VERIFICA

Verifica di fine parte · Cariche e campo elettrico

Tempo indicativo: 100 minuti · Punteggio totale: 100 punti

Fisica 5 · Parte I · Cariche e campo elettrico · versione 1.0
Verifica: Verifica di fine parte · Cariche e campo elettrico · pagine 97–104 del volume completo · estratto per lo studio

La verifica riguarda i capitoli 1–3. È ammessa la calcolatrice scientifica. Scrivi sempre le formule che usi, i passaggi e le unità di misura: un risultato senza unità è considerato incompleto. Esprimi i risultati con un numero di cifre significative coerente con i dati, e indica sempre direzione e verso di forze e campi. Usa le costanti dell'Appendice (Tabella A.1): $e = 1{,}60 \times 10^{-19}$ C, $k_0 = 8{,}99 \times 10^{9}$ N·m^2/C^2, $\varepsilon_0 = 8{,}85 \times 10^{-12}$ C^2/(N·m^2), $m_e = 9{,}11 \times 10^{-31}$ kg, $m_p = 1{,}67 \times 10^{-27}$ kg, $G = 6{,}67 \times 10^{-11}$ N·m^2/kg^2, $c = 3{,}00 \times 10^{8}$ m/s, $g = 9{,}8$ m/s^2.

Parte A · Domande a scelta multipla (10 domande, 2 punti ciascuna)

1. ● Si strofina una bacchetta di vetro con un panno di seta: la bacchetta si carica positivamente. Subito dopo, la carica totale del sistema bacchetta + panno è:
   A. positiva, uguale alla carica della bacchetta
   B. negativa, uguale alla carica del panno
   C. nulla
   D. positiva, perché lo strofinio ha prodotto nuova carica

2. ●● Due cariche puntiformi si respingono con una forza di modulo F. Si dimezzano entrambe le cariche e si dimezza anche la loro distanza. La nuova forza ha modulo:
   A. F
   B. $F/4$
   C. $4F$
   D. $F/16$

3. ●● Ai vertici A, B, C, D di un quadrato ci sono quattro cariche uguali $+q$, e al centro una carica positiva Q. Se la carica in D viene sostituita da una carica $-q$, e F è il modulo della forza che una sola carica del vertice esercita su Q, la forza risultante su Q diventa:
   A. nulla, come prima
   B. di modulo F, diretta verso D
   C. di modulo F, diretta in verso opposto a D
   D. di modulo $2F$, diretta verso D

4. ● Una superficie chiusa racchiude una carica $+2Q$ e una carica $-Q$; all'esterno, vicino alla superficie, c'è una carica $+5Q$. Il flusso del campo elettrico attraverso la superficie è:
   A. $6Q/\varepsilon_0$
   B. Q/ε_0
   C. $3Q/\varepsilon_0$
   D. zero, perché il campo della carica esterna entra ed esce

5. ●● A distanza d da un piano molto esteso, carico in modo uniforme, il campo elettrico vale E_0. A distanza $3d$ dallo stesso piano, lontano dai bordi, vale:
   - **A.** $E_0/9$
   - **B.** $E_0/3$
   - **C.** $3E_0$
   - **D.** E_0

6. ● Un conduttore metallico a forma di pera, isolato e carico, è in equilibrio elettrostatico. La densità superficiale di carica è massima:
   - **A.** nella parte più appuntita, dove la superficie è più curva
   - **B.** nella parte più larga e piatta
   - **C.** in nessun punto: è uguale su tutta la superficie
   - **D.** all'interno del conduttore, vicino al centro

7. ●● Un protone e un elettrone sono lasciati fermi nello stesso punto di un campo elettrico uniforme (in due prove diverse). Quale affermazione è corretta?
   - **A.** subiscono la stessa accelerazione, perché le cariche hanno lo stesso modulo
   - **B.** subiscono forze uguali, nello stesso verso
   - **C.** subiscono forze di uguale modulo e verso opposto, e l'accelerazione dell'elettrone è circa 1800 volte maggiore
   - **D.** l'accelerazione del protone è maggiore, perché la sua massa è maggiore

8. ● Una carica si sposta tra due punti della stessa superficie equipotenziale. Il lavoro compiuto dalla forza elettrica è:
   - **A.** positivo
   - **B.** nullo
   - **C.** negativo
   - **D.** proporzionale alla lunghezza del percorso

9. ●● Un protone, partendo da fermo, è accelerato da una differenza di potenziale di 500 V. La sua energia cinetica finale è:
   - **A.** 500 V
   - **B.** 1000 eV
   - **C.** $3{,}1 \times 10^{21}$ J
   - **D.** $8{,}0 \times 10^{-17}$ J

10. ●● Un condensatore piano ad aria viene caricato, poi scollegato dalla pila; infine si raddoppia la distanza tra le armature, che restano isolate. Che cosa succede?
    - **A.** la capacità si dimezza, la tensione raddoppia e l'energia immagazzinata raddoppia
    - **B.** la capacità si dimezza, la carica si dimezza e la tensione resta la stessa
    - **C.** la capacità raddoppia, la tensione si dimezza e l'energia si dimezza
    - **D.** la capacità non cambia, perché dipende solo dalla carica e dalla tensione

