CAPITOLO

3

Il potenziale elettrico e i condensatori

Il potenziale è l'altitudine di un paesaggio invisibile: le cariche positive ne scendono i pendii come l'acqua scende a valle.

OBIETTIVI

1. Spiegare perché la forza elettrostatica è conservativa e calcolare l'energia potenziale elettrica in un campo uniforme e di due cariche puntiformi.
2. Definire il potenziale e la differenza di potenziale, distinguerli dall'energia potenziale e calcolare il potenziale di una o più cariche.
3. Disegnare e interpretare le superfici equipotenziali e usare la relazione $E = \Delta V/d$.
4. Applicare la conservazione dell'energia a una carica accelerata da una differenza di potenziale, usando l'elettronvolt.
5. Spiegare perché un conduttore in equilibrio è tutto allo stesso potenziale e come si divide la carica tra conduttori collegati.
6. Calcolare capacità, carica ed energia di un condensatore piano, anche con un dielettrico, e di due o tre condensatori in serie e in parallelo.

INDICE DEL CAPITOLO

3.1 L'energia potenziale elettrica 2
3.2 Il potenziale elettrico 5
3.3 Cariche in moto: l'energia si conserva 8
3.4 Il potenziale dei conduttori 9
3.5 I condensatori 10

Fisica 5 · Parte I · Cariche e campo elettrico · versione 1.0
Capitolo 3: Il potenziale elettrico e i condensatori · pagine 71–96 del volume completo · estratto per lo studio

Sulla confezione di una pila c'è scritto 1,5 V, sul caricabatterie del telefono 5 V, sui tralicci dell'alta tensione un cartello avverte di un pericolo di morte. Il volt è forse l'unità elettrica più familiare, e insieme la più misteriosa: che cosa misura, esattamente? In questo capitolo lo scoprirai, e scoprirai che dietro il volt c'è un'idea che conosci dalla meccanica: l'energia potenziale.

Nel capitolo 2 hai descritto il campo elettrico con un vettore, punto per punto. Qui imparerai a descrivere lo stesso campo con *un solo numero* per punto, il potenziale, una specie di altitudine elettrica, e a usarlo per capire il condensatore, il dispositivo che immagazzina carica ed energia nel flash di una fotocamera e, in miliardi di esemplari microscopici, nella memoria di un computer.

3.1 L'energia potenziale elettrica

DA RICORDARE

Dai volumi del terzo e del quarto anno: lavoro ed energia potenziale

Una forza è *conservativa* se il lavoro che compie su un corpo che va da A a B dipende solo da A e da B, non dal percorso; per una forza conservativa si definisce l'energia potenziale U, con $W_{AB} = -\Delta U = U_A - U_B$. Vicino al suolo il peso è conservativo e $U = mg\,h$; se lavorano solo forze conservative, l'energia meccanica $K + U$ si conserva (Fisica 3, capitolo 16). Il lavoro di una forza variabile è l'area sotto il grafico forza–spostamento (Fisica 3, capitolo 15). Per la gravità di una sfera, con lo zero all'infinito, $U = -GMm/r$ (Fisica 4, capitolo 5).

3.1.1 Il campo elettrico è conservativo

Tra due lastre piane con cariche opposte il campo è uniforme (capitolo 2): stesso modulo, stessa direzione e stesso verso in ogni punto. Una carica positiva q posta lì subisce la forza costante $q\boldsymbol{E}$, diretta come il campo: è la situazione di un sasso vicino al suolo, con q al posto della massa e $\boldsymbol{E}$ al posto di $\boldsymbol{g}$. Portiamo la carica da A a B lungo i due percorsi della Figura 3.1. Sul percorso 1, rettilineo, il lavoro è $F\,s\cos\theta$, cioè la forza per lo spostamento *misurato lungo il campo*. Sul percorso 2 la carica scende prima parallelamente al campo, e la forza compie lo stesso lavoro; poi si sposta perpendicolarmente al campo, e il lavoro è nullo. Il risultato è identico.

Qualunque percorso si può scomporre in tanti piccoli tratti paralleli e perpendicolari al campo: contano solo i primi, e la loro somma è sempre lo spostamento complessivo lungo il campo. Lo stesso vale per il campo di una carica puntiforme, come per la gravitazione: la forza dipende solo dalla distanza, quindi girare attorno alla carica a distanza costante non costa lavo-

ro. Per sovrapposizione la proprietà si estende a qualunque insieme di cariche ferme: *la forza elettrostatica è conservativa*, e ha un'energia potenziale.

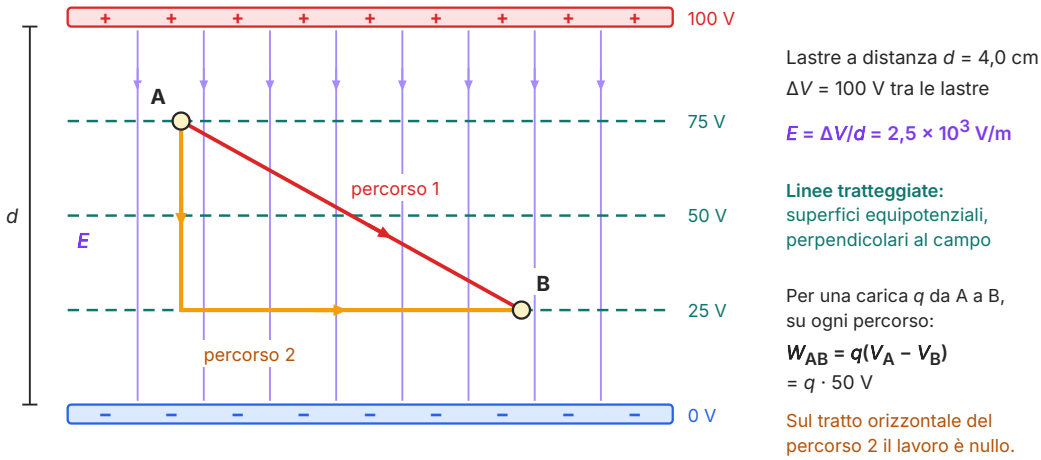


Figura 3.1 Campo uniforme tra due lastre a distanza d = 4,0 cm, con una differenza di potenziale di 100 V. Le linee tratteggiate sono le superfici equipotenziali (viste di taglio), perpendicolari alle linee di campo. Il lavoro della forza elettrica su una carica che va da A a B è lo stesso lungo il percorso 1 e lungo il percorso 2: sul tratto orizzontale, che segue una superficie equipotenziale, è nullo.

3.1.2 L'energia potenziale in un campo uniforme

Come per il peso, si definisce l'**energia potenziale elettrica** U di una carica in un campo in modo che il lavoro della forza elettrica sia uguale alla diminuzione di U: $W_{AB} = U_A - U_B$. Ha significato fisico solo la differenza, e lo zero si sceglie dove conviene. In un campo uniforme, ponendo lo zero sulla lastra negativa, una carica q a distanza h da essa ha energia potenziale

$$U = qEh$$

che è l'analogo elettrico di $mg\,h$. C'è però una differenza: la massa è sempre positiva, la carica no. Per una carica positiva U cresce allontanandosi dalla lastra negativa, e la carica, lasciata libera, «cade» verso di essa. Per una carica negativa, come un elettrone, U diminuisce allontanandosi dalla lastra negativa: l'elettrone «cade verso l'alto», verso la lastra positiva. Un protone ($q = 1{,}60 \times 10^{-19}$ C) spostato di 2,0 cm contro un campo di $1{,}0 \times 10^4$ N/C acquista $\Delta U = qEh = 1{,}60 \times 10^{-19}\ \text{C} \cdot 1{,}0 \times 10^4\ \text{N/C} \cdot 0{,}020\ \text{m} = 3{,}2 \times 10^{-17}$ J.

