CAPITOLO

12

Massa ed energia; la relatività generale e l'universo

«La massa di un corpo è una misura del suo contenuto di energia.» — Albert Einstein, Ist die Trägheit eines Körpers von seinem Energieinhalt abhängig? (1905) (traduzione della redazione)

OBIETTIVI

1. Spiegare perché in relatività la quantità di moto e l'energia vanno ridefinite, e calcolare $p = \gamma mv$, $E = \gamma mc^2$ e $K = (\gamma - 1)mc^2$.
2. Usare l'equivalenza fra massa ed energia per spiegare la luminosità del Sole, il difetto di massa e l'annichilazione.
3. Enunciare il principio di equivalenza e descrivere la gravità come curvatura dello spazio-tempo, riconoscendo i limiti delle analogie.
4. Descrivere le prove della relatività generale: il perielio di Mercurio, la deviazione della luce, gli orologi del GPS, i buchi neri e le onde gravitazionali.
5. Applicare la legge di Hubble, anche da una tabella di dati, e spiegare il modello del Big Bang e la radiazione cosmica di fondo.

INDICE DEL CAPITOLO

12.1 Quantità di moto ed energia in relatività 2
12.2 Dove la massa diventa energia 6
12.3 Il principio di equivalenza 8
12.4 Le prove della relatività generale 10
12.5 Il macrocosmo: l'universo in espansione 14

Fisica 5 · Parte V · La fisica del Novecento · versione 1.0
Capitolo 12: Massa ed energia; la relatività generale e l'universo · pagine 341–366 del volume completo · estratto per lo studio

Nel 1905 Einstein aveva già cambiato il modo di misurare lo spazio e il tempo; nel settembre dello stesso anno mandò agli *Annalen der Physik* un articolo di tre pagine con una conseguenza sorprendente, che egli stesso proponeva di controllare sui sali di radio: un corpo che emette energia perde massa. Da quelle tre pagine viene la formula più famosa della fisica, $E = mc^2$. Dieci anni dopo, nel novembre del 1915, Einstein presentò all'Accademia prussiana delle scienze una teoria della gravità che sostituiva quella di Newton: la relatività generale. Oggi la usa, senza saperlo, chiunque chieda la strada al navigatore del telefono.

In questo capitolo vedrai come la relatività ristretta del capitolo 11 cambia la quantità di moto e l'energia, e perché massa ed energia sono due facce della stessa grandezza: è il segreto della luce del Sole. Poi seguirai Einstein dall'ascensore in caduta libera all'idea che la gravità sia la forma dello spaziotempo, e conoscerai le prove della teoria, dall'orbita di Mercurio alle onde gravitazionali. Infine allargherai lo sguardo al «macrocosmo» delle Indicazioni: un universo che si espande e che ha una storia di 13,8 miliardi di anni.

12.1 Quantità di moto ed energia in relatività

DA RICORDARE

Dal capitolo 11: il fattore di Lorentz

Un orologio in moto con velocità v rispetto a un osservatore inerziale ritarda: $\Delta t = \gamma \Delta t_0$, dove Δt_0 è il tempo proprio e $\gamma = 1/\sqrt{(1 - v^2/c^2)}$ è il fattore di Lorentz (da non confondere con il coefficiente γ delle trasformazioni adiabatiche di Fisica 4, capitolo 10). Le lunghezze nella direzione del moto si contraggono: $L = L_0/\gamma$. Il fattore vale 1 per $v = 0$, è sempre maggiore di 1 e cresce senza limite quando v si avvicina a c: 1,25 per $v = 0{,}6c$, 5/3 per $0{,}8c$, circa 7,09 per $0{,}99c$. Nessun corpo dotato di massa raggiunge la velocità della luce.

12.1.1 Una quantità di moto da ridefinire

La conservazione della quantità di moto (Fisica 4, capitolo 1) è una delle leggi più solide della fisica, e per il principio di relatività deve valere in tutti i sistemi inerziali. Ma nel capitolo 11 hai visto che le velocità non si sommano più come voleva Galileo. Se si calcola la quantità di moto con la vecchia formula $m\boldsymbol{v}$, un urto in cui essa si conserva per un osservatore non la conserva per un altro, in moto rispetto al primo: la legge varrebbe in un sistema di riferimento sì e in un altro no, contro il primo postulato.

La grandezza che si conserva per tutti gli osservatori è la **quantità di moto relativistica**, che per un corpo di massa m e velocità $\boldsymbol{v}$ vale

$$\boldsymbol{p} = \gamma m \boldsymbol{v}$$

con m la massa del corpo, la stessa per tutti gli osservatori. A velocità piccole rispetto a c il fattore γ è praticamente 1 e si ritrova la quantità di moto di Newton; al crescere della velocità la quantità di moto cresce più in fretta della velocità, e quando v si avvicina a c cresce senza limite. Un protone ($m = 1{,}67 \times 10^{-27}$ kg) a $0{,}8c$ ha $p = (5/3) \cdot 1{,}67 \times 10^{-27}$ kg $\cdot\ 2{,}40 \times 10^{8}$ m/s $\approx 6{,}7 \times 10^{-19}$ kg·m/s, due terzi in più del valore classico.

Ora si capisce perché la velocità della luce non si può raggiungere. Una forza costante che agisce su un corpo per un tempo Δt ne cambia la quantità di moto di $F\Delta t$, come insegna il teorema dell'impulso. Spingendo sempre, la quantità di moto continua a crescere; ma poiché γ cresce senza limite vicino a c, la velocità si avvicina a c sempre più lentamente, senza mai arrivarci. È ciò che si osserva negli acceleratori di particelle: dopo i primi stadi i protoni guadagnano energia e quantità di moto a ogni giro, ma la loro velocità cambia pochissimo e resta appena inferiore a quella della luce.

12.1.2 $E = mc^2$

Nell'articolo del settembre 1905, *Ist die Trägheit eines Körpers von seinem Energieinhalt abhängig?* («L'inerzia di un corpo dipende dal suo contenuto di energia?»), Einstein considera un corpo che emette due lampi di luce uguali in versi opposti, e confronta l'energia del corpo vista da due osservatori in moto relativo. La conclusione è una frase che va letta nell'originale: «Gibt ein Körper die Energie L in Form von Strahlung ab, so verkleinert sich seine Masse um L/V^2», «Se un corpo cede l'energia L sotto forma di radiazione, la sua massa diminuisce di L/V^2» (traduzione della redazione; V è il simbolo che Einstein usava per la velocità della luce). E poco oltre generalizza: la massa di un corpo è una misura del suo contenuto di energia, qualunque forma essa abbia.

Ogni corpo di massa m, anche fermo, possiede quindi un'**energia a riposo**

$$E_0 = mc^2$$

Quando il corpo si muove, la sua **energia totale** è

$$E = \gamma mc^2$$

e la differenza tra le due è l'energia dovuta al moto, l'**energia cinetica relativistica**:

$$K = E - E_0 = (\gamma - 1)\, mc^2$$

Il fattore $c^2 = 9{,}00 \times 10^{16}$ m^2/s^2 è enorme, e dice che in una piccola massa è racchiusa un'energia immensa. L'energia a riposo di un solo grammo di materia è $1{,}00 \times 10^{-3}$ kg $\cdot\ 9{,}00 \times 10^{16}$ m^2/s^2 = $9{,}0 \times 10^{13}$ J, cioè $2{,}5 \times 10^{7}$ kWh: quanta se ne ottiene bruciando circa duemila tonnellate di benzina (circa $4{,}6 \times 10^{7}$ J/kg). Nella vita quotidiana non ce ne accorgiamo, perché questa energia resta

chiusa nella materia: se ne libera una frazione solo quando la massa di un sistema cambia, come vedremo nel prossimo paragrafo.

In fisica delle particelle si misura l'energia in elettronvolt (capitolo 3) e i suoi multipli, e le masse in MeV/c^2. L'energia a riposo dell'elettrone è $9{,}11 \times 10^{-31}$ kg · $(3{,}00 \times 10^{8}$ m/s$)^2 \approx 8{,}2 \times 10^{-14}$ J ≈ 0,511 MeV; quella del protone 938 MeV, quasi duemila volte di più.

12.1.3 Quando basta la fisica di Newton

La nuova energia cinetica deve contenere la vecchia, come $U = -GMm/r$ conteneva mgh (Fisica 4, capitolo 5): per velocità piccole deve ridare $\frac{1}{2}mv^2$. La Tabella 12.1 e la Figura 12.1 confrontano le due formule, scritte come frazioni dell'energia a riposo. A un decimo della velocità della luce, 30 000 km/s, la differenza è meno dell'1%: per tutte le velocità della vita quotidiana, e anche per le sonde spaziali, $\frac{1}{2}mv^2$ è un'approssimazione eccellente. A $0{,}9c$, invece, l'energia cinetica vera è più di tre volte quella classica, e vicino a c cresce senza limite. Per accelerare un corpo fino a c servirebbe un'energia infinita: è un altro modo di dire che c è un limite.

Tabella 12.1 Energia cinetica relativistica e classica, come frazioni dell'energia a riposo mc^2, per alcune velocità (valori calcolati, arrotondati).

v/c	γ	relativistica ($\gamma - 1$)	classica $\frac{1}{2}(v/c)^2$	rapporto
0,1	1,005	0,00504	0,00500	1,008
0,5	1,155	0,155	0,125	1,24
0,8	1,667	0,667	0,320	2,08
0,9	2,294	1,294	0,405	3,20
0,99	7,089	6,089	0,490	12,4

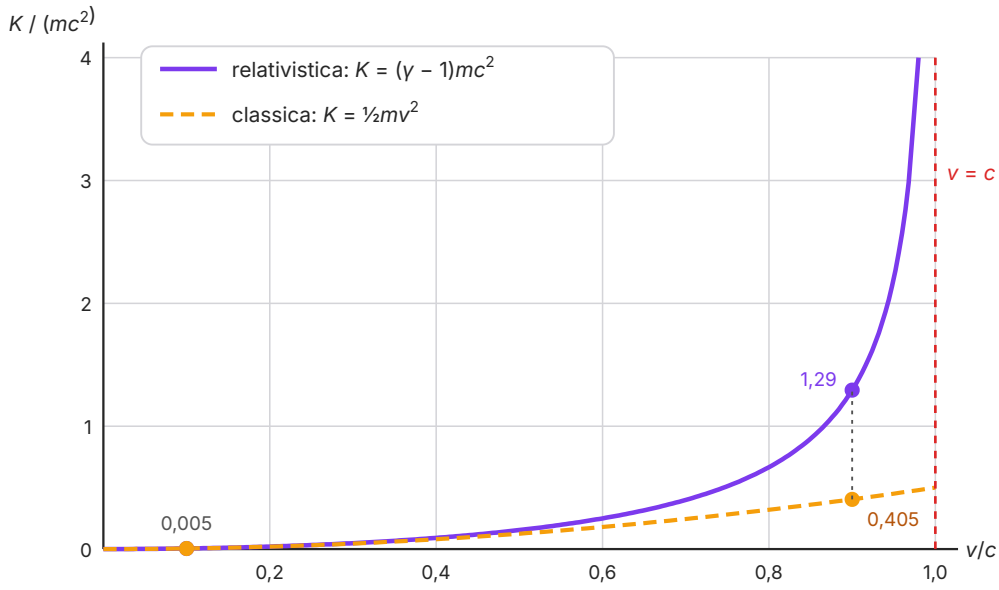


Figura 12.1 Energia cinetica di un corpo in funzione di v/c, in unità della sua energia a riposo mc^2, calcolata con la formula relativistica (viola) e con quella classica (arancione, tratteggiata). Per $v = 0{,}1c$ i due valori quasi coincidono (0,00504 e 0,00500); per $v = 0{,}9c$ valgono 1,29 e 0,405. La curva relativistica sale senza limite avvicinandosi alla retta $v = c$.

