CAPITOLO

4

La corrente elettrica e i circuiti

Un circuito è un cerchio: aprilo in un punto qualsiasi, e la corrente si ferma dappertutto.

OBIETTIVI

1. Definire la corrente elettrica e l'ampere, distinguere il verso convenzionale dal moto degli elettroni e stimare la velocità di deriva.
2. Spiegare il ruolo del generatore e il significato della forza elettromotrice, a partire dalla pila di Volta.
3. Usare la prima e la seconda legge di Ohm e riconoscere i conduttori non ohmici dalla loro curva caratteristica.
4. Calcolare la resistenza equivalente di resistori in serie, in parallelo e in circuiti misti, e le correnti e le tensioni nei singoli componenti.
5. Applicare la legge dei nodi e la legge delle maglie e descrivere il generatore reale con la sua resistenza interna.
6. Collegare correttamente amperometro e voltmetro e spiegare perché.

INDICE DEL CAPITOLO

4.1 La corrente elettrica 3
4.2 Le leggi di Ohm 7
4.3 Resistori in serie e in parallelo 11
4.4 Le leggi di Kirchhoff e il generatore reale 13
4.5 Misurare correnti e tensioni 16

Premi l'interruttore e la stanza si illumina; collega il telefono al caricabatterie e la percentuale sale. In entrambi i casi delle cariche elettriche si mettono in moto lungo un percorso chiuso di fili e di dispositivi, e trasportano energia da dove viene prodotta a dove viene usata. Nei capitoli 1–3 le cariche stavano ferme, o si muovevano per un istante, come nella scarica di un condensatore; da qui in avanti si muovono con continuità, e quel moto ordinato di cariche è la *corrente elettrica*.

La storia della corrente comincia in un laboratorio di anatomia. Nel 1791 il medico bolognese Luigi Galvani pubblicò il *De viribus electricitatis in motu musculari commentarius*, il resoconto di anni di esperimenti sulle zampe di rana: i muscoli, preparati con i loro nervi, si contraevano quando nervo e muscolo venivano collegati da un arco formato da due metalli diversi. Galvani vi vide la prova di un'«elettricità animale»; Alessandro Volta, professore di fisica a Pavia, si convinse invece che la sorgente fosse il contatto fra i due metalli. Per dimostrarlo costruì uno strumento senza alcuna parte animale, una colonna di dischi di due metalli separati da cartoni bagnati, e lo descrisse in una lettera in francese a Joseph Banks, presidente della Royal Society di Londra, datata 20 marzo 1800: era la *pila* (Figura 4.1), il primo generatore capace di mantenere una corrente per un tempo lungo.

Della loro controversia, in cui entrambi avevano ragione in parte, parla l'Approfondimento alla fine del capitolo. Qui seguiremo le conseguenze dell'invenzione di Volta: che cos'è la corrente, che cosa la mantiene, che cosa la ostacola, e come si comportano i circuiti, dalle lampadine in fila di un albero di Natale agli strumenti con cui si misurano correnti e tensioni.

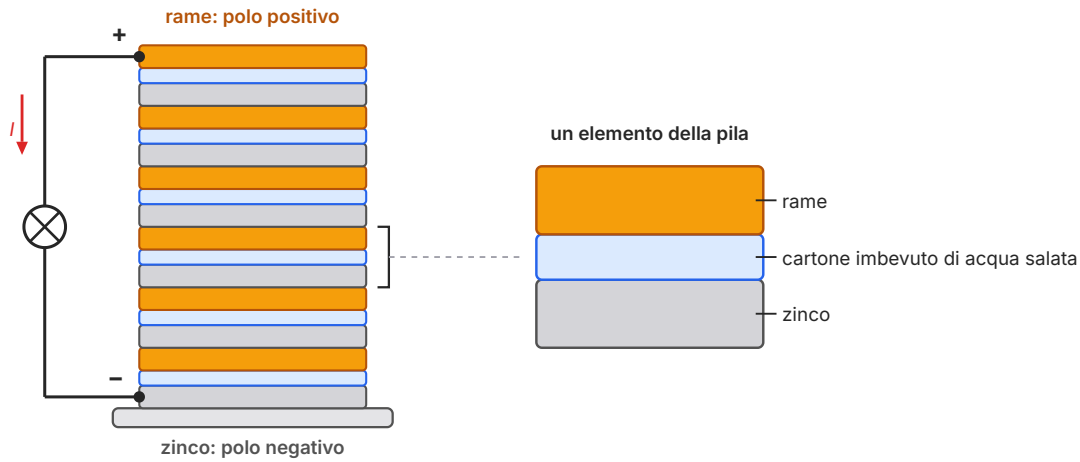


Figura 4.1 Schema della pila di Volta (1800). Ogni *elemento* è formato da un disco di zinco, un cartone (o un panno) imbevuto di acqua salata e un disco di rame; gli elementi sono impilati in modo che il rame di ciascuno tocchi lo zinco del successivo. Il polo positivo è il rame in cima, il negativo lo zinco alla base; collegandoli con un filo attraverso una lampadina, la corrente esce dal polo positivo e rientra da quello negativo. Volta usava anche argento al posto del rame; la lampadina, naturalmente, è un'aggiunta moderna.

4.1 La corrente elettrica

4.1.1 Cariche in moto

Nel capitolo 1 hai visto che in un metallo alcuni elettroni non sono legati ai singoli atomi e si muovono liberamente nel reticolo degli ioni positivi. In un filo isolato questi elettroni si agitano di continuo in tutte le direzioni, come le molecole di un gas, ma in media non vanno da nessuna parte: attraverso una qualunque sezione del filo ne passano tanti in un verso quanti nell'altro. Se però alle estremità del filo si mantiene una differenza di potenziale, dentro il conduttore c'è un campo elettrico, e al moto disordinato si sovrappone una lenta deriva ordinata in un verso preciso. Nasce una corrente.

Un filo percorso da corrente, dunque, non è in equilibrio elettrostatico: al suo interno il campo non è nullo, a differenza di quanto accade nei conduttori in equilibrio del capitolo 2, perché la pila continua a mantenere fra le estremità la differenza di potenziale che spinge le cariche.

Si chiama **corrente elettrica** un moto ordinato di cariche. Per misurarla si conta quanta carica attraversa una sezione del conduttore in un certo tempo: se nell'intervallo Δt passa la carica ΔQ, l'intensità di corrente (o semplicemente corrente) è

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$$

Nel Sistema Internazionale la corrente si misura in **ampere** (A): 1 A = 1 C/s. L'ampere è una delle sette unità fondamentali del SI, e il coulomb ne deriva: 1 C = 1 A · s. Dal 2019 l'ampere è definito fissando il valore esatto della carica elementare, $e = 1{,}602\,176\,634 \times 10^{-19}$ C (capitolo 1; Fisica 3, capitolo 2): una corrente di 1 A corrisponde al passaggio di circa $6{,}24 \times 10^{18}$ cariche elementari al secondo. Le correnti di uso comune vanno dai microampere di un orologio digitale alle centinaia di ampere del motorino d'avviamento di un'automobile.

4.1.2 Il verso della corrente

Per convenzione, il verso della corrente è quello in cui si muoverebbero delle cariche *positive*: nel circuito esterno a una pila, dal polo positivo al polo negativo, cioè dai punti a potenziale più alto a quelli a potenziale più basso. È il **verso convenzionale** della corrente, fissato quando nessuno sapeva quali cariche si muovessero davvero. Nei metalli si muovono gli elettroni, in verso opposto; per quasi tutti gli effetti la differenza non conta, perché una carica negativa che va verso sinistra equivale a una positiva che va verso destra. Nei liquidi e nei gas (capitolo 5) si muovono cariche di entrambi i segni.

Una corrente il cui verso e la cui intensità non cambiano nel tempo si chiama **corrente continua**: è quella prodotta da una pila o da una batteria, e la sola di cui ci occupiamo in questa parte del libro. La corrente delle prese di casa, invece, compie cinquanta oscillazioni complete al secondo, e quindi inverte il verso cento volte al secondo: è la corrente alternata del capitolo 9.

ESEMPIO SVOLTO

Quanti elettroni passano in un cavo?

Problema. Un caricabatterie fa passare nel cavo del telefono una corrente media di 1,5 A per 2,0 ore. Quanta carica attraversa una sezione del cavo? A quanti elettroni corrisponde?

Carica. Dalla definizione di corrente, $\Delta Q = I\,\Delta t = (1{,}5\text{ A}) \cdot (2{,}0 \cdot 3600\text{ s}) = 1{,}08 \times 10^4$ C $\approx 1{,}1 \times 10^4$ C.

Elettroni. Ogni elettrone porta una carica di modulo e, quindi $N = \Delta Q/e = (1{,}08 \times 10^4\text{ C})/(1{,}60 \times 10^{-19}\text{ C}) \approx 6{,}8 \times 10^{22}$ elettroni.

Commento. È un numero enorme, circa un decimo di mole di elettroni. Eppure il cavo non si carica affatto: in ogni istante entrano in un tratto di filo tanti elettroni quanti ne escono. La corrente è un flusso di cariche, non un accumulo.

4.1.3 Il generatore e la forza elettromotrice

Che cosa fa muovere le cariche con continuità? Pensa a un circuito idraulico chiuso: l'acqua scende spontaneamente da un serbatoio alto verso uno basso, facendo girare lungo la strada

una piccola turbina, ma poi si fermerebbe se una pompa non la riportasse in alto. Nel circuito elettrico il ruolo dell'altezza è svolto dal potenziale: le cariche positive, lasciate a sé, vanno dai punti a potenziale alto a quelli a potenziale basso (capitolo 3), e nel farlo cedono energia agli apparecchi che incontrano. La «pompa» è il **generatore**, un dispositivo che riporta le cariche dal potenziale basso a quello alto, compiendo lavoro su di esse contro la forza elettrica.

Il lavoro che il generatore compie su ogni unità di carica che lo attraversa si chiama **forza elettromotrice** (abbreviato f.e.m.):

$$f_{\text{em}} = \frac{W}{q}$$

Nonostante il nome, la forza elettromotrice non è una forza ma un lavoro per unità di carica, e si misura in volt: una pila da 1,5 V compie un lavoro di 1,5 J su ogni coulomb che porta dal polo negativo a quello positivo, a spese di reazioni chimiche (nelle centrali elettriche, come vedrai nel capitolo 8, a spese del moto di un magnete o di una bobina). In un generatore ideale la differenza di potenziale fra i poli è sempre uguale alla forza elettromotrice, qualunque sia la corrente; un generatore reale si comporta un po' diversamente, come vedrai più avanti in questo capitolo.