Parte B · Esercizi (5 esercizi, 6 punti ciascuno)

11. ● Nel cristallo di cloruro di sodio uno ione Na^+ (carica $+e$) e uno ione Cl^- (carica $-e$) vicini si trovano a $2{,}8 \times 10^{-10}$ m di distanza. a) Calcola la forza fra i due ioni, trattandoli come cariche puntiformi nel vuoto, e di' se è attrattiva o repulsiva (2 punti). b) Quanto varrebbe la forza, alla stessa distanza, in acqua ($\varepsilon_r = 80$)? A quale distanza, nel vuoto, i due ioni si attrarrebbero con questa forza ridotta? (2 punti) c) Spiega perché questo risultato aiuta a capire che il sale si scioglie in acqua (2 punti).

12. ●● Una pallina di 0,20 g, con carica +10 nC, è appesa a un filo isolante tra due grandi piastre verticali con cariche opposte; tra le piastre il campo è uniforme, orizzontale, di $1{,}0 \times 10^5$ N/C. a) Calcola il peso della pallina e la forza elettrica che agisce su di essa (2 punti). b) All'equilibrio il filo forma un angolo θ con la verticale: calcola θ e la tensione del filo (2 punti). c) Quale densità superficiale di carica deve avere ciascuna piastra? Verso quale delle due piastre si inclina la pallina? (2 punti)

13. ●● In una giornata serena, vicino al suolo, nell'aria c'è un campo elettrico verticale, diretto verso il basso, dell'ordine di 100 N/C. Tratta la Terra come un conduttore sferico in equilibrio, di raggio $6{,}37 \times 10^6$ m, e supponi che il campo valga $1{,}0 \times 10^2$ N/C ovunque appena sopra la superficie. a) Qual è il segno della carica sulla superficie terrestre? Motiva la risposta (2 punti). b) Calcola la densità superficiale di carica e il numero di elettroni in eccesso per metro quadrato (2 punti). c) Calcola la carica totale della Terra (2 punti).

14. ●● Un protone con energia cinetica di 2,0 keV si muove in linea retta verso una piccola sfera fissa con carica +4,0 nC, partendo da molto lontano, dove il potenziale della sfera è zero. a) Esprimi l'energia cinetica in joule e calcola la velocità iniziale del protone (2 punti). b) A quale distanza minima dal centro della sfera arriva il protone prima di tornare indietro? (2 punti) c) A quale distanza minima arriverebbe una particella α (carica $+2e$) con la stessa energia cinetica? E un elettrone con la stessa energia, si fermerebbe? (2 punti)

15. ●● La Terra ($5{,}97 \times 10^{24}$ kg) e la Luna ($7{,}35 \times 10^{22}$ kg) si attraggono per gravità. Immagina di dare a entrambe la stessa carica Q, dello stesso segno. a) Spiega perché il valore di Q che annulla esattamente l'attrazione gravitazionale non dipende dalla distanza fra Terra e Luna (2 punti). b) Calcola Q (2 punti). c) A quanti elettroni corrisponde Q, e quale massa hanno? Supponendo che la Terra contenga circa un elettrone ogni due nucleoni, stima quale frazione dei suoi elettroni basterebbe togliere. Che cosa ne concludi sulla neutralità della materia? (2 punti)

Parte C · Problemi e domanda sulla fonte (50 punti in totale)

16. ●●● **(14 punti)** In un tubo a vuoto (Figura V1.1) un elettrone parte da fermo dal catodo ed è accelerato verso l'anodo da una differenza di potenziale $\Delta V_{acc} = 1{,}0$ kV; passa da un foro dell'anodo ed entra, a metà strada e con velocità parallela alle piastre, tra due piastre orizzontali lunghe $L = 3{,}0$ cm e distanti $d = 1{,}0$ cm. Tra le piastre c'è una differenza di potenziale di 100 V, con la piastra superiore positiva; fuori dalle piastre il campo è nullo. a) Calcola la velocità con cui l'elettrone esce dall'anodo e verifica che è molto minore della velocità della luce (3 punti). b) Calcola il campo elettrico tra le piastre, indicane il verso, e confronta la forza elettrica sull'elettrone con il suo peso (3 punti). c) Calcola l'accelerazione dell'elettrone tra le piastre e il tempo che impiega ad attraversarle (2 punti). d) Calcola lo spostamento verticale dell'elettrone all'uscita dalle piastre: esce, o urta una piastra? Verso quale piastra è deviato? (3 punti) e) Mostra che lo spostamento si può scrivere $y = E\,L^2/(4\,\Delta V_{acc})$, un'espressione che non contiene né la carica né la massa, e calcola di quanti elettronvolt cresce l'energia cinetica dell'elettrone tra le piastre. Che cosa cambierebbe per un protone accelerato dalla stessa tensione (con le polarità opportune)? (3 punti)

