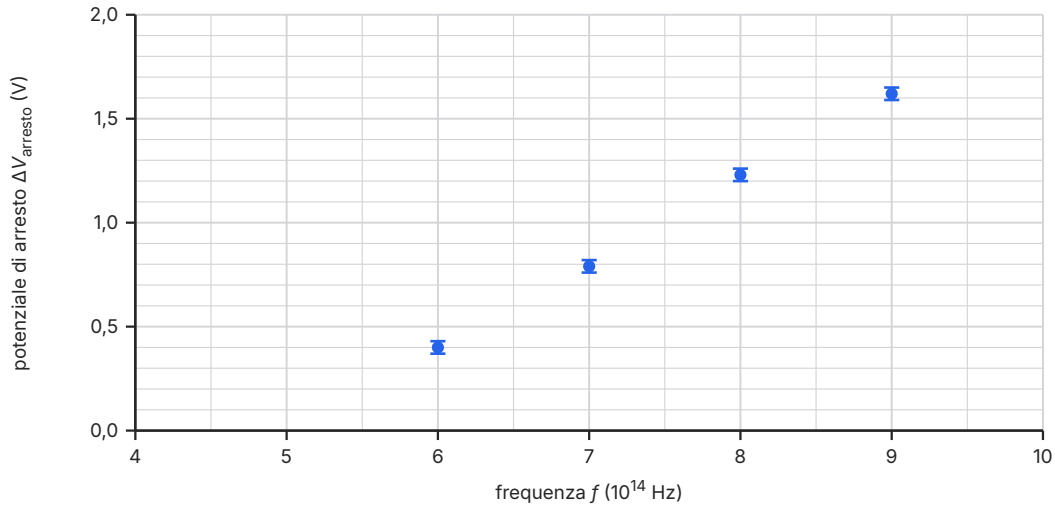


Figura V5.1 Il potenziale di arresto misurato per il catodo della fotocellula del terzo esercizio della Parte B, in funzione della frequenza della luce (dati tipici; le barre indicano l'incertezza di ± 0,03 V). La griglia fine ha passo 0,5 × 10^{14} Hz e 0,1 V.

11. ●● In un acceleratore si producono particelle instabili che, nel loro sistema di riposo, hanno una vita media di 14 ns; le particelle viaggiano a 0,96 *c*. a) Calcola il fattore di Lorentz (1 punto). b) Calcola la vita media delle particelle nel sistema del laboratorio e la distanza che percorrono in media in quel tempo (2 punti). c) Quanta strada percorrerebbero in media se il tempo fosse lo stesso per tutti gli osservatori? (1 punto) d) Descrivi lo stesso volo nel sistema di riposo della particella: quanto dura, e quanto è lungo, per la particella, il tratto di laboratorio che da terra misura quanto la distanza trovata in b)? Spiega perché le due descrizioni sono d'accordo (2 punti).

12. ●● Nel tratto finale di un acceleratore un protone (energia a riposo 938 MeV) ha un'energia totale di 3,00 GeV. a) Calcola la sua energia cinetica e il fattore di Lorentz (2 punti). b) Calcola la sua velocità, come frazione di *c* e in m/s (1 punto). c) Con la relazione fra energia e quantità di moto calcola il prodotto pc in MeV, e verifica il risultato con $p = \gamma m v$ (2 punti). d) Quanto varrebbe l'energia cinetica calcolata con $\tfrac{1}{2}mv^2$ alla velocità trovata in b)? Commenta il confronto (1 punto).

13. ●● Per identificare il metallo del catodo di una fotocellula, una studentessa lo illumina con luce di quattro frequenze diverse e misura ogni volta il potenziale di arresto (Figura V5.1). a) Traccia sul grafico la retta che meglio si accorda con i punti e ricava dalla sua pendenza la costante di Planck (2 punti). b) Prolunga la retta fino all'asse delle frequenze: leggi la frequenza di soglia e calcola il lavoro di estrazione in eV. Con la Tabella A.5 dell'Appendice, di quale metallo si tratta? (2 punti) c) Calcola la lunghezza d'onda di soglia. La luce di un LED rosso di 650 nm, molto intensa, estrae elettroni da questo catodo? (1 punto) d) Come cambierebbero i quattro punti del grafico se, a ogni frequenza, la luce avesse intensità doppia? Che cosa cambierebbe invece nella corrente? (1 punto)

14. ●● Un atomo di idrogeno si trova nel livello $n = 4$. a) Disegna i livelli da $n = 1$ a $n = 4$ con le loro energie e indica tutti i salti con cui l'atomo può tornare, in uno o più passi, allo stato fondamentale. Quante righe diverse possono comparire nello spettro di un gas di atomi eccitati fino a questo livello? (2 punti) b) Calcola l'energia e la lunghezza d'onda dei fotoni emessi nei salti $4 \to 2$ e $4 \to 1$, e indica in quale banda dello spettro cade ciascuno (2 punti). c) Quanta energia serve per ionizzare l'atomo dal livello 4, e qual è la lunghezza d'onda massima di un fotone capace di farlo? (1 punto) d) Il modello di Bohr dà le energie giuste: perché, allora, non si deve immaginare l'elettrone su un'orbita circolare? (1 punto)