3.1.3 L'energia potenziale di due cariche puntiformi

Quando le cariche sono puntiformi la forza non è costante: varia come $1/r^2$, come la gravitazione. Anche qui conviene porre lo zero dell'energia all'infinito, dove la forza si annulla. Per porta-

re la carica q_2 dall'infinito fino alla distanza r da q_1, se le cariche si respingono, bisogna compiere contro la forza di Coulomb un lavoro uguale all'area sotto la curva forza–distanza, da r all'infinito (Figura 3.2, a sinistra). Come per la gravità nel quarto anno, il calcolo dell'area richiede strumenti che si imparano all'università; il risultato, che qui si enuncia, è

$$U = k_0 \frac{q_1 q_2}{r}$$

Nella formula le cariche vanno inserite *con il loro segno*, a differenza della legge di Coulomb, dove compare il modulo del prodotto. Il segno ha un significato preciso (Figura 3.2, a destra). Se le cariche hanno lo stesso segno, $U > 0$: il sistema ha immagazzinato il lavoro speso per avvicinarle, e lasciate libere le cariche si allontanano, trasformando U in energia cinetica. Se hanno segno opposto, $U < 0$, come $U = -GMm/r$ per un satellite: la coppia è *legata*, e per separarla bisogna fornire dall'esterno almeno $|U|$. Così sono legati l'elettrone e il protone dell'atomo di idrogeno, che studierai nel capitolo 14.

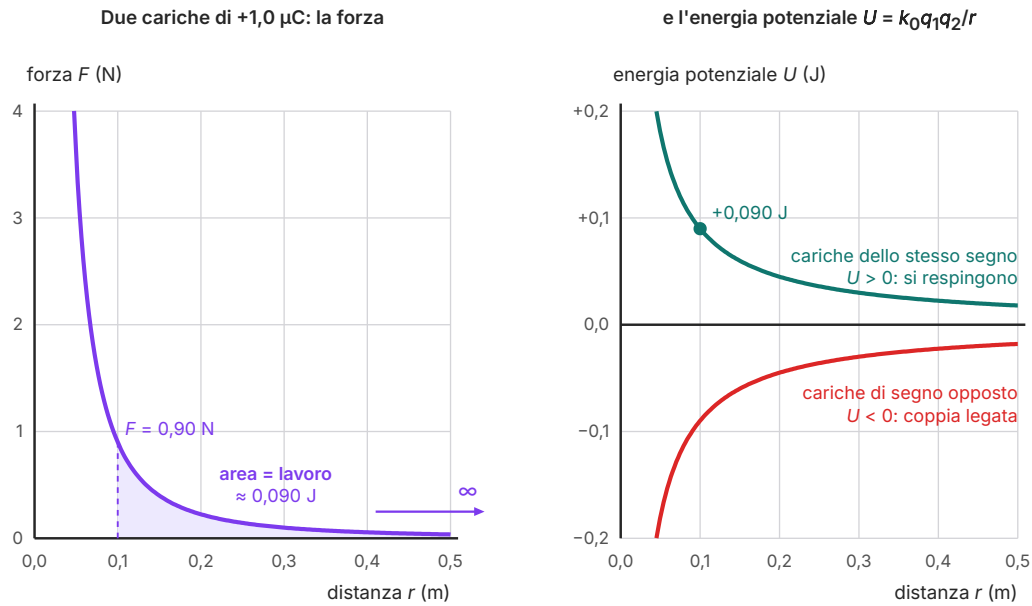


Figura 3.2 A sinistra: forza di repulsione tra due cariche di +1,0 µC in funzione della distanza, $F = k_0 q_1 q_2 / r^2$. L'area viola, da r = 0,10 m all'infinito, è il lavoro necessario per portare una carica dall'infinito a 0,10 m dall'altra: $k_0 q_1 q_2 / r \approx 0{,}090$ J. A destra: l'energia potenziale $U = k_0 q_1 q_2 / r$ della stessa coppia (in verde) e di una coppia di +1,0 µC e −1,0 µC (in rosso). Curve calcolate.

3.2 Il potenziale elettrico

3.2.1 Dall'energia al potenziale

L'energia potenziale dipende da due cose: dal campo e dalla carica che vi si trova. Raddoppiando la carica di prova, U raddoppia. Dividendo per la carica si ottiene una grandezza che dipende solo dal campo, esattamente come si era fatto per passare dalla forza al campo, $\boldsymbol{E} = \boldsymbol{F}/q$. Il **potenziale elettrico** in un punto è l'energia potenziale di una carica di prova posta in quel punto, divisa per la carica:

$$V = \frac{U}{q}$$

Il potenziale è uno *scalare*: un numero, positivo o negativo, senza direzione. Si misura in joule al coulomb, un'unità che prende il nome di Alessandro Volta: il **volt** (V), con 1 V = 1 J/C. Attenzione ai simboli: il potenziale V si scrive in corsivo, l'unità V in tondo.

Come per l'energia potenziale, conta solo la differenza tra due punti. La **differenza di potenziale** tra B e A è $\Delta V = V_B - V_A$; si chiama anche **tensione**, la parola che si legge sugli elettrodomestici. Il lavoro della forza elettrica su una carica q che va da A a B è allora

$$W_{AB} = q\,(V_A - V_B) = -q\,\Delta V$$

Ora la scritta sulla pila ha un significato preciso: ogni coulomb che passa dal polo positivo a quello negativo attraverso un circuito riceve dal campo 1,5 J di lavoro. Le cariche positive, lasciate libere, vanno spontaneamente verso i potenziali più bassi, come l'acqua scende a valle; le negative risalgono verso i potenziali più alti. In entrambi i casi la loro energia potenziale diminuisce.

3.2.2 Il potenziale di una carica puntiforme

Dividendo $U = k_0 Qq/r$ per la carica di prova q si ottiene il potenziale di una carica puntiforme Q, con lo zero all'infinito:

$$V = k_0 \frac{Q}{r}$$

Attorno a una carica positiva il potenziale è positivo e diminuisce allontanandosi, attorno a una negativa è negativo e cresce (verso zero) allontanandosi. Diminuisce come $1/r$, più lentamente del campo, che va come $1/r^2$: a 10 cm da una carica di 1,0 nC il potenziale è $k_0 Q/r = 8{,}99 \times 10^9 \cdot 1{,}0 \times 10^{-9} / 0{,}10$ V ≈ 90 V, a 20 cm la metà.

3.2.3 Più cariche: si sommano numeri

Il vantaggio del potenziale si vede con più cariche: il potenziale in un punto è la *somma algebrica* dei potenziali delle singole cariche, ciascuno con il suo segno. Niente componenti, niente angoli.

ESEMPIO SVOLTO

Energia e potenziale di due cariche

Problema. Una carica $q_1 = +4{,}0\ \mu C$ è nel punto A, una carica $q_2 = -2{,}0\ \mu C$ nel punto B, a 0,30 m da A. a) Calcola l'energia potenziale della coppia. b) Calcola il potenziale nel punto medio M del segmento AB. c) Quanto lavoro deve compiere una forza esterna per portare lentamente una terza carica $q_3 = +1{,}0\ \mu C$ dall'infinito fino a M? d) Il campo elettrico in M è nullo?

a) $U = k_0 q_1 q_2 / r = 8{,}99 \times 10^9\ N\cdot m^2/C^2 \cdot (4{,}0 \times 10^{-6}\ C) \cdot (-2{,}0 \times 10^{-6}\ C) / 0{,}30\ m \approx -0{,}24\ J$. Il segno meno dice che la coppia è legata: per separare le due cariche fino a distanza infinita servono 0,24 J.

b) M dista 0,15 m da ciascuna carica: $V_M = k_0(q_1 + q_2)/0{,}15\ m = 8{,}99 \times 10^9 \cdot (4{,}0 - 2{,}0) \times 10^{-6} / 0{,}15\ V \approx 1{,}2 \times 10^5\ V$.

c) All'infinito il potenziale è zero; il lavoro esterno è uguale all'aumento di energia potenziale di q_3: $W = q_3 V_M = 1{,}0 \times 10^{-6}\ C \cdot 1{,}2 \times 10^5\ V \approx 0{,}12\ J$.

d) No. In M il campo di q_1 punta via da A, cioè verso B; quello di q_2, negativa, punta verso B. I due campi si sommano: $E = k_0(4{,}0 + 2{,}0) \times 10^{-6}/(0{,}15)^2\ N/C \approx 2{,}4 \times 10^6\ N/C$, diretto verso B. Per il potenziale le due cariche si compensano in parte, per il campo si rinforzano: potenziale e campo sono informazioni diverse.