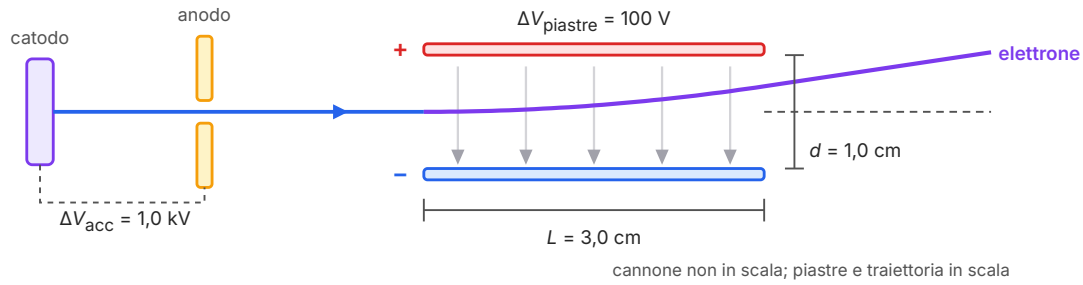


Figura V1.1 Il tubo a vuoto del primo problema della Parte C: il cannone elettronico (schematico) accelera l'elettrone, le piastre cariche lo deviano. La traiettoria fra le piastre, un arco di parabola, è calcolata con i dati del problema; oltre le piastre è una retta.

17. ●● **(12 punti)** Nel piano xy (Figura V1.2) una carica $q_1 = +2{,}0$ nC è fissa nell'origine A e una carica $q_2 = -5{,}0$ nC è fissa nel punto B (0; 0,40 m). Nel punto P (0,30 m; 0) si porta una terza carica $q_3 = +1{,}0$ nC. a) Calcola le forze che q_1 e q_2 esercitano su q_3: moduli, direzioni e versi (3 punti). b) Calcola le componenti e il modulo della forza risultante su q_3, e l'angolo che essa forma con l'asse x (3 punti). c) Quanto vale il campo elettrico in P? Quale forza subirebbe un elettrone posto in P al posto di q_3? (2 punti) d) Calcola il potenziale in P, con lo zero all'infinito, e l'energia potenziale di q_3 in P (2 punti). e) Quanto lavoro deve compiere una forza esterna per portare lentamente q_3 dall'infinito fino a P? Spiega il segno, e spiega perché per il potenziale in P bastano due numeri con il segno, mentre per il campo servono le componenti (2 punti).

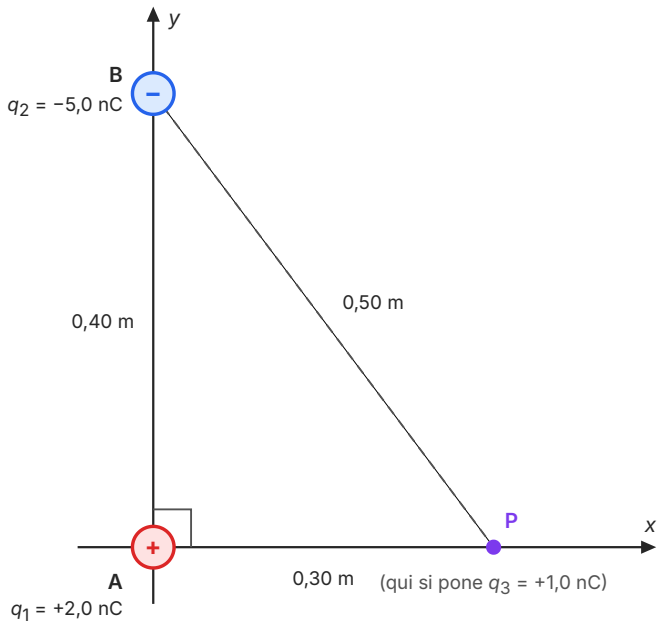


Figura V1.2 Le cariche del secondo problema della Parte C, in scala: q_1 nell'origine A, q_2 in B sull'asse y; nel punto P, sull'asse x, si porta la carica q_3. Il triangolo ABP è rettangolo in A.

18. ●● **(12 punti)** Un condensatore piano ha armature di area $2{,}0 \times 10^{-2}\ \text{m}^2$, a 1,0 mm di distanza, con aria in mezzo; viene collegato a una pila che mantiene ai suoi capi una differenza di potenziale di 50 V. a) Calcola la capacità del condensatore e la carica sulle armature (2 punti). b) Calcola il campo tra le armature con $E = \Delta V/d$; poi calcola la densità superficiale di carica e verifica che vale la relazione $E = \sigma/\varepsilon_0$ del capitolo 2 (3 punti). c) Calcola l'energia immagazzinata; poi calcola la densità di energia $\frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2$ e verifica che, moltiplicata per il volume compreso fra le armature, dà la stessa energia (3 punti). d) Con la pila sempre collegata, lo spazio tra le armature viene riempito con una lastra di dielettrico con $\varepsilon_r = 4{,}0$. Calcola la nuova capacità, la nuova carica e la nuova energia. Da dove arriva la carica in più? (2 punti) e) Si torna al condensatore ad aria carico a 50 V. Lo si scollega dalla pila e lo si collega in parallelo a un secondo condensatore identico, scarico. Calcola la tensione finale e l'energia totale finale, e commenta il confronto con l'energia iniziale (2 punti).