15. ●● Una stella di neutroni, il nucleo collassato di una stella massiccia esplosa, ha una massa pari a 1,4 masse solari (massa del Sole $1{,}99 \times 10^{30}$ kg) racchiusa in una sfera di raggio 12 km. a) Calcola il suo raggio di Schwarzschild. La stella è un buco nero? (2 punti) b) Calcola con la formula di Fisica 4, capitolo 5, $v_f = \sqrt{(2GM/R)}$, la velocità di fuga dalla sua superficie, come frazione di c. Mostra poi che la stessa formula, con R uguale al raggio di Schwarzschild, dà proprio c (2 punti). c) Perché questo calcolo, alla maniera delle «stelle oscure» di Michell, non basta a descrivere un buco nero? In che cosa la descrizione della relatività generale è diversa? (1 punto) d) Un orologio posato sulla superficie della stella e uno lontanissimo da essa vanno allo stesso ritmo? Motiva la risposta (1 punto).

Parte C · Problemi e domanda sulla fonte (50 punti in totale)

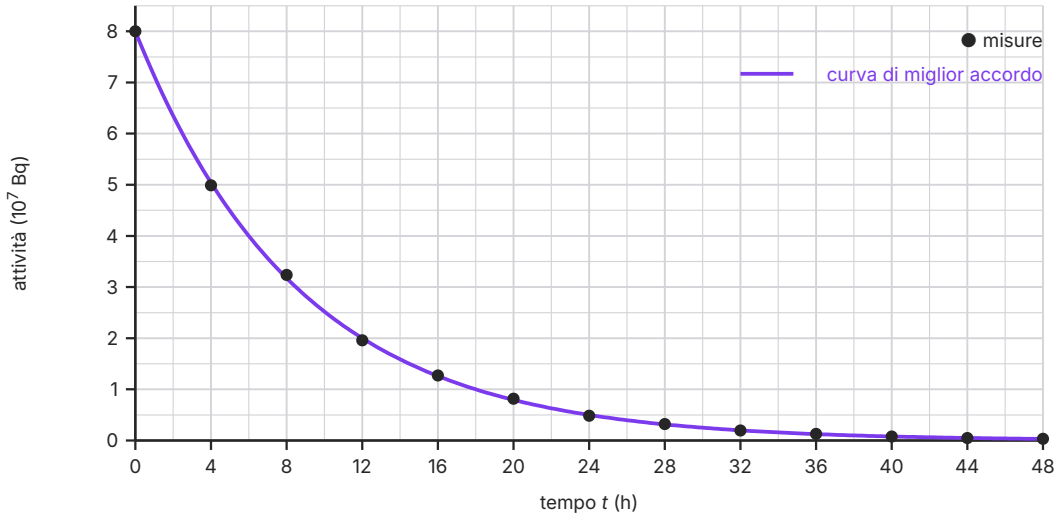


Figura V5.2 L'attività di un campione dell'isotopo del primo problema della Parte C, misurata ogni 4 ore (punti, dati tipici), e la curva di miglior accordo, calcolata con la legge del decadimento. La griglia fine ha passo 2 h e 0,5 × 10^7 Bq.

16. ●● **(10 punti)** Un isotopo radioattivo che emette soltanto raggi γ è usato in diagnostica medica: una piccola dose, iniettata al paziente, permette di ottenere immagini di un organo con un rivelatore posto fuori dal corpo. La Figura V5.2 riporta l'attività di un campione dell'isotopo, misurata in laboratorio ogni 4 ore a partire dalla preparazione. a) Leggi sul grafico il tempo di dimezzamento dell'isotopo, spiegando come lo ricavi, e controlla la lettura su un secondo intervallo (2 punti). b) Calcola l'attività del campione dopo 24 h e la frazione dei nuclei iniziali ancora presenti in quell'istante (2 punti). c) Dopo quanto tempo l'attività scende all'1% del valore iniziale? Usa i logaritmi (3 punti). d) Un nucleo che emette un raggio γ cambia elemento? Spiega perché per un esame diagnostico conviene un isotopo che emette solo raggi γ e ha un tempo di dimezzamento di poche ore, e indica le tre regole della radioprotezione che il personale sanitario applica maneggiando le dosi (3 punti).