ESEMPIO SVOLTO

Un elettrone accelerato da un milione di volt

Problema. Un elettrone parte da fermo e attraversa una differenza di potenziale di $1{,}00 \times 10^6$ V. Calcola la sua energia cinetica, il fattore γ e la velocità; confronta con la velocità prevista dalla formula classica. Usa $m_e c^2 = 0{,}511$ MeV.

Energia cinetica. Il lavoro del campo elettrico su una carica e è $e\Delta V$ (capitolo 3): $K = 1{,}00$ MeV $= 1{,}60 \times 10^{-13}$ J.

Fattore di Lorentz. Da $K = (\gamma - 1)mc^2$: $\gamma = 1 + K/(mc^2) = 1 + 1{,}00\ \text{MeV}/0{,}511\ \text{MeV} \approx 2{,}96$.

Velocità. Da $\gamma = 1/\sqrt{(1 - v^2/c^2)}$ si ricava $v/c = \sqrt{(1 - 1/\gamma^2)} = \sqrt{(1 - 1/2{,}96^2)} \approx 0{,}941$: $v \approx 2{,}82 \times 10^8$ m/s.

Confronto. Con $\tfrac{1}{2}mv^2 = K$ si otterrebbe $v = \sqrt{(2 \cdot 1{,}60 \times 10^{-13}\ \text{J} / 9{,}11 \times 10^{-31}\ \text{kg})} \approx 5{,}93 \times 10^8$ m/s, quasi il doppio della velocità della luce: un risultato impossibile. Per elettroni di energia paragonabile a 0,511 MeV la formula classica non si può usare.

12.1.4 Energia e quantità di moto

Energia e quantità di moto relativistiche sono legate da una relazione che vale per ogni particella, e che qui ci limitiamo a enunciare:

$$E^2 = (pc)^2 + (mc^2)^2$$

Per l'elettrone dell'esempio, $E = 1{,}511$ MeV e $pc = \gamma mvc = 2{,}96 \cdot 0{,}941 \cdot 0{,}511$ MeV $\approx 1{,}42$ MeV; infatti $1{,}42^2 + 0{,}511^2 \approx 2{,}28 \approx 1{,}511^2$. La relazione contiene una sorpresa: ammette particelle con $m = 0$. Per esse $E = pc$: hanno energia e quantità di moto pur non avendo massa, e viaggiano sempre alla velocità della luce. La più importante è proprio la particella della luce, il fotone, che incontrerai nel capitolo 13.

12.2 Dove la massa diventa energia

12.2.1 La massa non si conserva da sola

Per Lavoisier e per tutta la chimica dell'Ottocento la massa totale si conservava in ogni trasformazione. La relatività corregge questa legge: ciò che si conserva in un sistema isolato è l'energia totale, comprese le energie a riposo, mentre la massa di un sistema cambia quando il sistema cede o riceve energia. Un corpo caldo ha una massa un poco maggiore dello stesso corpo freddo, una molla compressa più della stessa molla a riposo. E un sistema legato, i cui componenti si attraggono, ha una massa *minore* della somma delle masse dei componenti separati: la differenza, moltiplicata per c^2, è l'energia che occorre fornire per separarli. Questa differenza si chiama **difetto di massa**.

Nella chimica l'effetto c'è, ma è minuscolo. Bruciando 1 kg di metano si liberano circa 5×10^7 J; la massa dei prodotti è minore di quella dei reagenti di 5×10^7 J / $9{,}00 \times 10^{16}$ m^2/s^2 $\approx 6 \times 10^{-10}$ kg, meno di un microgrammo su alcuni chilogrammi di sostanze: nessuna bilancia lo rileva, e la legge di Lavoisier resta praticamente esatta. Nelle reazioni nucleari, che coinvolgono le forze intense che tengono insieme il nucleo, il difetto di massa è invece misurabile: circa lo 0,1% della massa nella fissione dell'uranio, circa lo 0,7% quando quattro nuclei di idrogeno si trasformano in un nucleo di elio. Il capitolo 14 farà questi conti con le masse dei nuclei.

ERRORE FREQUENTE

«La massa si trasforma in energia solo nelle reazioni nucleari»

$E = mc^2$ vale per ogni forma di energia e per ogni sistema: una pila carica, una tazza di tè caldo, una molecola d'acqua hanno una massa che comprende la loro energia interna. Le reazioni nucleari non sono speciali per la formula, ma per la quantità di energia in gioco, abbastanza grande da rendere misurabile la variazione di massa. Un secondo errore viene da vecchi libri, che chiamano «massa relativistica» il prodotto γm e dicono che la massa cresce con la velocità: in questo libro, come nella fisica di oggi, m è la massa del corpo, uguale per tutti gli osservatori; con la velocità crescono l'energia e la quantità di moto.

12.2.2 Il Sole perde massa

La luce del Sole è l'esempio più grandioso di $E = mc^2$. Nel nucleo del Sole, a circa 15 milioni di kelvin, l'idrogeno si trasforma in elio attraverso una catena di reazioni nucleari (capitolo 14), e il difetto di massa diventa la radiazione che il Sole emette in tutte le direzioni.

ESEMPIO SVOLTO

Quanta massa perde il Sole

Problema. Il Sole emette in tutte le direzioni una potenza (la sua luminosità) di $3{,}8 \times 10^{26}$ W. a) Quanta massa perde ogni secondo? b) Quanta ne ha persa così in 4,6 miliardi di anni, la sua età, supponendo costante la luminosità? Confronta con la massa del Sole, $1{,}99 \times 10^{30}$ kg.

a) In un secondo il Sole emette $3{,}8 \times 10^{26}$ J. La massa corrispondente è $\Delta m = E/c^2 = 3{,}8 \times 10^{26}$ J / $9{,}00 \times 10^{16}$ m^2/s$^2 \approx 4{,}2 \times 10^{9}$ kg: più di quattro milioni di tonnellate al secondo.

b) Un anno è circa $3{,}16 \times 10^{7}$ s: in $4{,}6 \times 10^{9}$ anni la massa perduta è $4{,}2 \times 10^{9}$ kg/s $\cdot$ $4{,}6 \times 10^{9} \cdot 3{,}16 \times 10^{7}$ s $\approx 6 \times 10^{26}$ kg. Rispetto alla massa del Sole è $6 \times 10^{26} / 1{,}99 \times 10^{30} \approx 3 \times 10^{-4}$, lo 0,03%.

Commento. Un numero enorme su scala umana è una frazione minima per il Sole: per questo una stella come il Sole può splendere per miliardi di anni. Si noti che la massa perduta non è quella dell'idrogeno consumato, che è molto maggiore: è soltanto il difetto di massa delle reazioni.

12.2.3 Materia e antimateria

Esiste un caso in cui tutta l'energia a riposo si trasforma in radiazione. Ogni particella ha un'**antiparticella**, con la stessa massa e carica opposta: quella dell'elettrone è il positrone, scoperto nei raggi cosmici da Carl Anderson nel 1932. Quando un elettrone e un positrone quasi fermi si incontrano, scompaiono entrambi e al loro posto compaiono due fotoni di 0,511 MeV ciascuno, emessi in versi opposti perché la quantità di moto totale, nulla all'inizio, resti nulla. È l'**annichilazione**: le masse a riposo spariscono del tutto, l'energia totale e la quantità di moto si conservano. Avviene anche il processo inverso: un fotone di almeno 1,022 MeV, passando vicino a un nucleo, può trasformarsi in una coppia elettrone–positrone, cioè l'energia può diventare massa. L'annichilazione ha un uso medico importante, la tomografia a emissione di positroni (PET), di cui parlerà il capitolo 14.

12.3 Il principio di equivalenza

DA RICORDARE

Dal volume del quarto anno: due masse e un ascensore

La massa inerziale, che misura la resistenza di un corpo a cambiare velocità, e la massa gravitazionale, che misura quanto il corpo è attratto, sono uguali con grande precisione: per questo tutti i corpi, nello stesso punto, cadono con la stessa accelerazione (Fisica 4, capitolo 4). In un ascensore in caduta libera il pavimento non preme sui piedi (Fisica 3, capitolo 14), e gli astronauti in orbita fluttuano non perché manchi la gravità, ma perché cadono insieme alla stazione: è l'imponderabilità (Fisica 4, capitolo 5).

12.3.1 L'ascensore di Einstein

La relatività del 1905 riguardava soltanto i sistemi inerziali e lasciava fuori la gravità. Nel 1907 Einstein fece un passo in più partendo dal fatto, noto da Galileo, che tutti i corpi cadono allo stesso modo. Immaginò una cabina chiusa, senza finestre, e un fisico al suo interno.

Se la cabina è ferma sulla Terra, una pallina lasciata andare cade verso il pavimento con accelerazione g. Ma lo stesso accade se la cabina si trova nello spazio, lontana da ogni pianeta, e un razzo la spinge verso l'«alto» con accelerazione g: la pallina, lasciata andare, prosegue con la velocità che aveva, il pavimento le viene incontro, e per chi sta nella cabina «cade» con accelerazione g, qualunque sia la sua massa (Figura 12.2a e b). Viceversa, una cabina in caduta libera sulla Terra è indistinguibile da una cabina che galleggia nello spazio senza peso. Einstein ne fece un principio, il **principio di equivalenza**: *in una regione piccola dello spazio e per un tempo breve, nessun esperimento permette di distinguere un campo gravitazionale uniforme da un sistema di riferimento accelerato*.

La precisazione «piccola» è essenziale. In una cabina enorme in caduta verso la Terra due palline lontane cadrebbero verso il centro della Terra lungo direzioni convergenti, e si avvicinerebbero l'una all'altra: è l'effetto di marea che hai studiato nel quarto anno (Fisica 4, capitolo 5), e rivela la presenza di una massa vera. Il principio vale localmente, dove il campo si può considerare uniforme.

