CAPITOLO

7

La forza di Lorentz e il magnetismo nella materia

Una forza che non cambia mai la velocità, ma soltanto la direzione: è bastata per accendere le aurore, pesare gli atomi e scoprire l'elettrone.

OBIETTIVI

1. Scrivere e applicare la forza di Lorentz su una carica in moto, determinandone direzione e verso, e spiegare perché non compie lavoro.
2. Descrivere il moto di una carica in un campo magnetico uniforme e calcolare raggio, periodo e frequenza di ciclotrone; riconoscere il moto elicoidale.
3. Spiegare con la forza di Lorentz le aurore, le fasce di Van Allen e lo scudo magnetico della Terra.
4. Descrivere il funzionamento del selettore di velocità, dello spettrometro di massa, del ciclotrone e dell'effetto Hall, e ricostruire l'esperimento di Thomson del 1897.
5. Spiegare perché le linee del campo magnetico sono chiuse e come l'ipotesi di Ampère riconduce il magnetismo della materia a cariche in moto.
6. Classificare i materiali in diamagnetici, paramagnetici e ferromagnetici, e interpretare domini, temperatura di Curie e ciclo di isteresi.

INDICE DEL CAPITOLO

7.1 La forza di Lorentz 2

7.2 Il moto di una carica in un campo magnetico uniforme 4

7.3 Campi incrociati: misurare velocità, masse e cariche 8

7.4 Il campo magnetico non ha sorgenti puntiformi 16

7.5 Il magnetismo nella materia 17

Fisica 5 · Parte III · Il magnetismo · versione 1.0
Capitolo 7: La forza di Lorentz e il magnetismo nella materia · pagine 193–218 del volume completo · estratto per lo studio

Nelle notti limpide dell'inverno artico il cielo si accende di tende di luce verde e rossa: le aurore polari. Nei vecchi televisori un fascio di elettroni, guidato da campi magnetici, dipingeva l'immagine riga per riga su uno schermo fluorescente; nei grandi acceleratori, come quello del CERN di Ginevra, magneti enormi costringono i protoni a correre in cerchio per kilometri. In tutti questi casi c'è una carica in moto e un campo magnetico che la devia.

Nel capitolo 6 hai visto che un campo magnetico esercita una forza su un filo percorso da corrente. Ma una corrente è fatta di cariche in movimento: la forza sul filo deve essere, in realtà, la somma delle forze sulle singole cariche. In questo capitolo scriverai questa forza, scoprirai che non cambia mai il modulo della velocità di una particella ma solo la sua direzione, e la userai per «pesare» gli atomi, scoprire l'elettrone e capire da dove nasce il magnetismo della materia.

7.1 La forza di Lorentz

DA RICORDARE

Dal capitolo 6: la forza su un filo e il prodotto vettoriale

Un tratto rettilineo di filo di lunghezza L, percorso dalla corrente I in un campo magnetico uniforme $\boldsymbol{B}$, subisce la forza $\boldsymbol{F} = I\,\boldsymbol{L} \times \boldsymbol{B}$, di modulo $F = I\,L\,B\,\text{sen}\,\theta$, dove θ è l'angolo fra il filo (orientato nel verso della corrente) e il campo. La forza è perpendicolare sia al filo sia al campo; il suo verso si trova con la **regola della mano destra** del prodotto vettoriale: piegando le dita della mano destra dal primo vettore verso il secondo, il pollice indica il verso del prodotto. È nulla se il filo è parallelo alle linee di campo ed è massima se è perpendicolare. Da questa forza si definisce l'unità del campo magnetico, il tesla: 1 T = 1 N/(A·m).

7.1.1 Dalla forza sul filo alla forza sulla singola carica

Considera un tratto di filo di lunghezza L e supponi, per semplicità, che le cariche mobili al suo interno, in tutto una carica Q, si muovano tutte con la stessa velocità v nel verso della corrente. Ciascuna impiega un tempo $\Delta t = L/v$ a percorrere il tratto; in questo tempo tutta la carica Q passa attraverso la sezione finale, quindi la corrente è $I = Q/\Delta t = Q\,v/L$. Sostituendo nella forza sul filo:

$$F = I\,L\,B\,\text{sen}\,\theta = \frac{Q\,v}{L}\cdot L\,B\,\text{sen}\,\theta = Q\,v\,B\,\text{sen}\,\theta$$

La lunghezza del filo è sparita: la forza dipende soltanto dalla carica, dalla sua velocità e dal campo. Il campo magnetico agisce dunque su *ogni* carica in moto, anche su un elettrone che vola nel vuoto, e l'esperienza lo conferma. La forza che un campo magnetico $\boldsymbol{B}$ esercita su una carica puntiforme q che si muove con velocità $\boldsymbol{v}$ si chiama **forza di Lorentz**, dal fisico olandese Hendrik Antoon Lorentz, che alla fine dell'Ottocento ne fece uno dei pilastri della sua teoria degli elettroni:

$$\boldsymbol{F} = q\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B} \quad F = |q|\, v\, B \operatorname{sen} \theta$$

Qui θ è l'angolo fra $\boldsymbol{v}$ e $\boldsymbol{B}$. Controlliamo le unità: C · (m/s) · T = C · (m/s) · N/(A·m) = N · (C/s)/A = N, perché 1 A = 1 C/s. La forza di Lorentz ha tre caratteristiche, tutte diverse da quelle della forza elettrica del capitolo 2:

- agisce solo sulle cariche **in moto**: una carica ferma in un campo magnetico non subisce alcuna forza magnetica ($v = 0$);
- dipende dalla **direzione** del moto: è nulla se la carica si muove parallelamente alle linee di campo ($\theta = 0°$ o $180°$) ed è massima, $|q|vB$, se si muove perpendicolarmente ($\theta = 90°$);
- è sempre **perpendicolare** sia alla velocità sia al campo. Per una carica positiva il verso è quello di $\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B}$, dato dalla regola della mano destra; per una carica negativa, come l'elettrone, è il verso **opposto**.

Se nella stessa regione sono presenti un campo elettrico $\boldsymbol{E}$ e un campo magnetico $\boldsymbol{B}$, la forza totale sulla carica è la somma vettoriale delle due, $\boldsymbol{F} = q\boldsymbol{E} + q\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B}$; alcuni testi chiamano «forza di Lorentz» proprio questa somma. In questo libro il nome indica la sola parte magnetica.

Che ordini di grandezza ci aspettiamo? Un elettrone che si muove a $1{,}0 \times 10^7$ m/s perpendicolarmente al campo magnetico terrestre, circa 5×10^{-5} T, subisce una forza $F = 1{,}60 \times 10^{-19}$ C $\times$ $1{,}0 \times 10^7$ m/s $\times$ 5×10^{-5} T $\approx 8 \times 10^{-17}$ N. Sembra minuscola, ma il peso dell'elettrone, $m_e g \approx 9 \times 10^{-30}$ N, è circa diecimila miliardi di volte più piccolo: per le particelle cariche la gravità è del tutto trascurabile, e il campo magnetico, anche debole come quello della Terra, conta moltissimo.

7.1.2 Una forza che non compie lavoro

La proprietà più importante della forza di Lorentz è la terza: la forza è sempre perpendicolare alla velocità, quindi in ogni istante è perpendicolare allo spostamento. Ricorda che il lavoro di una forza costante su uno spostamento s è $W = F\, s \cos \alpha$ (*Fisica 3*, capitolo 15): con $\alpha = 90°$ il lavoro è nullo, e questo vale per ogni piccolo tratto della traiettoria. Per il teorema dell'energia cinetica (*Fisica 3*, capitolo 16), se il lavoro totale è nullo l'energia cinetica non cambia. Dunque:

la forza magnetica su una carica in moto non compie lavoro: non può cambiare il modulo della velocità della carica, ma solo la sua direzione.

Il campo elettrico si comporta in modo opposto: una carica che attraversa una differenza di potenziale guadagna o perde energia cinetica (capitolo 3). Per questo negli acceleratori di particelle i due campi hanno ruoli distinti: il campo elettrico *accelera*, il campo magnetico *curva*.

ERRORE FREQUENTE

«Il campo magnetico accelera la particella»

«Un protone entra in un campo magnetico intenso: ne esce più veloce.» No. La forza di Lorentz è perpendicolare alla velocità e non compie lavoro: il protone esce con la *stessa* velocità in modulo, anche se in un'altra direzione. Attenzione però alla parola «accelerazione»: il protone *è* accelerato, nel senso della fisica, perché la sua velocità cambia direzione (è l'accelerazione centripeta del moto circolare), ma non cambia il modulo della velocità, e quindi nemmeno l'energia cinetica. Per aumentare l'energia di una particella carica serve un campo elettrico.

Un secondo errore riguarda il segno: la regola della mano destra dà il verso della forza su una carica **positiva**. Per un elettrone il verso va invertito.

7.2 Il moto di una carica in un campo magnetico uniforme

7.2.1 Velocità perpendicolare al campo: il moto circolare

Una particella di massa m e carica q entra con velocità $\boldsymbol{v}$ in una regione dove il campo magnetico $\boldsymbol{B}$ è uniforme e perpendicolare a $\boldsymbol{v}$. La forza di Lorentz ha modulo costante, $|q|vB$, perché v non cambia; ed è sempre perpendicolare alla velocità, quindi piega la traiettoria senza mai accelerare o frenare la particella. È esattamente la situazione del moto circolare uniforme: una forza di modulo costante, sempre diretta verso il centro.

DA RICORDARE

Dal volume del terzo anno: il moto circolare uniforme

Un corpo che percorre una circonferenza di raggio r con velocità di modulo costante v ha un'accelerazione centripeta, diretta verso il centro, di modulo $a_c = v^2/r$; il periodo, il tempo di un giro, è $T = 2\pi r/v$ (*Fisica 3*, capitolo 12). Per il secondo principio serve una forza risultante verso il centro di modulo $F = m\,v^2/r$, la forza centripeta (*Fisica 3*, capitolo 14). Non è una forza «in più»: è il ruolo che svolge una forza già presente, la tensione di una fune, la gravità per un satellite (*Fisica 4*, capitolo 5) e qui la forza di Lorentz.

Uguagliando la forza di Lorentz alla forza centripeta, $|q|vB = m\,v^2/r$, si ricava il raggio della traiettoria:

$$r = \frac{m\,v}{|q|\,B}$$

Il raggio è direttamente proporzionale a $m\,v$, cioè alla quantità di moto della particella (*Fisica 4*, capitolo 1), e inversamente proporzionale alla carica e al campo: una particella pesante e velo-

ce si lascia piegare poco, un campo intenso la piega molto. Il tempo che la particella impiega a compiere un giro è

$$T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi m}{|q|\,B}$$

Il risultato è sorprendente: **il periodo non dipende dalla velocità**. Una particella più veloce percorre una circonferenza più grande, ma in proporzione, e impiega lo stesso tempo di una più lenta. Il numero di giri al secondo, $f = 1/T = |q|B/(2\pi m)$, si chiama **frequenza di ciclotrone**: dipende solo dal rapporto fra carica e massa della particella e dal campo. Su questa proprietà si basano il ciclotrone, che incontrerai fra poco, e, come vedrai, molte misure di massa.

Il verso di rotazione dipende dal segno della carica. Con il campo entrante nel foglio, un protone gira in senso antiorario e un elettrone in senso orario (Figura 7.1). È così che, nelle fotografie delle tracce lasciate dalle particelle nei rivelatori, si distinguono a colpo d'occhio le cariche positive da quelle negative.