Controllo. Le unità: $N\cdot m^2/C^2 \cdot C \cdot C / m = N\cdot m = J$, e $N\cdot m^2/C^2 \cdot C / m = J/C = V$.

3.2.4 Le superfici equipotenziali

I punti che hanno lo stesso potenziale formano una **superficie equipotenziale**. Spostare una carica lungo una di esse non costa lavoro, perché $\Delta V = 0$; ma il lavoro di una forza è nullo solo se la forza è perpendicolare allo spostamento. Quindi *le linee di campo sono perpendicolari alle superfici equipotenziali* in ogni punto. Attorno a una carica puntiforme le superfici equipotenziali sono sfere concentriche; in un campo uniforme sono piani paralleli alle lastre (Figura 3.1); per un dipolo hanno la forma della Figura 3.3.

Sono l'analogo delle curve di livello di una carta topografica: disegnate a intervalli uguali di quota, sono fitte dove il pendio è ripido, e l'acqua scende perpendicolarmente a esse. Così le superfici equipotenziali, a intervalli uguali di potenziale, sono più fitte dove il campo è più intenso (vicino alle cariche, nella Figura 3.3), e il campo è diretto verso i potenziali decrescenti.

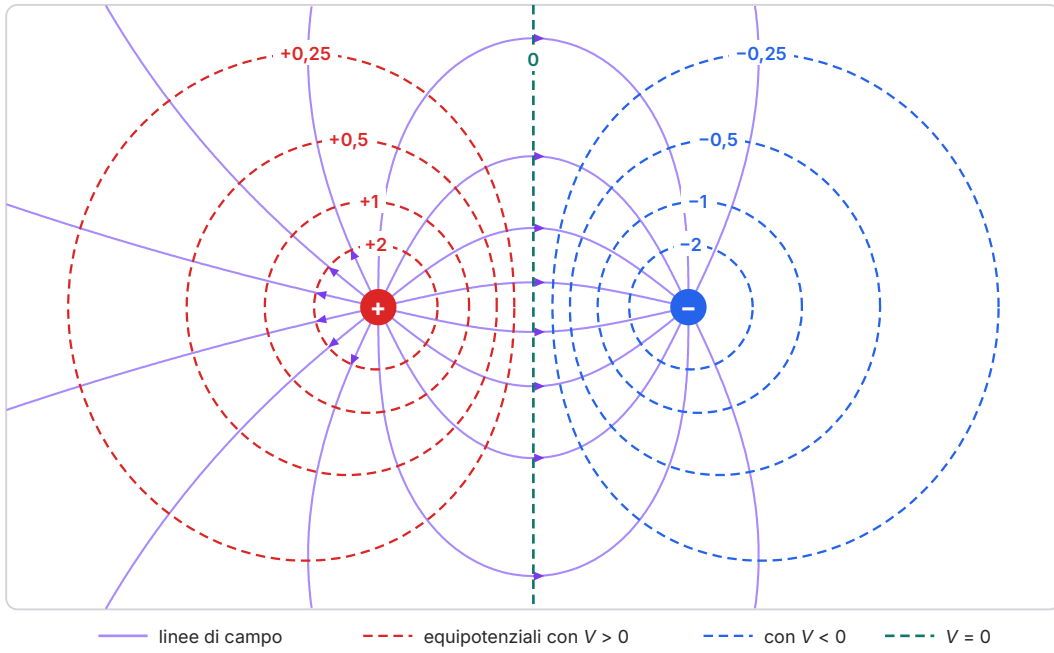


Figura 3.3 Linee di campo (viola) e superfici equipotenziali (tratteggiate, viste nel piano del disegno) di un dipolo, due cariche $+q$ e $-q$ a distanza $2a$. I numeri sono i valori del potenziale in unità di $k_0 q/a$. Il piano che taglia a metà il dipolo ha potenziale zero, eppure lì il campo non è nullo. Linee e superfici sono calcolate.

3.2.5 Campo e potenziale nel campo uniforme

Tra due lastre a distanza d e con differenza di potenziale ΔV, una carica q che passa da una lastra all'altra riceve dal campo il lavoro qEd, che deve essere uguale a $q\Delta V$. Ne segue

$$E = \frac{\Delta V}{d}$$

Il campo uniforme vale la differenza di potenziale divisa per la distanza, e punta dalla lastra a potenziale più alto a quella a potenziale più basso. Nella Figura 3.1, con 100 V su 4,0 cm, E = 100 V / 0,040 m = $2{,}5 \times 10^3$ V/m. Il volt al metro coincide con il newton al coulomb: V/m = J/(C·m) = N·m/(C·m) = N/C; in pratica i campi si misurano in V/m, perché le tensioni sono più facili da misurare delle forze. Per due superfici equipotenziali molto vicine la relazione vale in qualunque campo: il campo è la «pendenza» del potenziale.

ERRORE FREQUENTE

Potenziale, energia potenziale ed elettronvolt

Il potenziale V (in volt) è una proprietà del punto; l'energia potenziale $U = qV$ (in joule) è della carica che vi si trova. Una carica negativa in un punto a potenziale alto ha energia potenziale *bassa*. E le informazioni di V e di $\boldsymbol{E}$ sono diverse: dove $V = 0$ il campo può essere intenso (al centro di un dipolo, Figura 3.3), e dove il campo è nullo il potenziale può valere migliaia di volt (dentro un conduttore carico, come vedrai tra poco). Infine l'elettronvolt, che incontrerai tra poco, è un'unità di *energia*, non di potenziale, nonostante il nome.

3.3 Cariche in moto: l'energia si conserva

Su un elettrone o su uno ione in un campo elettrico il peso è del tutto trascurabile (capitolo 2): agisce solo la forza elettrica, che è conservativa. Allora l'energia meccanica si conserva, e la variazione di energia cinetica è $\Delta K = -q\Delta V$. Una particella di carica q e massa m che parte da ferma e attraversa, nel verso in cui viene accelerata, una differenza di potenziale ΔV raggiunge la velocità v data da

$$\tfrac{1}{2}\, mv^2 = |q|\,|\Delta V|$$

Non serve conoscere la forma del campo né la traiettoria: basta la differenza di potenziale.

3.3.1 L'elettronvolt

Per le particelle il joule è un'unità scomoda. Si usa allora l'**elettronvolt** (eV), l'energia che acquista una particella con la carica elementare e attraversando una differenza di potenziale di 1 V:

$$1\ \text{eV} = 1{,}60 \times 10^{-19}\ \text{C} \cdot 1\ \text{V} = 1{,}60 \times 10^{-19}\ \text{J}$$

Si usano i multipli keV (10^3 eV), MeV (10^6 eV) e GeV (10^9 eV). È la scala giusta per gli atomi: i legami chimici valgono qualche elettronvolt, le particelle emesse dai nuclei radioattivi qualche MeV. E il conto si fa a mente: un elettrone accelerato da 100 V acquista 100 eV, un nucleo di elio, con carica $2e$, ne acquista 200.