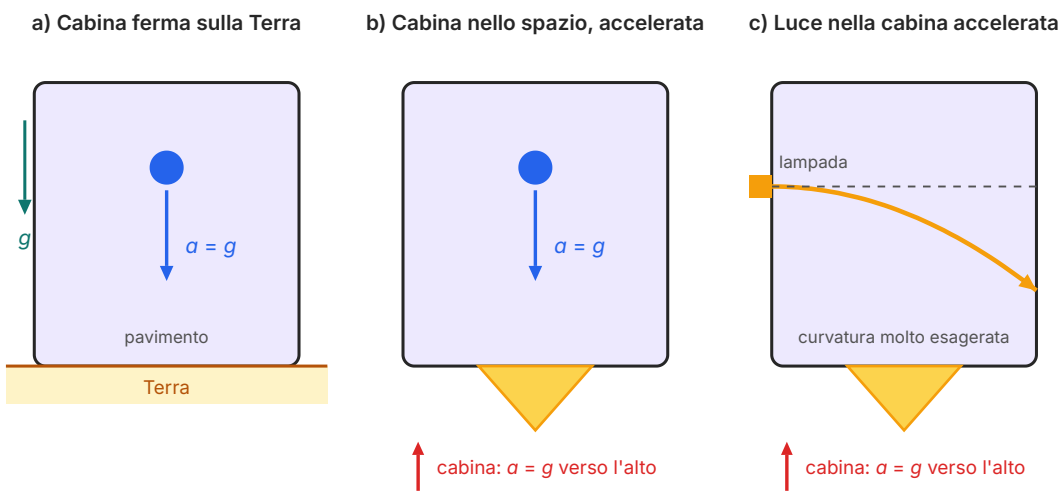


Figura 12.2 Il principio di equivalenza. a) In una cabina ferma sulla Terra una pallina lasciata andare cade con accelerazione g. b) In una cabina nello spazio, lontano da ogni massa, accelerata verso l'alto da un razzo con accelerazione g, la pallina «cade» rispetto alla cabina nello stesso modo: dall'interno le due situazioni sono indistinguibili. c) Nella cabina accelerata un raggio di luce emesso orizzontalmente raggiunge la parete opposta un poco più in basso, perché nel frattempo la cabina è salita; per il principio di equivalenza lo stesso deve accadere in un campo gravitazionale. La curvatura è esagerata moltissimo.

12.3.2 La luce e gli orologi nel campo gravitazionale

Il principio porta subito a due previsioni. La prima riguarda la luce. Nella cabina accelerata un raggio emesso orizzontalmente da una parete arriva alla parete opposta un po' più in basso, perché mentre la luce attraversa la cabina il pavimento sale (Figura 12.2c): visto dall'interno, il raggio si incurva verso il basso. Se le due situazioni sono indistinguibili, anche in un campo gravitazionale la luce deve incurvarsi. In una cabina larga 3 m la luce impiega $3\ \text{m} / 3{,}00 \times 10^{8}\ \text{m/s} = 1{,}0 \times 10^{-8}$ s, e in quel tempo scende di $\tfrac{1}{2}gt^2 \approx 5 \times 10^{-16}$ m: un'inezia, misurabile solo vicino a masse molto grandi, come il Sole.

La seconda riguarda il tempo. Un ragionamento simile, con segnali luminosi inviati dal pavimento al soffitto della cabina accelerata, mostra che gli orologi posti più in basso in un campo gravitazionale vanno più lentamente di quelli posti più in alto: è la **dilatazione gravitazionale dei tempi**. Allo stesso modo la luce che risale da una regione di campo intenso arriva con frequenza un po' minore, cioè spostata verso il rosso. Sulla Terra l'effetto è di circa una parte su 10^{16} per ogni metro di dislivello, ma gli orologi atomici di oggi lo misurano.

12.3.3 La gravità come geometria

Nel novembre del 1915, dopo otto anni di lavoro, Einstein completò la **relatività generale**. L'idea centrale è radicale: la gravità non è una forza che si propaga nello spazio, ma la *curvatura*

dello spaziotempo, l'unione di spazio e tempo introdotta da Minkowski (capitolo 11). La massa e l'energia curvano lo spaziotempo intorno a sé; un corpo su cui non agiscono altre forze si muove lungo la linea «più diritta» possibile nello spaziotempo curvo, che si chiama **geodetica**. Sulla superficie di una sfera le geodetiche sono gli archi di cerchio massimo, quelli a cui si avvicinano le rotte degli aerei intercontinentali; nello spaziotempo intorno al Sole sono, per esempio, le orbite dei pianeti. La Terra non è «tirata» dal Sole: segue la via più diritta che lo spaziotempo curvato dal Sole le consente.

Così l'azione a distanza che turbava Newton, e che l'idea di campo aveva già reso locale (capitolo 2), scompare del tutto: ogni corpo risponde alla geometria dello spaziotempo là dove si trova. E il principio di equivalenza diventa ovvio, perché la traiettoria di un corpo in caduta libera dipende solo dalla geometria e non dalla sua massa. Quando i campi sono deboli e le velocità piccole rispetto a c, le previsioni della relatività generale coincidono con quelle di Newton: la gravitazione universale, come la meccanica classica, resta un'ottima approssimazione nel suo campo di validità.

Spesso si illustra la teoria con un telo elastico teso, deformato da una palla pesante, su cui una biglia rotola girando intorno alla conca. L'immagine aiuta, ma ha tre limiti da tenere presenti: spiega la gravità con la gravità (la palla affonda perché è attratta verso il basso); mostra due dimensioni dello spazio invece di tre; e soprattutto curva solo lo spazio, mentre per corpi lenti come i pianeti conta soprattutto la «curvatura del tempo», cioè proprio la dilatazione gravitazionale dei tempi.

12.4 Le prove della relatività generale

12.4.1 Il perielio di Mercurio

Per la gravitazione di Newton un pianeta solo intorno al Sole percorrerebbe sempre la stessa ellisse. L'attrazione degli altri pianeti, però, fa ruotare lentamente l'ellisse, e il punto più vicino al Sole, il perielio, avanza a ogni giro (Figura 12.3). A metà Ottocento l'astronomo francese Urbain Le Verrier, che aveva già previsto con i calcoli la posizione di Nettuno, trovò che per Mercurio i conti non tornavano: il perielio avanza un poco più di quanto spieghino gli altri pianeti. Le misure moderne danno circa 574″ (secondi d'arco) per secolo rispetto alle stelle fisse, di cui circa 531″ dovuti agli altri pianeti: ne restano 43″ per secolo senza spiegazione. Le Verrier pensò a un pianeta ancora più interno, che fu chiamato Vulcano e cercato a lungo senza successo.

Nel novembre del 1915 Einstein calcolò con la nuova teoria l'orbita di Mercurio e trovò, senza aggiustare nulla, proprio i 43″ per secolo mancanti. È un effetto minuscolo: se ruotasse soltanto per questa causa, l'ellisse impiegherebbe circa tre milioni di anni per fare un giro completo. Ma fu la prima conferma della teoria, e Einstein ne restò profondamente colpito.

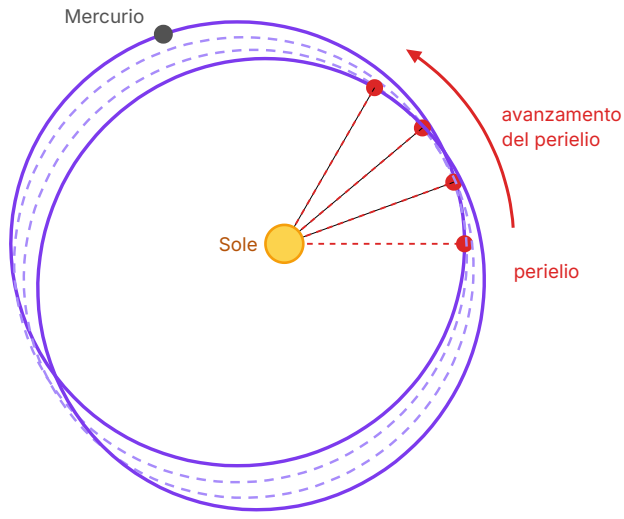


Figura 12.3 L'avanzamento del perielio di un'orbita ellittica, con il Sole in un fuoco: dopo ogni giro l'ellisse è ruotata di un piccolo angolo e il perielio (punto rosso) si sposta nel verso del moto. L'eccentricità dell'ellisse è quella vera di Mercurio, ma la rotazione è esagerata decine di migliaia di volte: quella vera dell'orbita di Mercurio è di circa 1,4″ a ogni giro, 574″ per secolo, di cui 43″ spiegati soltanto dalla relatività generale.

12.4.2 La luce deviata dal Sole

La relatività generale prevede che un raggio di luce che passa radente al bordo del Sole venga deviato di 1,75″. Una stella vista vicino al Sole appare quindi un po' più lontana dal Sole di dove si trova davvero (Figura 12.4). Trattando la luce come uno sciame di proiettili soggetti alla gravità di Newton, come aveva fatto Michell (Fisica 4, capitolo 5), si ottiene una deviazione metà di questa: il fattore 2 permetteva di decidere tra le due teorie. Le stelle vicine al Sole, però, si vedono solo durante un'eclissi totale.

L'occasione fu l'eclissi del 29 maggio 1919. L'astronomo reale Frank Dyson organizzò due spedizioni britanniche, una a Sobral, in Brasile, e una all'isola di Príncipe, al largo dell'Africa occidentale, dove andò Arthur Eddington. Le lastre fotografiche, confrontate con quelle della stessa regione di cielo riprese di notte mesi prima, mostravano le stelle spostate di quantità vicine a quella di Einstein e lontane da quella newtoniana. I risultati, annunciati a Londra il 6 novembre 1919, erano affetti da incertezze notevoli, e sulla loro precisione gli storici discutono ancora; ma le misure successive, ripetute in molte eclissi e poi con i radiotelescopi, hanno confermato la previsione con grande precisione. Oggi la deviazione della luce è uno strumento: le galassie e

gli ammassi di galassie agiscono come lenti gravitazionali, che deformano e moltiplicano le immagini di oggetti più lontani.

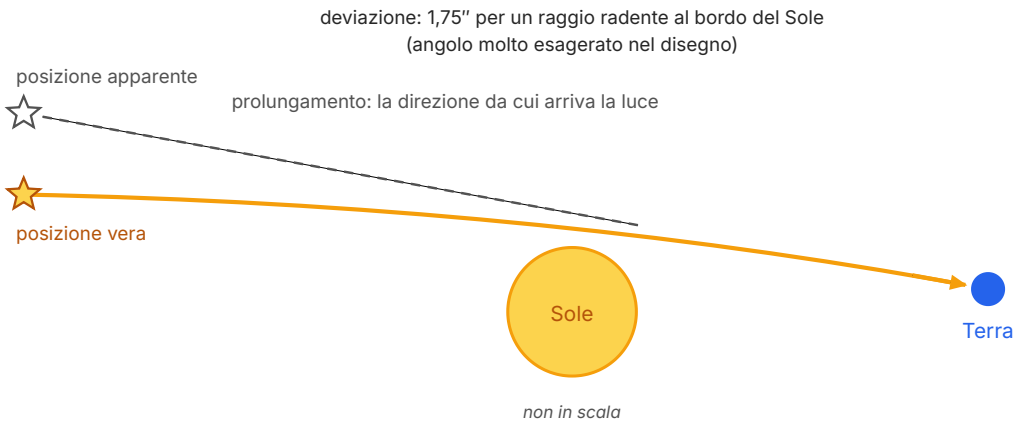


Figura 12.4 La deviazione della luce di una stella che passa vicino al Sole. Il raggio (arancione) si incurva nel campo gravitazionale del Sole; l'osservatore sulla Terra vede la stella nella direzione da cui il raggio gli arriva (tratteggio grigio), cioè in una posizione apparente più lontana dal Sole di quella vera. L'angolo è esagerato: per un raggio radente al bordo del Sole vale 1,75″. Non in scala.