Un **circuito elettrico** è un insieme di conduttori e dispositivi collegati in un percorso chiuso, che contiene almeno un generatore. Se il percorso è interrotto in un punto qualsiasi, per esempio da un interruttore aperto, il circuito si dice *aperto* e la corrente si ferma ovunque, non soltanto oltre l'interruzione. I circuiti si disegnano con simboli convenzionali, raccolti nella Figura 4.2: nello *schema* contano soltanto i collegamenti, e i fili si disegnano come segmenti dritti privi di resistenza.

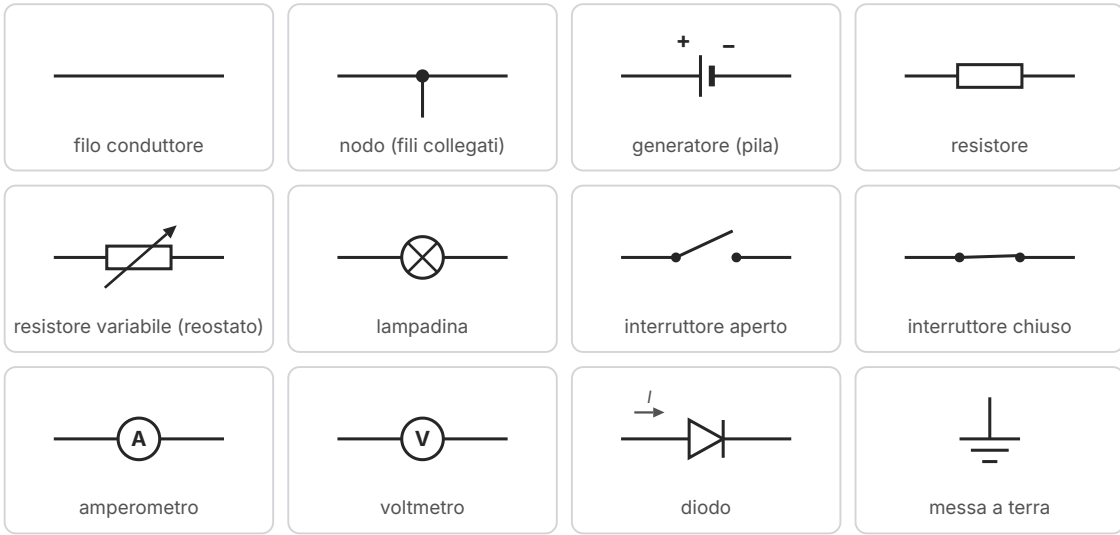


Figura 4.2 I simboli dei principali elementi di un circuito. Nel simbolo del generatore il tratto lungo è il polo positivo, quello corto il negativo; un punto pieno indica che i fili che si incrociano sono collegati. Il resistore è disegnato con il rettangolo della normativa europea (in molti testi si trova anche una linea a zig-zag). Il diodo lascia passare la corrente solo nel verso indicato dal triangolo.

DA RICORDARE

Dal capitolo 3: potenziale ed energia

Una carica q che passa da un punto a un altro fra i quali c'è una differenza di potenziale ΔV varia la sua energia potenziale di $\Delta U = q\,\Delta V$. La differenza di potenziale, che in elettrotecnica si chiama anche *tensione*, si misura in volt: 1 V = 1 J/C. In un circuito, dunque, il generatore *dà* energia alle cariche e gli apparecchi la *ricevono*; quanta ne passa ogni secondo, la potenza elettrica, lo vedrai nel capitolo 5.

4.1.4 Quanto vanno veloci gli elettroni?

Quando premi l'interruttore la lampada si accende subito, e verrebbe da pensare che gli elettroni corrano nel filo a velocità altissime. Non è così. Nel loro moto disordinato gli elettroni urtano di continuo contro gli ioni del reticolo, e il campo elettrico riesce a imprimere loro soltanto un lento spostamento medio, la **velocità di deriva**, sovrapposto all'agitazione disordinata. Per calcolarla basta un ragionamento sul numero di elettroni.

Supponi che il filo abbia sezione S e che in ogni metro cubo di metallo ci siano n elettroni liberi. Se avanzano tutti con velocità media v_d, nel tempo Δt attraversano una sezione tutti gli elettroni contenuti in un tratto di filo lungo $v_d\,\Delta t$, che ha volume $S\,v_d\,\Delta t$: sono $n\,S\,v_d\,\Delta t$ elettroni, con carica $\Delta Q = n\,e\,S\,v_d\,\Delta t$. Dividendo per Δt si ottiene $I = n\,e\,S\,v_d$.

ESEMPIO SVOLTO

La lentezza degli elettroni in un filo di rame

Problema. In un filo di rame di sezione 1,5 mm^2, come quelli dell'impianto di casa, scorre una corrente di 10 A. Il rame ha circa $n = 8{,}5 \times 10^{28}$ elettroni liberi per metro cubo, uno per atomo. Calcola la velocità di deriva degli elettroni e il tempo che un elettrone impiega a percorrere 10 m di filo.

Velocità. $v_\text{d} = I/(n\,e\,S) = (10\ \text{A})/[(8{,}5 \times 10^{28}\ \text{m}^{-3}) \cdot (1{,}60 \times 10^{-19}\ \text{C}) \cdot (1{,}5 \times 10^{-6}\ \text{m}^2)] \approx 4{,}9 \times 10^{-4}$ m/s, meno di mezzo millimetro al secondo.

Tempo. $\Delta t = (10\ \text{m})/(4{,}9 \times 10^{-4}\ \text{m/s}) \approx 2{,}0 \times 10^{4}$ s, cioè circa 5,7 ore.

Commento. Una lumaca è più veloce. La lampada si accende subito perché il filo è già pieno di elettroni: quando il circuito si chiude, il campo elettrico si stabilisce lungo tutto il filo quasi istantaneamente, a una velocità che è una frazione rilevante di quella della luce, e mette in moto *insieme* gli elettroni di ogni tratto, compresi quelli già nel filamento. Come in un tubo pieno d'acqua: aprendo il rubinetto l'acqua esce subito, anche se ogni goccia avanza lentamente.

ERRORE FREQUENTE

La corrente non si consuma

«La lampadina consuma la corrente: quella che esce è minore di quella che entra.» No. In un circuito senza diramazioni la corrente è la stessa in ogni punto, prima e dopo la lampadina, perché la carica si conserva e non si accumula da nessuna parte: in ogni secondo, dal filamento escono tanti elettroni quanti ne entrano. Quello che la lampadina trasforma in luce e calore è l'*energia* delle cariche, che escono dal filamento a un potenziale più basso di quello a cui sono entrate. E una pila scarica non ha «finito le cariche»: ha esaurito i reagenti chimici che le permettevano di compiere lavoro su di esse.

4.2 Le leggi di Ohm

4.2.1 La prima legge di Ohm

Collega un filo metallico, o un componente qualsiasi, a un generatore di cui puoi regolare la tensione, e misura la corrente che lo attraversa per diversi valori della differenza di potenziale ΔV ai suoi capi. Il rapporto fra le due grandezze si chiama **resistenza elettrica** del componente:

$$R = \frac{\Delta V}{I}$$

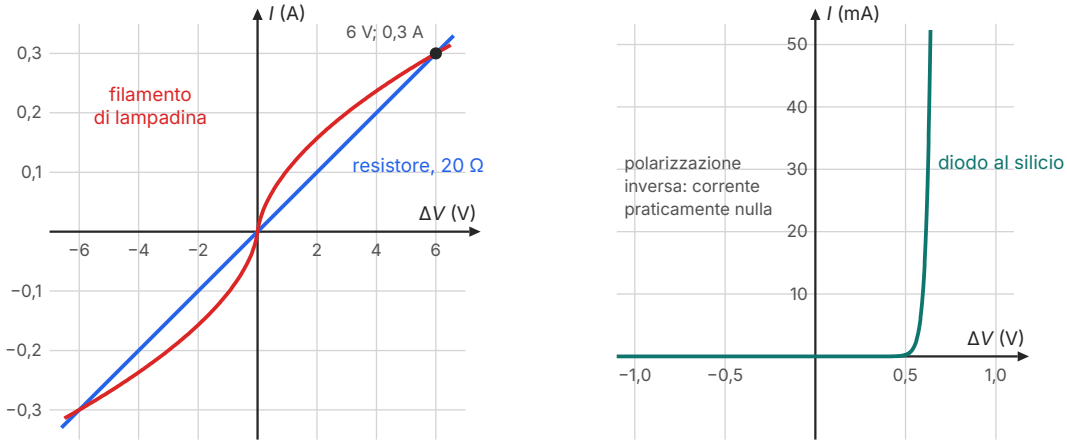
La resistenza dice quanta differenza di potenziale serve per far passare una certa corrente: più è grande, più il componente si oppone al passaggio delle cariche. Si misura in **ohm** (Ω), dal nome del fisico tedesco Georg Simon Ohm: 1 Ω = 1 V/A. Un componente che ha soprattutto lo scopo di presentare una resistenza definita si chiama resistore; i resistori dei circuiti elettronici vanno da pochi ohm a milioni di ohm (megaohm, MΩ).

Nel 1827 Ohm pubblicò il risultato di una lunga serie di misure: per i fili metallici, a temperatura costante, la corrente è direttamente proporzionale alla differenza di potenziale, e la resistenza non dipende né da ΔV né da I. È la **prima legge di Ohm**:

$$\Delta V = RI \quad \text{(con } R \text{ costante)}$$

I componenti che la rispettano si dicono **conduttori ohmici**. Il loro grafico della corrente in funzione della tensione, che si chiama **curva caratteristica**, è una retta passante per l'origine, con pendenza $1/R$ (Figura 4.3a, in blu). Raddoppiando la tensione raddoppia la corrente; invertendo la tensione la corrente cambia verso, con la stessa intensità.