Un'applicazione diretta è il **cannone elettronico**: un filamento riscaldato emette elettroni, che una differenza di potenziale accelera verso un elettrodo forato, da cui esce un fascio sottile. Era il cuore dei televisori a tubo catodico, dove il fascio, deviato da lastre come quelle del capitolo 2, disegnava l'immagine; lo ritroverai nei tubi a raggi X (capitolo 10) e nel microscopio elettronico (capitolo 13).

ESEMPIO SVOLTO

Il cannone elettronico

Problema. In un tubo a vuoto un elettrone parte quasi da fermo e viene accelerato da una differenza di potenziale di 100 V. a) Quanta energia acquista, in eV e in J? b) Quale velocità raggiunge? c) Rifai il calcolo per 1000 V e controlla che la velocità sia molto minore di quella della luce, $c = 3{,}00 \times 10^8$ m/s. d) Quale velocità raggiungerebbe un protone accelerato da 1000 V? Dati: $m_e = 9{,}11 \times 10^{-31}$ kg, $m_p = 1{,}67 \times 10^{-27}$ kg.

a) $K = e\Delta V = 100$ eV $= 100 \cdot 1{,}60 \times 10^{-19}$ J $= 1{,}60 \times 10^{-17}$ J.

b) Da $\tfrac{1}{2}mv^2 = K$: $v = \sqrt{(2K/m_e)} = \sqrt{(2 \cdot 1{,}60 \times 10^{-17}\ \text{J} / 9{,}11 \times 10^{-31}\ \text{kg})} \approx 5{,}93 \times 10^6$ m/s, circa 6000 km al secondo.

c) Con 1000 V l'energia è dieci volte maggiore e la velocità $\sqrt{10}$ volte maggiore: $v \approx 1{,}87 \times 10^7$ m/s, cioè il 6,2% di c. Possiamo ancora usare $\tfrac{1}{2}mv^2$: la fisica classica funziona bene finché v resta una piccola frazione di c (capitoli 11–12).

d) Il protone acquista la stessa energia, 1000 eV, perché ha la stessa carica in modulo; ma la sua massa è circa 1830 volte maggiore, e la velocità $\sqrt{1830} \approx 43$ volte minore: $v = \sqrt{(2 \cdot 1{,}60 \times 10^{-16}\ \text{J} / 1{,}67 \times 10^{-27}\ \text{kg})} \approx 4{,}4 \times 10^5$ m/s.

Controllo. Le unità: $(\text{J/kg})^{1/2} = (\text{kg}\cdot\text{m}^2/\text{s}^2/\text{kg})^{1/2} = \text{m/s}$.

3.4 Il potenziale dei conduttori

In un conduttore in equilibrio elettrostatico il campo è nullo all'interno e perpendicolare alla superficie (capitolo 2). Spostare una carica di prova tra due punti qualsiasi del conduttore, dentro o sulla superficie, non costa quindi lavoro. Quindi *tutto il conduttore si trova allo stesso potenziale*, e la sua superficie è una superficie equipotenziale. Campo nullo non significa potenziale nullo: una sfera metallica carica può trovarsi a migliaia di volt, con campo zero in ogni punto interno.

Se si collegano due conduttori con un filo metallico, le cariche si spostano finché i due, diventati un unico conduttore, hanno lo stesso potenziale. La Terra è un conduttore enorme, e collegare un corpo a terra (capitolo 1) significa portarlo al potenziale della Terra, che per convenzione si pone uguale a zero: è il **potenziale di terra**, il riferimento di tutti gli impianti elettrici.

3.4.1 Due sfere collegate

Due sfere metalliche di raggi $R_1 = 10$ cm e $R_2 = 2{,}0$ cm, lontane tra loro, sono collegate da un filo sottile e hanno in tutto una carica $Q = 12$ nC. Una sfera carica si comporta, all'esterno, come una carica puntiforme posta nel centro (capitolo 2), quindi il potenziale della sua superficie è $k_0 Q/R$. Imponendo lo stesso potenziale,

$$k_0 \frac{Q_1}{R_1} = k_0 \frac{Q_2}{R_2} \Longrightarrow \frac{Q_1}{Q_2} = \frac{R_1}{R_2}$$

La carica si divide in proporzione ai raggi: 10 nC sulla sfera grande, 2,0 nC su quella piccola, entrambe al potenziale $8{,}99 \times 10^9 \cdot 10 \times 10^{-9} \,/\, 0{,}10\ \text{V} \approx 9{,}0 \times 10^2$ V. Ma la sfera piccola ha una superficie 25 volte minore, e la sua densità superficiale di carica $\sigma = Q/(4\pi R^2)$ è 5 volte maggiore: $\sigma_1/\sigma_2 = R_2/R_1$. Il campo appena fuori dalla superficie, $k_0 Q/R^2 = \sigma/\varepsilon_0$, è anch'esso 5 volte più intenso.

Ecco la spiegazione del potere delle punte (capitolo 2): su un conduttore irregolare, tutto allo stesso potenziale, le parti molto curve si comportano come sfere piccole, dove la carica si addensa e il campo è più intenso. Su una punta il campo può rendere conduttrice l'aria: è il principio del parafulmine, e il motivo per cui gli apparecchi ad alta tensione hanno superfici lisce e arrotondate.

3.5 I condensatori

3.5.1 La capacità

Un **condensatore** è formato da due conduttori, le **armature**, separati da un isolante (anche solo aria o vuoto). Collegando le armature ai poli di una pila, la pila sposta elettroni da un'armatura all'altra: una si carica con $+Q$, l'altra con $-Q$, finché tra esse c'è la stessa differenza di potenziale che c'è tra i poli della pila. La carica che si accumula è proporzionale alla differenza di potenziale: raddoppiando ΔV raddoppia Q. Il rapporto costante è la **capacità** del condensatore:

$$C = \frac{Q}{\Delta V}$$

La capacità si misura in coulomb al volt, cioè in **farad** (F), in onore di Michael Faraday. Dice quanta carica il condensatore accumula per ogni volt di tensione, e dipende solo dalla forma e dalle dimensioni delle armature e dall'isolante, *non* dalla carica o dalla tensione: una tazza ha la sua capacità sia vuota sia piena. Il farad è un'unità enorme; si usano i sottomultipli µF (10^{-6} F), nF (10^{-9} F) e pF (10^{-12} F).

3.5.2 Il condensatore piano

Il caso più semplice è il **condensatore piano**: due lastre parallele di area S, a una distanza d piccola rispetto alle loro dimensioni. Tra le lastre il campo è uniforme e vale $E = \sigma/\varepsilon_0 = Q/(\varepsilon_0 S)$ (capitolo 2), quindi $\Delta V = Ed = Qd/(\varepsilon_0 S)$. Dividendo Q per ΔV:

$$C = \varepsilon_0 \frac{S}{d}$$

La capacità cresce con l'area delle armature e diminuisce con la loro distanza. Due lastre quadrate di 10 cm di lato a 1,0 mm di distanza hanno $C = 8{,}85 \times 10^{-12}\ \text{F/m} \cdot 0{,}010\ \text{m}^2 \,/\, 0{,}0010\ \text{m} \approx 89$

pF: collegate a 100 V, accumulano appena 8,9 nC. Per avere 1 F con armature a 1 mm servirebbe un'area $S = Cd/\varepsilon_0 \approx 1{,}1 \times 10^8$ m^2, un quadrato di oltre 10 km di lato. I condensatori reali usano fogli metallici sottilissimi, avvolti e separati da strati isolanti microscopici.