COLLEGAMENTI

Storia e Filosofia: l'eclissi del 1919 e la fama di Einstein

Le spedizioni del 1919 partirono pochi mesi dopo la fine della prima guerra mondiale: astronomi britannici mettevano alla prova la teoria di un fisico che lavorava a Berlino, mentre le società scientifiche dei paesi vincitori escludevano i colleghi tedeschi dai congressi internazionali. Eddington, quacchero e pacifista, vedeva nell'impresa anche un gesto di riconciliazione. Un tentativo precedente era fallito proprio per la guerra: nell'estate del 1914 una spedizione tedesca diretta in Crimea per un'eclissi fu bloccata dallo scoppio del conflitto.

Il giorno dopo l'annuncio, il 7 novembre 1919, il *Times* di Londra titolò sulla «rivoluzione nella scienza», e in pochi mesi Einstein divenne famoso in tutto il mondo. La fama ebbe anche un rovescio: negli anni Venti, in Germania, una campagna nazionalista e antisemita attaccò la relatività come «fisica ebraica»; dopo l'avvento del nazismo, nel 1933, Einstein lasciò la Germania per gli Stati Uniti. Il nome della teoria alimentò poi molti equivoci filosofici: la relatività non dice che «tutto è relativo», ma individua che cosa è uguale per tutti gli osservatori, la velocità della luce e le leggi della fisica (capitolo 11). Il premio Nobel del 1921 fu assegnato a Einstein non per la relatività, ma per la legge dell'effetto fotoelettrico (capitolo 13).

12.4.3 Gli orologi e il GPS

La dilatazione gravitazionale dei tempi si misura ogni giorno. I satelliti del sistema GPS orbitano a circa 20 200 km di quota con una velocità di circa 3,9 km/s, e portano orologi atomici; un ricevitore calcola la propria posizione dai tempi di arrivo dei loro segnali, e un errore di un microsecondo corrisponde a 300 m. Sugli orologi in orbita agiscono due effetti opposti. Per la relatività ristretta un orologio in moto ritarda (capitolo 11): circa 7 µs al giorno. Per la relatività generale un orologio più in alto nel campo gravitazionale della Terra va più veloce di uno al suolo: circa 45 µs al giorno. Il risultato netto è un anticipo di circa 38 µs al giorno, che i progettisti del sistema compensano regolando la frequenza degli orologi prima del lancio. Senza la correzione l'errore sulla distanza crescerebbe di circa $38 \times 10^{-6}\ \text{s} \cdot 3{,}00 \times 10^{8}\ \text{m/s} \approx 11$ km al giorno, e il navigatore sarebbe inutilizzabile in poche ore.

12.4.4 I buchi neri

Nel 1916, pochi mesi dopo la pubblicazione della teoria, l'astronomo tedesco Karl Schwarzschild ne trovò la prima soluzione esatta: lo spaziotempo intorno a una massa sferica. La soluzione contiene una superficie speciale, una sfera di raggio

$$R_{\text{S}} = \frac{2GM}{c^2}$$

detto **raggio di Schwarzschild**. Se tutta la massa M di un corpo è racchiusa entro questo raggio, nulla, nemmeno la luce, può uscire dalla sfera: il corpo è un **buco nero**, e la sfera ne è l'**orizzonte degli eventi**, il confine oltre il quale gli eventi non possono più essere visti dall'esterno. È la stessa espressione delle «stelle oscure» di Michell e Laplace (Fisica 4, capitolo 5), ma il significato è diverso: la luce non viene rallentata e fatta ricadere, viaggia sempre a c; è lo spaziotempo a essere così curvo che ogni percorso, dentro l'orizzonte, porta verso il centro.

Il raggio di Schwarzschild è proporzionale alla massa (Tabella 12.2): per il Sole è circa 3 km, per la Terra circa 9 mm. Né il Sole né la Terra diventeranno buchi neri, perché nessun processo naturale può comprimerli tanto; ma il nucleo di una stella molto più massiccia del Sole, alla fine della sua vita, può collassare fino a formarne uno. Al centro di quasi tutte le grandi galassie ci sono poi buchi neri supermassicci: quello al centro della Via Lattea, Sagittarius A*, ha circa 4 milioni di masse solari, e lo studio delle stelle che gli orbitano intorno è valso il premio Nobel per la fisica 2020. Il 10 aprile 2019 la collaborazione Event Horizon Telescope, una rete di radiotelescopi sparsi su tutta la Terra che lavorano come un'unica antenna, ha presentato la prima immagine dell'«ombra» di un buco nero: quello al centro della galassia M87, di circa 6,5 miliardi di masse solari.

Tabella 12.2 Raggio di Schwarzschild $R_S = 2GM/c^2$ per alcune masse (calcolato con $G = 6{,}67 \times 10^{-11}$ N·m^2/kg^2, $c = 3{,}00 \times 10^8$ m/s, massa del Sole $1{,}99 \times 10^{30}$ kg). Soltanto gli ultimi due sono buchi neri reali.

Corpo	massa (kg)	R_S
una persona	70	$1{,}0 \times 10^{-25}$ m
Terra	$5{,}97 \times 10^{24}$	8,8 mm
Giove	$1{,}90 \times 10^{27}$	2,8 m
Sole	$1{,}99 \times 10^{30}$	2,9 km
Sagittarius A* (circa 4 milioni di masse solari)	8×10^{36}	$1{,}2 \times 10^{7}$ km
M87* (circa 6,5 miliardi di masse solari)	$1{,}3 \times 10^{40}$	$1{,}9 \times 10^{10}$ km

12.4.5 Le onde gravitazionali

Nel capitolo 10 hai visto che una carica accelerata emette onde elettromagnetiche. Nel 1916 Einstein mostrò che, in modo analogo, masse accelerate producono **onde gravitazionali**: increspature dello spaziotempo che si propagano alla velocità della luce, allungando e accorciando alternativamente le distanze nelle direzioni perpendicolari al loro moto. Sono così deboli che Einstein dubitava si potessero mai rivelare.

Il 14 settembre 2015 i due rivelatori dell'osservatorio LIGO, negli Stati Uniti, registrarono lo stesso segnale a pochi millisecondi di distanza: due buchi neri di circa 36 e 29 masse solari, a più di un miliardo di anni luce, avevano spiraleggiato l'uno verso l'altro fino a fondersi in un buco nero di circa 62 masse solari. Le circa 3 masse solari mancanti erano state irraggiate, in una frazione di secondo, come onde gravitazionali. La scoperta fu annunciata nel febbraio 2016 e premiata con il Nobel per la fisica 2017. I rivelatori sono interferometri, parenti di quello di Michelson (capitolo 11), con bracci lunghi 4 km: il passaggio dell'onda ne cambiò la lunghezza di circa 10^{-18} m, qualche millesimo del diametro di un protone. In Italia, a Cascina, vicino a Pisa, funziona il rivelatore europeo Virgo, con bracci di 3 km, che dal 2017 osserva insieme a LIGO: il 17 agosto 2017 le onde gravitazionali della fusione di due stelle di neutroni furono rivelate insieme alla luce emessa nella stessa esplosione.

12.5 Il macrocosmo: l'universo in espansione

12.5.1 Le galassie si allontanano

All'inizio del Novecento non si sapeva ancora se le «nebulose» a spirale fossero nubi della nostra Galassia o altre galassie come la Via Lattea. A metà degli anni Venti l'astronomo statunitense Edwin Hubble risolse la questione, misurando la distanza della nebulosa di Andromeda e di-

mostrando che si trova ben oltre i confini della Via Lattea (oggi sappiamo che dista circa 2,5 milioni di anni luce). L'universo si riempì di galassie.

Già dal 1912 un altro astronomo statunitense, Vesto Slipher, aveva misurato gli spettri di molte di queste nebulose, trovando le righe spettrali quasi sempre spostate verso lunghezze d'onda maggiori, cioè verso il rosso. Si chiama **spostamento verso il rosso** (in inglese *redshift*) la variazione relativa della lunghezza d'onda, $z = \Delta\lambda/\lambda_0$, dove λ_0 è la lunghezza d'onda misurata in laboratorio. Per l'effetto Doppler (capitolo 10) una sorgente che si allontana appare spostata verso il rosso, e per velocità piccole rispetto a c vale $v \approx cz$.

Nel 1929 Hubble confrontò le velocità di allontanamento con le distanze e trovò una proporzionalità: le galassie si allontanano tanto più in fretta quanto più sono lontane. È la **legge di Hubble**

$$v = H_0 d$$

dove H_0 è la **costante di Hubble**. Gli astronomi misurano le distanze delle galassie in megaparsec (Mpc). Il **parsec** è la distanza da cui il raggio dell'orbita terrestre si vede sotto un angolo di un secondo d'arco: 1 pc ≈ 3,26 anni luce ≈ $3{,}09 \times 10^{16}$ m, e 1 Mpc è un milione di parsec. Con queste unità H_0 si misura in km/s per megaparsec, e vale circa 70 km/s/Mpc: una galassia a 100 Mpc si allontana a circa 7000 km/s. Il valore esatto è ancora discusso: misure diverse danno valori tra circa 67 e 73 km/s/Mpc, e capire il perché è uno dei problemi aperti della cosmologia. Il valore di Hubble del 1929 era molte volte più grande, perché le distanze allora stimate erano troppo piccole.

ESEMPIO SVOLTO

Dallo spettro alla distanza di una galassia

Problema. Nello spettro di una galassia la riga H_α dell'idrogeno, che in laboratorio ha lunghezza d'onda 656,3 nm, si osserva a 663,0 nm. Calcola lo spostamento verso il rosso, la velocità di allontanamento e, con H_0 = 70 km/s/Mpc, la distanza della galassia. Dove cadrebbe il punto nel grafico della Figura 12.5?

Spostamento verso il rosso. $z = \Delta\lambda/\lambda_0 = (663{,}0 - 656{,}3)$ nm / 656,3 nm = 6,7/656,3 ≈ 0,0102.

Velocità. La velocità è piccola rispetto a c, quindi $v \approx cz = 3{,}00 \times 10^5$ km/s · 0,0102 ≈ $3{,}1 \times 10^3$ km/s.

Distanza. Dalla legge di Hubble $d = v/H_0 = 3{,}1 \times 10^3$ km/s / (70 km/s/Mpc) ≈ 44 Mpc, cioè circa 44 × 10^6 · 3,26 anni luce ≈ $1{,}4 \times 10^8$ anni luce.