17. ●●● **(10 punti)** Nel reattore sperimentale ITER si vuole ottenere energia dalla fusione di un nucleo di deuterio e di uno di trizio, gli isotopi pesanti dell'idrogeno: ${}^{2}_{1}\mathrm{H} + {}^{3}_{1}\mathrm{H} \rightarrow {}^{4}_{2}\mathrm{He} + {}^{1}_{0}\mathrm{n}$. Masse atomiche: ${}^{2}\mathrm{H}$ 2,014 102 u; ${}^{3}\mathrm{H}$ 3,016 049 u; le altre nella Tabella A.6. a) Verifica che nella reazione si conservano la carica e il numero di nucleoni, e indica quanti protoni e quanti neutroni hanno i due nuclei che reagiscono (1 punto). b) Calcola il difetto di massa della reazione e l'energia liberata, in MeV e in joule (3 punti). c) Quale frazione della massa dei reagenti si trasforma in energia? Confrontala con quella della fusione dell'idrogeno nel Sole (capitolo 14), della fissione dell'uranio e di una combustione (capitolo 12) (2 punti). d) Calcola l'energia liberata dalla fusione completa di 1,0 kg di una miscela di deuterio e trizio con lo stesso numero di nuclei dei due isotopi, e quante volte supera quella liberata bruciando 1,0 kg di metano (circa 5×10^7 J) (2 punti). e) Perché la reazione avvenga, i due nuclei devono arrivare a circa 3×10^{-15} m l'uno dall'altro. Calcola la loro energia potenziale elettrica a quella distanza, in MeV, e confrontala con l'energia di agitazione termica $k_\mathrm{B}T$ a 1×10^8 K ($k_\mathrm{B} = 1{,}38 \times 10^{-23}$ J/K). Che cosa ne concludi? (2 punti)

18. ●● **(10 punti)** Un pannello solare al silicio riceve la luce del Sole con un'intensità di $1{,}0 \times 10^3$ W/m^2. In una cella al silicio un fotone può liberare un elettrone se ha un'energia di almeno 1,1 eV. a) Calcola la lunghezza d'onda massima della luce che la cella può sfruttare. Un fotone verde di 500 nm e un fotone infrarosso di 1500 nm liberano un elettrone? (3 punti) b) Supponi per semplicità che tutta la luce abbia lunghezza d'onda 500 nm: quanti fotoni arrivano ogni secondo su 1,0 m^2 di pannello? (2 punti) c) Calcola la quantità di moto di un fotone di 500 nm e, supponendo che il pannello assorba tutti i fotoni, la forza che la luce esercita su 1,0 m^2 (la forza è la quantità di moto trasferita al secondo, Fisica 4, capitolo 1). Commenta il risultato (2 punti). d) Un elettrone liberato da un fotone di 500 nm riceve al massimo l'energia che supera 1,1 eV. Calcola la sua lunghezza d'onda di de Broglie e confrontala con le dimensioni di un atomo, circa 10^{-10} m (2 punti). e) Con la legge di Wien verifica che lo spettro del Sole, la cui superficie è a circa 5800 K, ha il massimo proprio intorno a 500 nm (1 punto).

19. ●●● **(20 punti) Domanda sulla fonte.** L'articolo di Albert Einstein *Zur Elektrodynamik bewegter Körper* («Sull'elettrodinamica dei corpi in movimento», 1905) comincia così: «È noto che l'elettrodinamica di Maxwell, così come oggi la si intende di solito, conduce, nella sua applicazione ai corpi in movimento, ad asimmetrie che non sembrano appartenere ai fenomeni. Si pensi, per esempio, all'interazione elettrodinamica fra un magnete e un conduttore. Il fenomeno osservabile dipende qui soltanto dal moto relativo del conduttore e del magnete, mentre secondo la concezione consueta i due casi, in cui l'uno o l'altro di questi corpi è quello in moto, vanno nettamente distinti» (introduzione; traduzione della redazione). a) Quale «fenomeno osservabile» descrive Einstein? Spiega con la legge di Faraday–Neumann (capitolo 8) perché la corrente indotta in una spira è la stessa se il magnete si avvicina alla spira ferma o se la spira si avvicina al magnete fermo, e in che cosa consiste l'«asimmetria» della spiegazione di allora, che nei due casi invocava cause diverse (un campo elettrico indotto oppure la forza di Lorentz sulle cariche in moto, capitolo 7) (5 punti). b) Quale dei due postulati della relatività ristretta nasce da questa osservazione? Enuncia entrambi i postulati e spiega perché, con essi, l'etere diventa superfluo. È corretto dire che Einstein partì dall'esperimento di Michelson e Morley? (5 punti) c) Due astronavi uguali, lunghe 100 m nel loro sistema di riposo, si incrociano con velocità relativa 0,60 c. Calcola il fattore di Lorentz. Per gli astronauti di ciascuna astronave, quanto dura un'ora segnata dagli orologi dell'altra, e quanto è lunga l'altra astronave? Ciascun equipaggio trova più lenti gli orologi dell'altro: spiega perché non c'è contraddizione (6 punti). d) «Relatività» non vuol dire «tutto è relativo». Indica quali grandezze e quali leggi la teoria rende uguali per tutti gli osservatori inerziali, e collega la teoria a un tema del programma di Filosofia: la critica di Mach allo spazio e al tempo assoluti, la crisi del positivismo oppure la riflessione del Novecento sul metodo della scienza (4 punti).