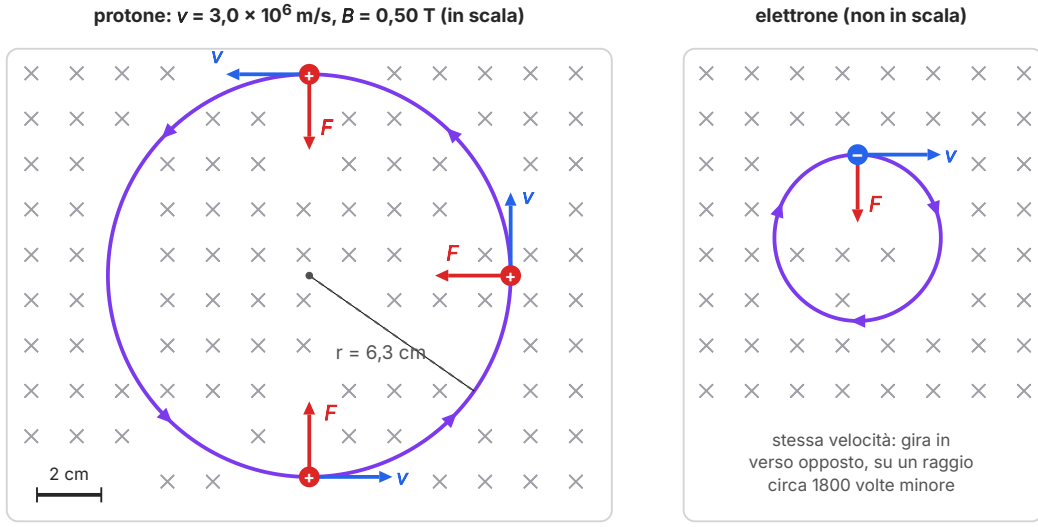


Figura 7.1 La traiettoria di un protone con velocità 3,0 × 10⁶ m/s, perpendicolare a un campo magnetico uniforme di 0,50 T entrante nel foglio (×), disegnata in scala: è una circonferenza di raggio 6,3 cm, percorsa in senso antiorario. In tre punti sono indicate la velocità v (blu), tangente alla traiettoria, e la forza di Lorentz F (rosso), diretta verso il centro. A destra, non in scala: un elettrone con la stessa velocità gira in senso orario su una circonferenza di raggio circa 1800 volte minore (34 μm).

ESEMPIO SVOLTO

Un protone e un elettrone nello stesso campo

Problema. Un protone entra con velocità $v = 3{,}0 \times 10^6$ m/s, perpendicolare alle linee di un campo magnetico uniforme $B = 0{,}50$ T. a) Quanto vale la forza di Lorentz? Confrontala con il peso del protone. b) Calcola il raggio della traiettoria e il periodo del moto. c) Che cosa cambia per un elettrone con la stessa velocità?

Soluzione. a) Con $\theta = 90°$: $F = evB = 1{,}60 \times 10^{-19}\ \text{C} \times 3{,}0 \times 10^6\ \text{m/s} \times 0{,}50\ \text{T} = 2{,}4 \times 10^{-13}$ N. Il peso è $m_p g = 1{,}67 \times 10^{-27}\ \text{kg} \times 9{,}8\ \text{m/s}^2 \approx 1{,}6 \times 10^{-26}$ N, circa 10^{13} volte più piccolo: trascurabile. b) $r = m_p v/(eB) = (1{,}67 \times 10^{-27}\ \text{kg} \times 3{,}0 \times 10^6\ \text{m/s})/(1{,}60 \times 10^{-19}\ \text{C} \times 0{,}50\ \text{T}) \approx 6{,}3 \times 10^{-2}$ m $= 6{,}3$ cm; $T = 2\pi m_p/(eB) = 2\pi \times 1{,}67 \times 10^{-27}\ \text{kg}/(1{,}60 \times 10^{-19}\ \text{C} \times 0{,}50\ \text{T}) \approx 1{,}3 \times 10^{-7}$ s: il protone compie quasi otto milioni di giri al secondo ($f \approx 7{,}6$ MHz). c) La carica ha lo stesso modulo, quindi la forza ha lo stesso modulo, $2{,}4 \times 10^{-13}$ N, ma verso opposto: l'elettrone gira nel verso contrario. La sua massa è circa 1830 volte minore: il raggio è $r = 9{,}11 \times 10^{-31}\ \text{kg} \times 3{,}0 \times 10^6\ \text{m/s}/(1{,}60 \times 10^{-19}\ \text{C} \times 0{,}50\ \text{T}) \approx 3{,}4 \times 10^{-5}$ m $= 34\ \mu$m, e anche il periodo è circa 1830 volte minore, $7{,}2 \times 10^{-11}$ s.

Controllo. Le unità: $\text{kg} \cdot (\text{m/s})/(\text{C} \cdot \text{T}) = \text{kg} \cdot \text{m/s}/(\text{C} \cdot \text{N/(A·m)}) = \text{kg} \cdot \text{m}^2/(\text{s} \cdot \text{N} \cdot \text{s}) = \text{m}$, perché 1 N = 1 kg·m/s^2 e 1 A = 1 C/s. La forza ha lo stesso modulo per le due particelle, ma la stessa forza «piega» molto di più la particella con massa minore.

7.2.2 Velocità obliqua: il moto elicoidale

Se la velocità forma con il campo un angolo θ qualsiasi, conviene scomporla in due componenti: una parallela al campo, $v_\parallel = v \cos\theta$, e una perpendicolare, $v_\perp = v \operatorname{sen}\theta$. La forza di Lorentz dipende solo dalla componente perpendicolare (il prodotto vettoriale di due vettori paralleli è nullo), e agisce in un piano perpendicolare al campo. Lungo il campo, quindi, non c'è forza: $v_\parallel$ resta costante. Nel piano perpendicolare la particella gira in cerchio, con raggio $r = m\,v_\perp/(|q|B)$ e lo stesso periodo T di prima. La combinazione dei due moti è un'elica avvolta intorno alle linee di campo: il **moto elicoidale** (Figura 7.2, a). In un periodo la particella avanza lungo il campo di un tratto $v_\parallel T$, il passo dell'elica.

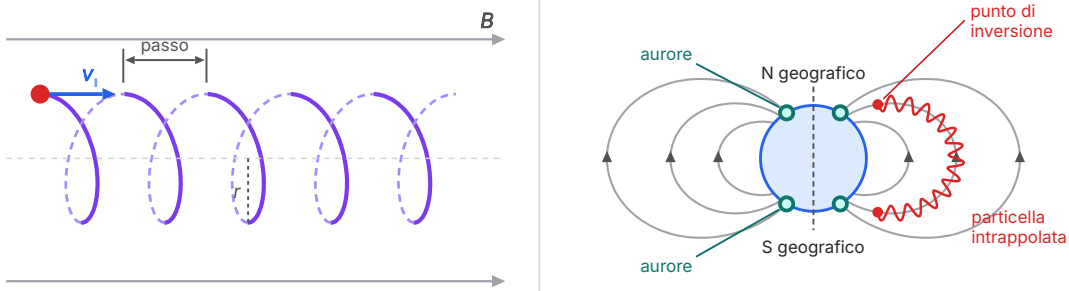
Una particella carica, dunque, non si allontana liberamente dalle linee di campo: vi scorre lungo, avvolgendosi intorno ad esse come intorno a un binario.

7.2.3 Lo scudo magnetico della Terra

Lo spazio intorno alla Terra è attraversato di continuo da particelle cariche: il vento solare, un flusso di protoni ed elettroni che il Sole emette in tutte le direzioni, e i raggi cosmici, particelle molto più energetiche che arrivano dalla Galassia. Il campo magnetico terrestre le devia: la regione in cui è il campo della Terra a guidare il moto delle particelle cariche si chiama **magnetosfera**. Molte particelle vengono deviate e aggirano il pianeta; altre restano intrappolate e scorrono a elica lungo le linee di campo, avanti e indietro fra i due emisferi. Avvicinandosi ai poli,

infatti, le linee di campo si addensano e il campo diventa più intenso, e questo respinge la particella verso la zona equatoriale, dove la sua elica si allarga di nuovo: rimbalza fra due punti di inversione (Figura 7.2, b).

Queste particelle intrappolate formano intorno alla Terra due grandi ciambelle, a migliaia di kilometri di quota, chiamate **fasce di Van Allen**: le rivelò nel 1958 il contatore Geiger, preparato dal gruppo del fisico James Van Allen, a bordo del primo satellite statunitense, Explorer 1. Sono una zona di radiazione intensa, che satelliti e astronauti devono attraversare in fretta o evitare.



a) velocità obliqua rispetto a *B*: moto elicoidale
(tratto chiaro: la parte dietro il foglio)

b) il campo terrestre (schema, non in scala)
fuori dalla Terra le linee vanno verso il Nord geografico

Figura 7.2 a) Una particella carica con velocità obliqua rispetto al campo descrive un'elica intorno alle linee di campo: la componente $v_\parallel$, parallela a $\boldsymbol{B}$, resta costante; la componente perpendicolare produce il moto circolare di raggio r. Curva calcolata e disegnata in prospettiva. b) Le linee del campo magnetico terrestre (schema di un campo di dipolo, non in scala): all'esterno della Terra sono dirette verso il Nord geografico, vicino al quale si trova il polo sud del «magnete Terra» (capitolo 6). Una particella intrappolata scorre a elica lungo una linea e rimbalza fra due punti di inversione; dove le linee più esterne raggiungono l'atmosfera, intorno ai poli, si formano le aurore.

Vicino ai poli, però, le linee di campo scendono quasi verticali verso il suolo, e le particelle che le seguono possono raggiungere l'alta atmosfera. Lì, per lo più oltre i 100 km di quota, urtano gli atomi di ossigeno e le molecole di azoto, li eccitano, e questi riemettono energia sotto forma di luce: è l'**aurora polare**, boreale nell'emisfero nord, australe nell'emisfero sud. Il verde, il colore più comune, e il rosso, che compare alle quote più alte, sono emessi dall'ossigeno atomico; le sfumature blu e viola dall'azoto. Le aurore si vedono di solito in una fascia intorno a ciascun polo magnetico, l'ovale aurorale, che passa sopra la Scandinavia settentrionale, l'Islanda, il Canada e l'Alaska.

COLLEGAMENTI

Scienze naturali e Storia: le tempeste magnetiche

Quando il Sole espelle in poco tempo grandi quantità di particelle cariche, la magnetosfera ne viene scossa: è una tempesta magnetica. L'ovale aurorale si allarga verso l'equatore e le aurore diventano visibili a latitudini insolite. La più intensa mai documentata seguì un brillamento solare osservato il 1° settembre 1859 dall'astronomo inglese Richard Carrington: nelle ore seguenti le aurore furono viste fino ai tropici, e le linee telegrafiche, la grande rete di comunicazione dell'epoca, subirono guasti in Europa e in America.

Nella notte fra il 10 e l'11 maggio 2024 una forte tempesta magnetica rese visibili aurore in gran parte d'Italia. Oggi una tempesta come quella del 1859 metterebbe alla prova i satelliti, i sistemi di posizionamento e le reti elettriche: per questo l'attività del Sole è sorvegliata di continuo, e si parla di *meteorologia spaziale*. È un buon esempio di come un fenomeno naturale diventi una questione di sicurezza collettiva (Educazione civica).

7.3 Campi incrociati: misurare velocità, masse e cariche

Il raggio $r = mv/(|q|B)$ lega grandezze invisibili, la massa, la carica e la velocità di una particella, a una che si misura con un righello. Su questa idea nacquero gli strumenti che hanno permesso di scoprire l'elettrone, di distinguere gli isotopi e di accelerare particelle ad alta energia.