19. ●● **(12 punti) Domanda sulla fonte.** Benjamin Franklin aveva osservato che una punta metallica, avvicinata a un corpo elettrizzato, lo scarica anche senza toccarlo. In uno scritto del 1750, inviato a Londra al naturalista Peter Collinson, propone di applicare la scoperta agli edifici: «Queste aste appuntite non potrebbero forse estrarre in silenzio il fuoco elettrico da una nuvola, prima che si avvicini abbastanza da colpire, e proteggerci così da quella sciagura tanto improvvisa e terribile?» (traduzione della redazione). Per Franklin il «fuoco elettrico» era un fluido unico, presente in tutti i corpi: un corpo con un eccesso di fluido era positivo, uno con un difetto negativo. a) Riscrivi la proposta di Franklin nel linguaggio dei capitoli 1–3: che cosa corrisponde oggi al «fuoco elettrico», e quale proprietà dei conduttori in equilibrio Franklin sta sfruttando? (3 punti) b) Modella una punta come una sferetta di raggio 1,0 mm collegata con un filo sottile, lontano, a una sfera di raggio 10 cm. Mostra che, all'equilibrio, il campo appena fuori dalla sferetta è 100 volte quello appena fuori dalla sfera grande (3 punti). c) L'aria secca diventa conduttrice quando il campo supera circa 3×10^6 N/C. Calcola il potenziale del sistema quando la sferetta comincia a scaricarsi nell'aria, e la carica che si trova in quel momento sulla sfera grande. Senza la punta, a quale potenziale comincerebbe a scaricarsi la sfera grande? (3 punti) d) Oggi si ritiene che un parafulmine non possa scaricare una nuvola temporalesca abbastanza da impedire che il fulmine cada. Quale parte della proposta di Franklin resta valida, e quale no? Come si potrebbe mettere alla prova l'idea di «estrarre in silenzio» la carica di una nuvola? (3 punti)

Griglia di valutazione Punti per sezione.

Sezione	Contenuto	Punti
Parte A	domande 1–10 × 2 punti	20
Parte B	esercizi 11–15 × 6 punti	30
Parte C	problema 16 (14), problema 17 (12), problema 18 (12), domanda sulla fonte 19 (12)	50
Totale		**100**

Dal punteggio al voto Corrispondenza indicativa fra punteggio e voto in decimi.

Punteggio	0–24	25–34	35–44	45–54	55–64	65–74	75–84	85–94	95–100
Voto	2	3	4	5	6	7	8	9	10

Soluzioni

1. C (2 punti). Lo strofinio trasferisce elettroni dal vetro alla seta, non crea carica: il panno acquista una carica negativa uguale e opposta a quella della bacchetta, e il sistema isolato resta neutro (conservazione della carica).

2. A (2 punti). $F = k_0|q_1 q_2|/r^2$: il prodotto delle cariche diventa ¼, il quadrato della distanza diventa ¼; il rapporto non cambia.

3. D (2 punti). Con quattro cariche uguali le forze si annullano a coppie. Sostituendo $+q$ in D con $-q$: la carica opposta a D (in B) spinge ancora Q verso D con forza F, non più bilanciata, e la nuova carica $-q$ attira Q verso D con un'altra forza F. Totale $2F$ verso D.

4. B (2 punti). Per il teorema di Gauss conta solo la carica interna: $(+2Q - Q)/\varepsilon_0 = Q/\varepsilon_0$. Le linee della carica esterna entrano ed escono, e il loro contributo al flusso è nullo; questo non rende nullo il flusso totale (D è errata).

5. D (2 punti). Il campo di un piano molto esteso vale $\sigma/(2\varepsilon_0)$ a ogni distanza, purché ci si trovi lontano dai bordi.

6. A (2 punti). La carica si addensa dove la superficie è più curva (potere delle punte): tutto il conduttore è allo stesso potenziale, e le parti molto curve si comportano come sfere piccole, con densità di carica maggiore.

7. C (2 punti). $\boldsymbol{F} = q\boldsymbol{E}$: stesso modulo eE, versi opposti. L'accelerazione è eE/m, quindi il rapporto delle accelerazioni è $m_p/m_e = 1{,}67 \times 10^{-27}/9{,}11 \times 10^{-31} \approx 1{,}8 \times 10^3$.

8. B (2 punti). $W = -q\,\Delta V$ e su una superficie equipotenziale $\Delta V = 0$, qualunque sia il percorso.

9. D (2 punti). $K = e|\Delta V| = 500$ eV $= 500 \times 1{,}60 \times 10^{-19}$ J $= 8{,}0 \times 10^{-17}$ J. A è errata perché il volt misura il potenziale, non l'energia; B vale per una carica $2e$.