3.5.3 Il dielettrico

L'isolante tra le armature si chiama **dielettrico**. Inserirlo aumenta la capacità, e il perché è nella polarizzazione che hai visto nel capitolo 1 (Figura 3.4). Il campo orienta le molecole dell'isolante come piccoli dipoli; all'interno le loro cariche si compensano, ma sulle facce del dielettrico restano due strati di carica, negativo accanto all'armatura positiva e positivo accanto a quella negativa. Alcune linee di campo terminano su queste cariche, e dentro il dielettrico il campo è più debole: a parità di carica sulle armature diventa E_0/ε_r, dove ε_r è la costante dielettrica relativa del capitolo 1, la stessa che riduce la forza di Coulomb in un mezzo. Anche $\Delta V = Ed$ si riduce di ε_r volte, e la capacità aumenta di altrettanto:

$$C = \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{S}{d}$$

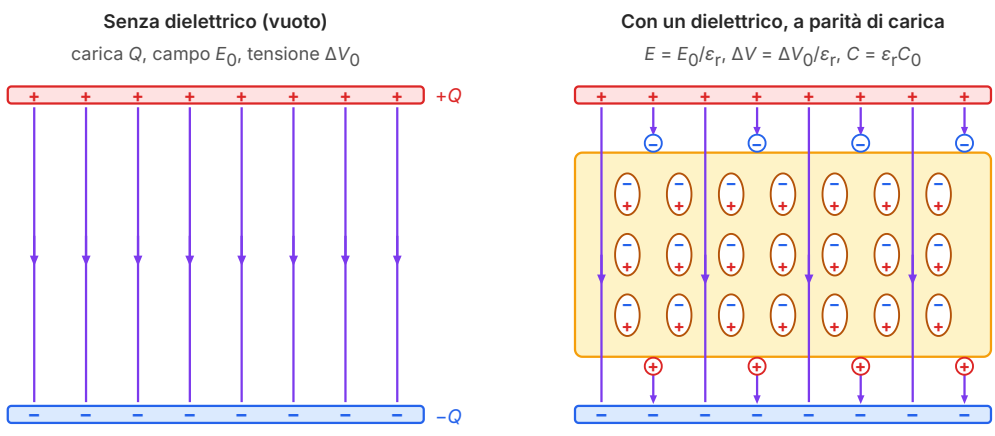


Figura 3.4 Un condensatore piano con la stessa carica, senza e con un dielettrico. A destra le molecole dell'isolante sono polarizzate dal campo (non in scala: in realtà sono miliardi di volte più piccole); le cariche che compaiono sulle facce del dielettrico fanno terminare metà delle linee di campo, e all'interno il campo e la tensione si riducono di ε_r volte. Schema qualitativo.

Ogni isolante, poi, regge solo fino a un campo massimo, la rigidità dielettrica (capitolo 2), oltre il quale diventa conduttore e scocca una scarica: per l'aria secca circa 3×10^6 V/m, cioè qualche decina di migliaia di volt su 1 cm. Per questo su ogni condensatore è indicata la tensione massima.

3.5.4 L'energia immagazzinata

Caricare un condensatore costa lavoro: trasportando la carica un poco alla volta da un'armatura all'altra, all'inizio la tensione è nulla e il trasporto è gratuito, poi costa sempre di più. Una piccola carica Δq trasportata quando la tensione è v richiede il lavoro $v\,\Delta q$, l'area di una sottile striscia orizzontale nel grafico carica–tensione (Figura 3.5). Le strisce riempiono il triangolo tra la retta $Q = C\Delta V$ e l'asse della carica, la cui area è metà del prodotto dei lati. L'energia immagazzinata in un condensatore carico è dunque

$$U = \tfrac{1}{2}\, Q\, \Delta V = \tfrac{1}{2}\, C\, \Delta V^2 = \frac{Q^2}{2C}$$

Le tre forme sono equivalenti, grazie a $Q = C\Delta V$. Il condensatore restituisce l'energia quando le armature vengono collegate, e può farlo in un tempo brevissimo: per questo si usa nel flash delle fotocamere e nei defibrillatori. Con dati di esempio, un condensatore da 200 µF caricato a 2000 V contiene $Q = 0{,}40$ C e $U = \tfrac{1}{2} \cdot 200 \times 10^{-6}\ \text{F} \cdot (2000\ \text{V})^2 = 400$ J.

ESEMPIO SVOLTO

Leggere un grafico: capacità ed energia dai dati

Problema. Un gruppo di studenti carica un condensatore a tensioni diverse e misura ogni volta la carica accumulata con un coulombmetro, uno strumento che misura la carica. I dati, con un'incertezza di ± 5 µC, sono i punti della Figura 3.5. a) I dati confermano che Q è proporzionale a ΔV? b) Ricava la capacità. c) Calcola l'energia immagazzinata a 10,0 V. d) A quale tensione l'energia sarebbe doppia?

a) I cinque punti stanno, entro l'incertezza di ± 5 µC (più piccola dei punti disegnati), su una retta che passa per l'origine: la carica è proporzionale alla tensione, entro l'incertezza delle misure.

b) La capacità è la pendenza della retta. Leggendo sulla retta il punto a 10,0 V, $Q \approx 470$ µC, quindi $C = Q/\Delta V \approx 470\ \mu\text{C} / 10{,}0\ \text{V} = 47\ \mu\text{F}$. È il valore stampato sul condensatore: 47 µF.

c) È l'area del triangolo colorato: $U = \tfrac{1}{2}\, Q\, \Delta V = \tfrac{1}{2} \cdot 470 \times 10^{-6}\ \text{C} \cdot 10{,}0\ \text{V} \approx 2{,}4 \times 10^{-3}$ J, cioè 2,4 mJ.

d) L'energia va come ΔV^2: per raddoppiarla la tensione deve crescere di $\sqrt{2}$ volte, fino a circa 14 V. Raddoppiando la tensione, invece, l'energia quadruplica.

Controllo. Le unità: C/V = F e C · V = C · J/C = J. Un'energia di pochi millijoule è tipica dei piccoli condensatori dei circuiti elettronici.

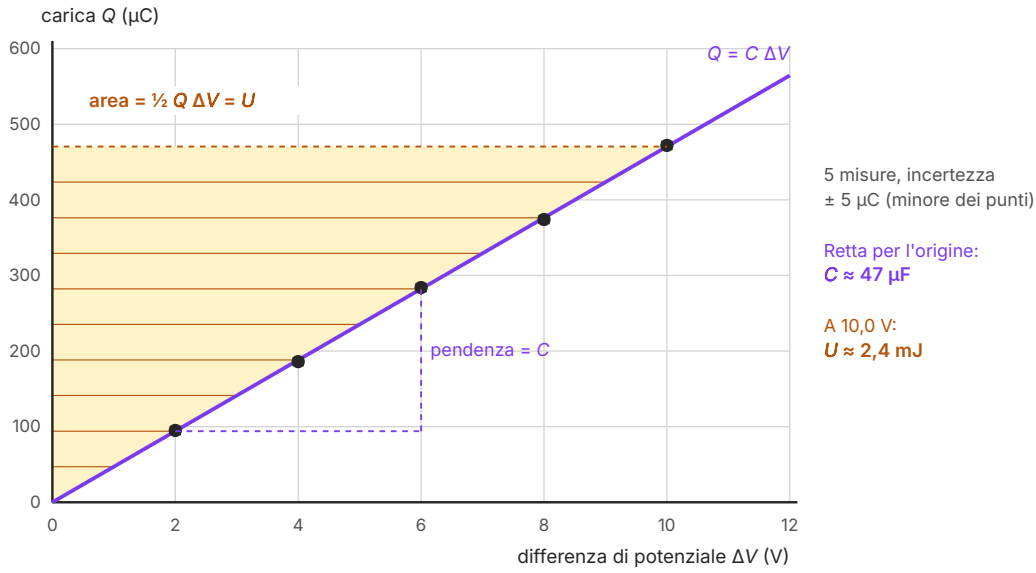


Figura 3.5 Carica in funzione della tensione per il condensatore dell'esempio svolto: cinque misure (incertezza ± 5 μC, più piccola dei punti) e la retta per l'origine che le attraversa. La pendenza è la capacità. Ogni striscia orizzontale è il lavoro $v\,\Delta q$ per spostare una piccola carica quando la tensione è v; insieme riempiono il triangolo arancione, la cui area è l'energia immagazzinata a 10,0 V.