7.3.1 Il selettore di velocità

Fra due lastre metalliche cariche, una positiva e una negativa, c'è un campo elettrico uniforme $\boldsymbol{E}$ (capitolo 2). Se nella stessa regione si aggiunge un campo magnetico $\boldsymbol{B}$ perpendicolare a $\boldsymbol{E}$, una particella carica che entra perpendicolarmente a entrambi i campi subisce due forze: quella elettrica, $q\boldsymbol{E}$, che non dipende dalla velocità, e quella di Lorentz, di modulo $|q|vB$, che cresce con la velocità. Con i versi scelti come nella Figura 7.3 le due forze hanno la stessa direzione e versi opposti. Si fanno equilibrio quando $|q|E = |q|vB$, cioè per

$$v = \frac{E}{B}$$

Le particelle con questa velocità attraversano il dispositivo in linea retta e passano per una fenditura d'uscita; quelle più veloci sono deviate dal lato in cui spinge la forza magnetica, quelle più lente dal lato opposto, e vengono fermate. Il dispositivo si chiama **selettore di velocità**. La velocità selezionata non dipende né dalla massa né dalla carica: se la carica è negativa entrambe le forze cambiano verso, e l'equilibrio resta. Per esempio, con $E = 5{,}0 \times 10^3$ V/m e $B = 0{,}100$ T passano soltanto le particelle con $v = 5{,}0 \times 10^4$ m/s.

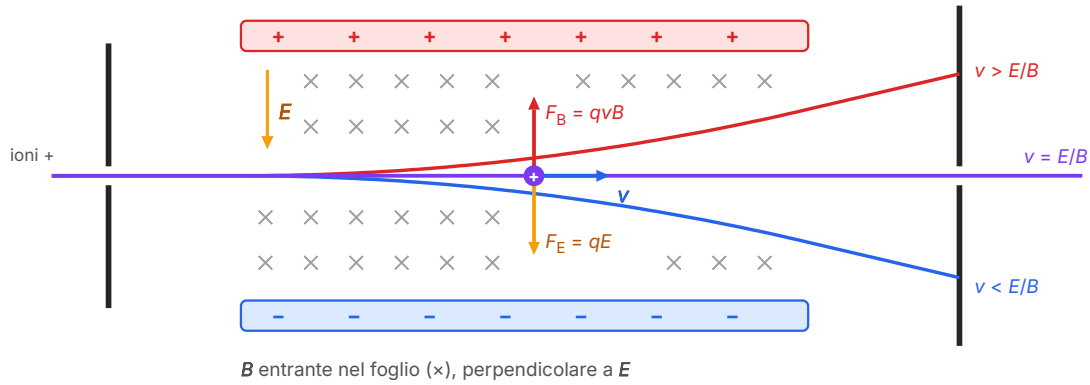


Figura 7.3 Un selettore di velocità. Fra le lastre il campo elettrico $\boldsymbol{E}$ è diretto dalla lastra positiva a quella negativa; il campo magnetico $\boldsymbol{B}$ è entrante nel foglio. Su uno ione positivo la forza elettrica qE spinge verso il basso, la forza di Lorentz qvB verso l'alto: si equilibrano solo per $v = E/B$, e soltanto gli ioni con quella velocità passano per la fenditura. Traiettorie calcolate; le deviazioni sono esagerate per chiarezza.

7.3.2 Lo spettrometro di massa

Facciamo ora entrare le particelle uscite da un selettore, tutte con la stessa velocità nota v, in una seconda regione dove c'è soltanto un campo magnetico uniforme B', perpendicolare alla velocità. Ogni particella descrive mezza circonferenza e va a colpire una lastra rivelatrice, posta sulla stessa linea del foro d'ingresso, a una distanza $d = 2r$ dal foro (Figura 7.4). Poiché $r = mv/(|q|B')$, particelle con la stessa carica e la stessa velocità ma masse diverse colpiscono la lastra in punti diversi, e dalla posizione del punto d'impatto si ricava la massa:

$$m = \frac{|q|\,B'\,r}{v} = \frac{|q|\,B'\,d}{2v}$$

È il principio dello **spettrometro di massa**: un apparecchio che separa gli ioni secondo il rapporto fra massa e carica. Per farlo funzionare bisogna prima ionizzare gli atomi o le molecole da analizzare, per esempio strappando loro un elettrone, e accelerarli con una differenza di potenziale (capitolo 3).

Lo spettrometro di massa ha dato la prova diretta che uno stesso elemento chimico può avere atomi di massa diversa: gli isotopi, atomi con lo stesso numero di protoni ma un diverso numero di neutroni, che studierai nel capitolo 14. Nel 1913 J. J. Thomson, analizzando ioni di neon con campi elettrici e magnetici, osservò due tracce distinte, corrispondenti a masse di circa 20 e 22 unità: il neon, un gas per nulla radioattivo, era una miscela di due isotopi, come confermò pochi anni dopo il suo collaboratore Francis Aston. Oggi gli spettrometri di massa

servono a identificare molecole, inquinanti e sostanze dopanti, e a datare i reperti (Scienze naturali).

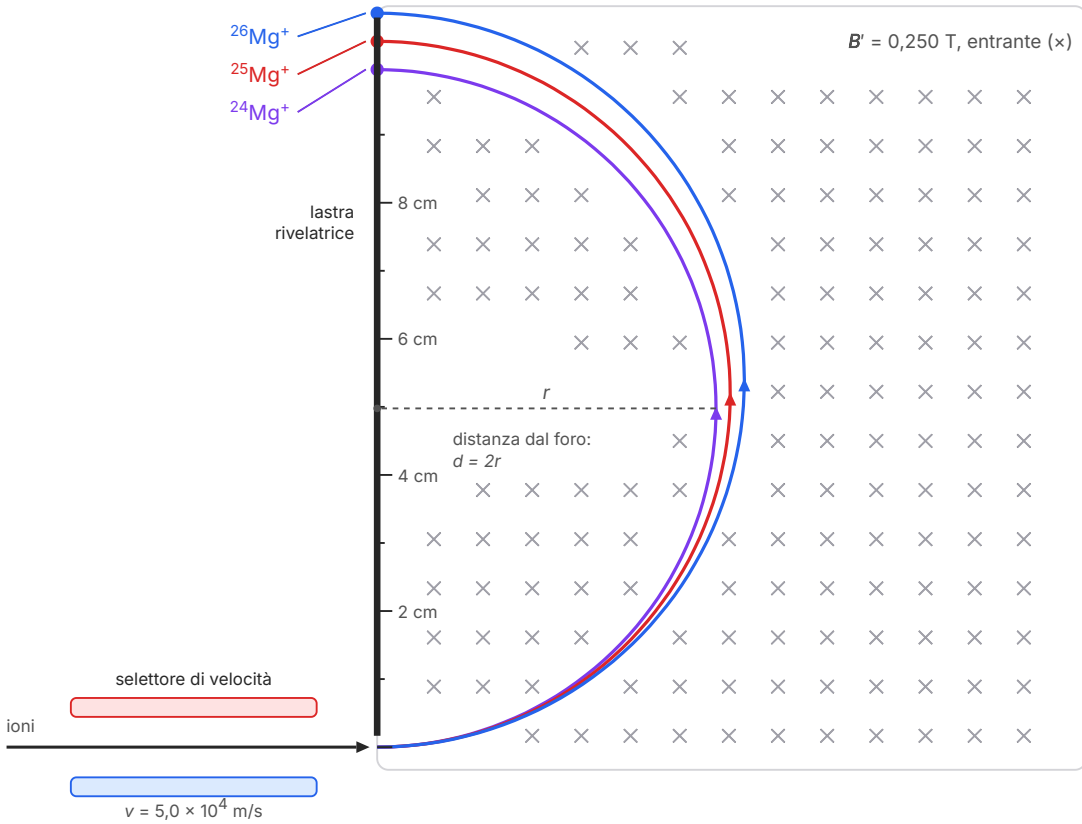


Figura 7.4 Uno spettrometro di massa, disegnato in scala per i dati dell'esempio svolto: ioni Mg^+ escono dal selettore con velocità $5{,}0 \times 10^4$ m/s ed entrano nel campo $B' = 0{,}250$ T. I tre isotopi del magnesio percorrono semicirconferenze di raggio diverso e colpiscono la lastra rivelatrice a distanze $d = 2r$ dal foro di ingresso di circa 9,96 cm, 10,37 cm e 10,78 cm. Le traiettorie sono calcolate con $r = mv/(eB')$.

ESEMPIO SVOLTO

Leggere i dati di uno spettrometro: gli isotopi del magnesio

Problema. Un campione di magnesio viene ionizzato (ioni Mg^{+}, carica $+e$) e analizzato con lo spettrometro della Figura 7.4: il selettore ha $E = 5{,}00 \times 10^{3}$ V/m e $B = 0{,}100$ T, il campo di deflessione è $B' = 0{,}250$ T. Sulla lastra compaiono tre righe; la Tabella 7.1 riporta la loro distanza dal foro di ingresso e la frazione di ioni che le ha prodotte. a) Quale velocità hanno gli ioni? b) Ricava la massa di ciascun isotopo, in kg e in unità di massa atomica ($1\ \text{u} = 1{,}660\ 54 \times 10^{-27}$ kg). c) Calcola la massa atomica media del magnesio e confrontala con il valore della tavola periodica, 24,31 u.

Tabella 7.1 Le tre righe prodotte da un campione di magnesio nello spettrometro della Figura 7.4. Incertezza sulle distanze ± 0,02 cm.

Riga	Distanza d dal foro (cm)	Frazione degli ioni (%)	Massa (10^{-26} kg)	Massa (u)
1	9,96	79,0	3,984	23,99
2	10,37	10,0	4,148	24,98
3	10,78	11,0	4,312	25,97

Soluzione. a) Dal selettore: $v = E/B = 5{,}00 \times 10^{3}\ \text{V/m} / 0{,}100\ \text{T} = 5{,}00 \times 10^{4}$ m/s. b) Per la prima riga: $m = eB'd/(2v) = 1{,}60 \times 10^{-19}\ \text{C} \times 0{,}250\ \text{T} \times 0{,}0996\ \text{m}/(2 \times 5{,}00 \times 10^{4}\ \text{m/s}) \approx 3{,}984 \times 10^{-26}$ kg; dividendo per $1{,}660\ 54 \times 10^{-27}$ kg si ottengono 23,99 u. Allo stesso modo per le altre due righe (ultime colonne della tabella): 24,98 u e 25,97 u. Sono i tre isotopi ^{24}Mg, ^{25}Mg e ^{26}Mg. c) La massa media è la media pesata con le frazioni: $(23{,}99 \times 79{,}0 + 24{,}98 \times 10{,}0 + 25{,}97 \times 11{,}0)/100 \approx 24{,}31$ u, in ottimo accordo con la tavola periodica.

Controllo. La distanza è proporzionale alla massa, quindi i rapporti fra le distanze devono essere uguali ai rapporti fra le masse: $10{,}37/9{,}96 \approx 1{,}041$ e $24{,}98/23{,}99 \approx 1{,}041$. Un'incertezza di 0,02 cm sulla distanza corrisponde a circa 0,05 u: basta per distinguere isotopi che differiscono di 1 u, e infatti la massa atomica «non intera» della tavola periodica nasce dalla miscela degli isotopi, non da atomi di massa frazionaria.

7.3.3 L'esperimento di Thomson e la scoperta dell'elettrone

Nella seconda metà dell'Ottocento si studiavano le scariche elettriche nei tubi di vetro quasi vuoti d'aria: applicando un'alta tensione fra catodo e anodo, dal catodo partiva qualcosa che faceva brillare il vetro di fronte, i **raggi catodici**. Che cosa fossero era discusso: per molti fisici tedeschi erano un fenomeno dell'etere, simile alla luce; in Inghilterra prevaleva l'idea di un flusso di particelle cariche.