La prima legge di Ohm, però, non è una legge universale come la conservazione della carica: è una proprietà di certi materiali in certe condizioni. Il filamento di tungsteno di una lampadina non è ohmico: la sua caratteristica (Figura 4.3a, in rosso) si piega, perché scaldandosi il filamento aumenta la sua resistenza, fino a 20 Ω quando, a 6 V, brilla in pieno. Ancora più lontano dalla legge di Ohm è il **diodo**, un componente fatto di materiali semiconduttori (capitolo 1): lascia passare la corrente in un verso solo, e soltanto quando la tensione supera una soglia di circa 0,6 V nel caso del silicio (Figura 4.3b). I LED dei telefoni e delle lampade moderne sono diodi che emettono luce, come vedrai nel capitolo 5.



a) conduttore ohmico e filamento **b) diodo**

Figura 4.3 Curve caratteristiche *I*–Δ*V*, calcolate. a) Un resistore da 20 Ω (blu) è un conduttore ohmico: la sua caratteristica è una retta per l'origine. Il filamento di una lampadina da 6 V e 0,3 A (rosso) non lo è: alla tensione nominale ha la stessa resistenza del resistore, 20 Ω, e le due curve si incontrano; a tensioni minori il filamento è più freddo, ha resistenza minore e lascia passare più corrente. Le due curve sono simmetriche: invertendo la tensione si inverte la corrente. b) Un diodo al silicio conduce soltanto nel verso diretto, oltre circa 0,6 V; nel verso inverso la corrente è praticamente nulla.

COLLEGAMENTI

Le parole della fisica

Corrente viene da *currens*, participio presente del latino *currere*, «correre»: la corrente è ciò che corre, come l'acqua di un fiume, e fin dal Settecento si parlava di «fluido elettrico» che scorre nei conduttori.

Resistenza viene dal latino *resistere*, composto di *re-* e *sistere*, «fermarsi, stare saldo»: resistere è opporsi stando fermi, come fa il reticolo degli ioni contro cui urtano gli elettroni.

Circuito viene dal latino *circuitus*, «giro», da *circumire*, «andare intorno»: il percorso chiuso che le cariche percorrono tornando al punto di partenza.

Pila viene dal latino *pila*, «pilastro», attraverso il francese *pile*, «catasta»: lo strumento di Volta era proprio una colonna di dischi impilati. Il nome è rimasto anche alle pile di oggi, che di colonne non hanno più nulla.

4.2.2 La seconda legge di Ohm

Da che cosa dipende la resistenza di un filo? Ohm stesso, confrontando fili diversi, trovò che a parità di materiale la resistenza è proporzionale alla lunghezza *L* del filo e inversamente pro-

porzionale all'area S della sua sezione. È la **seconda legge di Ohm**:

$$R = \rho \frac{L}{S}$$

Le due dipendenze si capiscono con il modello degli urti: in un filo lungo il doppio gli elettroni devono superare il doppio degli ostacoli, mentre in un filo di sezione doppia ci sono, fianco a fianco, il doppio degli elettroni che portano corrente, come in una strada a due corsie invece che a una. Attenzione: raddoppiando il *diametro*, l'area della sezione quadruplica.

La costante ρ (rho) si chiama **resistività** e dipende soltanto dal materiale e dalla temperatura; si misura in $\Omega \cdot \text{m}$. Nella Tabella A.2 dell'Appendice va da $1{,}68 \times 10^{-8}\ \Omega \cdot \text{m}$ per il rame a 10^{10}–$10^{14}\ \Omega \cdot \text{m}$ per il vetro: fra un buon conduttore e un buon isolante la resistività cambia di più di venti ordini di grandezza. In mezzo stanno i semiconduttori, come il silicio, la cui resistività dipende moltissimo dalla temperatura e dalle impurità.

Un filo di rame lungo 20 m con sezione di 1,5 mm^2 ha resistenza $R = (1{,}68 \times 10^{-8}\ \Omega \cdot \text{m}) \cdot (20\ \text{m})/(1{,}5 \times 10^{-6}\ \text{m}^2) \approx 0{,}22\ \Omega$: per questo negli schemi la resistenza dei fili si trascura. Un filo di nicromo, la lega di nichel e cromo delle stufette e degli asciugacapelli, lungo 5,0 m e con diametro di 0,40 mm (sezione $\pi \cdot (0{,}20\ \text{mm})^2 \approx 0{,}126\ \text{mm}^2$) ha invece $R = (1{,}10 \times 10^{-6}\ \Omega \cdot \text{m}) \cdot (5{,}0\ \text{m})/(1{,}26 \times 10^{-7}\ \text{m}^2) \approx 44\ \Omega$.

4.2.3 La resistività e la temperatura

Nei metalli la resistività aumenta con la temperatura: gli ioni del reticolo vibrano più ampiamente e gli elettroni li urtano più spesso. Per variazioni di temperatura non troppo grandi l'aumento è con buona approssimazione lineare:

$$\rho = \rho_0 (1 + \alpha \Delta T)$$

dove ρ_0 è la resistività a una temperatura di riferimento (di solito 20 °C) e α è il **coefficiente di temperatura** della resistività, in K^{-1} (Appendice, Tabella A.2): per il rame vale $3{,}9 \times 10^{-3}\ \text{K}^{-1}$, e un riscaldamento di 100 K aumenta la sua resistività del 39%. Non confonderlo con il coefficiente di dilatazione volumica di Fisica 4, capitolo 6, indicato con la stessa lettera. Nel filamento di una lampadina, che passa da 20 °C a circa 2500 °C, la resistenza cresce di più di dieci volte (qui la formula lineare dà solo l'ordine di grandezza): è la spiegazione della curva rossa della Figura 4.3a. Per la grafite e per i semiconduttori, invece, α è negativo: scaldandoli, conducono meglio.

Nel 1911 il fisico olandese Heike Kamerlingh Onnes, che a Leida era riuscito per primo a liquefare l'elio, misurò la resistenza del mercurio raffreddato a temperature bassissime e scoprì che, al di sotto di circa 4,2 K, essa scompariva del tutto: non diventava piccola, diventava nulla. Il fenomeno si chiama **superconduttività**. Oggi fili superconduttori raffreddati con elio liquido formano le bobine degli elettromagneti degli apparecchi per la risonanza magnetica negli ospedali e dei grandi acceleratori di particelle.

4.3 Resistori in serie e in parallelo

I circuiti reali contengono molti componenti, e i modi più semplici di collegarne due o più sono due: uno dopo l'altro, oppure uno accanto all'altro (Figura 4.4). In entrambi i casi l'insieme si può sostituire, senza che il resto del circuito se ne accorga, con un solo resistore che, alla stessa differenza di potenziale, è attraversato dalla stessa corrente: la sua resistenza si chiama **resistenza equivalente** R_{eq}.

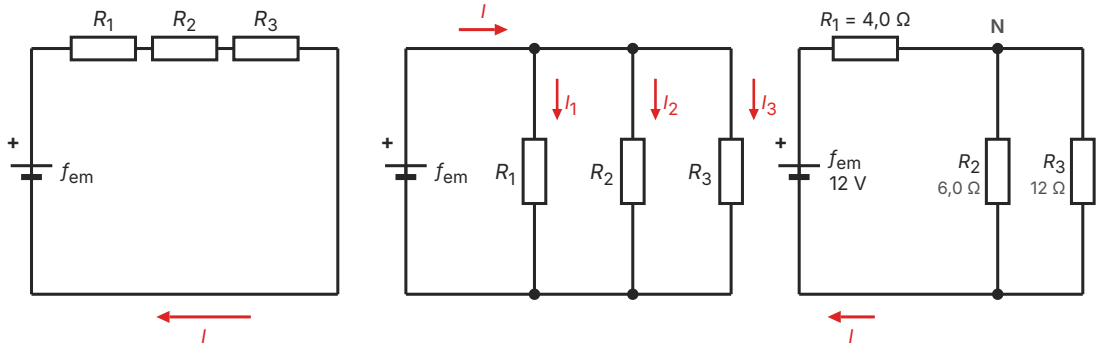


Figura 4.4 Tre modi di collegare dei resistori a un generatore. a) In serie: un solo percorso, la stessa corrente I in tutti i resistori. b) In parallelo: tutti i resistori sono collegati fra gli stessi due fili, hanno ai capi la stessa differenza di potenziale e la corrente I si divide fra loro. c) Un circuito misto: R_1 in serie con il parallelo di R_2 e R_3, che si diramano dal nodo N; i valori sono quelli dell'Esempio svolto.

4.3.1 Il collegamento in serie

Due o più resistori sono collegati in serie quando si trovano uno dopo l'altro lungo un unico percorso, senza diramazioni fra loro (Figura 4.4a). Due conseguenze sono immediate. La prima: la corrente è la stessa in tutti, perché la carica che entra nel primo non ha altra strada che attraversare anche gli altri. La seconda: la differenza di potenziale ai capi dell'insieme è la somma di quelle ai capi dei singoli resistori, come il dislivello totale di una scala è la somma delle altezze dei gradini: $\Delta V = \Delta V_1 + \Delta V_2 + \Delta V_3 = R_1 I + R_2 I + R_3 I$. Dividendo per I si ottiene la resistenza equivalente:

$$R_{eq} = R_1 + R_2 + R_3 + \ldots$$

La resistenza equivalente di resistori in serie è la somma delle resistenze, quindi è maggiore di ciascuna di esse: aggiungere un resistore in serie fa diminuire la corrente. La tensione del ge-

neratore si ripartisce fra i resistori in proporzione alle loro resistenze, $\Delta V_k = R_k I$: il resistore più grande riceve la parte maggiore. Questo partitore di tensione si usa in elettronica per ottenere, da un'unica pila, tensioni diverse.

Il collegamento in serie ha un difetto evidente: se un componente si interrompe, il circuito si apre e la corrente si ferma in tutti. È ciò che accadeva nelle vecchie catene di lampadine dell'albero di Natale, che si spegnevano tutte insieme quando se ne bruciava una sola.

4.3.2 Il collegamento in parallelo

Due o più resistori sono collegati in parallelo quando hanno gli estremi collegati agli stessi due punti del circuito (Figura 4.4b). Anche qui due conseguenze. La prima: la differenza di potenziale è la stessa ai capi di tutti, perché i loro estremi sono collegati, attraverso fili di resistenza trascurabile, agli stessi due punti, che hanno ciascuno un solo potenziale. La seconda: la corrente I che arriva si divide fra i rami, e poiché la carica si conserva, $I = I_1 + I_2 + I_3$. Con la prima legge di Ohm, $I_k = \Delta V / R_k$, e dividendo per ΔV:

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots$$

Per due soli resistori la formula si può scrivere $R_{eq} = R_1 R_2 / (R_1 + R_2)$: due resistori da 6,0 Ω e 3,0 Ω in parallelo equivalgono a $(6{,}0 \cdot 3{,}0)/(6{,}0 + 3{,}0)\ \Omega = 2{,}0\ \Omega$, e due resistori uguali a metà di uno di essi. La resistenza equivalente di un parallelo è sempre *minore* della più piccola delle resistenze: ogni ramo aggiunto apre alle cariche una strada in più. La corrente si divide in proporzione inversa alle resistenze.