3.5.5 L'energia è nel campo

Dove si trova, esattamente, questa energia? Per il condensatore piano, sostituendo $C = \varepsilon_0 S/d$ e $\Delta V = Ed$:

$$U = \tfrac{1}{2}\,\frac{\varepsilon_0 S}{d}\,(Ed)^2 = \tfrac{1}{2}\,\varepsilon_0 E^2 \cdot (Sd)$$

Il prodotto Sd è il volume tra le armature, cioè il volume occupato dal campo. L'energia per unità di volume, la **densità di energia** del campo elettrico, è quindi $\tfrac{1}{2}\varepsilon_0 E^2$, in J/m^3. Si dimostra che la formula vale per qualunque campo elettrico nel vuoto: ovunque c'è un campo, c'è energia (con 100 V su 1,0 mm, $E = 1{,}0 \times 10^5$ V/m e la densità è circa 0,044 J/m^3). Il risultato pesa nella discussione sull'azione a distanza: se il campo contiene energia, non è solo un modo comodo di fare i conti, ma qualcosa di fisico, presente nello spazio tra le cariche. Nel capitolo 10 vedrai che quell'energia può staccarsi dalle cariche e viaggiare: è la luce.

COLLEGAMENTI

Tecnologia: lo schermo tattile e la memoria del computer

Lo schermo di uno smartphone è percorso da una griglia di elettrodi trasparenti che formano tanti piccolissimi condensatori. Il dito, un conduttore collegato al corpo, modifica la capacità nei punti della griglia sotto di esso, e l'elettronica, che misura di continuo quelle capacità, sa dove lo schermo è stato toccato. Per questo lo schermo non risponde a un guanto di lana, che è isolante.

Anche la memoria di lavoro di un computer, la RAM dinamica, è fatta di condensatori: ogni bit è la presenza o l'assenza di carica su un condensatore microscopico. La carica si disperde lentamente e il circuito deve ripristinarla molte volte al secondo; spento il computer, la memoria si cancella.

3.5.6 Condensatori in parallelo e in serie

Nei circuiti i condensatori si collegano spesso tra loro, e il gruppo si comporta come un unico condensatore con una **capacità equivalente** C_{eq}, quella che, alla stessa tensione, accumulerebbe la stessa carica totale (Figura 3.6).

Due condensatori sono **in parallelo** quando le loro armature sono collegate a due a due, e hanno quindi la stessa differenza di potenziale. Le cariche si sommano: $Q = C_1\Delta V + C_2\Delta V$, quindi $C_{eq} = C_1 + C_2$. È come allargare le armature: la capacità aumenta.

Due condensatori sono **in serie** quando sono collegati uno dopo l'altro. La pila carica con $+Q$ e $-Q$ le due armature esterne; le due armature interne, collegate tra loro e inizialmente scariche, si caricano per induzione con $-Q$ e $+Q$. Così ogni condensatore ha la stessa carica Q, e sono le tensioni a sommarsi: $\Delta V = Q/C_1 + Q/C_2$, quindi $1/C_{eq} = 1/C_1 + 1/C_2$. È come allontanare le armature: la capacità equivalente è minore della più piccola delle due. Per esempio, 2,0 μF e 3,0 μF danno 5,0 μF in parallelo e 1,2 μF in serie. Le regole valgono, sommando un termine in più, anche per tre condensatori.

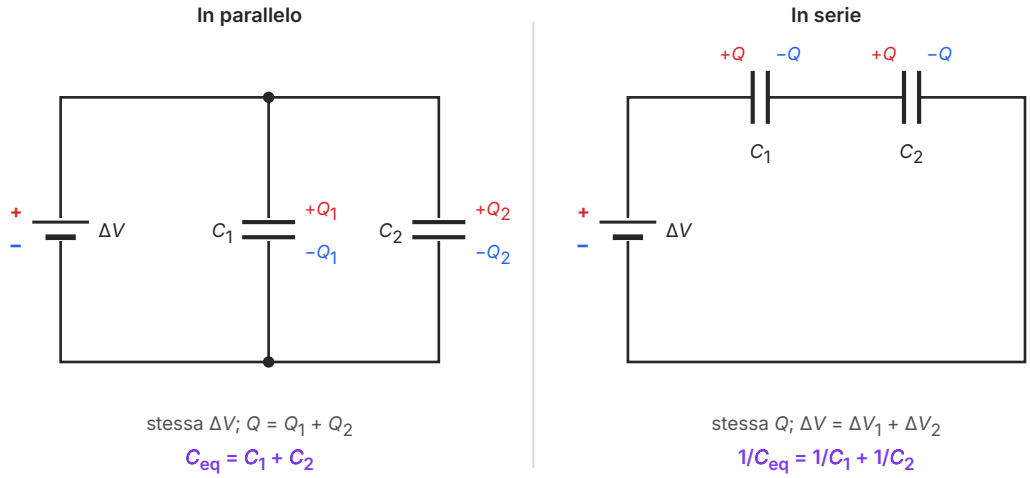


Figura 3.6 Due condensatori in parallelo (a sinistra) e in serie (a destra), collegati a una pila che mantiene tra i suoi poli la differenza di potenziale ΔV. Nel simbolo della pila il tratto lungo è il polo positivo; nel simbolo del condensatore i due tratti uguali sono le armature.

APPROFONDIMENTO

La bottiglia di Leida e gli spettacoli elettrici

Nel Settecento l'elettricità era una moda: nei salotti e nelle accademie si strofinavano globi di vetro con macchine a manovella e si facevano scoccare scintille, ma le cariche ottenute erano piccole e si disperdevano subito. Nel 1745 il prelato tedesco Ewald Georg von Kleist e, indipendentemente, all'inizio del 1746, il professore Pieter van Musschenbroek all'Università di Leida, scoprirono come accumularle: una bottiglia di vetro piena d'acqua, con un chiodo o un filo che pescava dentro e collegato a una macchina elettrostatica, tenuta in mano. Chi poi toccava il filo con l'altra mano riceveva una scossa violenta, che attraversava braccia e petto. Musschenbroek ne scrisse al naturalista francese Réaumur, e l'abate Jean-Antoine Nollet, che la rese celebre in Francia, la chiamò «bottiglia di Leida».

Nollet ne fece uno spettacolo: secondo i resoconti dell'epoca, davanti a Luigi XV, a Versailles, fece scaricare una bottiglia attraverso una catena di 180 guardie che si tenevano per mano, e tutte saltarono nello stesso istante; poco dopo ripeté la prova con una lunga fila di monaci certosini.

Oggi riconosciamo nella bottiglia di Leida un condensatore: l'acqua (poi un rivestimento metallico interno) e la mano (poi un rivestimento esterno) sono le armature, il vetro è il dielettrico, sottile e con ε_r maggiore di quella dell'aria. Benjamin Franklin la studiò a fondo e la spiegò con la sua teoria della carica positiva e negativa: le due armature si caricano con quantità uguali e opposte. Fu ancora Franklin a chiamare «batteria», con una parola del linguaggio militare, una fila di bottiglie collegate insieme: la parola sarebbe passata, mezzo secolo dopo, alla pila di Volta (capitolo 4).

COLLEGAMENTI

Le parole della fisica

Potenziale viene dal latino *potentia*, «potenza, capacità di fare», attraverso l'aggettivo tardo *potentialis*. Nella filosofia scolastica *potentia* traduceva il greco δύναμις di Aristotele: ciò che è «in potenza», non ancora «in atto». Il nome si addice alla grandezza: il potenziale misura un lavoro che il campo *potrebbe* compiere su una carica. In fisica il termine fu introdotto dal matematico inglese George Green nel 1828.