10. A (2 punti). Isolato, il condensatore conserva la carica Q. $C = \varepsilon_0 S/d$ si dimezza; $\Delta V = Q/C$ raddoppia; $U = Q^2/(2C)$ raddoppia. L'energia in più è il lavoro fatto per allontanare le armature, che si attraggono. D è errata: la capacità dipende dalla geometria e dal dielettrico.

11. a) $F = k_0 e^2/r^2 = 8{,}99 \times 10^9$ N·m^2/C^2 $\times$ $(1{,}60 \times 10^{-19}$ C$)^2/(2{,}8 \times 10^{-10}$ m$)^2 \approx 2{,}9 \times 10^{-9}$ N (1 punto); attrattiva, perché le cariche hanno segno opposto (1 punto). b) In acqua $F = F_0/\varepsilon_r = 2{,}94 \times 10^{-9}$ N$/80 \approx 3{,}7 \times 10^{-11}$ N (1 punto). Nel vuoto la forza è 80 volte minore se r^2 è 80 volte maggiore: $r = 2{,}8 \times 10^{-10}$ m $\times \sqrt{80} \approx 2{,}5 \times 10^{-9}$ m, quasi nove volte la distanza nel cristallo (1 punto). c) In acqua l'attrazione fra gli ioni è ottanta volte più debole, perché le molecole d'acqua, dipoli molto marcati, si orientano attorno a ogni ione e ne schermano in parte la carica (1 punto); l'agitazione termica può allora separare gli ioni del cristallo, che restano circondati dalle molecole d'acqua. Nell'aria, con $\varepsilon_r \approx 1$, l'attrazione resta intera e il cristallo è stabile (1 punto).

12. a) $P = m\,g = 2{,}0 \times 10^{-4}$ kg $\times$ 9,8 m/s$^2 \approx 2{,}0 \times 10^{-3}$ N (1 punto); $F = q\,E = 1{,}0 \times 10^{-8}$ C $\times$ $1{,}0 \times 10^5$ N/C $= 1{,}0 \times 10^{-3}$ N, orizzontale, nel verso del campo (1 punto). b) Le tre forze (peso, forza elettrica, tensione) hanno risultante nulla: tg $\theta = F/P = 1{,}0 \times 10^{-3}/1{,}96 \times 10^{-3} \approx 0{,}51$, $\theta \approx 27°$ (1 punto); $T = \sqrt{(P^2 + F^2)} = \sqrt{((1{,}96 \times 10^{-3})^2 + (1{,}0 \times 10^{-3})^2)}$ N $\approx 2{,}2 \times 10^{-3}$ N (1 punto). c) Fra due piastre con cariche opposte $E = \sigma/\varepsilon_0$, quindi $\sigma = \varepsilon_0 E = 8{,}85 \times 10^{-12}$ C^2/(N·m^2) $\times$ $1{,}0 \times 10^5$ N/C $\approx 8{,}9 \times 10^{-7}$ C/m^2, positiva su una piastra e negativa sull'altra (1 punto). La pallina è positiva: la forza ha il verso del campo, che va dalla piastra positiva alla negativa, e la pallina si inclina verso la piastra negativa (1 punto).

13. a) Le linee di campo terminano sulle cariche negative: un campo diretto verso il basso, cioè verso la superficie, indica che la superficie della Terra è carica negativamente (2 punti). b) Appena fuori da un

conduttore in equilibrio $E = \sigma/\varepsilon_0$: $|\sigma| = \varepsilon_0 E = 8{,}85 \times 10^{-12} \times 1{,}0 \times 10^2$ C/m^2 $\approx 8{,}9 \times 10^{-10}$ C/m^2 (1 punto); elettroni in eccesso: $n = |\sigma|/e = 8{,}85 \times 10^{-10}/1{,}60 \times 10^{-19} \approx 5{,}5 \times 10^9$ per metro quadrato (1 punto). c) Superficie: $4\pi R^2 = 4\pi \times (6{,}37 \times 10^6 \text{ m})^2 \approx 5{,}10 \times 10^{14}$ m^2 (1 punto); $Q = \sigma \cdot 4\pi R^2 \approx -4{,}5 \times 10^5$ C (1 punto). Lo stesso risultato si ottiene dal teorema di Gauss applicato a una sfera appena più grande della Terra: $E \cdot 4\pi R^2 = |Q|/\varepsilon_0$.