Il parallelo non ha il difetto della serie: se un ramo si interrompe, gli altri continuano a funzionare con la stessa tensione. Per questo gli apparecchi di una casa sono collegati in parallelo, come vedrai nel capitolo 5.

ERRORE FREQUENTE

Serie e parallelo si riconoscono dai collegamenti, non dal disegno

Due resistori disegnati uno accanto all'altro non sono necessariamente in parallelo, e due disegnati in fila non sono necessariamente in serie. Per decidere, segui i fili. Sono in serie se fra loro non c'è nessun *nodo*, cioè nessun punto in cui il circuito si dirama: allora li attraversa per forza la stessa corrente. Sono in parallelo se entrambi i loro estremi sono collegati agli stessi due nodi: allora hanno per forza la stessa tensione.

Un secondo errore è dimenticare, nel parallelo, di fare il reciproco alla fine: $1/R_{eq} = 0{,}5\ \Omega^{-1}$ significa $R_{eq} = 2\ \Omega$, non 0,5 Ω. Il controllo è sempre lo stesso: la resistenza equivalente di un parallelo è minore della più piccola delle resistenze.

4.3.3 Circuiti misti

Molti circuiti contengono gruppi in serie e gruppi in parallelo. Se ogni gruppo si può riconoscere separatamente, il metodo è sempre lo stesso: si sostituisce un gruppo alla volta con la sua resistenza equivalente, partendo dai gruppi più interni, finché resta un solo resistore collegato al generatore; poi si ripercorre il cammino all'indietro, calcolando correnti e tensioni nei singoli componenti.

ESEMPIO SVOLTO

Un circuito misto

Problema. Nel circuito della Figura 4.4c un generatore ideale con f_{em} = 12 V alimenta un resistore R_1 = 4,0 Ω in serie con il parallelo di R_2 = 6,0 Ω e R_3 = 12 Ω. Calcola la resistenza equivalente, la corrente erogata dal generatore e la corrente e la tensione in ciascun resistore.

Il parallelo. R_2 e R_3 hanno entrambi gli estremi sugli stessi due nodi: $R_{23} = (6{,}0 \cdot 12)/(6{,}0 + 12)$ Ω = 72/18 Ω = 4,0 Ω.

La serie. R_1 è in serie con il gruppo: R_{eq} = 4,0 Ω + 4,0 Ω = 8,0 Ω. La corrente erogata è $I = f_{em}/R_{eq}$ = 12 V/8,0 Ω = 1,5 A, e attraversa tutta R_1.

Le tensioni. $\Delta V_1 = R_1 I$ = 4,0 Ω · 1,5 A = 6,0 V; al parallelo resta $\Delta V_{23} = R_{23} I$ = 6,0 V, la stessa per R_2 e per R_3. Controllo: 6,0 V + 6,0 V = 12 V, la forza elettromotrice.

Le correnti nei rami. I_2 = 6,0 V/6,0 Ω = 1,0 A; I_3 = 6,0 V/12 Ω = 0,50 A. Controllo: 1,0 A + 0,50 A = 1,5 A, la corrente che arriva al nodo N. Il ramo con la resistenza minore porta la corrente maggiore.

4.4 Le leggi di Kirchhoff e il generatore reale

Nel 1845 il fisico tedesco Gustav Kirchhoff, allora ancora studente, enunciò due regole che valgono per qualunque circuito in corrente continua, anche per quelli che non si riducono a serie e paralleli. Sono due principi di conservazione che conosci già, scritti nel linguaggio dei circuiti: la conservazione della carica e la conservazione dell'energia.

4.4.1 La legge dei nodi

Un **nodo** è un punto del circuito in cui si incontrano tre o più conduttori. Poiché in un circuito percorso da corrente continua la carica non si accumula in nessun punto, in ogni intervallo di tempo dal nodo deve uscire tanta carica quanta ne entra. È la **legge dei nodi**: in ogni nodo la somma delle correnti entranti è uguale alla somma delle correnti uscenti. Nel nodo N della Figura 4.4c entra la corrente di 1,5 A e ne escono 1,0 A e 0,50 A: è il controllo che hai fatto nell'Esempio svolto, e la stessa legge che hai usato per ricavare la formula del parallelo.

4.4.2 La legge delle maglie

Una **maglia** è un qualunque percorso chiuso all'interno di un circuito. Il potenziale è una funzione del punto, come la quota di un sentiero di montagna: chi percorre un giro completo e torna al punto di partenza ritrova la stessa quota, qualunque saliscendi abbia fatto. Allo stesso modo, una carica che percorre una maglia e torna al punto di partenza ritrova lo stesso potenziale e la stessa energia potenziale. È la **legge delle maglie**: lungo una maglia la somma algebrica delle variazioni di potenziale è nulla. Percorrendo la maglia nel verso della corrente, si conta come salita (+) la forza elettromotrice di ogni generatore attraversato dal polo negativo al positivo, e come discesa (−) la caduta RI su ogni resistore.

Per un circuito con un solo generatore e due resistori in serie la legge delle maglie dà $f_{\text{em}} - R_1 I - R_2 I = 0$: l'energia che il generatore fornisce a ogni coulomb viene ceduta tutta ai resistori, e si ritrova la formula della serie. Qui userai la legge delle maglie per circuiti con una sola maglia e per controllare i risultati dei circuiti misti; le reti con più maglie sono materia dei corsi di elettrotecnica.

4.4.3 Il generatore reale e la resistenza interna

Se misuri con un voltmetro la tensione ai poli di una pila piatta da 4,5 V, prima a vuoto e poi mentre accende una lampadina, scopri che nel secondo caso è un po' minore. Una pila reale non è un generatore ideale: anche al suo interno le cariche attraversano dei materiali, la soluzione e gli elettrodi, che oppongono resistenza al loro passaggio. Questa **resistenza interna** r si comporta come un piccolo resistore in serie con un generatore ideale (Figura 4.5a). Per la legge delle maglie la differenza di potenziale ai poli, quando il generatore eroga la corrente I, è

$$\Delta V = f_{\text{em}} - rI$$

Una parte della forza elettromotrice, rI, si «perde» dentro il generatore, e la tensione disponibile per il circuito esterno diminuisce al crescere della corrente. Soltanto a circuito aperto ($I = 0$) la tensione ai poli è uguale alla forza elettromotrice: per questo un voltmetro collegato a una pila isolata misura, con ottima approssimazione, proprio f_{em}. Con un resistore esterno R, la corrente è $I = f_{\text{em}}/(R + r)$.

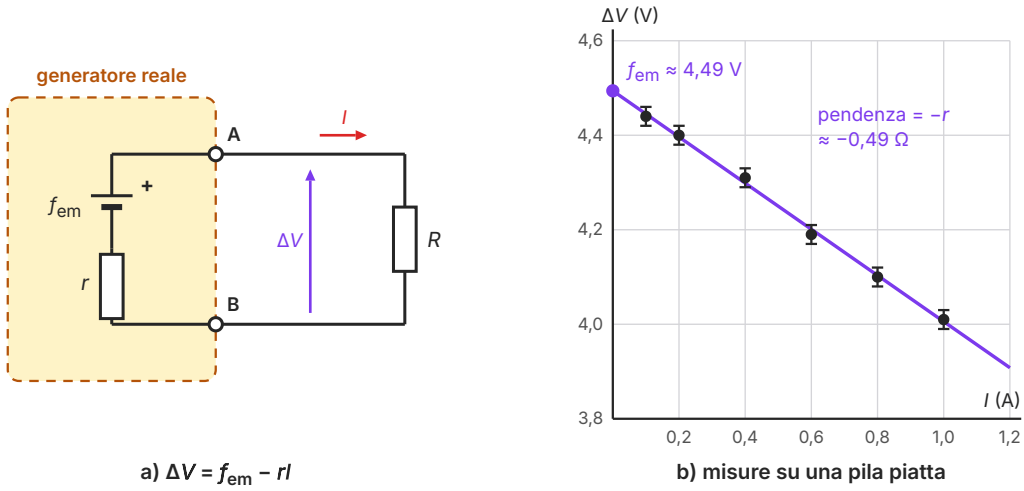


Figura 4.5 Il generatore reale. a) Modello: un generatore ideale di forza elettromotrice f_{em} in serie con la resistenza interna r; la tensione ai poli A e B, che alimenta il resistore esterno R, è $\Delta V = f_{em} - rI$. b) I dati della Tabella 4.1 con le barre d'errore e la retta che passa meglio fra i punti, calcolata: l'intercetta è la forza elettromotrice, la pendenza è l'opposto della resistenza interna. L'asse verticale parte da 3,8 V.

Il caso estremo è il **cortocircuito**: i poli del generatore collegati direttamente da un filo di resistenza trascurabile. La corrente raggiunge il valore massimo $I_{cc} = f_{em}/r$, limitato soltanto dalla resistenza interna, e la tensione ai poli scende quasi a zero. Per una batteria d'automobile, che ha una resistenza interna di centesimi di ohm, si tratta di centinaia di ampere: i fili si arroventano e la batteria può danneggiarsi. Mai collegare i poli di una batteria con un oggetto metallico.

ESEMPIO SVOLTO

La forza elettromotrice e la resistenza interna da un grafico

Problema. Alcuni studenti collegano una pila piatta a un reostato e, per sei valori della resistenza esterna, misurano la corrente erogata e la tensione ai poli (Tabella 4.1; tensioni ± 0,02 V). Ricava dai dati la forza elettromotrice e la resistenza interna della pila.

Tabella 4.1 Tensione ai poli di una pila piatta in funzione della corrente erogata (dati tipici). L'incertezza sulle tensioni è ± 0,02 V, quella sulle correnti è trascurabile.

I (A)	0,10	0,20	0,40	0,60	0,80	1,00
ΔV (V)	4,44	4,40	4,31	4,19	4,10	4,01

Il grafico. Riportati in un grafico (Figura 4.5b), i punti stanno, entro le barre d'errore, su una retta che scende: è proprio la legge $\Delta V = f_{em} - rI$, una retta con intercetta f_{em} sull'asse verticale e pendenza $-r$. Nota che l'asse verticale parte da 3,8 V e non da zero: serve a vedere bene la piccola diminuzione della tensione.