Condensatore viene dal latino *condensare*, «rendere denso, addensare», da *densus*. Il nome è di Alessandro Volta, che alla fine del Settecento lo diede a un suo strumento capace di «addensare» su due piastre quantità di elettricità troppo deboli per essere rivelate altrimenti.

Dielettrico unisce il prefisso greco διά, «attraverso», a «elettrico»: è la sostanza *attraverso* la quale agiscono le forze elettriche. Fu Faraday a introdurlo, negli anni Trenta dell'Ottocento, proprio per sottolineare che l'isolante tra due conduttori non è uno spazio passivo, ma un mezzo che partecipa all'azione elettrica.

COLLEGAMENTI

In laboratorio: carica e scarica di un condensatore

Materiali. Un condensatore elettrolitico da 1000 µF (tensione massima 16 V); un resistore da 47 kΩ, un componente che rallenta il passaggio delle cariche (lo studierai nel capitolo 4); una pila da 9 V; un multimetro digitale usato come voltmetro; un cronometro, oppure un sensore di tensione collegato a un computer; cavetti con morsetti a coccodrillo.

Procedimento. Collega in fila la pila, il resistore e il condensatore, rispettando la polarità del condensatore (il morsetto segnato «–» verso il polo negativo), e collega il voltmetro ai capi del condensatore. Nell'istante in cui chiudi il circuito fai partire il cronometro e leggi la tensione ogni 10 s per due minuti: è la *carica*. Lascia poi la pila collegata ancora qualche minuto, finché il voltmetro non segna stabilmente circa 9,0 V: ora il condensatore è carico. Togli la pila e collega l'estremità libera del resistore direttamente al condensatore: il condensatore si *scarica* attraverso il resistore. Leggi di nuovo la tensione ogni 10 s (Tabella 3.1). Riporta i dati in un grafico tensione–tempo (Figura 3.7) e traccia a mano due curve regolari tra i punti.

Tabella 3.1 Tensione ai capi di un condensatore da 1000 µF in carica (pila da 9,0 V) e in scarica, attraverso un resistore da 47 kΩ (dati tipici). Incertezze: ± 0,5 s sui tempi, ± 0,02 V sulle tensioni.

t (s)	ΔV in carica (V)	ΔV in scarica (V)
0	0,00	9,00
10	1,62	7,31
20	3,11	5,90
30	4,19	4,84
40	5,09	3,92
50	5,85	3,19
60	6,41	2,58
70	6,91	2,14
80	7,32	1,72
90	7,58	1,41
100	7,93	1,11
110	8,09	0,90
120	8,28	0,71

Che cosa concludere. In carica la tensione cresce sempre più lentamente verso i 9,0 V della pila; in scarica diminuisce sempre più lentamente verso zero, e in ogni istante le due tensioni sommano circa 9,0 V: le curve sono l'una lo specchio dell'altra. Sulla curva di scarica si legge una regolarità notevole: il tempo che la tensione impiega a dimezzarsi è sempre lo stesso, circa 33 s, sia da 9,0 V a 4,5 V sia da 4,5 V a 2,25 V, sia partendo da qualunque altro valore. Nel capitolo 5 vedrai da che cosa dipende quel tempo, e nel capitolo 14 ritroverai la stessa forma nel decadimento radioattivo.

Sicurezza. I condensatori elettrolitici sono *polarizzati*: montati al contrario, o sottoposti a una tensione superiore a quella indicata, possono scaldarsi e scoppiare. Usa solo la pila a bassa tensione, mai la rete elettrica. Prima di toccare i morsetti, scarica il condensatore attraverso il resistore, non cortocircuitandolo con un filo.

Per la relazione. Segui lo schema di Fisica 3, capitolo 4: tabella con le incertezze, grafico con le barre d'errore, lettura del tempo di dimezzamento a partire da almeno tre tensioni diverse, confronto tra i valori ottenuti. Perché conviene leggere più tempi di dimezzamento e farne la media, invece di leggerne uno solo?

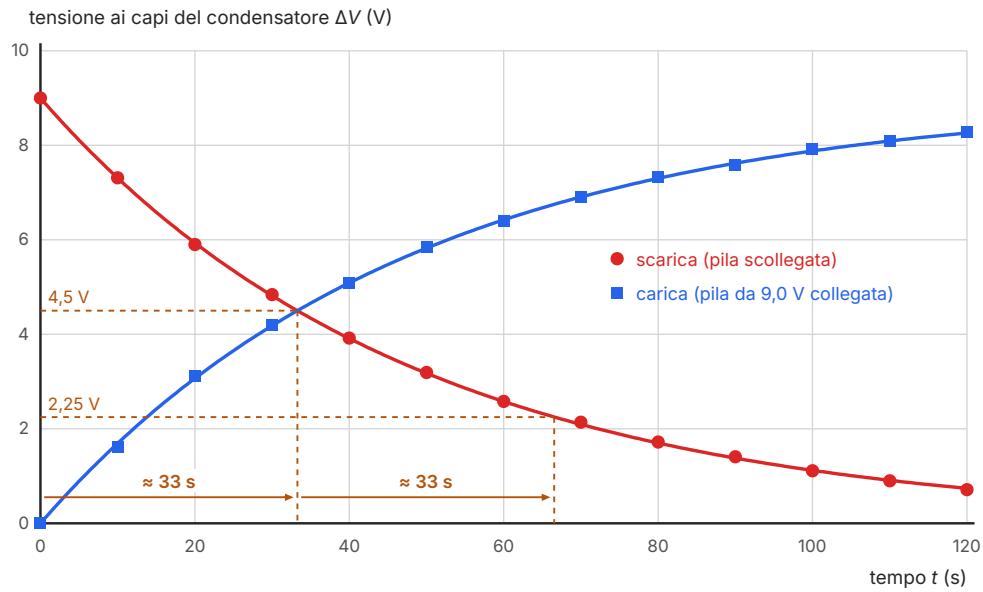


Figura 3.7 Carica e scarica del condensatore dell'attività di laboratorio: i punti sono i dati della Tabella 3.1, le curve sono tracciate tra i punti. Le linee tratteggiate mostrano che la tensione di scarica si dimezza ogni 33 s circa: da 9,0 V a 4,5 V e da 4,5 V a 2,25 V.

IN SINTESI

Le formule del capitolo e il loro significato

Lavoro ed energia potenziale: $W_{AB} = U_A - U_B$: la forza elettrostatica è conservativa. In un campo uniforme $U = qEh$ (zero sulla lastra negativa); per due cariche puntiformi $U = k_0 q_1 q_2 / r$, con i segni, zero all'infinito: positiva se si respingono, negativa se la coppia è legata. In J.

Potenziale: $V = U/q$, in volt (1 V = 1 J/C); è uno scalare. Per una carica puntiforme $V = k_0 Q/r$; per più cariche si sommano i potenziali con il loro segno.

Differenza di potenziale (tensione): $\Delta V = V_B - V_A$; il lavoro del campo su q è $W_{AB} = -q\Delta V$. Le cariche positive vanno spontaneamente verso i potenziali minori.

Campo e potenziale: le superfici equipotenziali sono perpendicolari alle linee di campo, e il campo punta verso i potenziali decrescenti. In un campo uniforme $E = \Delta V/d$, in V/m = N/C.

Conservazione dell'energia: $\frac{1}{2}mv^2 = |q||\Delta V|$ per una carica che parte da ferma. 1 eV = 1,60 × 10^{-19} J è l'energia di una carica e accelerata da 1 V.

Conduttori: un conduttore in equilibrio è tutto allo stesso potenziale; due sfere collegate si dividono la carica in proporzione ai raggi, e la densità di carica è maggiore sulla più piccola.