Nel 1897, al Cavendish Laboratory di Cambridge, Joseph John Thomson chiuse la questione con un tubo come quello della Figura 7.5. I raggi erano deviati da un campo elettrico verso la la-

stra positiva, quindi avevano carica negativa; ed erano deviati anche da un campo magnetico, come previsto per cariche in moto. Thomson regolò i due campi, incrociati, in modo che le deviazioni si annullassero: in quella condizione, come nel selettore, la velocità dei raggi era $v = E/B$. Spegnendo poi uno dei due campi e misurando la deviazione prodotta dall'altro, ricavò il **rapporto carica/massa** e/m delle particelle. Con il solo campo magnetico, per esempio, il fascio descrive un arco di raggio $r = mv/(eB)$, da cui

$$\frac{e}{m} = \frac{v}{rB} = \frac{E}{rB^2}$$

I risultati di Thomson furono due. Il primo: il rapporto e/m era lo stesso qualunque fosse il gas rimasto nel tubo e qualunque fosse il metallo del catodo. Quelle particelle, dunque, erano un costituente comune a tutta la materia. Il secondo: il rapporto era enorme, più di mille volte maggiore di quello dello ione idrogeno, il più leggero degli ioni conosciuti nell'elettrolisi (capitolo 5). O la carica era molto grande, o la massa era molto piccola. Quando la carica elementare fu misurata con precisione (con l'esperimento di Millikan, fra il 1909 e il 1913), fu chiaro che la seconda era la risposta: la massa dell'elettrone è circa 1/1836 di quella del protone. Thomson chiamò le sue particelle «corpuscoli»; prevalse il nome di elettrone.

La scoperta aveva una portata che andava oltre la fisica: per la prima volta si trovava un pezzo dell'atomo. L'ἄτομος di Democrito, l'«indivisibile», aveva delle parti, e il problema diventava capire come fossero disposte; la risposta arriverà con Rutherford, nel capitolo 14.

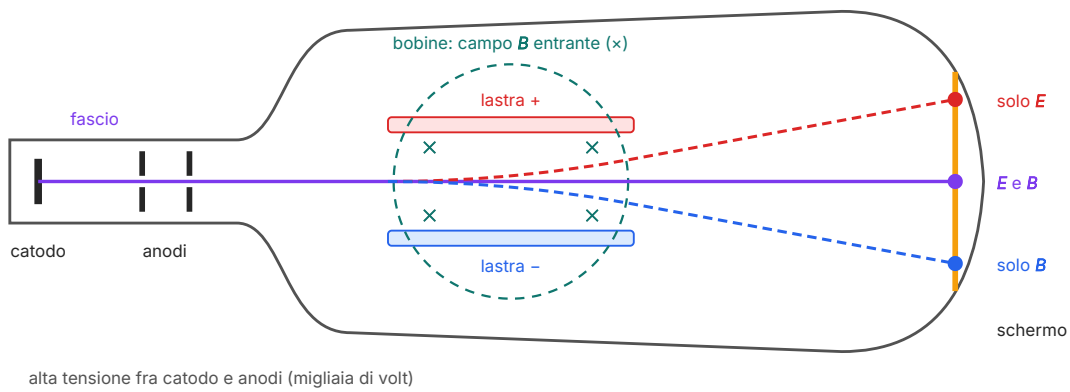


Figura 7.5 Il tubo di Thomson (schema). Gli elettroni emessi dal catodo sono accelerati verso gli anodi forati, che lasciano passare un fascio sottile. Fra le lastre il campo elettrico devia il fascio verso la lastra positiva; il campo magnetico delle bobine, entrante nel foglio, lo devia verso il basso. Con i due campi insieme, regolati in modo che le forze si equilibrino, il fascio procede dritto: allora $v = E/B$.

COLLEGAMENTI

In laboratorio: il rapporto e/m con il metodo di Thomson (laboratorio virtuale)

Materiali. Un tubo a raggi catodici dimostrativo, con un cannone elettronico, due lastre di deflessione parallele distanti 4,0 cm e uno schermo fluorescente quadrettato; due bobine, ai lati del tubo, che producono nella zona delle lastre un campo magnetico quasi uniforme; un generatore di alta tensione per il cannone e uno per le lastre; un generatore di corrente continua per le bobine; una sonda di Hall (capitolo 6) per misurare il campo. In molte scuole l'esperienza si svolge con un simulatore o con dati come quelli qui riportati.

Procedimento. 1) Il docente accende il cannone: sullo schermo compare la traccia del fascio. 2) Si applica la tensione ΔV alle lastre: il fascio si piega verso la lastra positiva. 3) Si accendono le bobine e se ne regola la corrente finché il fascio torna dritto; si misura il campo B con la sonda di Hall. In questa condizione $v = E/B$, con $E = \Delta V/d$. 4) Si spegne la tensione delle lastre senza toccare le bobine: il fascio descrive un arco di circonferenza, il cui raggio r si ricava dalla quadrettatura dello schermo. 5) Si ripete con cinque diverse tensioni del cannone, cioè con cinque velocità diverse.

Tabella 7.2 Dati del laboratorio virtuale (distanza fra le lastre d = 4,0 cm). Incertezze: ± 10 V su ΔV, ± 0,02 mT su B, ± 0,2 cm su r. Nelle ultime due colonne $v = E/B$ e $e/m = E/(rB^2)$, con l'incertezza ottenuta sommando le incertezze relative (quella di B contata due volte).

Prova	ΔV lastre (V)	E (10^4 V/m)	B (mT)	r (cm)	v (10^7 m/s)	e/m (10^{11} C/kg)
1	1010	2,53	1,10	11,4	2,30	1,83 ± 0,12
2	1330	3,33	1,25	12,2	2,66	1,74 ± 0,10
3	1660	4,15	1,40	12,4	2,96	1,71 ± 0,09
4	2010	5,03	1,55	11,7	3,24	1,79 ± 0,09
5	2390	5,98	1,70	11,3	3,51	1,83 ± 0,08

Che cosa concludere. I cinque valori di e/m sono compatibili fra loro, anche se la velocità cambia di oltre il 50%: il rapporto è una proprietà della particella, non del modo in cui la si accelera. La media è $1{,}78 \times 10^{11}$ C/kg, con una semidispersione di $0{,}06 \times 10^{11}$ C/kg: $e/m = (1{,}78 \pm 0{,}06) \times 10^{11}$ C/kg, compatibile con il valore accettato, $1{,}76 \times 10^{11}$ C/kg. Le velocità sono circa un decimo della velocità della luce: a questi valori la meccanica classica è ancora un'ottima approssimazione (capitolo 12).

Sicurezza. Il cannone elettronico e le lastre funzionano con tensioni di migliaia di volt: l'apparecchio è usato **solo dal docente**, come dimostrazione. Il tubo è sotto vuoto e non va urtato. Gli studenti raccolgono e analizzano i dati.

Per la relazione. Segui lo schema di *Fisica 3*, capitolo 4: calcolo di E, v ed e/m per ogni prova con l'incertezza propagata; media e semidispersione; confronto con il valore accettato. Discuti

gli errori sistematici: il campo delle bobine non è perfettamente uniforme e non coincide esattamente con la zona delle lastre; il raggio letto sullo schermo curvo è approssimato.

7.3.4 Il ciclotrone

L'indipendenza del periodo dalla velocità suggerì al fisico statunitense Ernest Lawrence, a Berkeley all'inizio degli anni Trenta, il **ciclotrone**. Una scatola metallica piatta e circolare è tagliata a metà lungo un diametro: due elettrodi cavi a forma di D, separati da una fessura, immersi in un campo magnetico uniforme perpendicolare al loro piano. Fra le D si applica una tensione che inverte il segno a intervalli regolari.

Un protone liberato vicino al centro è accelerato nella fessura ed entra in una D, dove il campo elettrico è nullo (capitolo 2): percorre mezza circonferenza sotto l'azione del solo campo magnetico. Quando torna alla fessura la tensione si è invertita, e viene accelerato di nuovo. Le semicirconferenze si allargano lungo una spirale, ma ognuna dura lo stesso tempo, $T/2$: basta una tensione alternata di frequenza fissa, uguale alla frequenza di ciclotrone. Arrivata al bordo, con raggio R, la particella esce con velocità $v = |q|BR/m$. Lawrence ricevette per questa invenzione il premio Nobel nel 1939. I ciclotroni sono usati ancora oggi negli ospedali, per produrre i nuclei radioattivi della diagnostica medica, come il fluoro-18 della PET, e per la terapia dei tumori con fasci di protoni.

Il ciclotrone ha però un limite: quando la velocità delle particelle si avvicina a quella della luce la formula del periodo smette di valere, e il sincronismo fra il moto e la tensione si perde. Il motivo è nella relatività ristretta (capitolo 12). I grandi acceleratori moderni, i sincrotroni, risolvono il problema facendo crescere il campo magnetico man mano che le particelle acquistano energia, così che percorrano sempre lo stesso anello.

APPROFONDIMENTO

L'LHC del CERN: magneti per curvare i protoni

Il più grande acceleratore di particelle del mondo, il *Large Hadron Collider* (LHC), si trova al CERN, il laboratorio europeo per la fisica delle particelle, vicino a Ginevra, a cavallo del confine fra Svizzera e Francia. È un anello lungo circa 27 km, scavato in media a un centinaio di metri sotto terra, in cui due fasci di protoni circolano in versi opposti e vengono fatti scontrare in alcuni punti, dove grandi rivelatori registrano le particelle prodotte negli urti. Nel 2012 due di questi rivelatori annunciarono la scoperta del bosone di Higgs, cercato per quasi cinquant'anni.

Il cuore della macchina è un'applicazione diretta di questo capitolo. I protoni sono accelerati da campi elettrici in pochi punti dell'anello; per tenerli in pista, lungo il resto del percorso, servono oltre mille grandi elettromagneti, i *dipoli*, che li curvano con la forza di Lorentz. Per curvare protoni così energetici su un raggio di pochi kilometri servono campi di circa 8 T, più di centomila volte il campo terrestre. Campi del genere, lungo chilometri di magneti, si ottengono in pratica solo con bobine **superconduttrici** (capitolo 4), che conducono correnti di migliaia di ampere senza dissipare energia: per restare superconduttrici devono essere raffreddate con elio liquido a 1,9 K, circa −271 °C, una temperatura più bassa di quella dello spazio interstellare.

L'LHC è anche un esempio di come si fa la fisica oggi: migliaia di ricercatori di decine di Paesi lavorano insieme a un'unica macchina. Fra i Paesi fondatori del CERN, nel 1954, c'era l'Italia, e i fisici italiani sono fra i gruppi più numerosi. In uno degli esercizi «Verso l'esame» di questo capitolo scoprirai che, con la formula $r = mv/(eB)$, i protoni dell'LHC dovrebbero andare molto più veloci della luce: un segnale che a quelle energie la fisica classica non basta più.

7.3.5 L'effetto Hall

La forza di Lorentz agisce anche sulle cariche che si muovono dentro un conduttore. Considera una lamina metallica percorsa da corrente, immersa in un campo magnetico perpendicolare alla lamina. Gli elettroni di conduzione, che si muovono in verso opposto alla corrente, sono spinti dalla forza di Lorentz verso uno dei due bordi laterali, dove si accumulano; il bordo opposto resta con un difetto di elettroni, cioè carico positivamente. Fra i due bordi nasce così una differenza di potenziale trasversale, la tensione di Hall, che cresce finché il campo elettrico che produce equilibra la forza magnetica sugli elettroni, come in un selettore di velocità. Il fenomeno, scoperto dal fisico statunitense Edwin Hall nel 1879, si chiama **effetto Hall**.

A parità di corrente, la tensione di Hall è proporzionale al campo magnetico: misurandola si misura B. È il principio delle sonde di Hall come quella che hai usato nel laboratorio del capitolo 6, e dei sensori magnetici di molti smartphone, che fanno da bussola elettronica. Dal segno della tensione si capisce anche il segno dei portatori di carica: in metalli come il rame e l'argento risulta negativo, come ci si aspetta per gli elettroni.