Lettura del grafico. Nella Figura 12.5 il punto (44 Mpc; 3100 km/s) cadrebbe sulla retta, tra le galassie G2 e G3. **Commento:** la luce che oggi analizziamo è partita circa 140 milioni di anni fa; ed è questo il metodo con cui si stimano le distanze delle galassie lontane, una volta nota H_0.

COLLEGAMENTI

In laboratorio: la legge di Hubble

Materiali. Un laboratorio virtuale: la tabella di distanze e velocità di otto galassie (Tabella 12.3), carta millimetrata o un foglio di calcolo. I dati sono tipici, ricostruiti per l'esercizio; le distanze delle galassie si stimano con metodi indiretti, e hanno un'incertezza di circa il 15%, mentre le velocità, ricavate dagli spettri, sono molto più precise.

Procedimento. Riporta i punti su un grafico con la distanza in ascissa e la velocità in ordinata, e disegna per ciascuno la barra d'incertezza sulla distanza. Traccia la retta passante per l'origine che attraversa tutte le barre e passa il più vicino possibile ai punti, e calcolane la pendenza: è H_0. Traccia poi le rette per l'origine di pendenza massima e minima che attraversano ancora tutte le barre, per stimare l'incertezza. Infine calcola $1/H_0$ in secondi e in anni, convertendo i megaparsec in chilometri (1 Mpc = $3{,}086 \times 10^{19}$ km).

Tabella 12.3 Distanze e velocità di allontanamento di otto galassie (dati tipici). Incertezza sulla distanza: ± 15%; sulla velocità: ± 50 km/s.

galassia	*d* (Mpc)	*v* (km/s)	*v*/*d* (km/s/Mpc)
G1	16	1 080	68
G2	31	2 010	65
G3	47	3 500	74
G4	62	4 720	76
G5	84	5 390	64
G6	103	6 480	63
G7	128	9 530	74
G8	151	11 760	78

Che cosa concludere. I punti si dispongono, entro le incertezze, lungo una retta per l'origine (Figura 12.5): la velocità è proporzionale alla distanza. Le rette di pendenza massima e minima danno circa 74 e 68 km/s/Mpc, quindi $H_0 = (71 \pm 3)$ km/s/Mpc. Il tempo $1/H_0 = 3{,}086 \times 10^{19}$ km / (71 km/s) $\approx 4{,}3 \times 10^{17}$ s $\approx$ 13,8 miliardi di anni è una stima dell'età dell'universo: sarebbe il tempo trascorso da quando tutte le galassie erano insieme, se si fossero sempre allontanate alla velocità di oggi. Il rapporto v/d calcolato punto per punto oscilla molto di più della pendenza: ogni punto ha il suo errore, la retta li media.

Per la relazione. Segui lo schema di Fisica 3, capitolo 4: grafico con le barre d'incertezza, rette di massima e minima pendenza, valore di H_0 con la sua incertezza, conversione delle unità per

$1/H_0$. Perché la retta deve passare per l'origine? Perché per stimare H_0 conviene usare galassie lontane piuttosto che vicine?

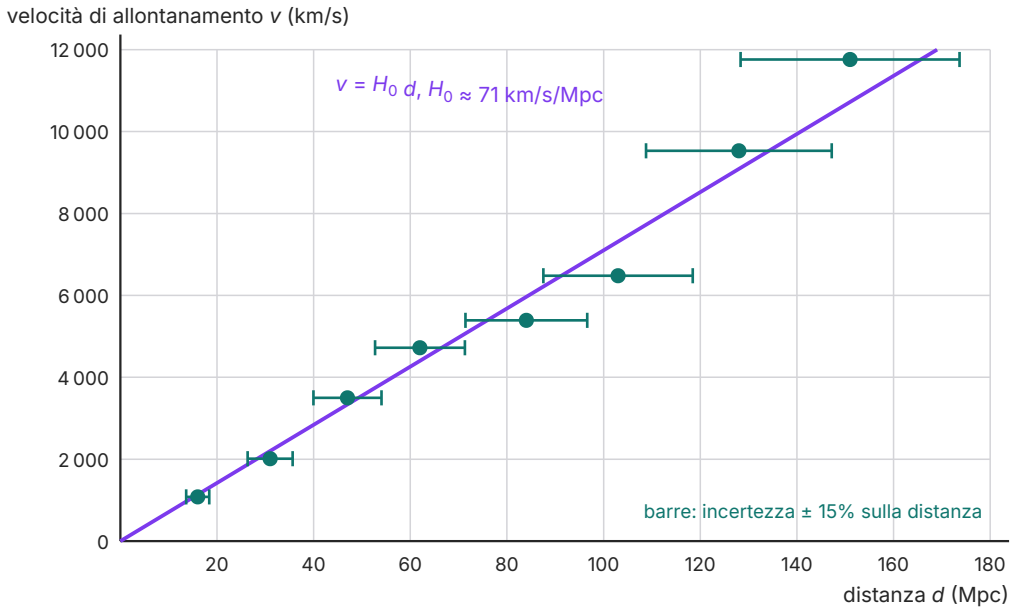


Figura 12.5 Velocità di allontanamento in funzione della distanza per le otto galassie della Tabella 12.3 (dati tipici). Le barre indicano l'incertezza del 15% sulla distanza; quella sulla velocità è troppo piccola per essere disegnata. La retta per l'origine di pendenza $H_0 \approx 71$ km/s/Mpc attraversa tutte le barre.

12.5.2 Un'espansione senza centro

La legge di Hubble sembra mettere la Via Lattea al centro di una fuga generale, ma non è così. Si pensi a un palloncino su cui sono disegnati molti puntini: gonfiandolo, ogni puntino vede tutti gli altri allontanarsi, tanto più in fretta quanto più sono lontani, e nessuno è al centro della superficie. Ogni osservatore, in qualunque galassia, troverebbe la stessa legge. Anche questa analogia ha un limite: lo spazio dell'universo corrisponde alla sola superficie del palloncino, e l'interno e l'esterno della gomma non rappresentano nulla.

Secondo la relatività generale, che descrive l'universo nel suo insieme, non sono le galassie a correre attraverso lo spazio: è lo spazio stesso a dilatarsi, portandole con sé. Anche lo spostamento verso il rosso cambia significato: lungo il viaggio, durato milioni o miliardi di anni, la lunghezza d'onda della luce si è allungata insieme allo spazio. Per le galassie vicine questa descrizione e quella con l'effetto Doppler danno gli stessi numeri; per quelle molto lontane serve la prima. L'espansione non riguarda i sistemi tenuti insieme dalla gravità: la Terra, il sistema solare, la Via Lattea non si dilatano, e la vicina galassia di Andromeda si sta addirittura avvicinando a noi, con le righe spostate verso il blu.

ERRORE FREQUENTE

«Il Big Bang fu un'esplosione in un punto dello spazio»

Un'esplosione avviene in un luogo, e i frammenti volano nello spazio intorno, più veloci quelli più lontani dal centro. Il Big Bang non è questo: non c'è un centro da cui le galassie si allontanano e non c'è uno spazio vuoto esterno in cui l'universo si espande. All'inizio tutto lo spazio era occupato da materia e radiazione densissime e caldissime, e da allora è tutto lo spazio a dilatarsi; il Big Bang è avvenuto, per così dire, dappertutto.

12.5.3 Il Big Bang e la radiazione di fondo

Se oggi le galassie si allontanano, in passato erano più vicine; risalendo indietro nel tempo si arriva a uno stato in cui tutta la materia dell'universo era compressa a densità e temperature altissime. Soluzioni delle equazioni di Einstein per un universo in espansione erano state trovate già da Aleksandr Friedmann (1922) e da Georges Lemaître (1927). Il modello che ne deriva si chiama **Big Bang**, un nome usato per la prima volta nel 1949, in una trasmissione radiofonica, dall'astronomo britannico Fred Hoyle, che sosteneva una teoria rivale. Secondo le misure di oggi l'universo ha un'età di circa 13,8 miliardi di anni.

Il modello fa previsioni controllabili. Nei primi minuti, ad altissima temperatura, si formarono i nuclei più leggeri, e il calcolo dà proprio le abbondanze osservate: circa un quarto della massa della materia ordinaria è elio. Per circa 380 000 anni l'universo rimase così caldo che la materia era un gas di nuclei ed elettroni separati, opaco alla luce; quando si raffreddò abbastanza da formare atomi neutri divenne trasparente, e la radiazione di quel momento da allora viaggia libera, mentre l'espansione ne allunga la lunghezza d'onda. Nel 1965 due radioastronomi dei laboratori Bell, nel New Jersey, Arno Penzias e Robert Wilson, trovarono con una grande antenna un debole rumore di microonde che arrivava ugualmente da tutte le direzioni del cielo, a qualunque ora: era la **radiazione cosmica di fondo**, il bagliore raffreddato dell'universo giovane, oggi corrispondente a una temperatura di circa 2,7 K. La scoperta, premiata con il Nobel nel 1978, convinse quasi tutti gli astronomi del modello del Big Bang.

12.5.4 Che cosa ancora non sappiamo

La cosmologia di oggi ha due grandi problemi aperti. Le stelle delle galassie ruotano troppo in fretta e le galassie degli ammassi si muovono troppo veloci per essere trattenute dalla sola materia visibile: deve esserci altra massa, che non emette luce, la **materia oscura**, di natura ancora sconosciuta. E alla fine degli anni Novanta l'osservazione di supernovae lontane mostrò che l'espansione dell'universo sta accelerando, come se lo spazio stesso contenesse un'energia che spinge le galassie a separarsi: l'**energia oscura**. Secondo il modello cosmologico oggi accettato, la materia ordinaria, quella di cui sono fatti le stelle, i pianeti e noi, è soltanto circa il 5% dell'energia dell'universo.

APPROFONDIMENTO

Lemaître e l'«atomo primitivo»

Georges Lemaître (1894–1966), belga, combatté come volontario nella prima guerra mondiale, fu ordinato sacerdote nel 1923 e studiò astronomia a Cambridge con Eddington e poi negli Stati Uniti. Nel 1927 pubblicò in francese, negli *Annales de la Société scientifique de Bruxelles*, un articolo in cui ricavava dalle equazioni di Einstein un universo in espansione e ne deduceva che la velocità di allontanamento delle galassie doveva essere proporzionale alla loro distanza, stimandone anche la costante con i dati allora disponibili: due anni prima di Hubble. La rivista era poco letta e l'articolo passò quasi inosservato, finché Eddington non lo fece conoscere e l'articolo non fu pubblicato in inglese, nel 1931.

Lo stesso anno Lemaître propose, in una breve lettera alla rivista *Nature*, che l'universo fosse cominciato da un unico «quanto» di materia ed energia, che più tardi chiamò «atomo primitivo»: è il primo nucleo dell'idea del Big Bang. Einstein, che nel 1917 aveva aggiunto alle sue equazioni una «costante cosmologica» per ottenere un universo statico, la abbandonò dopo la scoperta dell'espansione; secondo un ricordo riferito da George Gamow, la definì il suo più grande errore. Oggi la costante cosmologica è tornata, come la forma più semplice dell'energia oscura.