Griglia di valutazione Punti per sezione.

Sezione	Contenuto	Punti
Parte A	domande 1–10 × 2 punti	20
Parte B	esercizi 11–15 × 6 punti	30
Parte C	problemi 16, 17 e 18 (10 punti ciascuno), domanda sulla fonte 19 (20 punti)	50
Totale		**100**

Dal punteggio al voto Corrispondenza indicativa fra punteggio e voto in decimi.

Punteggio	0–24	25–34	35–44	45–54	55–64	65–74	75–84	85–94	95–100
Voto	2	3	4	5	6	7	8	9	10

Soluzioni

1. C (2 punti). Per il secondo postulato la luce si propaga nel vuoto con la stessa velocità c in tutti i sistemi inerziali, qualunque sia il moto della sorgente. A e B applicano la composizione galileiana delle velocità, che per la luce non vale.

2. D (2 punti). L'intervallo misurato a bordo è un tempo proprio: i due lampi avvengono nello stesso punto dell'astronave. $\gamma = 1/\sqrt{(1 - 0{,}64)} = 1/0{,}60 = 5/3$, e $\Delta t = \gamma \Delta t_0 = (5/3) \cdot 3{,}0$ min $= 5{,}0$ min. A moltiplica per 0,60 invece di dividere; C divide per v/c invece che per $\sqrt{(1 - v^2/c^2)}$.

3. B (2 punti). La contrazione riguarda soltanto le dimensioni parallele alla velocità; un'asta perpendicolare al moto conserva la sua lunghezza. A sarebbe la lunghezza (L_0/γ, con $\gamma = 2{,}00$) se l'asta fosse parallela al moto.

4. A (2 punti). $K = (\gamma - 1)mc^2 = (2{,}00 - 1) \cdot 0{,}511$ MeV $= 0{,}511$ MeV. B è l'energia totale γmc^2; C è il valore classico a $v = 0{,}866\,c$, che sottostima l'energia cinetica vera.

5. D (2 punti). Sugli orologi in orbita agiscono due effetti opposti: per la relatività ristretta il moto (circa 3,9 km/s) li fa ritardare di circa 7 µs al giorno; per la relatività generale, più in alto nel campo gravitazionale terrestre, vanno più veloci di circa 45 µs al giorno. Il saldo è un anticipo di circa 38 µs al giorno. A e C considerano un solo effetto (e C ne sbaglia il verso).

6. B (2 punti). $v = H_0 d = 70$ km/s/Mpc $\cdot$ 50 Mpc $= 3{,}5 \times 10^3$ km/s, poco più dell'1% della velocità della luce.

7. C (2 punti). $\lambda = hc/E = 1240$ eV·nm / 2,48 eV $= 500$ nm, luce verde. D moltiplica invece di dividere.

8. A (2 punti). Per velocità piccole rispetto a c, $K = p^2/(2m)$, quindi $p = \sqrt{(2mK)}$ e $\lambda_{dB} = h/\sqrt{(2mK)}$. A parità di K la lunghezza d'onda è inversamente proporzionale a $\sqrt{m}$: il rapporto è $\sqrt{(m_p/m_e)} = \sqrt{(1{,}67 \times 10^{-27}/9{,}11 \times 10^{-31})} \approx \sqrt{1830} \approx 43$, a favore dell'elettrone. D sarebbe vero a parità di velocità, non di energia.

9. A (2 punti). Il decadimento α toglie 2 a Z e 4 ad A: $Z = 90$, $A = 234$ (torio-234, B è il nucleo intermedio). Ogni decadimento β^- aggiunge 1 a Z e lascia A invariato: dopo due, $Z = 92$ e $A = 234$. Lo stesso Z con un A diverso: uranio-234, un isotopo dell'uranio.

10. C (2 punti). Dallo stato fondamentale (−13,6 eV) l'atomo può salire solo a livelli permessi: a $n = 2$ servono esattamente $13{,}6 - 3{,}40 = 10{,}2$ eV (A), a $n = 3$ servono $13{,}6 - 1{,}51 = 12{,}1$ eV (B). Un fotone di 11,0 eV non corrisponde a nessun salto e non viene assorbito. Un fotone di 15,0 eV (D) supera l'energia di ionizzazione: libera l'elettrone, che porta via 1,4 eV come energia cinetica.