7.4 Il campo magnetico non ha sorgenti puntiformi

7.4.1 Linee di campo chiuse

Confronta le linee del campo elettrico con quelle del campo magnetico. Le prime nascono sulle cariche positive e finiscono sulle cariche negative (capitolo 2): le cariche sono le *sorgenti* del campo elettrico. Le linee del campo magnetico, invece, non nascono e non finiscono da nessuna parte: quelle di un filo sono circonferenze chiuse, e quelle di una calamita, che all'esterno escono dal polo nord ed entrano nel polo sud, proseguono all'interno del magnete dal polo sud al polo nord, e si richiudono su se stesse (capitolo 6). **Le linee del campo magnetico sono sempre linee chiuse.**

Questa differenza corrisponde a un fatto sperimentale già incontrato: spezzando una calamita non si isolano mai un polo nord e un polo sud, ma si ottengono due calamite complete. Un polo magnetico isolato, l'analogo magnetico di una carica elettrica, si chiamerebbe **monopolo magnetico**; nonostante sia stato cercato a lungo, anche con esperimenti molto sensibili, nessuno lo ha mai osservato. Una conseguenza geometrica è che il flusso del campo magnetico attraverso una qualsiasi superficie chiusa è sempre nullo: tante linee entrano, tante ne escono. Per il campo elettrico, invece, il flusso attraverso una superficie chiusa è proporzionale alla carica racchiusa (il teorema di Gauss del capitolo 2). Le due affermazioni, messe una accanto all'altra, riassumono la differenza fra i due campi: esistono cariche elettriche, non esistono cariche magnetiche.

7.4.2 Le correnti molecolari di Ampère

Ma allora da dove viene il magnetismo di una calamita, se non da «cariche magnetiche»? Nel capitolo 6 hai visto che una spira percorsa da corrente produce un campo con la stessa forma di quello di un piccolo magnete, con una faccia nord e una faccia sud, e che in un campo magnetico tende a orientarsi come l'ago di una bussola. A partire dal 1820, pochi mesi dopo la scoperta di Oersted, André-Marie Ampère propose un'ipotesi audace: anche il magnetismo dei materiali nasce da correnti, minuscole correnti circolari dentro la materia, che chiamò **correnti molecolari**. In un pezzo di ferro non magnetizzato queste correnti sono orientate a caso e i loro effetti si annullano; in una calamita sono allineate, e i loro campi si sommano.

Ai tempi di Ampère l'ipotesi era una congettura; oggi sappiamo che aveva colto il punto: ogni elettrone di un atomo, con il suo moto intorno al nucleo e con una sua proprietà intrinseca chiamata spin, che la meccanica quantistica descrive, si comporta come un minuscolo magnete. **Tutto il magnetismo nasce dalle cariche elettriche**, dal loro moto e, per l'elettrone, dallo spin, e non da «cariche magnetiche»: quello delle correnti nei fili e quello delle calamite hanno la stessa origine. Elettricità e magnetismo non sono due forze diverse, ma due aspetti di un'uni-

ca interazione, l'interazione elettromagnetica, come confermeranno l'induzione e le onde elettromagnetiche (capitoli 8–10).

7.5 Il magnetismo nella materia

7.5.1 La permeabilità magnetica relativa

Che cosa succede se si riempie di un materiale l'interno di un solenoide? Senza materiale, il campo al suo interno è $B_0 = \mu_0 NI/L$ (capitolo 6). Con il materiale, i suoi magneti atomici reagiscono al campo e producono un campo proprio, che si somma a quello della corrente. Il campo totale diventa $B = \mu_r B_0$, dove il numero puro μ_r si chiama **permeabilità magnetica relativa** del materiale. È l'analogo della costante dielettrica relativa ε_r del capitolo 1, con una differenza: un dielettrico *indebolisce* sempre il campo elettrico, mentre un materiale può rinforzare o indebolire il campo magnetico. Secondo il valore di μ_r i materiali si dividono in tre gruppi (Tabella 7.3).

Tabella 7.3 Permeabilità magnetica relativa di alcuni materiali, a temperatura ambiente (valori indicativi). Per le sostanze ferromagnetiche μ_r non è una costante: dipende dal campo applicato, dalla lavorazione del materiale e dalla sua storia.

Materiale	Tipo	μ_r
bismuto	diamagnetico	0,999 83
rame	diamagnetico	0,999 990
acqua	diamagnetica	0,999 991
aria (1 atm)	paramagnetica	1,000 000 4
alluminio	paramagnetico	1,000 022
ferro dolce	ferromagnetico	da alcune centinaia a qualche migliaio
leghe ferro-nichel speciali	ferromagnetiche	fino a circa 10^5

7.5.2 Sostanze diamagnetiche, paramagnetiche e ferromagnetiche

Le **sostanze diamagnetiche** hanno μ_r di pochissimo minore di 1: indeboliscono leggermente il campo e sono debolmente *respinte* da un magnete. In un campo, i loro atomi reagiscono producendo un campo opposto a quello applicato. Il diamagnetismo è presente in tutte le sostanze, ma è così debole che si nota solo dove non ci sono effetti più forti: nell'acqua, nel rame, nel vetro, nel bismuto, nella grafite. Fu scoperto da Faraday nel 1845. La sua debolezza ha una conseguenza spettacolare: noi stessi e gli altri esseri viventi, fatti soprattutto di acqua, siamo diamagnetici. Nel 1997 Andre Geim, in un laboratorio olandese, fece levitare una rana viva dentro il solenoide di un elettromagnete che produceva circa 16 T: la debole repulsione diamagnetica,

in un campo così intenso, bastava a sostenerne il peso. La rana non subì danni. Lo stesso Geim ha poi ricevuto il premio Nobel per la fisica nel 2010, per gli studi sul grafene.

Le **sostanze paramagnetiche** hanno μ_r di pochissimo maggiore di 1: rinforzano leggermente il campo e sono debolmente *attratte* da un magnete. I loro atomi sono piccoli magneti permanenti, che il campo tende ad allineare; l'agitazione termica (*Fisica 4*, capitolo 9) li disordina di continuo, e l'allineamento resta molto parziale. Sono paramagnetici l'alluminio, il platino e l'ossigeno: l'ossigeno liquido, versato fra i poli di un forte magnete, vi resta sospeso.

Le **sostanze ferromagnetiche**, infine, hanno μ_r molto maggiore di 1, anche migliaia di volte: sono fortemente attratte dai magneti e possono restare magnetizzate. Sono il ferro, il cobalto, il nichel e molte loro leghe. È per questo che nel capitolo 6 l'elettromagnete aveva un nucleo di ferro: il ferro moltiplica per centinaia o migliaia di volte il campo prodotto dalla corrente.

7.5.3 I domini di Weiss e la temperatura di Curie

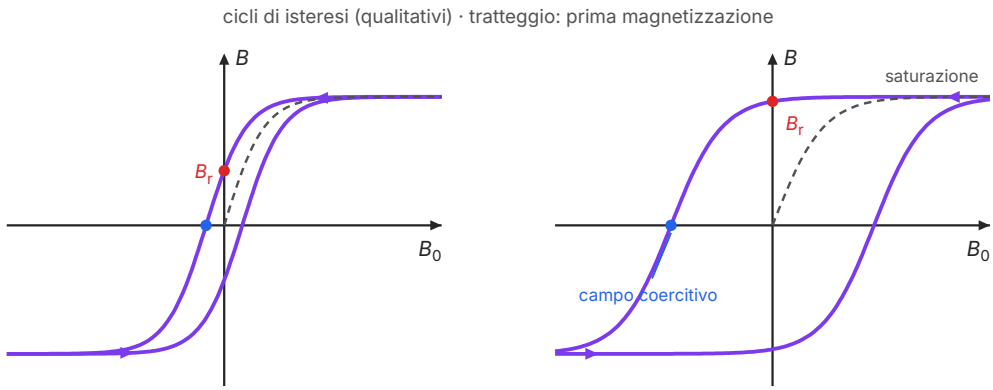
Perché alcuni materiali sono così diversi dagli altri? Nel 1907 il fisico francese Pierre Weiss propose che in un materiale ferromagnetico i magneti atomici fossero già allineati spontaneamente, ma solo all'interno di piccole regioni, i **domini di Weiss** (o domini magnetici), le cui dimensioni vanno, secondo il materiale, da qualche micrometro a qualche decimo di millimetro. Ogni dominio è magnetizzato al massimo, ma in un pezzo di ferro non magnetizzato i domini sono orientati in tutte le direzioni e i loro effetti si compensano. In un campo esterno i domini orientati come il campo si allargano a spese degli altri, e quelli orientati diversamente ruotano: bastano piccoli campi per allineare moltissimi magneti atomici, ed ecco perché μ_r è così grande.

L'ordine dei domini resiste all'agitazione termica solo fino a una certa temperatura. Sopra la **temperatura di Curie** l'allineamento spontaneo si rompe e il materiale diventa paramagnetico: una calamita di ferro scaldata oltre circa 770 °C perde la sua magnetizzazione permanente (per il nichel bastano circa 360 °C). La temperatura prende il nome da Pierre Curie, che studiò il magnetismo dei materiali al variare della temperatura nel 1895, prima delle sue ricerche sulla radioattività con Marie Curie. Il fenomeno ha un'applicazione in geologia: le lave, raffreddandosi sotto la temperatura di Curie dei loro minerali magnetici, registrano la direzione del campo terrestre di quel momento, ed è grazie a queste «registrazioni» che si è scoperto che il campo della Terra si è invertito molte volte nel passato (Scienze naturali; ne hai letto nel capitolo 6).

7.5.4 L'isteresi magnetica

Avvolgi un filo intorno a un anello di ferro non magnetizzato e fai crescere la corrente, quindi il campo B_0 che essa produrrebbe da sola. Il campo nel ferro, B, cresce rapidamente mentre i domini si allineano, poi sempre più lentamente, finché quasi tutti sono allineati: il materiale ha raggiunto la saturazione. Se ora riporti la corrente a zero, B non torna a zero: i domini non riprendono tutti l'orientamento di prima, e resta una **magnetizzazione residua** B_r. Per annullarla bisogna invertire la corrente e applicare un campo in verso opposto, il **campo coercitivo**. Fa-

cendo variare la corrente avanti e indietro fra due valori opposti, il punto (B_0, B) percorre una curva chiusa, il **ciclo di isteresi** (Figura 7.6). Il campo nel materiale non dipende solo dal campo applicato in quel momento, ma anche da come ci si è arrivati: il materiale «ricorda» la sua storia. Per questo, nelle sostanze ferromagnetiche, μ_r non è una costante. A ogni ciclo una parte dell'energia fornita dalla corrente si trasforma in calore nel materiale, tanto più quanto più largo è il ciclo.



a) materiale «dolce» (ferro dolce): ciclo stretto, si smagnetizza facilmente

b) materiale «duro» (magnete permanente): ciclo largo, resta magnetizzato

Figura 7.6 Cicli di isteresi di due materiali ferromagnetici (andamento qualitativo, non in scala): in ascissa il campo B_0 prodotto dalla corrente, in ordinata il campo B nel materiale. Le frecce indicano il verso in cui il ciclo è percorso. a) Un materiale dolce ha un ciclo stretto: magnetizzazione residua e campo coercitivo piccoli. b) Un materiale duro ha un ciclo largo: una grande magnetizzazione residua B_r (punto rosso), che solo un campo coercitivo intenso (punto blu) riesce ad annullare.

La forma del ciclo decide gli usi del materiale. I **materiali magnetici dolci**, come il ferro dolce e gli acciai al silicio, hanno un ciclo stretto: si magnetizzano e si smagnetizzano facilmente, disperdendo poca energia. Sono ideali per i nuclei degli elettromagneti, che devono spegnersi quando si toglie la corrente, e dei trasformatori (capitolo 9), che vengono magnetizzati avanti e indietro decine di volte al secondo. I **materiali magnetici duri**, come certi acciai, alcune ferriti e le leghe al neodimio, hanno un ciclo largo: una volta magnetizzati restano tali. Sono i magneti permanenti delle calamite da frigorifero, degli altoparlanti e dei motori elettrici.