Lemaître tenne sempre distinte scienza e fede: quando nel 1951 papa Pio XII presentò il nuovo modello come una conferma scientifica della creazione, non approvò quell'uso, perché un modello fisico, sosteneva, non dimostra né esclude nulla in teologia. Nel 2018 l'Unione Astronomica Internazionale ha raccomandato di chiamare la legge di Hubble «legge di Hubble–Lemaître».

COLLEGAMENTI

Le parole della fisica

Cosmologia unisce il greco κόσμος, «ordine», poi «ornamento» e infine «mondo ordinato, universo», e λόγος, «discorso, ragionamento»: il discorso sull'universo come un tutto ordinato. Il κόσμος dei Greci era l'opposto del χάος che, secondo Esiodo, fu il primo a nascere.

Galassia viene dal greco γαλαξίας (sottinteso κύκλος), «il cerchio lattiginoso», da γάλα, γάλακτος, «latte»: è la Via Lattea, la *via lactea* dei Latini, che il mito greco spiegava come latte versato dal seno di Era. Solo nel Novecento la parola è passata a indicare tutti gli altri sistemi di stelle come il nostro.

Gravitazione viene dal latino *gravitas*, «pesantezza», da *gravis*, «pesante», la stessa radice di «grave» e di «gravità». **Orizzonte** è il greco ὁρίζων (sottinteso κύκλος), «il cerchio che delimita», dal verbo ὁρίζω, «segnare un confine»: l'orizzonte degli eventi è il confine oltre il quale non si vede più nulla.

IN SINTESI

Le formule del capitolo e il loro significato

Quantità di moto relativistica: $\boldsymbol{p} = \gamma m\boldsymbol{v}$, in kg·m/s, con $\gamma = 1/\sqrt{(1 - v^2/c^2)}$: si conserva in tutti i sistemi inerziali; cresce senza limite quando v si avvicina a c.

Energia a riposo, totale e cinetica: $E_0 = mc^2$, $E = \gamma mc^2$, $K = (\gamma - 1)mc^2$, in joule (o in MeV). Massa ed energia sono equivalenti; per $v \ll c$, $K \approx \frac{1}{2}mv^2$. Elettrone: 0,511 MeV; protone: 938 MeV.

Energia e quantità di moto: $E^2 = (pc)^2 + (mc^2)^2$; per una particella senza massa $E = pc$, e la particella viaggia a c.

Massa ed energia di un sistema: $\Delta m = \Delta E/c^2$: un sistema che cede l'energia ΔE perde la massa Δm; un sistema legato ha massa minore dei suoi componenti (difetto di massa).

Raggio di Schwarzschild: $R_S = 2GM/c^2$, in metri: il raggio dell'orizzonte degli eventi di un buco nero di massa M; circa 3 km per una massa solare.

Legge di Hubble: $v = H_0 d$, con $H_0 \approx 70$ km/s/Mpc: la velocità di allontanamento delle galassie è proporzionale alla distanza; $1/H_0 \approx 14$ miliardi di anni stima l'età dell'universo. Spostamento verso il rosso: $z = \Delta\lambda/\lambda_0$, con $v \approx cz$ per $v \ll c$.

La relatività ha cambiato i concetti di spazio e tempo, di massa e di energia, e ha dato un'età all'universo. Ma all'inizio del Novecento c'era un'altra crepa nella fisica classica, nella luce emessa dai corpi caldi e nel modo in cui la luce strappa elettroni ai metalli. Da lì nacque, quasi negli stessi anni, la seconda grande teoria del secolo: i quanti, l'argomento del prossimo capitolo.

SINTESI

- Perché la quantità di moto si conservi in tutti i sistemi inerziali, va ridefinita come $\boldsymbol{p} = \gamma m\boldsymbol{v}$; a velocità piccole rispetto a c si ritrova $m\boldsymbol{v}$. Una forza costante fa crescere p senza limite, ma la velocità resta minore di c.
- Nel 1905 Einstein dedusse che un corpo che cede energia perde massa: ogni corpo ha un'energia a riposo $E_0 = mc^2$, un'energia totale $E = \gamma mc^2$ e un'energia cinetica $K = (\gamma - 1)mc^2$.
- Per $v = 0{,}1c$ l'energia cinetica classica sbaglia di meno dell'1%, per $0{,}9c$ è circa un terzo di quella vera; per accelerare un corpo fino a c servirebbe un'energia infinita.
- Vale $E^2 = (pc)^2 + (mc^2)^2$: particelle senza massa, come il fotone, hanno $E = pc$ e viaggiano a c.
- In un sistema isolato si conserva l'energia totale, non la massa: un sistema legato ha un difetto di massa. Nelle reazioni chimiche la variazione di massa è trascurabile, in quelle nucleari è misurabile (0,1–0,7%).
- Il Sole irraggia $3{,}8 \times 10^{26}$ W e perde così circa 4×10^9 kg di massa al secondo. Nell'annichilazione elettrone–positrone tutta l'energia a riposo diventa radiazione.
- Principio di equivalenza (1907): in una regione piccola e per un tempo breve un campo gravitazionale uniforme è indistinguibile da un sistema accelerato. Ne seguono la deviazione della luce e la dilatazione gravitazionale dei tempi.
- Nella relatività generale (1915) massa ed energia curvano lo spaziotempo e i corpi liberi seguono geodetiche; per campi deboli e velocità piccole si ritrova la gravitazione di Newton.
- Le prove: i 43″ per secolo del perielio di Mercurio; la deviazione della luce di 1,75″ al bordo del Sole (eclissi del 1919); gli orologi in quota, corretti nel GPS di circa 38 µs al giorno sommando relatività ristretta e generale.
- Una massa racchiusa entro il raggio di Schwarzschild $2GM/c^2$ è un buco nero; l'immagine di M87* è del 2019. Le onde gravitazionali sono state rivelate da LIGO il 14 settembre 2015; in Italia c'è Virgo.
- Le galassie si allontanano con velocità proporzionale alla distanza, $v = H_0 d$ (Hubble, 1929), con $H_0 \approx 70$ km/s/Mpc: è lo spazio stesso a espandersi, senza un centro.
- Il modello del Big Bang spiega l'espansione, l'abbondanza di elio e la radiazione cosmica di fondo (Penzias e Wilson, 1965); l'universo ha circa 13,8 miliardi di anni. Materia oscura ed energia oscura sono problemi aperti.

ESERCIZI

Comprendere e ricordare

1. ● L'energia a riposo di un corpo di massa m è:
   - **A.** $\frac{1}{2}mc^2$
   - **B.** mc^2
   - **C.** γmv^2
   - **D.** zero, perché il corpo è fermo

2. ● Una forza costante agisce a lungo su un protone inizialmente fermo, nel vuoto. Che cosa accade?
   - **A.** La velocità cresce senza limite.
   - **B.** La velocità diventa uguale a c dopo un tempo finito.
   - **C.** La quantità di moto resta costante.
   - **D.** La quantità di moto cresce senza limite, mentre la velocità si avvicina a c senza raggiungerla.

3. ● Secondo il principio di equivalenza, una persona chiusa in una piccola cabina senza finestre, ferma sulla Terra:
   - **A.** non può distinguere, con esperimenti fatti nella cabina, la sua situazione da quella di una cabina accelerata con $a = g$ nello spazio
   - **B.** può accorgersi di essere sulla Terra lasciando cadere due palline di massa diversa
   - **C.** sente il proprio peso solo se la cabina si muove
   - **D.** vede gli oggetti lasciati andare restare sospesi a mezz'aria

4. ●● Quale di questi fenomeni **non** è una conferma della relatività generale?
   - **A.** L'avanzamento del perielio di Mercurio.
   - **B.** La deviazione della luce delle stelle vicino al bordo del Sole.
   - **C.** La diffrazione della luce attraverso una fenditura sottile.
   - **D.** La differenza di ritmo fra gli orologi dei satelliti GPS e quelli al suolo.

5. ● Il raggio di Schwarzschild di un corpo:
   - **A.** è proporzionale alla sua massa
   - **B.** dipende dal raggio del corpo
   - **C.** è proporzionale al quadrato della sua massa
   - **D.** vale circa 3 km per qualunque corpo

6. ●● La legge di Hubble afferma che:
   - **A.** tutte le galassie si avvicinano alla Via Lattea
   - **B.** la velocità della luce diminuisce con la distanza percorsa
   - **C.** le galassie più lontane sono più piccole
   - **D.** la velocità di allontanamento delle galassie è proporzionale alla loro distanza

7. ●● La radiazione cosmica di fondo è:
   A. la luce delle stelle più vicine, diffusa dall'atmosfera
   B. il calore emesso dall'interno della Terra
   C. una radiazione di microonde che arriva da tutte le direzioni, residuo dell'universo caldo e denso delle origini
   D. l'insieme delle onde gravitazionali prodotte dai buchi neri

Vero o falso

8. ● In una reazione chimica che libera energia, la massa dei prodotti è un poco minore di quella dei reagenti. V / F

9. ● A $0{,}1c$ l'energia cinetica calcolata con la formula classica differisce di circa il 50% da quella relativistica. V / F

10. ●● Se il Sole si trasformasse in un buco nero della stessa massa, la Terra ne verrebbe risucchiata. V / F

11. ●● La luce delle galassie lontane ci arriva spostata verso il rosso anche perché, durante il viaggio, lo spazio si è espanso e ne ha allungato la lunghezza d'onda. V / F

Applicare

12. ● Calcola l'energia a riposo di un protone ($m_p = 1{,}67 \times 10^{-27}$ kg) in joule e in MeV.

13. ● Completa. A una velocità $v = 0{,}6c$ il fattore di Lorentz vale _____ ; l'energia cinetica di un elettrone ($mc^2 = 0{,}511$ MeV) a questa velocità è quindi _____ MeV, mentre la formula classica darebbe _____ MeV.

14. ●● Un muone, di massa 106 MeV/c^2, viaggia a $0{,}99c$. Calcola il fattore γ, l'energia totale, l'energia cinetica e il prodotto pc, in MeV.

15. ● Una centrale elettrica produce una potenza di 1,0 GW per un anno intero ($3{,}16 \times 10^7$ s). A quale massa corrisponde l'energia elettrica prodotta?

16. ● Calcola il raggio di Schwarzschild di Giove (massa $1{,}90 \times 10^{27}$ kg) e confrontalo con il suo raggio, circa 7×10^7 m.

17. ●● Usa la Figura 12.1. a) Leggi il valore di $K/(mc^2)$ per $v = 0{,}8c$ sulla curva relativistica e su quella classica. b) Per quale valore di v/c l'energia cinetica relativistica è uguale all'energia a riposo? Verifica con la formula.