11. a) $\gamma = 1/\sqrt{(1 - 0{,}96^2)} = 1/\sqrt{0{,}0784} = 1/0{,}28 \approx 3{,}57$ (1 punto). **b)** La vita media propria è il tempo misurato dove la particella è ferma; nel laboratorio $\Delta t = \gamma \Delta t_0 = 3{,}57 \cdot 14$ ns $= 50$ ns (1 punto). Distanza: $d = v\Delta t = 0{,}96 \cdot 3{,}00 \times 10^8$ m/s $\cdot\ 5{,}0 \times 10^{-8}$ s ≈ 14 m (14,4 m) (1 punto). **c)** Senza dilatazione dei tempi: $0{,}96 \cdot 3{,}00 \times 10^8$ m/s $\cdot\ 1{,}4 \times 10^{-8}$ s $\approx 4{,}0$ m, più di tre volte meno (1 punto). **d)** Nel sistema della particella il suo orologio va al ritmo normale e la particella vive in media 14 ns; è il laboratorio a muoversi a 0,96 c, e il tratto lungo 14,4 m da terra (lunghezza propria) è contratto a $L = L_0/\gamma = 14{,}4$ m$/3{,}57 \approx 4{,}0$ m, che passa davanti alla particella in 4,0 m / $(2{,}88 \times 10^8$ m/s$) \approx 14$ ns (1 punto). Le due descrizioni spiegano lo stesso fatto in due modi: per il laboratorio l'orologio della particella è rallentato, per la particella il laboratorio è contratto; entrambe prevedono che la particella decada, in media, all'altezza della stessa tacca del laboratorio (1 punto).

12. a) $K = E - mc^2 = 3000$ MeV $- 938$ MeV $= 2062$ MeV $\approx 2{,}06$ GeV (1 punto); $\gamma = E/(mc^2) = 3000/938 \approx 3{,}20$ (1 punto). **b)** $v/c = \sqrt{(1 - 1/\gamma^2)} = \sqrt{(1 - 1/3{,}198^2)} \approx 0{,}950$; $v \approx 2{,}85 \times 10^8$ m/s (1 punto). **c)** Da $E^2 = (pc)^2 + (mc^2)^2$: $pc = \sqrt{(3000^2 - 938^2)}$ MeV $\approx 2{,}85 \times 10^3$ MeV (1 punto). Ve-

rifica: $pc = \gamma mvc = \gamma\,(v/c)\,mc^2 = 3{,}198 \cdot 0{,}9499 \cdot 938$ MeV $\approx 2{,}85 \times 10^3$ MeV (1 punto). **d)** $\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}(v/c)^2 mc^2 = 0{,}5 \cdot 0{,}902 \cdot 938$ MeV ≈ 423 MeV, circa un quinto dell'energia cinetica vera: a 0,95 c la formula classica è del tutto inadeguata, e l'energia che l'acceleratore fornisce fa crescere soprattutto γ, mentre la velocità resta di poco inferiore a c (1 punto).

13. a) I punti sono allineati: la retta di miglior accordo passa, per esempio, per $(6{,}0 \times 10^{14}$ Hz; 0,39 V) e $(9{,}0 \times 10^{14}$ Hz; 1,62 V), con pendenza $(1{,}62 - 0{,}39)$ V $/\ 3{,}0 \times 10^{14}$ Hz $\approx 4{,}1 \times 10^{-15}$ V/Hz (1 punto). Poiché $e\Delta V_{\text{arresto}} = hf - W$, la pendenza è h/e: $h \approx 4{,}1 \times 10^{-15}$ V·s $\cdot\ 1{,}60 \times 10^{-19}$ C $\approx 6{,}6 \times 10^{-34}$ J·s (sono accettabili valori fra 6,4 e $6{,}8 \times 10^{-34}$ J·s) (1 punto). **b)** La retta incontra l'asse delle frequenze a $f_0 \approx 5{,}0 \times 10^{14}$ Hz (1 punto). $W = hf_0 = 6{,}63 \times 10^{-34}$ J·s $\cdot\ 5{,}0 \times 10^{14}$ Hz $\approx 3{,}3 \times 10^{-19}$ J $\approx 2{,}1$ eV (lo stesso valore si legge, cambiato di segno, prolungando la retta fino a $f = 0$). Nella Tabella A.5 corrisponde al cesio; il potassio e il sodio, con 2,3 eV, avrebbero la soglia a circa $5{,}6 \times 10^{14}$ Hz, lontana dalla retta misurata (1 punto). **c)** $\lambda_0 = c/f_0 \approx 6{,}0 \times 10^{-7}$ m ≈ 600 nm (oppure 1240 eV·nm / 2,1 eV ≈ 590 nm). Un fotone di 650 nm porta $1240/650 \approx 1{,}9$ eV, meno di W: nessun elettrone esce, per quanto intensa sia la luce (1 punto). **d)** I punti non cambiano: il potenziale di arresto misura l'energia cinetica massima, che dipende solo dalla frequenza. Raddoppia invece il numero di fotoni e quindi di fotoelettroni al secondo: raddoppia la corrente di saturazione (1 punto).