Sull'isteresi si basa anche la **memorizzazione magnetica**: nei dischi rigidi, nelle vecchie audiocassette e nelle bande magnetiche delle tessere una testina scrive, in un sottile strato di materiale duro, piccole zone magnetizzate in un verso o nell'altro, che restano tali dopo il suo passaggio.

COLLEGAMENTI

Le parole della fisica

Aurora è la parola latina per «alba», ed era anche il nome della dea che la personificava, la greca Ἠώς. **Boreale** viene dal latino *borealis*, da *Boreas*, il vento del nord, in greco Βορέας; **australe** da *Auster*, il vento del sud.

Ciclotrone unisce il greco κύκλος, «cerchio», alla terminazione di «elettrone»: è la macchina in cui le particelle girano in cerchio.

Isteresi viene dal greco ὑστέρησις, «il restare indietro, la mancanza», dal verbo ὑστερέω, «essere in ritardo», a sua volta da ὕστερος, «successivo». Il termine fu introdotto in fisica negli anni Ottanta dell'Ottocento dallo scozzese James Alfred Ewing, per descrivere il fatto che la magnetizzazione del ferro «resta indietro» rispetto al campo che la produce. Oggi si parla di isteresi in molti campi, dall'economia alla biologia, ogni volta che un sistema dipende dalla propria storia.

IN SINTESI

Le leggi del capitolo

Forza di Lorentz: $\boldsymbol{F} = q\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B}$, $F = |q|vB \operatorname{sen}\theta$ (N): agisce solo sulle cariche in moto, è perpendicolare a $\boldsymbol{v}$ e a $\boldsymbol{B}$, ha verso opposto per le cariche negative e non compie lavoro: cambia la direzione della velocità, non il modulo.

Moto in un campo uniforme, con $\boldsymbol{v} \perp \boldsymbol{B}$: circonferenza di raggio $r = mv/(|q|B)$ (m), proporzionale alla quantità di moto; periodo $T = 2\pi m/(|q|B)$ (s), indipendente dalla velocità; frequenza di ciclotrone $f = |q|B/(2\pi m)$ (Hz). Con velocità obliqua: moto elicoidale intorno alle linee di campo.

Selettore di velocità: con campi E e B incrociati passano senza deviare le particelle con $v = E/B$ (m/s), qualunque siano la loro massa e la loro carica.

Spettrometro di massa: $m = |q|B'r/v$, con $d = 2r$: la distanza del punto d'impatto è proporzionale alla massa. **Thomson:** $e/m = E/(rB^2)$, circa $1{,}76 \times 10^{11}$ C/kg per l'elettrone.

Materia: $B = \mu_r B_0$ (μ_r numero puro): $\mu_r < 1$ diamagnetiche (respinte), $\mu_r > 1$ paramagnetiche (attratte debolmente), $\mu_r \gg 1$ ferromagnetiche (domini di Weiss, temperatura di Curie, isteresi). Le linee di $\boldsymbol{B}$ sono chiuse: non esistono poli magnetici isolati.

SINTESI

- Un campo magnetico esercita su una carica in moto la forza di Lorentz $\boldsymbol{F} = q\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B}$, di modulo $|q|vB$ sen θ. La forza su un filo percorso da corrente è la somma delle forze sulle cariche che si muovono al suo interno.
- La forza di Lorentz è nulla per una carica ferma o in moto parallelo al campo; è perpendicolare alla velocità e al campo, e per le cariche negative ha verso opposto a quello dato dalla regola della mano destra.
- Poiché è sempre perpendicolare alla velocità, la forza magnetica non compie lavoro: cambia la direzione della velocità, non il suo modulo né l'energia cinetica. Per accelerare una carica serve un campo elettrico.
- Una carica con velocità perpendicolare a un campo uniforme descrive una circonferenza di raggio $r = mv/(|q|B)$, con periodo $T = 2\pi m/(|q|B)$ indipendente dalla velocità. Con velocità obliqua il moto è un'elica intorno alle linee di campo.
- Il campo magnetico terrestre devia le particelle del vento solare e dei raggi cosmici; quelle intrappolate formano le fasce di Van Allen, quelle che scendono lungo le linee vicino ai poli producono le aurore.
- Nel selettore di velocità, con campi elettrico e magnetico incrociati, passano senza deviare solo le particelle con $v = E/B$.
- Lo spettrometro di massa separa gli ioni secondo la massa: a parità di carica e velocità la distanza del punto d'impatto, $2r$, è proporzionale alla massa. Ha permesso di scoprire e misurare gli isotopi.
- Nel 1897 Thomson misurò con campi incrociati il rapporto e/m dei raggi catodici: uguale per tutti i gas e i metalli e molto grande. Era la scoperta dell'elettrone, il primo costituente dell'atomo.
- Il ciclotrone sfrutta l'indipendenza del periodo dalla velocità per accelerare particelle su una spirale; l'effetto Hall, una tensione trasversale in un conduttore percorso da corrente, permette di misurare B.
- Le linee del campo magnetico sono chiuse e non esistono poli magnetici isolati. Secondo l'ipotesi di Ampère, oggi confermata nella sostanza, il magnetismo della materia nasce dalle cariche elettriche dei suoi atomi (dal loro moto e dallo spin degli elettroni), non da «cariche magnetiche».
- In un materiale il campo diventa $B = \mu_r B_0$: le sostanze diamagnetiche ($\mu_r < 1$) sono respinte debolmente, le paramagnetiche ($\mu_r > 1$) attratte debolmente, le ferromagnetiche ($\mu_r \gg 1$) attratte fortemente.
- Il ferromagnetismo si spiega con i domini di Weiss; scompare sopra la temperatura di Curie (circa 770 °C per il ferro). Il ciclo di isteresi distingue i materiali dolci, per elettromagneti e trasformatori, da quelli duri, per magneti permanenti e memorie magnetiche.

ESERCIZI

Comprendere e ricordare

1. ● Una particella carica è ferma in un campo magnetico uniforme. Quale affermazione è corretta?
   A. subisce una forza nella direzione delle linee di campo
   B. subisce una forza perpendicolare alle linee di campo
   C. non subisce alcuna forza magnetica
   D. comincia a muoversi su una circonferenza

2. ● Un protone si muove parallelamente alle linee di un campo magnetico uniforme. Il protone:
   A. prosegue di moto rettilineo uniforme
   B. descrive una circonferenza
   C. accelera lungo le linee di campo
   D. descrive un'elica

3. ●● La forza di Lorentz su una carica in moto:
   A. aumenta sempre il modulo della velocità
   B. compie lavoro positivo se la carica è positiva
   C. è parallela alla velocità
   D. cambia la direzione della velocità ma non il suo modulo

4. ●● Un elettrone percorre una circonferenza in un campo magnetico uniforme, perpendicolare alla sua velocità. Se la velocità raddoppia:
   A. raggio e periodo raddoppiano
   B. il raggio raddoppia e il periodo resta lo stesso
   C. il raggio resta lo stesso e il periodo si dimezza
   D. il raggio si dimezza e il periodo raddoppia

5. ● In un selettore di velocità i campi sono $E = 2{,}0 \times 10^4$ V/m e $B = 0{,}10$ T. Passano senza deviare le particelle con velocità:
   A. $2{,}0 \times 10^3$ m/s
   B. $2{,}0 \times 10^4$ m/s
   C. $2{,}0 \times 10^5$ m/s
   D. che dipende dalla carica delle particelle

6. ● Quale gruppo contiene soltanto sostanze ferromagnetiche?
   A. rame, alluminio, acqua
   B. bismuto, ferro, ossigeno
   C. oro, argento, rame
   D. ferro, nichel, cobalto

7. ● Una calamita di ferro viene scaldata fino a 900 °C. Che cosa succede?
   A. supera la temperatura di Curie e perde la magnetizzazione permanente
   B. diventa diamagnetica
   C. la sua magnetizzazione aumenta
   D. si scompone in poli magnetici isolati

Vero o falso

8. ● Le linee del campo magnetico sono linee chiuse: non hanno né un inizio né una fine. V / F

9. ● Un elettrone e un protone che si muovono con la stessa velocità, perpendicolare allo stesso campo magnetico, subiscono forze magnetiche di uguale modulo. V / F

10. ●● Il periodo del moto circolare di un protone in un campo magnetico uniforme aumenta se aumenta la sua velocità. V / F

11. ●● In un selettore di velocità la velocità selezionata dipende dalla carica delle particelle. V / F

12. ● Un magnete molto intenso respinge debolmente l'acqua. V / F

Applicare

13. ● Un protone si muove con velocità $2{,}0 \times 10^5$ m/s in un campo magnetico uniforme di 0,40 T. Calcola il modulo della forza di Lorentz se la velocità a) è perpendicolare al campo; b) forma un angolo di 30° con il campo; c) è parallela al campo.

14. ● Un elettrone si muove a $1{,}0 \times 10^7$ m/s perpendicolarmente al campo magnetico terrestre, di $5{,}0 \times 10^{-5}$ T. Calcola la forza di Lorentz e confrontala con il peso dell'elettrone.

15. ●● Una particella α (carica $2e = 3{,}20 \times 10^{-19}$ C, massa $6{,}64 \times 10^{-27}$ kg) entra con velocità $1{,}5 \times 10^7$ m/s, perpendicolare a un campo magnetico uniforme di 1,2 T. Calcola il raggio della sua traiettoria.

16. ●● In un selettore di velocità come quello della Figura 7.3 le lastre distano 2,0 cm e fra esse c'è una differenza di potenziale di 600 V; il campo magnetico è 0,15 T. a) Calcola il campo elettrico e la velocità selezionata. b) Uno ione positivo più veloce viene deviato verso la lastra positiva o verso quella negativa? Perché?

17. ●● Calcola la frequenza di ciclotrone e il periodo di un protone in un campo magnetico di 1,5 T.

18. ● Usa la Tabella 7.3. Un solenoide vuoto produce al suo interno un campo $B_0 = 0{,}50$ mT. Quanto vale il campo se lo si riempie a) di ferro dolce con $\mu_r = 1500$; b) di alluminio? Commenta la differenza.

19. ● Completa: «La forza di Lorentz è sempre perpendicolare alla _____ della carica e al _____ ; per questo non compie _____ . Il raggio della traiettoria circolare di una carica in un campo uniforme è direttamente proporzionale alla sua _____ . Le sostanze con μ_r leggermente minore di 1 si dicono _____ .»

Problemi

20. ●●● Un elettrone, inizialmente fermo, viene accelerato da una differenza di potenziale di 200 V (capitolo 3) ed entra poi in un campo magnetico uniforme di 1,0 mT, perpendicolare alla sua velocità. a) Con quale velocità entra nel campo? È molto minore della velocità della luce? b) Calcola il raggio della traiettoria e il periodo del moto. c) Quanto lavoro compie la forza magnetica in mezzo giro? Con quale velocità esce l'elettrone dopo mezzo giro?

21. ●●● Per contare gli atomi di carbonio-14 in un reperto archeologico si usano spettrometri di massa. Ioni C^+ (carica $+e$) di carbonio-12 (massa 12,000 u) e di carbonio-14 (14,003 u) attraversano un selettore con $E = 4{,}0 \times 10^3$ V/m e $B = 0{,}080$ T ed entrano poi in un campo $B' = 0{,}20$ T, come nella Figura 7.4. a) Quale velocità hanno? b) Calcola il raggio delle due traiettorie. c) A che distanza l'una dall'altra colpiscono la lastra?

22. ●● Un protone entra con velocità $4{,}0 \times 10^5$ m/s in un campo magnetico uniforme di 0,20 T; la velocità forma un angolo di 60° con il campo. a) Calcola le componenti della velocità parallela e perpendicolare al campo. b) Calcola il raggio dell'elica e il periodo. c) Di quanto avanza il protone lungo il campo in un giro (passo dell'elica)?