14. a) $K = 2{,}0 \times 10^3 \times 1{,}60 \times 10^{-19}$ J $= 3{,}2 \times 10^{-16}$ J (1 punto); $v = \sqrt{(2K/m_p)} = \sqrt{(2 \times 3{,}2 \times 10^{-16} \text{ J} / 1{,}67 \times 10^{-27}}$ kg) $\approx 6{,}2 \times 10^5$ m/s (1 punto). b) Si conserva l'energia: il protone si ferma dove tutta l'energia cinetica è diventata energia potenziale, $K = e\,V(r)$. Un protone di 2,0 keV si ferma quindi dove il potenziale vale $2{,}0 \times 10^3$ V (1 punto): $k_0 Q/r = 2{,}0 \times 10^3$ V, $r = 8{,}99 \times 10^9 \times 4{,}0 \times 10^{-9}/2{,}0 \times 10^3$ m $\approx 1{,}8 \times 10^{-2}$ m $= 1{,}8$ cm (1 punto). c) Per la particella α $2e\,V(r) = K$: si ferma dove $V = 1{,}0 \times 10^3$ V, cioè a $r \approx 3{,}6 \times 10^{-2}$ m $= 3{,}6$ cm, a distanza doppia: con carica doppia la repulsione la ferma prima (1 punto). L'elettrone, negativo, è attratto dalla sfera: accelera avvicinandosi e non si ferma mai (finirebbe sulla sfera) (1 punto).

15. a) Le due forze hanno la stessa dipendenza dalla distanza: $k_0 Q^2/r^2 = G\,M\,m/r^2$. Il fattore $1/r^2$ si semplifica, e la condizione $k_0 Q^2 = G\,M\,m$ vale a ogni distanza (2 punti). b) $Q = \sqrt{(G\,M\,m/k_0)} = \sqrt{(6{,}67 \times 10^{-11} \times 5{,}97 \times 10^{24} \times 7{,}35 \times 10^{22} / 8{,}99 \times 10^9)}$ C $\approx 5{,}7 \times 10^{13}$ C (2 punti). c) $n = Q/e = 5{,}71 \times 10^{13}/1{,}60 \times 10^{-19} \approx 3{,}6 \times 10^{32}$ elettroni, di massa $3{,}57 \times 10^{32} \times 9{,}11 \times 10^{-31}$ kg $\approx 3{,}2 \times 10^2$ kg (1 punto). Elettroni della Terra: circa $5{,}97 \times 10^{24}$ kg$/(2 \times 1{,}67 \times 10^{-27}$ kg$) \approx 1{,}8 \times 10^{51}$; la frazione è circa $3{,}6 \times 10^{32}/1{,}8 \times 10^{51} \approx 2 \times 10^{-19}$. Uno squilibrio di due parti su dieci miliardi di miliardi basterebbe a cancellare la gravità fra Terra e Luna: se i corpi celesti sono governati dalla gravità, è perché la materia è neutra con una precisione straordinaria (1 punto).

16. a) Conservazione dell'energia: $\frac{1}{2} m_e v_0^2 = e\Delta V_{acc}$ (1 punto); $v_0 = \sqrt{(2e\Delta V_{acc}/m_e)} = \sqrt{(2 \times 1{,}60 \times 10^{-19} \text{ C} \times 1{,}0 \times 10^3 \text{ V} / 9{,}11 \times 10^{-31}}$ kg$) \approx 1{,}9 \times 10^7$ m/s (1 punto); $v_0/c = 1{,}87 \times 10^7/3{,}00 \times 10^8 \approx 0{,}06$: circa il 6% della velocità della luce, e la meccanica non relativistica è una buona approssimazione (1 punto). b) $E = \Delta V/d = 100$ V$/0{,}010$ m $= 1{,}0 \times 10^4$ V/m, diretto verso il basso, dalla piastra positiva alla negativa (1 punto). $F = eE = 1{,}60 \times 10^{-19} \times 1{,}0 \times 10^4$ N $= 1{,}6 \times 10^{-15}$ N, verso l'alto perché l'elettrone è negativo (1 punto); peso $m_e g = 9{,}11 \times 10^{-31} \times 9{,}8$ N $\approx 8{,}9 \times 10^{-30}$ N, circa 2×10^{14} volte più piccolo: trascurabile (1 punto). c) $a = eE/m_e = 1{,}6 \times 10^{-15}$ N$/9{,}11 \times 10^{-31}$ kg $\approx 1{,}8 \times 10^{15}$ m/s^2 (1 punto); in orizzontale il moto è uniforme: $t = L/v_0 = 0{,}030$ m$/1{,}87 \times 10^7$ m/s $\approx 1{,}6 \times 10^{-9}$ s (1 punto). d) In verticale il moto è uniformemente accelerato da fermo: $y = \frac{1}{2} a\,t^2 = \frac{1}{2} \times 1{,}76 \times 10^{15} \times (1{,}60 \times 10^{-9})^2$ m $\approx 2{,}3 \times 10^{-3}$ m $= 2{,}3$ mm (2 punti). L'elettrone entra a 5,0 mm da ciascuna piastra, quindi esce senza urtare; è deviato verso la piastra superiore, positiva (1 punto). e) $y = \frac{1}{2}\,(eE/m_e)(L/v_0)^2 = eEL^2/(2m_e v_0^2)$ e, poiché $m_e v_0^2 = 2e\Delta V_{acc}$, $y = EL^2/(4\Delta V_{acc}) = 1{,}0 \times 10^4 \times (0{,}030)^2/(4 \times 1{,}0 \times 10^3)$ m $= 2{,}25 \times 10^{-3}$ m, come prima (1 punto). Tra il punto d'ingresso e quello d'uscita la differenza di potenziale è $E\,y = 1{,}0 \times 10^4$ V/m $\times 2{,}25 \times 10^{-3}$ m $\approx 22{,}5$ V: l'energia cinetica cresce di circa 23 eV, da 1000 eV a circa 1023 eV (1 punto). Un protone accelerato dalla stessa tensione avrebbe la stessa energia cinetica ma una velocità circa 43 volte minore ($\sqrt{(m_p/m_e)} \approx 43$); sarebbe deviato verso la piastra negativa, ma dello stesso tratto, 2,3 mm, perché y non dipende né dalla carica né dalla massa (1 punto).