14. a) $E_1 = -13{,}6$ eV, $E_2 = -3{,}40$ eV, $E_3 = -1{,}51$ eV, $E_4 = -0{,}85$ eV (1 punto). I salti possibili sono $4 \to 3$, $4 \to 2$, $4 \to 1$, $3 \to 2$, $3 \to 1$ e $2 \to 1$: sei righe diverse (1 punto). **b)** $4 \to 2$: $hf = -0{,}85$ eV $- (-3{,}40$ eV$) = 2{,}55$ eV, $\lambda = 1240$ eV·nm / 2,55 eV ≈ 486 nm, visibile (la riga azzurra H_β) (1 punto). $4 \to 1$: $hf = 13{,}6$ eV $- 0{,}85$ eV $= 12{,}75$ eV, $\lambda = 1240/12{,}75$ nm $\approx 97{,}3$ nm, ultravioletto (1 punto). **c)** Servono 0,85 eV, l'energia che porta l'elettrone da −0,85 eV a zero; la lunghezza d'onda massima è 1240 eV·nm / 0,85 eV $\approx 1{,}46 \times 10^3$ nm, nell'infrarosso (1 punto). **d)** Per il principio di indeterminazione l'elettrone non ha insieme una posizione e una quantità di moto definite, e quindi nessuna traiettoria: del modello di Bohr sono giusti i livelli energetici, non l'immagine delle orbite, sostituita dagli orbitali della meccanica quantistica (1 punto).

15. a) $M = 1{,}4 \cdot 1{,}99 \times 10^{30}$ kg $\approx 2{,}79 \times 10^{30}$ kg. $R_S = 2GM/c^2 = 2 \cdot 6{,}67 \times 10^{-11} \cdot 2{,}79 \times 10^{30}\ /\ (3{,}00 \times 10^8)^2$ m $\approx 4{,}1 \times 10^3$ m = 4,1 km (1 punto). Il raggio della stella, 12 km, è circa tre volte maggiore: la sua massa non è racchiusa entro il raggio di Schwarzschild, e la stella non è un buco nero (1 punto). **b)** $v_f = \sqrt{(2 \cdot 6{,}67 \times 10^{-11} \cdot 2{,}79 \times 10^{30}\ /\ 1{,}2 \times 10^4)}$ m/s $\approx 1{,}8 \times 10^8$ m/s $\approx 0{,}59\ c$ (1 punto). Con $R = R_S = 2GM/c^2$ si ha $2GM/R = c^2$, e $v_f = c$ (1 punto). **c)** Il calcolo usa la meccanica e la gravitazione di Newton a velocità vicine a c, dove non valgono, e immagina la luce come proiettili rallentati che ricadono. Per la relatività generale la luce viaggia sempre a c; è lo spaziotempo, dentro l'orizzonte degli eventi, a essere così curvo che ogni percorso porta verso il centro (1 punto). **d)** No: per la dilatazione gravitazionale dei tempi, prevista dal principio di equivalenza, l'orologio sulla superficie, in un campo gravitazionale intensissimo, va più lentamente di quello lontano; la luce che sale dalla superficie arriva spostata verso il rosso (1 punto).

16. a) All'istante iniziale l'attività è $8{,}0 \times 10^7$ Bq; la curva scende alla metà, $4{,}0 \times 10^7$ Bq, a $t \approx 6$ h: $T_{1/2} \approx 6{,}0$ h (1 punto). Controllo: da $4{,}0 \times 10^7$ Bq a $2{,}0 \times 10^7$ Bq passano di nuovo 6 h (da 6 h a 12 h), e da 2,0 a 1,0 $\times\ 10^7$ Bq altre 6 h: il tempo di dimezzamento non dipende dall'istante da cui si parte (1 punto). **b)** 24 h sono 4 tempi di dimezzamento: $A = 8{,}0 \times 10^7$ Bq $\cdot\ 2^{-4} = 5{,}0 \times 10^6$ Bq (1 punto). L'attività è proporzionale al numero di nuclei: ne resta 1/16, cioè il 6,25% ≈ 6,3% (1 punto). **c)** $2^{-t/T_{1/2}} = 0{,}010$, cioè $t/T_{1/2} = \log_2 100 = \ln 100/\ln 2 \approx 4{,}605/0{,}693 \approx 6{,}64$ (2 punti); $t \approx 6{,}64 \cdot 6{,}0$ h ≈ 40 h, meno di due giorni (1 punto). **d)** No: nel decadimento γ un nucleo in uno stato eccitato scende a un livello di energia più basso emettendo un fotone, e Z e A non cambiano (1 punto). I raggi γ attraversano i tessuti e raggiungono il rivelatore esterno, che costruisce l'immagine; particelle α o β verrebbero assorbite nel corpo, depositandovi energia senza contribuire all'esame. Un tempo di dimezzamento di poche ore dà un'attività sufficiente per tutta la durata dell'esame e la riduce all'1% in meno di due giorni, limitando la dose ricevuta dal paziente (1 punto). Radioprotezione: tempo (restare espo-

sti il meno possibile), distanza (l'intensità diminuisce allontanandosi dalla sorgente), schermatura (contenitori e schermi di piombo, che attenuano i raggi γ) (1 punto).