23. ●●● Un ciclotrone per protoni ha un campo magnetico di 1,2 T e un raggio utile di 0,50 m. a) Con quale velocità escono i protoni? b) Qual è la loro energia cinetica, in joule e in MeV? c) A quale frequenza deve oscillare la tensione fra le D? d) Calcola il rapporto v/c: è ragionevole usare la meccanica classica?

24. ●● Un selettore come quello della Figura 7.3, con $E = 3{,}0 \times 10^4$ V/m e $B = 0{,}15$ T, viene usato per elettroni. a) Mostra che gli elettroni con $v = 2{,}0 \times 10^5$ m/s, che entrano da sinistra, lo attraversano senza deviare. b) Se gli stessi elettroni entrassero da destra, muovendosi verso sinistra, le due forze sarebbero ancora opposte? Calcola la forza risultante e l'accelerazione iniziale.

Ragionare e argomentare

25. ●● Commenta la fonte. Nel 1897 J. J. Thomson concluse così il suo articolo «Cathode Rays» (*Philosophical Magazine*, 1897): «nei raggi catodici abbiamo la materia in uno stato nuovo, in cui la suddivisione della materia è spinta molto più in là che nello stato gassoso ordinario; uno stato in cui tutta la materia, cioè la materia proveniente da sorgenti diverse come l'idrogeno, l'ossigeno ecc., è di un solo e medesimo tipo; e questa materia è la sostanza di cui sono costituiti tutti gli elementi chimici» (traduzione della redazione). a) Su quali misure si basava l'affermazione che la materia dei raggi catodici è «di un solo tipo»? b) Che cosa c'è di giusto e che cosa di incompleto nell'ultima affermazione, alla luce di ciò che sai dell'atomo?

26. ●● Stima di ordini di grandezza. Un protone dei raggi cosmici con velocità $3{,}0 \times 10^7$ m/s si muove perpendicolarmente al campo magnetico vicino alla Terra, che puoi stimare in 5×10^{-5} T. a) Stima il raggio della sua traiettoria e confrontalo con il raggio terrestre (6400 km). b) Che cosa ti dice il risultato sulla protezione offerta dal campo terrestre? c) Perché, invece, le particelle possono raggiungere l'atmosfera vicino ai poli?

27. ●●● Trova l'errore. Uno studente scrive: «Se l'energia cinetica di un protone in un campo magnetico uniforme diventa quattro volte maggiore, il raggio della sua traiettoria diventa quattro volte maggiore, e anche il periodo diventa quattro volte maggiore, perché la circonferenza da percorrere è quattro volte più lunga». Trova gli errori e correggi il ragionamento.

28. ●●● Progetta un esperimento. Hai a disposizione un elettromagnete molto intenso, un filo sottile e bastoncini di bismuto, di alluminio e di ferro. Descrivi un esperimento per stabilire se ciascun materiale è diamagnetico, paramagnetico o ferromagnetico. Che cosa ti aspetti di osservare in ciascun caso? Quale precauzione devi prendere perché il risultato per il bismuto non sia falsato?

Verso l'esame

29. ●● **Dal documento.** «Nella notte fra il 10 e l'11 maggio 2024 aurore rosse e rosate sono state fotografate in gran parte d'Italia, dove il fenomeno è rarissimo. Nel settembre 1859 una tempesta magnetica ancora più intensa, seguita a un brillamento solare osservato da Richard Carrington, aveva prodotto aurore fino ai tropici e guasti alle linee telegrafiche in Europa e in America» (testo della redazione). a) Quale fenomeno fisico produce le aurore, e perché si vedono di solito solo vicino ai poli? b) Quale legge del capitolo spiega il moto delle particelle cariche intorno alla Terra? c) Collega il documento a un'altra disciplina (per esempio la Storia delle comunicazioni nell'Ottocento, o l'Educazione civica e la sicurezza delle reti di oggi).

30. ●● **Trattazione sintetica.** In 10–15 righe, spiega l'esperimento di J. J. Thomson del 1897: che cosa misurò, come lo misurò con campi elettrici e magnetici incrociati e perché il risultato è considerato la scoperta dell'elettrone.

31. ●●● **Problema breve commentato.** Nell'acceleratore LHC del CERN i protoni percorrono, nei magneti che li curvano, archi con raggio di curvatura di circa 2,8 km, in un campo di 8,3 T. a) Usando la formula del capitolo, $r = mv/(eB)$, calcola la velocità dei protoni. b) Confrontala con la velocità della luce. c) Commenta il risultato: dove sta l'errore, e che cosa ci dice sulla formula usata?

PER APPROFONDIRE

- [FAR] M. Faraday, *Experimental Researches in Electricity*: la Ventesima serie (1845), in cui Faraday descrive la scoperta del diamagnetismo, con esperimenti su vetro, bismuto e molte altre sostanze sospese fra i poli di un elettromagnete.
- [MAX] J.C. Maxwell, *A Treatise on Electricity and Magnetism*: le parti dedicate al magnetismo della materia, dove Maxwell discute l'ipotesi delle correnti molecolari di Ampère.
- [FEY] R.P. Feynman, R.B. Leighton, M. Sands, *La fisica di Feynman*, vol. II: i capitoli sul moto delle cariche nei campi elettrici e magnetici e sul magnetismo della materia.
- [HRW] D. Halliday, R. Resnick, J. Walker, *Fondamenti di fisica*: il capitolo sul campo magnetico, con il selettore di velocità, l'effetto Hall e il ciclotrone.

Glossario del capitolo

Aurora polare
Luce emessa dagli atomi dell'alta atmosfera eccitati da particelle cariche che scendono lungo le linee del campo terrestre vicino ai poli.

Ciclo di isteresi
Curva chiusa descritta dal campo in un materiale ferromagnetico quando il campo applicato varia avanti e indietro; ne mostra la magnetizzazione residua e il campo coercitivo.

Ciclotrone
Acceleratore in cui particelle cariche, in un campo magnetico uniforme, percorrono una spirale e sono accelerate a ogni mezzo giro da una tensione alternata.

Correnti molecolari
Ipotesi di Ampère: il magnetismo della materia nasce da minuscole correnti circolari al suo interno.

Domini di Weiss
Piccole regioni di un materiale ferromagnetico in cui i magneti atomici sono allineati spontaneamente.

Effetto Hall
Comparsa di una differenza di potenziale trasversale in un conduttore percorso da corrente e immerso in un campo magnetico; usato per misurare B.

Fasce di Van Allen
Due zone a forma di ciambella, intorno alla Terra, in cui particelle cariche restano intrappolate dal campo magnetico; scoperte nel 1958.

Forza di Lorentz
Forza che un campo magnetico esercita su una carica in moto: $\boldsymbol{F} = q\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B}$, di modulo $|q|vB \operatorname{sen}\theta$; è perpendicolare alla velocità e non compie lavoro.

Frequenza di ciclotrone
Numero di giri al secondo di una carica in un campo magnetico uniforme, $f = |q|B/(2\pi m)$; non dipende dalla velocità.

Magnetosfera
Regione intorno alla Terra in cui il moto delle particelle cariche è dominato dal campo magnetico terrestre.

Moto elicoidale
Moto a elica di una carica la cui velocità è obliqua rispetto a un campo magnetico uniforme: circolare nel piano perpendicolare al campo, uniforme lungo il campo.

Permeabilità magnetica relativa
Numero puro μ_r per cui si moltiplica il campo magnetico quando un materiale riempie la regione del campo: $B = \mu_r B_0$.

Rapporto carica/massa
Quoziente e/m fra la carica e la massa di una particella; per l'elettrone vale circa $1{,}76 \times 10^{11}$ C/kg.

Selettore di velocità
Dispositivo con campi elettrico e magnetico incrociati che lascia passare senza deviazione solo le particelle con $v = E/B$.

Sostanze diamagnetiche, paramagnetiche, ferromagnetiche
Materiali con μ_r di poco minore di 1 (debolmente respinti), di poco maggiore di 1 (debolmente attratti), molto maggiore di 1 (fortemente attratti, magnetizzabili).

Spettrometro di massa
Strumento che separa e misura gli ioni secondo il rapporto fra massa e carica, dal raggio della loro traiettoria in un campo magnetico.

Temperatura di Curie
Temperatura oltre la quale un materiale ferromagnetico diventa paramagnetico; circa 770 °C per il ferro.

Soluzioni

1. C. La forza di Lorentz è proporzionale alla velocità: con $v = 0$ è nulla, e una carica ferma in un campo magnetico resta ferma.

2. A. Con $\theta = 0°$ si ha sen $\theta = 0$: nessuna forza, e il protone prosegue di moto rettilineo uniforme.

3. D. La forza è sempre perpendicolare alla velocità, quindi non compie lavoro: l'energia cinetica e il modulo della velocità restano costanti, cambia solo la direzione.

4. B. $r = mv/(|q|B)$ è proporzionale a v; $T = 2\pi m/(|q|B)$ non dipende da v.

5. C. $v = E/B = 2{,}0 \times 10^4$ V/m / 0,10 T $= 2{,}0 \times 10^5$ m/s, indipendentemente da carica e massa.

6. D. Ferro, nichel e cobalto sono i tre elementi ferromagnetici a temperatura ambiente; rame, acqua, bismuto, oro e argento sono diamagnetici, alluminio e ossigeno paramagnetici.

7. A. Oltre la temperatura di Curie, circa 770 °C per il ferro, i domini si disordinano e il materiale diventa paramagnetico: perde la magnetizzazione permanente.

8. V. Non esistono poli magnetici isolati: le linee di $\boldsymbol{B}$ si richiudono su se stesse (all'interno di una calamita vanno dal polo sud al polo nord).

9. V. Le due cariche hanno lo stesso modulo e: $F = evB$ è uguale per entrambe; cambia il verso, e cambia l'effetto, perché le masse sono diverse.

10. F. $T = 2\pi m/(eB)$ non dipende dalla velocità: un protone più veloce percorre una circonferenza più grande nello stesso tempo.

11. F. La condizione di equilibrio $|q|E = |q|vB$ dà $v = E/B$: la carica si semplifica, e se cambia segno si invertono entrambe le forze.

12. V. L'acqua è diamagnetica ($\mu_r \approx 0{,}999\,991$): un campo molto intenso la respinge debolmente, come mostra la rana levitante di Geim.

13. a) $F = evB = 1{,}60 \times 10^{-19}$ C $\times$ $2{,}0 \times 10^5$ m/s $\times$ 0,40 T $\approx$ $1{,}3 \times 10^{-14}$ N. b) $F = evB$ sen 30° $\approx 6{,}4 \times 10^{-15}$ N, la metà. c) sen 0° = 0: $F = 0$.

14. $F = evB = 1{,}60 \times 10^{-19}$ C $\times$ $1{,}0 \times 10^7$ m/s $\times$ $5{,}0 \times 10^{-5}$ T $= 8{,}0 \times 10^{-17}$ N. Peso: $m_e g = 9{,}11 \times 10^{-31}$ kg $\times$ 9,8 m/s^2 $\approx 8{,}9 \times 10^{-30}$ N. La forza magnetica è circa 9×10^{12} volte il peso.

15. $r = mv/(qB) = 6{,}64 \times 10^{-27}$ kg $\times$ $1{,}5 \times 10^7$ m/s/(3,20 $\times$ 10^{-19} C $\times$ 1,2 T) $\approx$ 0,26 m.

16. a) $E = \Delta V/d = 600$ V / 0,020 m $= 3{,}0 \times 10^4$ V/m; $v = E/B = 3{,}0 \times 10^4$ V/m / 0,15 T $= 2{,}0 \times 10^5$ m/s. b) Per uno ione più veloce la forza magnetica, qvB, supera quella elettrica, qE, che non dipende dalla velocità: lo ione è deviato dal lato in cui spinge la forza magnetica, che nella figura è verso la lastra positiva (in alto).

17. $f = eB/(2\pi m_p) = 1{,}60 \times 10^{-19}$ C $\times$ 1,5 T/(2π $\times$ 1,67 $\times$ 10^{-27} kg) $\approx 2{,}3 \times 10^7$ Hz = 23 MHz; $T = 1/f \approx 4{,}4 \times 10^{-8}$ s.