La pendenza. Con due punti della retta, presi lontani fra loro (per esempio quelli di 0,10 A e di 1,00 A, che stanno quasi esattamente sulla retta): pendenza = (4,01 V − 4,44 V)/(1,00 A − 0,10 A) = −0,43 V/0,90 A ≈ −0,48 Ω. La retta che passa meglio fra tutti i punti ha pendenza −0,49 Ω: la resistenza interna è $r \approx 0{,}5\ \Omega$.

L'intercetta. Prolungando la retta fino a $I = 0$: $f_{em} = \Delta V + rI = 4{,}44\ \text{V} + 0{,}49\ \Omega \cdot 0{,}10\ \text{A} \approx 4{,}49\ \text{V}$, praticamente i 4,5 V scritti sulla pila.

Commento. In cortocircuito la corrente sarebbe $f_{em}/r \approx 9$ A, nove volte la massima misurata: un valore estrapolato, che non è prudente verificare.

4.5 Misurare correnti e tensioni

4.5.1 L'amperometro e il voltmetro

Per misurare la corrente in un ramo di un circuito si usa l'**amperometro**, che va collegato in *serie* al componente: il circuito si apre in un punto e l'amperometro si inserisce nell'interruzione, in modo che tutta la corrente da misurare lo attraversi (Figura 4.6). Per misurare la differenza di potenziale fra due punti si usa il **voltmetro**, che va collegato in *parallelo*, con i suoi due terminali sui due punti, senza aprire il circuito.

Uno strumento inserito cambia sempre un poco il circuito, e un buon strumento lo cambia il meno possibile. L'amperometro in serie aggiunge la propria resistenza a quella del ramo e fa diminuire la corrente: deve avere una resistenza interna *molto piccola*. Il voltmetro in parallelo

apre un ramo in più e sottrae corrente al componente: deve avere una resistenza interna *molto grande*, che nei voltmetri digitali è dell'ordine dei megaohm.

Da qui una regola di sicurezza. Un amperometro collegato per errore in parallelo a un generatore è quasi un cortocircuito: la sua piccola resistenza lascia passare una corrente enorme, che brucia il fusibile di protezione dello strumento, o lo strumento stesso. Un voltmetro collegato per errore in serie, invece, non si danneggia, ma con la sua grande resistenza riduce quasi a zero la corrente nel circuito. Oggi si usa quasi sempre il **multimetro** digitale, che con un selettore funziona da amperometro, da voltmetro o da ohmmetro: prima di collegarlo, controlla il selettore e la posizione dei puntali.

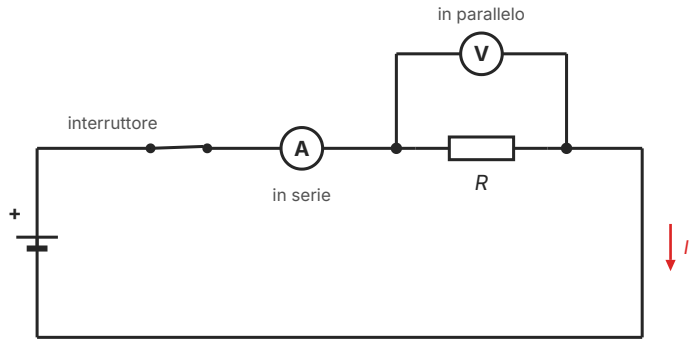


Figura 4.6 Come si collegano gli strumenti. L'amperometro (A) è inserito in serie nel circuito, in modo che lo attraversi la stessa corrente *I* del resistore *R*; il voltmetro (V) è collegato in parallelo, ai capi del resistore, e ne misura la differenza di potenziale senza aprire il circuito.

COLLEGAMENTI

In laboratorio: la prima legge di Ohm per un resistore e per una lampadina

Materiali. Un alimentatore da laboratorio a bassa tensione continua, regolabile da 0 a 12 V; un resistore da 20 Ω (adatto a dissipare almeno 5 W); una lampadina da 6 V – 0,3 A con portalampada; due multimetri digitali; cavi con morsetti a coccodrillo.

Procedimento. Monta il circuito della Figura 4.6, con un multimetro come amperometro in serie (portata 400 mA o simile) e l'altro come voltmetro ai capi del resistore. Partendo da zero, regola l'alimentatore in modo che il voltmetro segni 1,00 V, 2,00 V, … fino a 6,00 V, e leggi ogni volta la corrente (Tabella 4.2). Ripeti tutto sostituendo al resistore la lampadina. Le incertezze sono quelle di lettura degli strumenti, ± 0,01 V e ± 1 mA; quella su $R = \Delta V/I$ si ottiene sommando le incertezze relative (Fisica 3, capitolo 3).

Tabella 4.2 Prima legge di Ohm per un resistore e per una lampadina a incandescenza (dati tipici). ΔV ± 0,01 V; I ± 1 mA; il rapporto $\Delta V/I$ è calcolato, con l'incertezza ottenuta sommando le incertezze relative.

ΔV (V)	I resistore (mA)	$\Delta V/I$ resistore (Ω)	I lampadina (mA)	$\Delta V/I$ lampadina (Ω)
1,00	50	20,0 ± 0,6	103	9,7 ± 0,2
2,00	100	20,0 ± 0,3	157	12,7 ± 0,1
3,00	151	19,9 ± 0,2	200	15,0 ± 0,1
4,00	199	20,1 ± 0,2	237	16,9 ± 0,1
5,00	251	19,9 ± 0,1	270	18,5 ± 0,1
6,00	299	20,1 ± 0,1	300	20,0 ± 0,1

Che cosa concludere. Per il resistore il rapporto $\Delta V/I$ è costante entro le incertezze, con una media di 20,0 Ω: i punti del grafico di ΔV in funzione di I stanno su una retta per l'origine, la cui pendenza è la resistenza. Il resistore è un conduttore ohmico. Per la lampadina il rapporto cresce in modo regolare, da circa 10 Ω a 20 Ω, molto più delle incertezze: il filamento, che si scalda sempre di più, non è ohmico. Soltanto a 6 V i due componenti hanno la stessa resistenza, come nella Figura 4.3a.

Sicurezza. Si lavora soltanto con l'alimentatore a bassa tensione: la rete elettrica di casa e della scuola non si usa mai per un'esperienza degli studenti. Resistore e lampadina si scaldano: non toccarli durante le misure. Cambia portate e collegamenti solo ad alimentatore spento.

Per la relazione. Segui lo schema di «Fisica 3, capitolo 4». Costruisci, sullo stesso foglio, i grafici di ΔV in funzione di I per i due componenti, con le barre d'errore; per il resistore traccia la retta di massima e quella di minima pendenza e ricava R con la sua incertezza. Discuti: che cosa ti aspetti invertendo i collegamenti dell'alimentatore?

IN SINTESI

Le formule del capitolo e il loro significato

Corrente: $I = \Delta Q/\Delta t$, in ampere (1 A = 1 C/s): la carica che attraversa una sezione del conduttore in ogni secondo. Verso convenzionale: quello delle cariche positive, dal potenziale alto al basso nel circuito esterno.

Forza elettromotrice: $f_{em} = W/q$, in volt: il lavoro che il generatore compie su ogni coulomb che porta dal polo negativo al positivo.

Prima legge di Ohm: $\Delta V = RI$, con R costante, in ohm (1 Ω = 1 V/A); vale per i conduttori ohmici a temperatura costante. Per ogni componente $R = \Delta V/I$ è la sua resistenza in quelle condizioni.

Seconda legge di Ohm: $R = \rho L/S$, con la resistività ρ in Ω · m, che dipende dal materiale e dalla temperatura: $\rho = \rho_0(1 + \alpha\Delta T)$.

Serie: stessa corrente; $R_{eq} = R_1 + R_2 + \ldots$, maggiore di ogni resistenza. **Parallelo:** stessa tensione; $1/R_{eq} = 1/R_1 + 1/R_2 + \ldots$, minore di ogni resistenza.

Kirchhoff: in ogni nodo, correnti entranti = correnti uscenti (conservazione della carica); lungo ogni maglia la somma delle variazioni di potenziale è zero (conservazione dell'energia).

Generatore reale: $\Delta V = f_{em} - rI$; la tensione ai poli è uguale a f_{em} solo a circuito aperto; corrente di cortocircuito f_{em}/r.

APPROFONDIMENTO

Galvani e Volta: una controversia feconda

Luigi Galvani (1737–1798), professore di anatomia a Bologna, descrisse nel *Commentarius* del 1791 due osservazioni. Le zampe di una rana preparata si contraevano quando qualcuno toccava il nervo con un bisturi mentre, nella stessa stanza, una macchina elettrostatica faceva scoccare una scintilla; e si contraevano anche senza alcuna macchina, quando nervo e muscolo venivano collegati da un arco di due metalli diversi. Galvani interpretò la seconda come la scarica di un'elettricità propria dell'animale, accumulata nel muscolo come in una bottiglia di Leida, l'antenato del condensatore.

Volta (1745–1827) ripeté gli esperimenti e notò che l'effetto era forte con due metalli diversi e debole o nullo con un metallo solo: la sorgente, concluse, era il contatto fra metalli diversi, e la rana soltanto un rivelatore sensibilissimo. Galvani e i suoi allievi risposero ottenendo la contrazione anche senza metalli, mettendo a contatto il nervo con il muscolo. La disputa coinvolse per anni medici e fisici di tutta Europa.

La risposta più forte di Volta fu la pila: un generatore di elettricità fatto soltanto di metalli e di cartoni bagnati, senza alcun tessuto vivente, che manteneva una corrente per ore. Nella lettera a Banks del 1800 Volta la paragonava all'organo elettrico della torpedine, il pesce che stordisce le prede con scariche elettriche. Nello stesso 1800, a Londra, William Nicholson e Anthony Carlisle usarono una pila per scomporre l'acqua in idrogeno e ossigeno, il primo esempio di elettrolisi (capitolo 5); nel 1801 Volta presentò la pila a Parigi, all'Institut de France, alla presenza di Napoleone Bonaparte.