17. a) Carica: 1 + 1 = 2 + 0; nucleoni: 2 + 3 = 4 + 1. Il deuterio ha 1 protone e 1 neutrone, il trizio 1 protone e 2 neutroni (1 punto). **b)** Δm = (2,014 102 + 3,016 049) u − (4,002 603 + 1,008 665) u = 5,030 151 u − 5,011 268 u = 0,018 883 u (le masse degli elettroni si compensano: due a sinistra, due nell'atomo di elio) (1 punto). E = 0,018 883 u · 931,5 MeV/u ≈ 17,6 MeV (1 punto) = 17,6 × 10^6 · 1,60 × 10^{-19} J ≈ 2,81 × 10^{-12} J (1 punto). **c)** 0,018 883/5,030 151 ≈ 3,8 × 10^{-3}, cioè lo 0,38% (1 punto). È circa la metà dello 0,7% della catena protone–protone del Sole, quasi quattro volte più della fissione dell'uranio (circa 0,1%) e un'enormità rispetto a una combustione, in cui la variazione di massa è dell'ordine di una parte su dieci miliardi (1 punto). **d)** Ogni reazione consuma 5,030 u = 5,030 · 1,660 54 × 10^{-27} kg ≈ 8,35 × 10^{-27} kg di miscela: in 1,0 kg avvengono 1,0 kg / 8,35 × 10^{-27} kg ≈ 1,2 × 10^{26} reazioni, che liberano 1,2 × 10^{26} · 2,81 × 10^{-12} J ≈ 3,4 × 10^{14} J (oppure 0,0038 · 1,0 kg · c^2) (1 punto). Il rapporto con il metano è 3,4 × 10^{14}/5 × 10^7 ≈ 7 × 10^6: circa sette milioni di volte (1 punto). **e)** $U = k_0e^2/r$ = 8,99 × 10^9 · (1,60 × 10^{-19})^2 / 3 × 10^{-15} J ≈ 7,7 × 10^{-14} J ≈ 0,48 MeV; k_BT = 1,38 × 10^{-23} J/K · 1 × 10^8 K ≈ 1,4 × 10^{-15} J ≈ 8,6 keV, circa 55 volte meno (1 punto). Anche a cento milioni di kelvin un nucleo di energia media non vince la repulsione elettrica: la reazione avviene solo per una piccola frazione dei nuclei, i più veloci della distribuzione delle velocità (Fisica 4, capitolo 9), aiutati da effetti quantistici che qui non studiamo. Per questo servono temperature così alte e un gas confinato a lungo e abbastanza denso perché gli urti utili siano numerosi (1 punto).

18. a) $\lambda_{max} = hc/E$ = 1240 eV·nm / 1,1 eV ≈ 1,1 × 10^3 nm, nel vicino infrarosso (1 punto). Il fotone di 500 nm porta 1240/500 = 2,48 eV ≈ 2,5 eV, più di 1,1 eV: libera un elettrone (1 punto). Quello di 1500 nm porta 0,83 eV, troppo poco: non libera elettroni, qualunque sia l'intensità della luce (1 punto). **b)** E = 2,48 · 1,60 × 10^{-19} J ≈ 3,97 × 10^{-19} J (1 punto); su 1,0 m^2 arrivano 1,0 × 10^3 J/s / 3,97 × 10^{-19} J ≈ 2,5 × 10^{21} fotoni al secondo (1 punto). **c)** $p = h/\lambda$ = 6,63 × 10^{-34} J·s / 5,00 × 10^{-7} m ≈ 1,33 × 10^{-27} kg·m/s (1 punto). F = 2,5 × 10^{21} s^{-1} · 1,33 × 10^{-27} kg·m/s ≈ 3,3 × 10^{-6} N, uguale a P/c = 1,0 × 10^3 W / 3,00 × 10^8 m/s: è il peso di circa un terzo di milligrammo, del tutto trascurabile per un pannello, ma prova che la luce trasporta quantità di moto (1 punto). **d)** K = 2,48 eV − 1,1 eV ≈ 1,4 eV ≈ 2,2 × 10^{-19} J; $p = \sqrt{(2m_eK)} = \sqrt{(2 \cdot 9{,}11 \times 10^{-31}\ \text{kg} \cdot 2{,}2 \times 10^{-19}\ \text{J})} \approx 6{,}3 \times 10^{-25}$ kg·m/s (1 punto); $\lambda_{dB} = h/p \approx 1{,}0 \times 10^{-9}$ m = 1,0 nm, una decina di volte le dimensioni di un atomo: dentro il cristallo il comportamento ondulatorio dell'elettrone non si può trascurare (1 punto). **e)** λ_{max} = 2,898 × 10^{-3} m·K / 5800 K ≈ 5,0 × 10^{-7} m = 500 nm, in pieno visibile (1 punto).