18. ● Una galassia si trova a 200 Mpc. Con $H_0 = 70$ km/s/Mpc calcola la sua velocità di allontanamento e lo spostamento verso il rosso $z = v/c$. A quale lunghezza d'onda si osserva la riga H_α (656,3 nm in laboratorio)?

Problemi

19. ●● In un tubo per raggi X (capitolo 10) gli elettroni partono da fermi e sono accelerati da una differenza di potenziale di 50 kV. a) Calcola la loro energia cinetica in keV e il fattore γ. b) Calcola la loro velocità con la formula relativistica e con quella classica ($m_e = 9{,}11 \times 10^{-31}$ kg, $mc^2 = 511$ keV). c) Di quanto sbaglia, in percentuale, la formula classica?

20. ●●● Sopra l'atmosfera, a $1{,}50 \times 10^{11}$ m dal Sole, la radiazione solare ha un'intensità di 1361 W/m^2. a) Ricordando che una sorgente puntiforme distribuisce la sua potenza su sfere di superficie $4\pi r^2$ (capitolo 10), calcola la potenza totale emessa dal Sole. b) Calcola la massa che il Sole perde ogni secondo e ogni anno. c) Quale frazione della sua massa ($1{,}99 \times 10^{30}$ kg) perde in un anno?

21. ●●● Il buco nero al centro della galassia M87 ha una massa di circa 6,5 miliardi di masse solari (massa del Sole $1{,}99 \times 10^{30}$ kg). a) Calcola il suo raggio di Schwarzschild in metri e in unità astronomiche (1 UA = $1{,}496 \times 10^{11}$ m). b) Confrontalo con il raggio dell'orbita di Nettuno, circa $4{,}5 \times 10^{12}$ m. c) Quanto tempo impiegherebbe la luce ad attraversare un diametro dell'orizzonte?

22. ●● Gli orologi dei satelliti GPS, se non fossero corretti, anticiperebbero di circa 38 μs al giorno rispetto a quelli a terra. a) Quale errore di distanza corrisponde a questo anticipo dopo un giorno? b) E dopo un'ora? c) Quale parte dell'effetto è dovuta alla relatività ristretta e quale alla relatività generale, e in che verso agisce ciascuna?

23. ●●● Un elettrone e un positrone, quasi fermi, si annichilano producendo due fotoni. a) Quanto vale l'energia di ciascun fotone, in MeV e in joule? b) Perché i fotoni devono essere due e muoversi in versi opposti? Calcola la quantità di moto di ciascuno con $p = E/c$. c) La lunghezza d'onda di questi fotoni è circa $2{,}4 \times 10^{-3}$ nm: a quale banda dello spettro elettromagnetico appartengono (Appendice, Tabella A.4)?

Ragionare e argomentare

24. ●● Commenta la fonte. Alla fine del suo articolo del 1905 su massa ed energia Einstein scrive: «Non è escluso che con corpi il cui contenuto di energia è variabile in grande misura (per esempio con i sali di radio) si possa riuscire a mettere alla prova la teoria» (traduzione della redazione). Che cosa afferma la teoria che Einstein vuole mettere alla prova? Perché pensa proprio ai sali di radio? Perché non proponeva di pesare un corpo prima e dopo averlo scaldato?

25. ●●● Commenta la fonte. Nella prima delle «questioni» poste alla fine della sua *Ottica* (1704) Newton chiede: «Do not Bodies act upon Light at a distance, and by their action bend its Rays; and is not this action (*caeteris paribus*) strongest at the least distance?», «I corpi non agiscono forse sulla luce a distanza, e con la loro azione non ne piegano i raggi? E quest'azione, a parità di altre condizioni, non è forse più forte alla distanza minore?» (traduzione della redazione). Che cosa sospettava Newton? In che cosa la previsione della relatività generale è d'accordo con lui, e in che cosa ne differisce? Come lo si è verificato?

26. ●● Trova l'errore. Uno studente scrive: «Se tutte le galassie si allontanano da noi, allora la Via Lattea si trova al centro dell'universo, nel punto in cui è esploso il Big Bang». Spiega che cosa c'è di sbagliato, usando un'analogia e i suoi limiti.

Verso l'esame

27. ●● **Dal documento.** Osserva la Figura 12.4 e leggi: «Le lastre fotografiche dell'eclissi del 29 maggio 1919, confrontate con quelle della stessa regione di cielo riprese di notte, mostrarono le stelle vicine al Sole spostate verso l'esterno». a) Quale fenomeno mostra la figura, e perché per osservarlo serviva un'eclissi? b) Quale principio di questo capitolo lo prevede, e perché la misura permetteva di distinguere fra la teoria di Einstein e quella di Newton? c) Collega l'episodio alla storia europea dell'immediato dopoguerra.

28. ●● **Trattazione sintetica.** In 10–15 righe enuncia il principio di equivalenza, spiega l'esperimento ideale dell'ascensore da cui nasce e illustra due sue conseguenze osservabili.

29. ●●● **Problema breve commentato.** Nella fusione dei due buchi neri osservata da LIGO il 14 settembre 2015 circa 3 masse solari si trasformarono in onde gravitazionali in una frazione di secondo. a) Calcola l'energia irraggiata (massa del Sole $1{,}99 \times 10^{30}$ kg). b) Per quanto tempo il Sole, con la sua potenza di $3{,}8 \times 10^{26}$ W, dovrebbe splendere per emettere la stessa energia? Esprimi il risultato in anni. Commenta il risultato: perché, nonostante un'energia così grande, il segnale arrivato sulla Terra era tanto debole da cambiare la lunghezza dei bracci di LIGO di appena 10^{-18} m circa?

PER APPROFONDIRE

- [EIR] A. Einstein, *Relatività: esposizione divulgativa*: Einstein stesso spiega, quasi senza formule, il principio di equivalenza, la deviazione della luce, il perielio di Mercurio e le sue idee sull'universo come un tutto.
- [EIN] A. Einstein, L. Infeld, *L'evoluzione della fisica*: le pagine sulla relatività generale raccontano il cammino dall'ascensore alla geometria dello spaziotempo.
- [FEY] R. P. Feynman, R. B. Leighton, M. Sands, *La fisica di Feynman*, vol. II: il capitolo sullo spazio curvo, per chi vuole vedere come si misura la curvatura.
- [HRW] D. Halliday, R. Resnick, J. Walker, *Fondamenti di fisica*: il capitolo sulla relatività, per la dinamica relativistica con molti esercizi.

Glossario del capitolo

Annichilazione
Processo in cui una particella e la sua antiparticella scompaiono e la loro energia totale si trasforma in radiazione (per elettrone e positrone fermi, due fotoni di 0,511 MeV).

Antiparticella
Particella con la stessa massa di un'altra e carica opposta; l'antiparticella dell'elettrone è il positrone.

Big Bang
Modello secondo cui l'universo si è espanso, circa 13,8 miliardi di anni fa, da uno stato densissimo e caldissimo.

Buco nero
Corpo la cui massa è racchiusa entro il proprio raggio di Schwarzschild: nulla, nemmeno la luce, può uscirne.

Dilatazione gravitazionale dei tempi
Gli orologi posti più in basso in un campo gravitazionale vanno più lentamente di quelli posti più in alto.

Energia a riposo
Energia posseduta da un corpo di massa m fermo: $E_0 = mc^2$. Elettrone 0,511 MeV, protone 938 MeV.

Energia cinetica relativistica
$K = (\gamma - 1)mc^2$; per $v \ll c$ coincide con $\tfrac{1}{2}mv^2$, vicino a c cresce senza limite.

Energia totale (relativistica)
$E = \gamma mc^2$, somma dell'energia a riposo e dell'energia cinetica.

Geodetica
La linea «più diritta» possibile in uno spazio o spaziotempo curvo; sulla sfera, un arco di cerchio massimo.

Legge di Hubble
$v = H_0 d$: la velocità di allontanamento delle galassie è proporzionale alla distanza; $H_0 \approx 70$ km/s/Mpc.

Materia oscura
Massa che non emette luce, rivelata soltanto dai suoi effetti gravitazionali (rotazione delle galassie, moto delle galassie negli ammassi); la sua natura è ancora sconosciuta.

Onde gravitazionali
Increspature dello spaziotempo prodotte da masse accelerate, che si propagano alla velocità della luce; rivelate per la prima volta il 14 settembre 2015.

Orizzonte degli eventi
Superficie che delimita un buco nero: gli eventi al suo interno non possono essere osservati dall'esterno.

Parsec
Distanza da cui il raggio dell'orbita terrestre si vede sotto un angolo di 1″: 1 pc ≈ 3,26 anni luce ≈ $3{,}09 \times 10^{16}$ m.

Principio di equivalenza
In una regione piccola e per un tempo breve nessun esperimento distingue un campo gravitazionale uniforme da un sistema di riferimento accelerato (Einstein, 1907).

Quantità di moto relativistica
$\boldsymbol{p} = \gamma m\boldsymbol{v}$: la quantità di moto che si conserva in tutti i sistemi inerziali; per $v \ll c$ si riduce a $m\boldsymbol{v}$.

Radiazione cosmica di fondo
Radiazione di microonde che arriva uniformemente da tutte le direzioni, residuo dell'universo giovane (circa 2,7 K); scoperta da Penzias e Wilson nel 1965.

Raggio di Schwarzschild
$R_S = 2GM/c^2$: raggio dell'orizzonte degli eventi di un buco nero di massa M; circa 3 km per il Sole.

Relatività generale
Teoria della gravitazione di Einstein (1915): massa ed energia curvano lo spaziotempo, e i corpi liberi seguono geodetiche.

Spostamento verso il rosso
Aumento relativo della lunghezza d'onda della luce ricevuta, $z = \Delta\lambda/\lambda_0$; per le galassie lontane è dovuto all'espansione dello spazio.

Soluzioni

1. B. $E_0 = mc^2$: un corpo ha energia anche da fermo.

2. D. L'impulso $F\Delta t$ fa crescere $p = \gamma mv$ senza limite, ma γ cresce senza limite vicino a c, quindi la velocità resta minore di c.

3. A. È l'enunciato del principio di equivalenza; due palline di massa diversa cadono con la stessa accelerazione in entrambe le cabine.

4. C. La diffrazione è un fenomeno ondulatorio (Fisica 4, capitolo 16) e non riguarda la gravità; le altre tre sono previsioni confermate della relatività generale.

5. A. $R_S = 2GM/c^2$ dipende solo dalla massa, linearmente.

6. D. $v = H_0 d$.

7. C. È la radiazione emessa quando l'universo, circa 380 000 anni dopo il Big Bang, divenne trasparente, allungata dall'espansione fino alle microonde (circa 2,7 K).

8. V. L'energia liberata ΔE corrisponde a una diminuzione di massa $\Delta E/c^2$, troppo piccola per essere misurata (per 1 kg di metano circa 6×10^{-10} kg).

9. F. Differiscono di circa lo 0,8% (0,00504 contro 0,00500 in unità di mc^2).

10. F. Fuori dalla sfera occupata oggi dal Sole il campo gravitazionale dipende solo dalla massa, che resterebbe la stessa: l'orbita della Terra non cambierebbe (ma la Terra non riceverebbe più luce).