Galvani non vide la fine della storia: nel 1797 rifiutò di giurare fedeltà alla Repubblica Cisalpina, perse la cattedra e morì l'anno seguente (Collegamenti con Storia). Oggi sappiamo che la spiegazione di Volta era incompleta: l'energia della pila non viene dal semplice contatto fra i metalli, ma dalle reazioni chimiche fra i metalli e la soluzione. Galvani, a sua volta, aveva visto giusto su un punto essenziale: i nervi e i muscoli funzionano con segnali elettrici, gli stessi che oggi si registrano con l'elettrocardiogramma (Collegamenti con Scienze naturali).

SINTESI

- La corrente elettrica è un moto ordinato di cariche; la sua intensità $I = \Delta Q/\Delta t$ si misura in ampere (1 A = 1 C/s), unità fondamentale del SI definita dal 2019 fissando il valore di e.
- Il verso convenzionale della corrente è quello delle cariche positive, dal polo positivo al negativo nel circuito esterno; nei metalli si muovono gli elettroni, in verso opposto.
- Il generatore mantiene la differenza di potenziale che fa circolare la corrente; la sua forza elettromotrice $f_{em} = W/q$, in volt, è il lavoro fatto su ogni coulomb. La pila di Volta (1800) fu il primo generatore di corrente continua.
- La corrente non si consuma: in un circuito senza diramazioni è la stessa ovunque. Gli apparecchi trasformano l'energia delle cariche, non le cariche.
- Gli elettroni di conduzione avanzano con una velocità di deriva di frazioni di millimetro al secondo; il campo che li mette in moto si stabilisce lungo il filo quasi istantaneamente.
- La resistenza è $R = \Delta V/I$, in ohm. Per i conduttori ohmici è costante (prima legge di Ohm) e la caratteristica è una retta per l'origine; il filamento di una lampadina e il diodo non sono ohmici.
- Seconda legge di Ohm: $R = \rho L/S$. La resistività va da $10^{-8}\ \Omega \cdot m$ dei metalli a oltre $10^{10}\ \Omega \cdot m$ degli isolanti; nei metalli cresce con la temperatura, $\rho = \rho_0(1 + \alpha\Delta T)$. Alcuni materiali, a temperature bassissime, diventano superconduttori.
- In serie la corrente è la stessa e le resistenze si sommano; in parallelo la tensione è la stessa e si sommano i reciproci: la resistenza equivalente di un parallelo è minore di ogni resistenza.
- Legge dei nodi (conservazione della carica): correnti entranti = correnti uscenti. Legge delle maglie (conservazione dell'energia): lungo un percorso chiuso la somma delle variazioni di potenziale è zero.
- Un generatore reale ha una resistenza interna r: la tensione ai poli è $\Delta V = f_{em} - rI$; in cortocircuito la corrente vale f_{em}/r.
- L'amperometro si collega in serie e deve avere resistenza piccolissima; il voltmetro in parallelo e deve avere resistenza grandissima.

ESERCIZI

Comprendere e ricordare

1. ● Una corrente di 1 A significa che attraverso una sezione del conduttore passa:
   - **A.** 1 elettrone al secondo
   - **B.** 1 C di carica al secondo
   - **C.** 1 J di energia per ogni coulomb
   - **D.** 1 C di carica in un'ora

2. ● Il verso convenzionale della corrente nel circuito esterno a una pila è:
   A. quello in cui si muovono gli elettroni
   B. dal polo negativo al polo positivo
   C. sempre da sinistra verso destra nello schema
   D. quello in cui si muoverebbero cariche positive, dal polo positivo al negativo

3. ● Raddoppiando la lunghezza di un filo, con la stessa sezione e lo stesso materiale, la sua resistenza:
   A. raddoppia
   B. si dimezza
   C. quadruplica
   D. non cambia

4. ●● Raddoppiando il diametro di un filo, con la stessa lunghezza e lo stesso materiale, la sua resistenza:
   A. raddoppia
   B. si dimezza
   C. diventa un quarto
   D. quadruplica

5. ● Due resistori da 10 Ω collegati in parallelo hanno resistenza equivalente:
   A. 20 Ω
   B. 5,0 Ω
   C. 10 Ω
   D. 0,20 Ω

6. ●● Per misurare la corrente in un resistore, l'amperometro si collega:
   A. in parallelo al resistore, perché ha una resistenza interna molto grande
   B. in parallelo al resistore, perché ha una resistenza interna molto piccola
   C. in serie al resistore, perché ha una resistenza interna molto grande
   D. in serie al resistore, perché ha una resistenza interna molto piccola

7. ●● Una pila con f_{em} = 9,0 V e resistenza interna 1,0 Ω eroga una corrente di 0,50 A. La differenza di potenziale ai suoi poli è:
   A. 8,5 V
   B. 9,0 V
   C. 9,5 V
   D. 4,5 V

Vero o falso

8. ● In un circuito con una sola lampadina, la corrente che esce dalla lampadina è minore di quella che vi entra, perché la lampadina consuma corrente. V / F

9. ● In un collegamento in serie tutti i resistori sono attraversati dalla stessa corrente. V / F

10. ●● Aggiungendo un resistore in parallelo a un altro, la resistenza equivalente aumenta. V / F

11. ●● Il filamento di una lampadina è un conduttore ohmico: la sua curva caratteristica è una retta per l'origine. V / F

12. ● Gli elettroni di conduzione di un filo di rame percorrono il circuito a velocità vicine a quella della luce. V / F

Applicare

13. ● Una corrente di 0,25 A attraversa una lampadina per 4,0 minuti. Quanta carica passa nel filamento? A quanti elettroni corrisponde?

14. ● Un resistore da 220 Ω è collegato a una pila ideale da 9,0 V. Quale corrente lo attraversa?

15. ● Esprimi in ampere: 350 mA; 25 μA. Esprimi in ohm: 4,7 kΩ; 2,2 MΩ.

16. ●● Calcola la resistenza di un filo di alluminio lungo 50 m con sezione di 2,5 mm^2 (resistività nell'Appendice, Tabella A.2).

17. ● Completa. Tre resistori da 30 Ω collegati in serie hanno resistenza equivalente _____ Ω; collegati in parallelo, _____ Ω; se due sono in parallelo fra loro e il terzo è in serie con la coppia, _____ Ω.

18. ●● Leggi nella Tabella 4.2 la corrente nella lampadina a 2,00 V e a 6,00 V. Calcola la sua resistenza nei due casi e il rapporto fra le due resistenze. Che cosa ne concludi sul filamento?

19. ●● L'avvolgimento di rame di un motorino ha resistenza 12,0 Ω a 20 °C. Quanto vale la sua resistenza quando, durante il funzionamento, raggiunge 70 °C? (α del rame: $3{,}9 \times 10^{-3}\ K^{-1}$)

Problemi

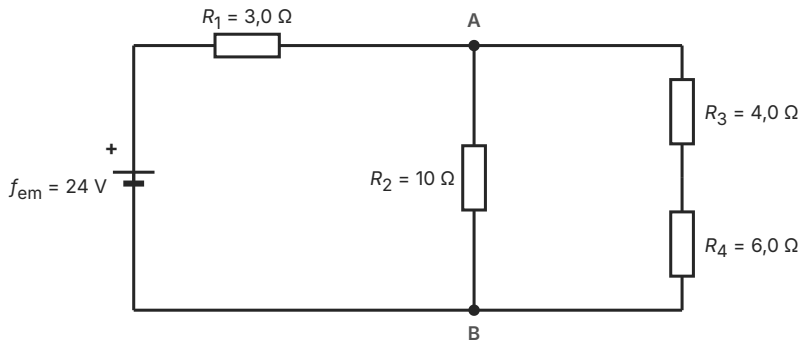


Figura 4.7 Il circuito del problema sui quattro resistori. Il generatore è ideale; A e B sono i due nodi fra i quali si diramano R_2 e il ramo formato da R_3 e R_4 in serie.

20. ●●● Un circuito con quattro resistori. Nel circuito della Figura 4.7 il generatore è ideale. a) Calcola la resistenza equivalente del circuito. b) Calcola la corrente erogata dal generatore e quella in ciascun resistore. c) Calcola la differenza di potenziale ai capi di ciascun resistore e verifica la legge delle maglie lungo il percorso generatore – R_1 – R_3 – R_4.

21. ●● Una batteria con f_{em} = 12,0 V e resistenza interna 0,40 Ω alimenta un resistore da 5,6 Ω. a) Calcola la corrente e la differenza di potenziale ai poli della batteria. b) Quale corrente circolerebbe se i poli fossero messi in cortocircuito? Perché è pericoloso?

22. ●●● Un faretto da campeggio, che a 12,0 V assorbe 3,0 A, si comporta come un resistore di resistenza costante. È alimentato da una batteria da 12,0 V (consideratela ideale) attraverso un cavo di rame a due fili lungo 10 m: la corrente percorre 10 m all'andata e 10 m al ritorno. a) Calcola la resistenza del faretto e quella del cavo, se la sezione di ciascun filo è 0,50 mm^2. b) Calcola la corrente e la tensione che arriva al faretto. c) Quale sezione minima dovrebbero avere i fili perché al faretto arrivino almeno 11,5 V?

23. ●●● Un fascio di elettroni (con il capitolo 3). In un tubo a vuoto gli elettroni, partiti quasi fermi, sono accelerati da una differenza di potenziale di 2000 V e formano un fascio che trasporta una corrente di 0,50 mA. a) Quanti elettroni al secondo arrivano sullo schermo? b) Quanta energia cinetica, in eV e in joule, ha ciascun elettrone, e con quale velocità arriva? c) Quanta energia porta il fascio sullo schermo ogni secondo?

24. ●● Il cavo della batteria di un'automobile, di rame, ha una sezione di 25 mm^2 e porta 150 A quando il motorino d'avviamento è in funzione. Con $n = 8{,}5 \times 10^{28}$ elettroni liberi per m^3, calcola la velocità di deriva degli elettroni e il tempo che impiegano a percorrere 1,0 m di cavo. Il motorino, però, parte subito: perché?

Ragionare e argomentare

25. ●● Commenta la fonte. Nella lettera a Joseph Banks del 20 marzo 1800 Volta presenta i suoi risultati sull'«*électricité excitée par le simple contact mutuel des métaux de différente espèce*», cioè «l'elettricità eccitata dal semplice contatto reciproco di metalli di specie diversa» (traduzione della redazione). Che cosa afferma Volta sull'origine dell'elettricità della pila? Aveva ragione? Quale esperimento con la pila permetterebbe di mettere alla prova la sua affermazione?