17. a) Distanze: AP $= 0{,}30$ m, BP $= \sqrt{(0{,}30^2 + 0{,}40^2)}$ m $= 0{,}50$ m. $F_1 = k_0 q_1 q_3/\text{AP}^2 = 8{,}99 \times 10^9 \times 2{,}0 \times 10^{-9} \times 1{,}0 \times 10^{-9}/(0{,}30)^2$ N $\approx 2{,}0 \times 10^{-7}$ N, repulsiva, diretta lungo l'asse x nel verso positivo (1 punto). $F_2 = 8{,}99 \times 10^9 \times 5{,}0 \times 10^{-9} \times 1{,}0 \times 10^{-9}/(0{,}50)^2$ N $\approx 1{,}8 \times 10^{-7}$ N (1 punto), attrattiva, diretta da P verso B (1 punto). b) La direzione da P verso B ha coseni $(-0{,}30/0{,}50;\ 0{,}40/0{,}50) = (-0{,}60;\ 0{,}80)$. $F_x = 2{,}00 \times 10^{-7} - 0{,}60 \times 1{,}80 \times 10^{-7} \approx 9{,}2 \times 10^{-8}$ N; $F_y = 0{,}80 \times 1{,}80 \times 10^{-7} \approx 1{,}44 \times 10^{-7}$ N (2 punti). $F = \sqrt{(F_x^2 + F_y^2)} \approx 1{,}7 \times 10^{-7}$ N; tg $\alpha = 1{,}44/0{,}92 \approx 1{,}57$, $\alpha \approx 57°$ sopra l'asse x positivo (1 punto). c) $\boldsymbol{E} = \boldsymbol{F}/q_3$: $E = 1{,}71 \times 10^{-7}$ N$/1{,}0 \times 10^{-9}$ C $\approx 1{,}7 \times 10^2$ N/C, con la stessa direzione e lo stesso verso della forza su q_3 (1 punto). Su un elettrone: $F = eE = 1{,}60 \times 10^{-19} \times 171$ N $\approx 2{,}7 \times 10^{-17}$ N, stessa direzione e verso opposto (1 punto). d) $V = k_0(q_1/\text{AP} + q_2/\text{BP}) = 8{,}99 \times 10^9 \times (2{,}0 \times 10^{-9}/0{,}30 - 5{,}0 \times 10^{-9}/0{,}50)$ V $= 8{,}99 \times 10^9 \times (6{,}67 - 10{,}0) \times 10^{-9}$ V ≈ -30 V (1 punto); $U = q_3 V =$

$1{,}0 \times 10^{-9}$ C × (−30 V) ≈ $-3{,}0 \times 10^{-8}$ J (1 punto). e) $W_{est} = U(\mathrm{P}) - U(\infty) = -3{,}0 \times 10^{-8}$ J. È negativo: nel complesso il campo attira q_3 verso P e compie un lavoro positivo, e la forza esterna, per portarla lentamente, deve trattenerla (1 punto). Il potenziale è uno scalare: si sommano i contributi con il loro segno. Campo e forza sono vettori e si sommano per componenti (1 punto).