19. Traccia di risposta. a) Il fenomeno è l'induzione elettromagnetica: in una spira compare una corrente quando il magnete e la spira si muovono l'uno rispetto all'altra (1 punto). Per la legge di Faraday–Neumann la f.e.m. indotta dipende solo dalla rapidità con cui cambia il flusso del campo magnetico attraverso la spira, e il flusso cambia allo stesso modo se è il magnete ad avvicinarsi o la spira: conta solo il moto relativo, e la corrente è la stessa (2 punti). La spiegazione dell'epoca era invece diversa nei due casi: se si muove il magnete, il campo magnetico variabile genera intorno a sé un campo elettrico indotto, che spinge le cariche nella spira ferma; se si muove la spira, non c'è alcun campo elettrico, e sono le cariche del conduttore in moto nel campo magnetico a subire la forza di Lorentz. Due cause diverse per un unico fenomeno osservabile: è l'asimmetria che, per Einstein, non appartiene ai fenomeni ma alla teoria (2 punti). **b)** Ne nasce il primo postulato, il principio di relatività: tutte le leggi della fisica, comprese quelle dell'elettromagnetismo e dell'ottica, hanno la stessa forma in tutti i sistemi inerziali, e nessun esperimento può stabilire quale sia «fermo» (1 punto). Il secondo postulato afferma che la luce si propaga nel vuoto con la stessa velocità c in tutti i sistemi inerziali, qualunque sia il moto della sorgente (1 punto). L'etere doveva essere il sistema privilegiato rispetto al quale la luce ha velocità c e in cui valgono esattamente le leggi di Maxwell; se le leggi sono le stesse in tutti i sistemi inerziali e c è la stessa per tutti, un sistema privilegiato non serve e non si può rivelare: l'etere

diventa superfluo (non è stato dimostrato inesistente, ma la teoria non ne ha bisogno) (2 punti). Non è corretto dire che Einstein partì dall'esperimento di Michelson e Morley: l'articolo comincia proprio da questa asimmetria dell'elettrodinamica e non nomina l'esperimento, accennando solo in generale ai tentativi falliti di rivelare il moto della Terra rispetto al «mezzo luminoso»; il risultato nullo del 1887 è però in accordo con il secondo postulato (1 punto). **c)** $\gamma = 1/\sqrt{(1 - 0{,}60^2)} = 1/\sqrt{0{,}64} = 1/0{,}80 = 1{,}25$ (1 punto). Un'ora dell'orologio dell'altra astronave è un tempo proprio, e per ciascun equipaggio dura 1,25 h = 1 h 15 min (1 punto). La lunghezza propria di 100 m, nella direzione del moto, diventa 100 m/1,25 = 80 m (1 punto). Non c'è contraddizione perché nessuno dei due sistemi è privilegiato e le due affermazioni non riguardano lo stesso confronto: ciascun equipaggio confronta un solo orologio dell'altra astronave con due orologi diversi del proprio sistema, sincronizzati fra loro, e la sincronizzazione, come la simultaneità, dipende dal sistema (2 punti). Per confrontare due volte, nello stesso luogo, gli stessi due orologi bisognerebbe che una delle astronavi invertisse la rotta, cambiando sistema inerziale, come nel paradosso dei gemelli: allora la situazione non sarebbe più simmetrica (1 punto). **d)** Sono uguali per tutti gli osservatori inerziali le leggi della fisica, la velocità della luce nel vuoto, l'intervallo spazio-temporale $(c\Delta t)^2 - \Delta x^2$ e l'ordine fra una causa e il suo effetto; cambiano invece le durate, le lunghezze e la simultaneità di eventi lontani. La relatività toglie l'assolutezza ad alcune grandezze proprio per salvare l'invarianza delle leggi: non è relativismo (2 punti). Collegamento, con fatti certi: Ernst Mach, nella sua *Meccanica* (1883), aveva criticato lo spazio e il tempo assoluti di Newton come concetti senza riscontro nell'esperienza, ed Einstein ne riconobbe l'influenza; oppure la crisi del positivismo, perché una teoria di enorme successo come la meccanica di Newton si rivela un'approssimazione valida solo per velocità piccole rispetto a c; oppure Popper, che fece della relatività l'esempio di una teoria che rischia previsioni precise e smentibili (la deviazione della luce, il perielio di Mercurio). Si richiede un collegamento argomentato, non un elenco di nomi (2 punti).