18. a) $B = \mu_r B_0 = 1500 \times 0{,}50$ mT = 750 mT = 0,75 T. b) $B = 1{,}000\,022 \times 0{,}50$ mT $\approx$ 0,50 mT: l'aumento, circa 1 $\times$ 10^{-5} mT, non è misurabile con strumenti comuni. Il ferro moltiplica il campo per 1500, l'alluminio lo lascia praticamente invariato: è la differenza fra una sostanza ferromagnetica e una paramagnetica.

19. velocità; campo magnetico; lavoro; quantità di moto (prodotto mv); diamagnetiche.

20. a) $e\Delta V = \frac{1}{2} m_e v^2$: $v = \sqrt{(2e\Delta V/m_e)} = \sqrt{(2 \times 1{,}60 \times 10^{-19}}$ C $\times$ 200 V/9,11 $\times$ 10^{-31} kg) $\approx 8{,}4 \times 10^6$ m/s, circa il 3% di c: la meccanica classica va bene. b) $r = m_e v/(eB) = 9{,}11 \times 10^{-31}$ kg $\times$ $8{,}38 \times 10^6$ m/s/(1,60 $\times$ 10^{-19} C $\times$ $1{,}0 \times 10^{-3}$ T) $\approx 4{,}8 \times 10^{-2}$ m = 4,8 cm; $T = 2\pi m_e/(eB) \approx 3{,}6 \times 10^{-8}$ s. c) Il lavoro è nullo, perché la forza è sempre perpendicolare allo spostamento: l'elettrone esce con la stessa velocità in modulo, $8{,}4 \times 10^6$ m/s, ma in verso opposto a quello di ingresso.

21. a) $v = E/B = 4{,}0 \times 10^3$ V/m / 0,080 T $= 5{,}0 \times 10^4$ m/s. b) $r = mv/(eB')$: per il carbonio-12 $m = 12{,}000 \times 1{,}660$

54×10^{-27} kg ≈ $1{,}993 \times 10^{-26}$ kg e $r = 1{,}993 \times 10^{-26}$ kg × $5{,}0 \times 10^{4}$ m/s/($1{,}60 \times 10^{-19}$ C × 0,20 T) ≈ $3{,}11 \times 10^{-2}$ m = 3,11 cm; per il carbonio-14 r è maggiore nel rapporto 14,003/12,000: $r \approx 3{,}63$ cm. c) I punti d'impatto distano dal foro $2r$: 6,23 cm e 7,27 cm; la distanza fra i due è circa 1,0 cm.

22. a) $v_\perp = v \operatorname{sen} 60° \approx 3{,}5 \times 10^5$ m/s; $v_\parallel = v \cos 60° = 2{,}0 \times 10^5$ m/s. b) $r = m_p v_\perp/(eB) = 1{,}67 \times 10^{-27}$ kg × $3{,}46 \times 10^5$ m/s/($1{,}60 \times 10^{-19}$ C × 0,20 T) ≈ $1{,}8 \times 10^{-2}$ m = 1,8 cm; $T = 2\pi m_p/(eB) \approx 3{,}3 \times 10^{-7}$ s. c) Passo = $v_\parallel T = 2{,}0 \times 10^5$ m/s × $3{,}28 \times 10^{-7}$ s ≈ $6{,}6 \times 10^{-2}$ m = 6,6 cm.

23. a) Al bordo $r = R$: $v = eBR/m_p = 1{,}60 \times 10^{-19}$ C × 1,2 T × 0,50 m/$1{,}67 \times 10^{-27}$ kg ≈ $5{,}7 \times 10^7$ m/s. b) $K = \frac{1}{2} m_p v^2 = \frac{1}{2} \times 1{,}67 \times 10^{-27}$ kg × $(5{,}75 \times 10^7 \text{ m/s})^2 \approx 2{,}8 \times 10^{-12}$ J; dividendo per $1{,}60 \times 10^{-13}$ J/MeV, $K \approx 17$ MeV. c) $f = eB/(2\pi m_p) \approx 1{,}8 \times 10^7$ Hz = 18 MHz. d) $v/c \approx 0{,}19$: la meccanica classica è ancora una buona approssimazione (le correzioni relativistiche sono di circa il 2%), ma per energie molto maggiori non lo sarebbe più.

24. a) Su un elettrone che va verso destra la forza elettrica, $-e\boldsymbol{E}$, è diretta verso la lastra positiva (in alto); la forza di Lorentz ha verso opposto a quella che agirebbe su una carica positiva, quindi in basso. I moduli sono eE e $evB = e \times 2{,}0 \times 10^5$ m/s × 0,15 T = $e \times 3{,}0 \times 10^4$ V/m = eE: le forze si equilibrano, e l'elettrone non devia. b) Invertendo la velocità la forza elettrica non cambia, mentre la forza di Lorentz si inverte: ora entrambe puntano verso la lastra positiva. La risultante è $2eE = 2 \times 1{,}60 \times 10^{-19}$ C × $3{,}0 \times 10^4$ V/m ≈ $9{,}6 \times 10^{-15}$ N, e l'accelerazione iniziale $a = F/m_e \approx 1{,}1 \times 10^{16}$ m/s^2. Un selettore «funziona» in un solo verso di percorrenza.

25. Traccia. a) Thomson aveva trovato lo stesso valore di e/m cambiando il gas rimasto nel tubo (aria, idrogeno, anidride carbonica...) e il metallo del catodo: se le particelle fossero state pezzi diversi delle diverse sostanze, il rapporto sarebbe cambiato. b) È giusto che gli elettroni siano un costituente comune a tutti gli atomi, e che la materia si possa suddividere oltre l'atomo dei chimici. È incompleto, invece, che gli elementi siano costruiti *solo* di questa materia: l'atomo ha anche una parte positiva, il nucleo, fatto di protoni e neutroni (capitolo 14), che contiene quasi tutta la massa. Gli elettroni da soli non bastano a spiegare né la massa né la neutralità degli atomi.

26. Traccia. a) $r = m_p v/(eB) = 1{,}67 \times 10^{-27}$ kg × $3{,}0 \times 10^7$ m/s/($1{,}60 \times 10^{-19}$ C × 5×10^{-5} T) ≈ 6×10^3 m = 6 km, circa mille volte meno del raggio terrestre. b) Il campo terrestre curva fortemente queste particelle già su distanze piccole rispetto alla Terra: molte vengono deviate o intrappolate prima di raggiungere l'atmosfera. (In realtà il campo diminuisce allontanandosi dalla Terra e i raggi cosmici più energetici riescono a penetrare: la stima dice solo che lo scudo è efficace per le particelle di questa energia.) c) Vicino ai poli le linee di campo sono quasi verticali: una particella che vi scende con velocità quasi parallela al campo subisce una forza piccola (sen θ ≈ 0) e può raggiungere l'alta atmosfera, dove produce le aurore.

27. Due errori. Primo: l'energia cinetica è proporzionale a v^2; se diventa quattro volte maggiore, la velocità raddoppia. Poiché $r = mv/(eB)$, il raggio raddoppia, non quadruplica. Secondo: la circonferenza raddoppia, ma raddoppia anche la velocità con cui viene percorsa, quindi il periodo $T = 2\pi r/v = 2\pi m/(eB)$ resta lo stesso. Il periodo non dipende né dalla velocità né dall'energia della particella.

28. Traccia. Si appende ciascun bastoncino a un filo sottile, in orizzontale, fra i poli dell'elettromagnete (come fece Faraday nel 1845), e si accende il campo. Il ferro è attratto con forza verso i poli e si allinea con il campo: ferromagnetico. L'alluminio si allinea debolmente lungo le linee di campo, perché è attratto verso le zone di campo più intenso: paramagnetico. Il bismuto si dispone di traverso, perpendicolare alle linee, perché è respinto dalle zone di campo più intenso: diamagnetico. Gli effetti su bismuto e alluminio sono deboli: servono un campo intenso e un filo molto sottile, al riparo dalle correnti d'aria. Precauzione: il bismuto deve essere puro e maneggiato senza attrezzi di ferro, perché anche una minima impurezza ferromagnetica produrrebbe un'attrazione che maschererebbe la debole repulsione diamagnetica.

29. Traccia. a) Particelle cariche del vento solare, guidate dalla magnetosfera, scendono lungo le linee del campo terrestre fino all'alta atmosfera, dove eccitano atomi di ossigeno e molecole di azoto che riemettono luce (verde e rossa per l'ossigeno). Si vedono di solito vicino ai poli magnetici, perché lì le linee di campo raggiungono l'atmosfera quasi verticali. Durante una tempesta magnetica l'ovale aurorale si allarga verso l'equatore; da latitudini come quella italiana si vede soprattutto la parte più alta dell'aurora, che è rossa. b) La forza di Lorentz, perpendicolare alla velocità: le particelle descrivono eliche intorno alle linee di campo e ne seguono l'andamento; quelle intrappolate formano le fasce di Van Allen. c) Collegamenti possibili: il telegrafo, prima rete di comunicazione elettrica su scala mondiale, simbolo della rivoluzione industriale dell'Ottocento, e la sua fragilità di fronte al campo magnetico terrestre che variava; oggi, l'importanza della meteorologia spaziale per proteggere satelliti, sistemi di posizionamento e reti elettriche (Educazione civica). Errore tipico da evitare: dire che le particelle «attraversano» il campo magnetico, o che il campo le accelera.

30. Testo modello. Alla fine dell'Ottocento si discuteva se i raggi catodici, emessi dal catodo nei tubi a gas rarefatto, fossero onde dell'etere o particelle. Nel 1897 J. J. Thomson mostrò che erano deviati sia da un campo elettrico, verso la lastra positiva, sia da un campo magnetico: erano particelle con carica negativa. Con un campo elettrico E fra due lastre e un campo magnetico B perpendicolare, regolati in modo che il fascio restasse dritto, la forza elettrica eE equilibrava quella di Lorentz evB: così misurò la velocità, $v = E/B$. Spegnendo uno dei due campi e misurando la deviazione prodotta dall'altro, ricavò il rapporto carica/massa, per esempio $e/m = v/(rB)$ dal raggio della traiettoria nel solo campo magnetico. Trovò che e/m era sempre lo stesso, qualunque fosse il gas nel tubo o il metallo del catodo, e più di mille volte maggiore di quello dello ione idrogeno. Ne concluse che i raggi erano formati da particelle molto più leggere di qualsiasi atomo e comuni a tutta la materia: gli elettroni. Era la prima prova che l'atomo, l'«indivisibile» dei Greci, ha delle parti. La misura della carica elementare, qualche anno dopo, confermò che la massa dell'elettrone è circa 1/1836 di quella del protone.

31. a) $v = eBr/m_p = 1{,}60 \times 10^{-19}$ C × 8,3 T × 2800 m/1,67 × 10^{-27} kg ≈ $2{,}2 \times 10^{12}$ m/s. b) $v/c \approx 2{,}2 \times 10^{12}/3{,}00 \times 10^{8} \approx 7 \times 10^{3}$: circa settemila volte la velocità della luce. c) Commento: il risultato è impossibile, perché nessuna particella può superare la velocità della luce (capitolo 11). L'errore non è nei calcoli, ma nella formula: $r = mv/(eB)$ viene dall'uguaglianza fra forza di Lorentz e forza centripeta della meccanica classica, in cui la quantità di moto è mv. A velocità vicine a quella della luce la quantità di moto cresce molto più di mv, senza limite, mentre la velocità resta sotto c (capitolo 12). La relazione corretta lega il raggio alla quantità di moto, $r = p/(eB)$: i protoni dell'LHC hanno una quantità di moto migliaia di volte maggiore di $m_p c$, ma una velocità appena inferiore a c. È un esempio di come un risultato assurdo segnali il limite di validità di una teoria.