18. a) $C = \varepsilon_0 S/d = 8{,}85 \times 10^{-12}$ F/m × $2{,}0 \times 10^{-2}$ m^2/$1{,}0 \times 10^{-3}$ m ≈ $1{,}77 \times 10^{-10}$ F, circa 180 pF (1 punto); $Q = C\Delta V = 1{,}77 \times 10^{-10}$ F × 50 V ≈ $8{,}9 \times 10^{-9}$ C (1 punto). b) $E = 50$ V/$1{,}0 \times 10^{-3}$ m = $5{,}0 \times 10^4$ V/m (1 punto); $\sigma = Q/S = 8{,}85 \times 10^{-9}$ C/$2{,}0 \times 10^{-2}$ m^2 ≈ $4{,}4 \times 10^{-7}$ C/m^2 (1 punto); $\sigma/\varepsilon_0 = 4{,}43 \times 10^{-7}/8{,}85 \times 10^{-12}$ N/C = $5{,}0 \times 10^4$ N/C: i due calcoli coincidono (1 punto). c) $U = \frac{1}{2}C\Delta V^2 = \frac{1}{2} \times 1{,}77 \times 10^{-10} \times 50^2$ J ≈ $2{,}2 \times 10^{-7}$ J (1 punto); densità di energia $\frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2 = \frac{1}{2} \times 8{,}85 \times 10^{-12} \times (5{,}0 \times 10^4)^2$ J/m^3 ≈ $1{,}1 \times 10^{-2}$ J/m^3 (1 punto); volume S $d = 2{,}0 \times 10^{-5}$ m^3, e $1{,}11 \times 10^{-2}$ J/m^3 × $2{,}0 \times 10^{-5}$ m^3 ≈ $2{,}2 \times 10^{-7}$ J, la stessa energia: si può pensare che l'energia sia immagazzinata nel campo (1 punto). d) $C' = \varepsilon_r C \approx 7{,}1 \times 10^{-10}$ F; con ΔV fissata dalla pila $Q' = 7{,}08 \times 10^{-10} \times 50$ C ≈ $3{,}5 \times 10^{-8}$ C e $U' = \frac{1}{2} \times 7{,}08 \times 10^{-10} \times 50^2$ J ≈ $8{,}9 \times 10^{-7}$ J, quattro volte i valori iniziali (1 punto). La carica in più, circa $2{,}7 \times 10^{-8}$ C, la fornisce la pila: il dielettrico polarizzato tende a ridurre il campo tra le armature, e la pila sposta altra carica finché la tensione torna a 50 V (1 punto). e) La carica $8{,}85 \times 10^{-9}$ C si divide fra due condensatori uguali, che finiscono alla stessa tensione: $\Delta V = Q/(2C) = 25$ V (1 punto). $U_{fin} = \frac{1}{2}(2C)(25\ \mathrm{V})^2 \approx 1{,}1 \times 10^{-7}$ J, la metà dell'energia iniziale: la carica si conserva, l'energia elettrostatica no. La metà mancante si è trasformata, durante il passaggio della carica, in calore nei fili di collegamento (ed eventualmente nella scintilla) (1 punto).

19. a) Il «fuoco elettrico» corrisponde alla carica elettrica; oggi sappiamo che in un metallo a spostarsi sono gli elettroni, quindi un corpo «con difetto di fluido» (negativo per Franklin) ha in realtà elettroni in eccesso: il fluido unico di Franklin si muove in verso opposto a quello degli elettroni (1 punto). La proposta sfrutta il potere delle punte: in un conduttore in equilibrio la carica si addensa dove la superficie è più curva, lì il campo appena fuori, σ/ε_0, è più intenso e può superare la rigidità dielettrica dell'aria, che diventa conduttrice e lascia passare la carica in una scarica debole e silenziosa (effetto corona) (2 punti). b) Collegate da un filo, le due sfere formano un unico conduttore, tutto allo stesso potenziale: $k_0 Q_1/R_1 = k_0 Q_2/R_2 = V$ (1 punto). Il campo appena fuori da una sfera è $E = k_0 Q/R^2 = V/R$ (1 punto); a parità di V, $E_2/E_1 = R_1/R_2 = 10$ cm/1,0 mm = 100 (1 punto). c) La sferetta si scarica quando $V/R_2 = 3 \times 10^6$ V/m: $V = 3 \times 10^6$ V/m × $1{,}0 \times 10^{-3}$ m = 3×10^3 V (1 punto). Carica sulla sfera grande: $Q_1 = V R_1/k_0 = 3 \times 10^3 \times 0{,}10/8{,}99 \times 10^9$ C ≈ 3×10^{-8} C, circa 30 nC (1 punto). Senza la punta la sfera grande si scaricherebbe a $V = 3 \times 10^6$ V/m × 0,10 m = 3×10^5 V, un potenziale cento volte maggiore: una punta collegata a un conduttore impedisce che si carichi oltre qualche migliaio di volt, e per questo una punta «scarica» un corpo elettrizzato (1 punto). d) Resta valida l'idea fisica: le punte concentrano il campo e favoriscono la scarica, e un'asta appuntita collegata a terra offre al fulmine un percorso preferenziale verso il terreno, senza che la scarica attraversi l'edificio (è il parafulmine del capitolo 2) (1 punto). Non regge la speranza di «svuotare» la nuvola: la carica che una punta disperde in silenzio è troppo piccola rispetto a quella di una nuvola temporalesca, che inoltre si rinnova di continuo; il parafulmine protegge perché intercetta il fulmine, non perché lo previene (1 punto). Per mettere alla prova l'idea si può misurare, con un amperometro sul conduttore che collega l'asta a terra, la carica che scorre durante un temporale prima dei fulmini e confrontarla con la carica trasportata da un fulmine; oppure confrontare quanti fulmini colpiscono, nella stessa zona, edifici simili con e senza punte (1 punto).