11. V. È lo spostamento verso il rosso cosmologico: la lunghezza d'onda si allunga con lo spazio; per le galassie vicine coincide con quello previsto dall'effetto Doppler.

12. $E_0 = m_p c^2 = 1{,}67 \times 10^{-27}$ kg $\cdot$ $(3{,}00 \times 10^8$ m/s$)^2 \approx 1{,}50 \times 10^{-10}$ J; diviso per $1{,}60 \times 10^{-13}$ J/MeV dà $\approx$ 939 MeV (il valore preciso è 938,3 MeV: la differenza viene dall'arrotondamento delle costanti).

13. 1,25; $(1{,}25 - 1) \cdot 0{,}511$ MeV $\approx 0{,}128$ MeV; $\frac{1}{2} \cdot 0{,}6^2 \cdot 0{,}511$ MeV $\approx 0{,}0920$ MeV.

14. $\gamma = 1/\sqrt{(1 - 0{,}99^2)} \approx 7{,}09$; $E = \gamma mc^2 \approx 7{,}09 \cdot 106$ MeV ≈ 751 MeV; $K = E - mc^2 \approx 645$ MeV; $pc = \gamma mc^2(v/c) \approx 751$ MeV $\cdot\, 0{,}99 \approx 744$ MeV. Controllo: $744^2 + 106^2 \approx 751^2$.

15. $E = Pt = 1{,}0 \times 10^9$ W $\cdot\, 3{,}16 \times 10^7$ s $\approx 3{,}2 \times 10^{16}$ J; $\Delta m = E/c^2 = 3{,}2 \times 10^{16}$ J / $9{,}00 \times 10^{16}$ m^2/s$^2 \approx 0{,}35$ kg.

16. $R_S = 2 \cdot 6{,}67 \times 10^{-11} \cdot 1{,}90 \times 10^{27} / (3{,}00 \times 10^8)^2$ m $\approx$ 2,8 m, circa 25 milioni di volte meno del raggio di Giove.

17. a) Relativistica circa 0,67, classica circa 0,32 (più del doppio). b) $K = mc^2$ quando $\gamma - 1 = 1$, cioè $\gamma = 2$: sul grafico la curva viola incontra il valore 1 a $v/c \approx 0{,}87$. Verifica: $v/c = \sqrt{(1 - 1/4)} \approx 0{,}866$.

18. $v = 70$ km/s/Mpc $\cdot$ 200 Mpc $= 1{,}4 \times 10^4$ km/s; $z = 1{,}4 \times 10^4 / 3{,}00 \times 10^5 \approx 0{,}047$; $\lambda = \lambda_0(1 + z) \approx 656{,}3$ nm $\cdot$ $1{,}047 \approx 687$ nm, ancora rossa ma spostata di circa 31 nm.

19. a) $K = e\Delta V = 50$ keV; $\gamma = 1 + 50/511 \approx 1{,}098$. b) Relativistica: $v/c = \sqrt{(1 - 1/1{,}098^2)} \approx 0{,}413$, $v \approx 1{,}24 \times 10^8$ m/s. Classica: $v = \sqrt{(2K/m)} = \sqrt{(2 \cdot 50 \times 10^3 \cdot 1{,}60 \times 10^{-19}}$ J / $9{,}11 \times 10^{-31}$ kg) $\approx 1{,}33 \times 10^8$ m/s. c) La formula classica sovrastima la velocità di circa il 7%: a 50 keV, un decimo dell'energia a riposo, gli effetti relativistici non sono più trascurabili.

20. a) $P = I \cdot 4\pi r^2 = 1361$ W/m$^2 \cdot 4\pi \cdot (1{,}50 \times 10^{11}$ m$)^2 \approx 3{,}85 \times 10^{26}$ W. b) $\Delta m/\Delta t = P/c^2 \approx 3{,}85 \times 10^{26} / 9{,}00 \times 10^{16}$ kg/s $\approx 4{,}3 \times 10^9$ kg/s; in un anno $4{,}3 \times 10^9$ kg/s $\cdot\, 3{,}16 \times 10^7$ s $\approx 1{,}35 \times 10^{17}$ kg. c) $1{,}35 \times 10^{17} / 1{,}99 \times 10^{30} \approx 7 \times 10^{-14}$ all'anno: una frazione minima.

21. a) $M = 6{,}5 \times 10^9 \cdot 1{,}99 \times 10^{30}$ kg $\approx 1{,}29 \times 10^{40}$ kg; $R_S = 2GM/c^2 \approx 1{,}9 \times 10^{13}$ m ≈ 128 UA. b) Circa 4 volte il raggio dell'orbita di Nettuno: l'orizzonte conterrebbe tutto il sistema solare dei pianeti. c) $t = 2R_S/c \approx 3{,}8 \times 10^{13}$ m / $3{,}00 \times 10^8$ m/s $\approx 1{,}3 \times 10^5$ s, circa un giorno e mezzo.

22. a) $d = c\Delta t = 3{,}00 \times 10^8$ m/s · 38×10^{-6} s ≈ $1{,}1 \times 10^4$ m = 11 km. b) In un'ora l'anticipo è 38 μs/24 ≈ 1,6 μs, cioè circa 480 m. c) La relatività ristretta fa ritardare gli orologi in moto (circa 7 μs al giorno); la relatività generale fa andare più veloci gli orologi più in alto nel campo gravitazionale (circa 45 μs al giorno); prevale il secondo effetto.

23. a) Ciascun fotone porta l'energia a riposo di una particella: 0,511 MeV = $0{,}511 \times 1{,}60 \times 10^{-13}$ J ≈ $8{,}18 \times 10^{-14}$ J. b) All'inizio la quantità di moto totale è nulla e deve restarlo: un fotone solo avrebbe quantità di moto diversa da zero, quindi ne servono due, uguali e opposti. $p = E/c = 8{,}18 \times 10^{-14}$ J / $3{,}00 \times 10^8$ m/s ≈ $2{,}73 \times 10^{-22}$ kg·m/s. c) $2{,}4 \times 10^{-3}$ nm è sotto 0,01 nm: sono raggi gamma.

24. Traccia di risposta. La teoria afferma che la massa di un corpo cambia di $\Delta E/c^2$ quando la sua energia cambia di ΔE. I sali di radio, scoperti dai Curie nel 1898, emettono continuamente energia per radioattività, in quantità enormi rispetto a ogni reazione chimica: lì la variazione di massa poteva sperare di essere misurabile. Scaldando un corpo la variazione è troppo piccola: 1 kg d'acqua scaldato di 10 °C riceve circa 4×10^4 J e acquista $4 \times 10^4/9 \times 10^{16} \approx 5 \times 10^{-13}$ kg. La conferma piena venne dalla fisica nucleare (capitolo 14), confrontando le masse dei nuclei con l'energia delle reazioni.

25. Traccia di risposta. Newton sospettava che la luce, per lui fatta di corpuscoli, fosse deviata dai corpi materiali, tanto più quanto più vi passa vicino. La relatività generale concorda sul fatto qualitativo: la luce che passa vicino a una massa si incurva, di più quanto più è vicina. Ne differisce nella causa (non una forza sui corpuscoli, ma la curvatura dello spaziotempo) e nel valore: la deviazione al bordo del Sole è 1,75″, il doppio di quanto si ottiene trattando la luce come proiettili newtoniani. Fu verificato con le eclissi a partire dal 1919 e poi con i radiotelescopi; oggi le lenti gravitazionali sono osservate di routine.

26. Traccia di risposta. La legge di Hubble vale per qualunque osservatore: da ogni galassia si vedrebbero le altre allontanarsi con velocità proporzionale alla distanza, come i puntini su un palloncino che si gonfia, nessuno dei quali è al centro della superficie. Il Big Bang non è un'esplosione in un punto dello spazio, ma la dilatazione di tutto lo spazio. Limite dell'analogia: lo spazio corrisponde alla sola superficie del palloncino; il suo centro, dentro la gomma, non fa parte dello «spazio» e non corrisponde a nulla.

27. Traccia di risposta. a) La deviazione della luce delle stelle nel campo gravitazionale del Sole; le stelle vicine al Sole si possono fotografare solo quando la luce solare è oscurata dalla Luna. b) Il principio di equivalenza: in un sistema accelerato la luce si incurva, quindi anche in un campo gravitazionale; la relatività generale prevede 1,75″ al bordo del Sole, il doppio del valore newtoniano, perciò lo spostamento misurato permetteva di scegliere. c) Le spedizioni furono britanniche e verificarono la teoria di uno scienziato che lavorava a Berlino, pochi mesi dopo la fine della prima guerra mondiale, mentre le società scientifiche dei paesi vincitori escludevano i colleghi tedeschi; l'annuncio del novembre 1919 rese Einstein famoso in tutto il mondo. Errore tipico da evitare: dire che Einstein ricevette il Nobel per la relatività.

28. Risposta modello. Il principio di equivalenza, formulato da Einstein nel 1907, afferma che in una regione piccola e per un tempo breve nessun esperimento può distinguere un campo gravitazionale uniforme da un sistema di riferimento accelerato. Nasce da un esperimento ideale: in una cabina chiusa ferma sulla Terra gli oggetti cadono con accelerazione g; in una cabina nello spazio, accelerata da un razzo con accelerazione g, accade esattamente lo stesso, perché il pavimento va incontro agli oggetti lasciati liberi. Viceversa una cabina in caduta libera equivale a una cabina senza peso. Il principio si fonda sull'uguaglianza fra massa inerziale e massa gravitazionale, per cui tutti i corpi cadono allo stesso modo. Prima conseguenza: nella cabina accelerata un raggio di luce si incurva, quindi la luce è deviata dalla gravità; lo confermò l'eclissi del 1919 (1,75″ al bordo del Sole). Seconda conseguenza: gli orologi più in basso in un campo gravitazionale vanno più lentamente; l'effetto si misura con gli orologi atomici e si corregge nel GPS. Il principio

vale solo localmente: su regioni grandi le forze di marea rivelano la presenza di una massa.

29. a) $E = mc^2 = 3 \cdot 1{,}99 \times 10^{30}\ \text{kg} \cdot 9{,}00 \times 10^{16}\ \text{m}^2/\text{s}^2 \approx 5{,}4 \times 10^{47}$ J. b) $t = E/P = 5{,}4 \times 10^{47}\ \text{J} / 3{,}8 \times 10^{26}\ \text{W} \approx 1{,}4 \times 10^{21}\ \text{s} \approx 4{,}5 \times 10^{13}$ anni, migliaia di volte l'età dell'universo. Commento: è un'energia enorme, emessa in una frazione di secondo; ma l'energia si distribuì su sfere di raggio più di un miliardo di anni luce, e lo spaziotempo è estremamente «rigido»: anche onde così energetiche producono deformazioni minuscole, dell'ordine di una parte su 10^{21}. Per questo servono interferometri lunghi chilometri e isolati da ogni vibrazione.