26. ● Trova l'errore. Per calcolare la resistenza equivalente di due resistori da 6,0 Ω e 3,0 Ω in parallelo, uno studente scrive: $1/R_{eq} = 1/6{,}0 + 1/3{,}0 = 1/9{,}0$, quindi $R_{eq} = 9{,}0$ Ω. Trova l'errore, correggilo e indica un controllo che gli avrebbe permesso di accorgersene da solo.

27. ●●● Progetta un esperimento. Vuoi sapere se la mina di grafite di una matita è un conduttore ohmico e misurare la resistività della grafite. Hai a disposizione una pila da 4,5 V, un reostato, due multimetri, una riga, un calibro e alcuni morsetti. Descrivi il procedimento, i grafici che costruiresti e come ne ricaveresti i risultati.

Verso l'esame

28. ●● **Dal documento.** Osserva la Figura 4.1 e rileggi l'inizio del capitolo: nel 1800 Volta descrive a Joseph Banks una colonna di dischi di due metalli separati da cartoni bagnati. a) Quale fenomeno fisico produce la pila, e che cosa la rende diversa dalle macchine elettrostatiche del Settecento? b) Perché Volta impilava molti elementi uno sopra l'altro? Quale legge del capitolo lo spiega? c) Collega l'invenzione della pila a un'altra disciplina del quinto anno.

29. ●● **Trattazione sintetica.** In 10–15 righe, spiega che cosa afferma la prima legge di Ohm, entro quali limiti vale e come la si verifica in laboratorio.

30. ●●● **Problema breve commentato.** La batteria di un'automobile ha forza elettromotrice di 12,6 V e resistenza interna di 0,020 Ω. Quando si accendono soltanto i fari, la batteria eroga circa 10 A; durante l'avviamento il motorino ne richiede altri 200 A. a) Calcola la tensione ai poli della batteria nei due casi. b) Calcola la corrente di cortocircuito. Commenta il risultato: che cosa nota il guidatore che avvia il motore con i fari accesi?

PER APPROFONDIRE

- [FAR] Michael Faraday, *Experimental Researches in Electricity*: la Terza serie (1833) mette a confronto l'elettricità della pila, quella delle macchine elettrostatiche, quella delle calamite in moto e quella dei pesci elettrici, e mostra che sono la stessa cosa.
- [FEY] R.P. Feynman, R.B. Leighton, M. Sands, *La fisica di Feynman*, vol. II: il capitolo sulla magnetostatica si apre con la corrente elettrica e la conservazione della carica, il principio da cui discende la legge dei nodi.
- [HRW] D. Halliday, R. Resnick, J. Walker, *Fondamenti di fisica*: i capitoli sulla corrente e sui circuiti in corrente continua, con molti esercizi graduati.

Glossario del capitolo

Ampere
Unità SI fondamentale della corrente, simbolo A: 1 A = 1 C/s.

Amperometro, voltmetro
Strumenti che misurano la corrente (in serie, resistenza interna piccolissima) e la differenza di potenziale (in parallelo, resistenza interna grandissima).

Circuito elettrico
Insieme di conduttori e dispositivi collegati in un percorso chiuso, con almeno un generatore.

Conduttore ohmico
Componente che rispetta la prima legge di Ohm; la sua curva caratteristica è una retta per l'origine.

Corrente continua
Corrente il cui verso e la cui intensità non cambiano nel tempo.

Corrente elettrica
Moto ordinato di cariche; la sua intensità $I = \Delta Q/\Delta t$ è la carica che attraversa una sezione del conduttore nell'unità di tempo.

Cortocircuito
Collegamento dei poli di un generatore con un conduttore di resistenza trascurabile; la corrente vale f_{em}/r.

Forza elettromotrice
Lavoro che il generatore compie su ogni unità di carica che lo attraversa, $f_{em} = W/q$; si misura in volt.

Generatore
Dispositivo che mantiene una differenza di potenziale fra due poli, compiendo lavoro sulle cariche.

Legge dei nodi
In ogni nodo la somma delle correnti entranti è uguale alla somma delle correnti uscenti (conservazione della carica).

Legge delle maglie
Lungo ogni percorso chiuso di un circuito la somma algebrica delle variazioni di potenziale è nulla (conservazione dell'energia).

Prima legge di Ohm
Nei conduttori ohmici a temperatura costante $\Delta V = RI$ con R costante.

Resistenza elettrica
Rapporto $R = \Delta V/I$ fra la tensione ai capi di un componente e la corrente che lo attraversa; si misura in ohm (Ω).

Resistenza equivalente
Resistenza del singolo resistore che, alla stessa tensione, è attraversato dalla stessa corrente di un gruppo di resistori.

Resistenza interna
Resistenza r dei materiali interni di un generatore reale; la tensione ai poli è $\Delta V = f_{em} - rI$.

Resistività
Costante ρ del materiale che compare nella seconda legge di Ohm; si misura in Ω · m e dipende dalla temperatura.

Seconda legge di Ohm
$R = \rho L/S$: la resistenza di un filo è proporzionale alla lunghezza e inversamente proporzionale alla sezione.

Superconduttività
Annullamento completo della resistenza di alcuni materiali al di sotto di una temperatura critica (Kamerlingh Onnes, 1911).

Velocità di deriva
Velocità media ordinata degli elettroni di conduzione lungo il filo, nei metalli dell'ordine di frazioni di millimetro al secondo.

Verso convenzionale
Verso in cui si muoverebbero cariche positive: nel circuito esterno, dal polo positivo al negativo del generatore.

Soluzioni

1. B. Per definizione 1 A = 1 C/s; 1 J/C è il volt.

2. D. Il verso convenzionale è quello delle cariche positive, dal potenziale più alto al più basso; gli elettroni vanno in verso opposto.

3. A. Per la seconda legge di Ohm $R = \rho L/S$ è proporzionale a L.

4. C. L'area della sezione è proporzionale al quadrato del diametro: diventa 4 volte più grande, e $R = \rho L/S$ diventa un quarto.

5. B. $1/R_{eq} = 1/(10\ \Omega) + 1/(10\ \Omega) = 0{,}20\ \Omega^{-1}$, quindi $R_{eq} = 5{,}0\ \Omega$. (0,20 è il reciproco, non la resistenza.)

6. D. In serie, perché lo deve attraversare la stessa corrente del resistore; con resistenza molto piccola, per non ridurla.

7. A. $\Delta V = f_{em} - rI = 9{,}0\ \text{V} - 1{,}0\ \Omega \cdot 0{,}50\ \text{A} = 8{,}5\ \text{V}$.

8. F. La carica si conserva e non si accumula: la corrente è la stessa prima e dopo la lampadina; ciò che si trasforma è l'energia delle cariche.

9. V. Fra resistori in serie non ci sono nodi: la carica ha un solo percorso.

10. F. Diminuisce: si apre un percorso in più, e la resistenza equivalente di un parallelo è minore della più piccola delle resistenze.

11. F. Scaldandosi, il filamento aumenta la sua resistenza: la caratteristica si piega verso l'asse della tensione (Figura 4.3a).

12. F. La loro velocità di deriva è di frazioni di millimetro al secondo; è il campo elettrico nel filo che si stabilisce quasi istantaneamente.

13. $\Delta Q = I\,\Delta t = 0{,}25\ \text{A} \cdot 240\ \text{s} = 60\ \text{C}$; $N = \Delta Q/e = 60\ \text{C}/(1{,}60 \times 10^{-19}\ \text{C}) \approx 3{,}8 \times 10^{20}$ elettroni.

14. $I = \Delta V/R = 9{,}0\ \text{V}/220\ \Omega \approx 4{,}1 \times 10^{-2}\ \text{A} = 41\ \text{mA}$.

15. 350 mA = 0,350 A; 25 μA = $2{,}5 \times 10^{-5}$ A; 4,7 kΩ = $4{,}7 \times 10^{3}\ \Omega = 4700\ \Omega$; 2,2 MΩ = $2{,}2 \times 10^{6}\ \Omega$.

16. $R = \rho L/S = (2{,}65 \times 10^{-8}\ \Omega \cdot \text{m}) \cdot (50\ \text{m})/(2{,}5 \times 10^{-6}\ \text{m}^2) \approx 0{,}53\ \Omega$.

17. Serie: 30 + 30 + 30 = 90 Ω. Parallelo: $1/R_{eq} = 3/(30\ \Omega)$, $R_{eq} = 10\ \Omega$. Misto: la coppia vale 15 Ω, più 30 Ω in serie: 45 Ω.

18. A 2,00 V, $I = 157$ mA e $R = 2{,}00\ \text{V}/0{,}157\ \text{A} \approx 12{,}7\ \Omega$; a 6,00 V, $I = 300$ mA e $R = 20{,}0\ \Omega$. Il rapporto è 20,0/12,7 ≈ 1,6: la resistenza aumenta del 60% circa, molto più delle incertezze (± 0,1 Ω). Il filamento non è ohmico: più corrente lo attraversa, più si scalda e più cresce la sua resistività.

19. $R = R_0(1 + \alpha\Delta T) = 12{,}0\ \Omega \cdot (1 + 3{,}9 \times 10^{-3}\ \text{K}^{-1} \cdot 50\ \text{K}) = 12{,}0\ \Omega \cdot 1{,}195 \approx 14{,}3\ \Omega$. Per un filo di lunghezza e sezione date, R è proporzionale a ρ, e vale la stessa legge (la dilatazione del filo è trascurabile).

20. a) R_3 e R_4 sono in serie: 4,0 Ω + 6,0 Ω = 10 Ω. Questo ramo è in parallelo con $R_2 = 10\ \Omega$ fra i nodi A e B: $(10 \cdot 10)/(10 + 10)\ \Omega = 5{,}0\ \Omega$. In serie con R_1: $R_{eq} = 3{,}0\ \Omega + 5{,}0\ \Omega = 8{,}0\ \Omega$. b) $I = 24\ \text{V}/8{,}0\ \Omega = 3{,}0$ A, che attraversa R_1. Fra A e B: $\Delta V_{AB} = 5{,}0\ \Omega \cdot 3{,}0\ \text{A} = 15\ \text{V}$; $I_2 = 15\ \text{V}/10\ \Omega = 1{,}5$ A; nel ramo di R_3 e R_4: 15 V/10 Ω = 1,5 A (legge dei nodi in A: 3,0 A = 1,5 A + 1,5 A). c) $\Delta V_1 = 3{,}0\ \Omega \cdot 3{,}0\ \text{A} = 9{,}0\ \text{V}$; $\Delta V_2 = 15\ \text{V}$; $\Delta V_3 = 4{,}0\ \Omega \cdot 1{,}5\ \text{A} = 6{,}0\ \text{V}$; $\Delta V_4 = 6{,}0\ \Omega \cdot 1{,}5\ \text{A} = 9{,}0\ \text{V}$. Maglia: 24 V − 9,0 V − 6,0 V − 9,0 V = 0.

21. a) $I = f_{em}/(R + r) = 12{,}0\ \text{V}/(5{,}6\ \Omega + 0{,}40\ \Omega) = 2{,}0$ A; $\Delta V = f_{em} - rI = 12{,}0\ \text{V} - 0{,}40\ \Omega \cdot 2{,}0\ \text{A} = 11{,}2\ \text{V}$ (che è anche $RI = 5{,}6\ \Omega \cdot 2{,}0\ \text{A}$). b) $I_{cc} = f_{em}/r = 12{,}0\ \text{V}/0{,}40\ \Omega = 30$ A: una corrente quindici volte maggiore, che scalda fortemente i fili e la batteria (effetto Joule, capitolo 5) e può danneggiarla o provocare un incendio.

22. a) $R_f = 12{,}0\ \text{V}/3{,}0\ \text{A} = 4{,}0\ \Omega$; $R_c = \rho L/S = (1{,}68 \times 10^{-8}\ \Omega \cdot \text{m}) \cdot (20\ \text{m})/(5{,}0 \times 10^{-7}\ \text{m}^2) \approx 0{,}67\ \Omega$. b) Faretto e cavo sono in serie: $I = 12{,}0\ \text{V}/(4{,}0\ \Omega + 0{,}67\ \Omega) \approx 2{,}6$ A; $\Delta V_f = 4{,}0\ \Omega \cdot 2{,}57\ \text{A} \approx 10{,}3\ \text{V}$: sul cavo si «perdono» circa 1,7 V. c) Serve $\Delta V_c \le 0{,}5\ \text{V}$ con $\Delta V_f \ge 11{,}5\ \text{V}$: le tensioni sono proporzionali alle resistenze, quindi

$R_c \leq 4{,}0\ \Omega \cdot 0{,}5/11{,}5 \approx 0{,}174\ \Omega$, e $S \geq \rho L/R_c = (1{,}68 \times 10^{-8}\ \Omega \cdot \text{m} \cdot 20\ \text{m})/0{,}174\ \Omega \approx 1{,}9 \times 10^{-6}\ \text{m}^2$: almeno 2 mm^2 (in commercio, 2,5 mm^2).

23. a) $N/\Delta t = I/e = (5{,}0 \times 10^{-4}\ \text{A})/(1{,}60 \times 10^{-19}\ \text{C}) \approx 3{,}1 \times 10^{15}$ elettroni al secondo. b) $K = e\Delta V = 2000\ \text{eV} = 2000 \cdot 1{,}60 \times 10^{-19}\ \text{J} = 3{,}2 \times 10^{-16}\ \text{J}$; $v = \sqrt{(2K/m_e)} = \sqrt{(2 \cdot 3{,}2 \times 10^{-16}\ \text{J}/9{,}11 \times 10^{-31}\ \text{kg})} \approx 2{,}7 \times 10^7\ \text{m/s}$, circa il 9% della velocità della luce: il calcolo non relativistico è accettabile. c) $(3{,}1 \times 10^{15}\ \text{s}^{-1}) \cdot (3{,}2 \times 10^{-16}\ \text{J}) \approx 1{,}0\ \text{J/s}$, cioè 1,0 W: è il prodotto $\Delta V \cdot I = 2000\ \text{V} \cdot 5{,}0 \times 10^{-4}\ \text{A}$, la potenza elettrica che studierai nel capitolo 5.

24. $v_d = I/(neS) = 150\ \text{A}/[(8{,}5 \times 10^{28}\ \text{m}^{-3}) \cdot (1{,}60 \times 10^{-19}\ \text{C}) \cdot (2{,}5 \times 10^{-5}\ \text{m}^2)] \approx 4{,}4 \times 10^{-4}\ \text{m/s}$; $\Delta t = 1{,}0\ \text{m}/(4{,}4 \times 10^{-4}\ \text{m/s}) \approx 2{,}3 \times 10^3\ \text{s}$, quasi 40 minuti. Il motorino parte subito perché il cavo è già pieno di elettroni, e il campo elettrico che li mette in moto si stabilisce in tutto il circuito quasi istantaneamente: si muovono insieme gli elettroni di ogni tratto, compresi quelli già dentro il motorino.

25. Traccia di risposta. Volta afferma che la sorgente dell'elettricità è il contatto fra due metalli diversi, non l'animale (contro Galvani). Aveva ragione nel dire che non serve alcun tessuto vivente, e che servono due metalli diversi: con due dischi dello stesso metallo la pila non funziona. La spiegazione era però incompleta: l'energia viene dalle reazioni chimiche fra i metalli e la soluzione dei cartoni. Esperimento per metterla alla prova: far funzionare a lungo la pila su un resistore, pesando prima e dopo i dischi di zinco. Lo zinco risulta corroso e più leggero, e la pila a poco a poco si esaurisce: se bastasse il semplice contatto, che non consuma nulla, la pila sarebbe una sorgente inesauribile di energia, in contrasto con la conservazione dell'energia. La corrente, dunque, è pagata da una trasformazione chimica dei materiali.

26. Lo studente ha sommato i denominatori: le frazioni si sommano riducendo allo stesso denominatore, $1/6{,}0 + 1/3{,}0 = 1/6{,}0 + 2/6{,}0 = 3/6{,}0 = 0{,}50\ \Omega^{-1}$, quindi $R_{eq} = 2{,}0\ \Omega$ (oppure $R_1R_2/(R_1 + R_2) = 18/9{,}0\ \Omega = 2{,}0\ \Omega$). Controllo: la resistenza equivalente di un parallelo deve essere minore della resistenza più piccola, 3,0 Ω; 9,0 Ω è la resistenza della serie.

27. Traccia di risposta. 1) Si fissano due morsetti sulla mina, a distanza L nota; il circuito è pila – reostato – amperometro – mina in serie, con il voltmetro in parallelo ai capi del tratto di mina. Variando il reostato si misurano coppie (ΔV, I) e si costruisce il grafico di ΔV in funzione di I: se è una retta per l'origine il tratto è ohmico e la pendenza è R. Correnti piccole e misure rapide limitano il riscaldamento, che per la grafite farebbe diminuire R. 2) Si ripete per diverse lunghezze L e si costruisce il grafico di R in funzione di L: deve essere una retta per l'origine di pendenza ρ/S. 3) Con il calibro si misura il diametro d della mina, $S = \pi d^2/4$, e si ricava ρ = pendenza · S, con la sua incertezza. Il risultato va confrontato con il valore indicativo della Tabella A.2 (circa $3{,}5 \times 10^{-5}\ \Omega \cdot \text{m}$); una mina contiene anche argilla, quindi ci si aspetta un valore un po' maggiore.

28. Traccia di risposta. a) La pila è un generatore di corrente continua: mantiene fra i poli una differenza di potenziale e fa circolare cariche con continuità in un circuito chiuso, a spese di reazioni chimiche; le macchine elettrostatiche accumulavano cariche che si scaricavano in un istante (scintille, bottiglia di Leida). b) Gli elementi sono collegati in serie: per la legge delle maglie le loro forze elettromotrici si sommano, come le altezze dei gradini di una scala, e la pila fornisce una tensione e quindi, con la prima legge di Ohm, una corrente maggiori; aumenta però anche la resistenza interna, somma di quelle degli elementi. c) Collegamenti possibili, con fatti certi: Storia (Volta presenta la pila a Parigi nel 1801 davanti a Napoleone; il rifiuto di Galvani di giurare alla Repubblica Cisalpina); Scienze naturali (la pila come reazione chimica; l'elettrolisi dell'acqua di Nicholson e Carlisle nel 1800; i segnali elettrici nei nervi, intuiti da Galvani); Filosofia (una controversia scientifica in cui entrambe le parti avevano ragione in parte, e il ruolo dell'esperimento nel decidere). Errore da evitare: datare la pila al 1799.

29. Risposta modello. La prima legge di Ohm (1827) afferma che, in un conduttore metallico mantenuto a temperatura costante, la corrente I è direttamente proporzionale alla differenza di potenziale ΔV applicata ai suoi capi: $\Delta V = RI$, con la resistenza R costan-

te, misurata in ohm (1 Ω = 1 V/A). Il grafico di I in funzione di ΔV, la curva caratteristica, è allora una retta per l'origine. Non è una legge universale ma una proprietà di certi materiali in certe condizioni: il filamento di una lampadina, che si scalda al crescere della corrente, ha una resistenza che aumenta, e la sua caratteristica si incurva; un diodo conduce in un solo verso e solo oltre una tensione di soglia. Per verificarla si collega il componente a un alimentatore regolabile, con un amperometro in serie e un voltmetro in parallelo, e si misurano le coppie (ΔV, I) per diverse tensioni, con le loro incertezze. Se il rapporto $\Delta V/I$ è costante entro le incertezze, e i punti stanno su una retta per l'origine, il componente è ohmico, e la pendenza del grafico di ΔV in funzione di I è la sua resistenza.

30. a) Con i soli fari: $\Delta V = 12{,}6\ \text{V} - 0{,}020\ \Omega \cdot 10\ \text{A} = 12{,}4\ \text{V}$. Durante l'avviamento la corrente totale è circa 210 A: $\Delta V = 12{,}6\ \text{V} - 0{,}020\ \Omega \cdot 210\ \text{A} \approx 8{,}4\ \text{V}$. b) $I_{cc} = 12{,}6\ \text{V}/0{,}020\ \Omega = 630\ \text{A}$. Commento: durante l'avviamento la tensione ai poli scende di circa un terzo, e i fari, che sono in parallelo con il motorino e ricevono la stessa tensione, si affievoliscono visibilmente per qualche istante. Una resistenza interna di pochi centesimi di ohm, trascurabile con 10 A, diventa importante con centinaia di ampere: per questo le batterie d'avviamento sono costruite con resistenza interna piccolissima. Lo stesso motivo rende pericolosissimo un cortocircuito: centinaia di ampere possono fondere un attrezzo metallico che tocchi i due poli.