Condensatore: $C = Q/\Delta V$, in farad (1 F = 1 C/V); dipende dalla geometria e dal dielettrico. Condensatore piano: $C = \varepsilon_0 \varepsilon_r S/d$.

Energia: $U = \frac{1}{2}Q\Delta V = \frac{1}{2}C\Delta V^2 = Q^2/(2C)$, in J; densità di energia del campo $\frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2$, in J/m^3.

Collegamenti: in parallelo (stessa tensione) $C_{eq} = C_1 + C_2$; in serie (stessa carica) $1/C_{eq} = 1/C_1 + 1/C_2$.

Con questo capitolo si chiude la prima parte. Sei partito dall'ambra strofinata e sei arrivato a un campo che riempie lo spazio, che si descrive con un'altitudine elettrica e che contiene energia. Finora le cariche sono rimaste ferme, o si sono mosse per un istante nel vuoto. Nella prossima parte le metterai in moto in modo continuo, nei fili: è la corrente elettrica.

SINTESI

- La forza elettrostatica è conservativa: il lavoro che compie su una carica dipende solo dal punto di partenza e da quello di arrivo. Si può quindi definire un'energia potenziale elettrica, con $W_{AB} = U_A - U_B$.
- In un campo uniforme $U = qEh$, analogo di mgh; per due cariche puntiformi $U = k_0 q_1 q_2 / r$, con le cariche prese con il segno e lo zero all'infinito. $U < 0$ indica una coppia legata.
- Il potenziale è l'energia potenziale per unità di carica, $V = U/q$, e si misura in volt (J/C). È uno scalare: il potenziale di più cariche è la somma algebrica dei potenziali, e per una carica puntiforme vale $k_0 Q/r$.
- La differenza di potenziale, o tensione, misura il lavoro per unità di carica tra due punti: $W_{AB} = q(V_A - V_B)$. Le cariche positive vanno spontaneamente verso i potenziali minori, quelle negative verso i maggiori.
- Le superfici equipotenziali sono perpendicolari alle linee di campo e più fitte dove il campo è intenso; il campo punta verso i potenziali decrescenti. In un campo uniforme $E = \Delta V/d$, e V/m = N/C.
- Potenziale e campo sono informazioni diverse: dove il potenziale è nullo il campo può non esserlo, e viceversa.
- Una carica accelerata da una differenza di potenziale acquista l'energia cinetica $|q||\Delta V|$. L'elettronvolt, 1 eV = $1{,}60 \times 10^{-19}$ J, è l'unità di energia adatta alle particelle; nel cannone elettronico un elettrone accelerato da 1000 V raggiunge circa il 6% della velocità della luce.
- Un conduttore in equilibrio è tutto allo stesso potenziale. Conduttori collegati raggiungono lo stesso potenziale; sulle parti di raggio piccolo la carica si addensa e il campo è più intenso (potere delle punte). La Terra è il riferimento a potenziale zero.
- Un condensatore è formato da due armature con cariche opposte; la sua capacità $C = Q/\Delta V$ si misura in farad e dipende solo dalla geometria e dall'isolante. Per il condensatore piano $C = \varepsilon_0 \varepsilon_r S/d$: un dielettrico polarizzato riduce il campo e aumenta la capacità.
- Un condensatore carico immagazzina l'energia $U = \frac{1}{2} C \Delta V^2$, l'area del triangolo nel grafico carica–tensione. L'energia si trova nel campo, con densità $\frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2$.
- In parallelo le capacità si sommano; in serie si sommano i loro inversi, e la capacità equivalente è minore della più piccola.

ESERCIZI

Comprendere e ricordare

1. ● Un volt equivale a:
   - **A.** un newton al coulomb
   - **B.** un coulomb al joule
   - **C.** un joule al coulomb
   - **D.** un joule per coulomb al secondo

2. ● Le superfici equipotenziali di un campo elettrico sono, in ogni punto:
   - **A.** perpendicolari alle linee di campo
   - **B.** parallele alle linee di campo
   - **C.** inclinate di 45° rispetto alle linee di campo
   - **D.** sempre sferiche

3. ● L'elettronvolt è un'unità di misura:
   - **A.** del potenziale elettrico
   - **B.** della carica elettrica
   - **C.** del campo elettrico
   - **D.** dell'energia

4. ● Se la tensione ai capi di un condensatore raddoppia, la sua capacità:
   - **A.** raddoppia
   - **B.** resta la stessa
   - **C.** si dimezza
   - **D.** quadruplica

5. ●● Una carica positiva, lasciata libera e ferma in un campo elettrostatico, si muove:
   - **A.** verso i punti a potenziale maggiore
   - **B.** lungo una superficie equipotenziale
   - **C.** verso i punti a potenziale minore
   - **D.** solo se il potenziale nel punto di partenza è positivo

6. ●● Due condensatori da 6 μF e da 3 μF collegati in serie hanno una capacità equivalente di:
   - **A.** 9 μF
   - **B.** 4,5 μF
   - **C.** 18 μF
   - **D.** 2 μF

7. ●● All'interno di un conduttore carico in equilibrio elettrostatico:
   A. il campo è nullo e il potenziale è lo stesso in ogni punto
   B. il campo e il potenziale sono entrambi nulli
   C. il campo è nullo e il potenziale cresce verso la superficie
   D. il campo è massimo al centro

Vero o falso

8. ● L'energia potenziale di due cariche di segno opposto, con lo zero all'infinito, è negativa. V / F

9. ● Il potenziale elettrico è una grandezza vettoriale. V / F

10. ●● In un punto in cui il potenziale è zero, anche il campo elettrico è necessariamente zero. V / F

11. ● Inserendo un dielettrico tra le armature di un condensatore piano, la sua capacità aumenta. V / F

12. ●● Un elettrone e un protone, partendo da fermi, sono accelerati dalla stessa differenza di potenziale (in versi opposti): acquistano la stessa energia cinetica, ma il protone raggiunge una velocità minore. V / F

Applicare

13. ● Converti: a) 2,5 keV in joule; b) $4{,}8 \times 10^{-17}$ J in elettronvolt.

14. ● Una carica puntiforme $Q = +5{,}0$ nC è ferma nel vuoto. a) Calcola il potenziale a 20 cm e a 40 cm da essa. b) Quanto lavoro compie il campo su una carica di +1,0 nC che si sposta dal primo al secondo punto?

15. ● Completa. In un campo elettrico uniforme di intensità E, la differenza di potenziale tra due superfici equipotenziali a distanza d vale _____ . Il campo è diretto verso i potenziali _____ . L'unità V/m equivale a _____ .

16. ● Due lastre parallele distano 5,0 mm e tra esse c'è una differenza di potenziale di 60 V. a) Calcola l'intensità del campo tra le lastre. b) Quanto lavoro compie il campo su un elettrone che va dalla lastra negativa a quella positiva? Esprimilo in joule e in elettronvolt.

17. ●● Un condensatore piano ha armature quadrate di 20 cm di lato, a 0,50 mm di distanza, con aria in mezzo. a) Calcola la sua capacità. b) Quanta carica accumula collegato a 12 V? c) Come cambiano i risultati se lo spazio tra le armature è riempito di polietilene ($\varepsilon_r \approx 2{,}3$)?

18. ● Un condensatore da 470 µF è caricato a 16 V. Calcola la carica sulle armature e l'energia immagazzinata.

19. ● Leggi nella Figura 3.7: a) le tensioni in carica e in scarica dopo 40 s, e la loro somma; b) il tempo che la tensione di scarica impiega a scendere da 8,0 V a 4,0 V.

20. ●● Due condensatori, $C_1 = 2{,}0\ \mu F$ e $C_2 = 3{,}0\ \mu F$, sono collegati a una pila da 10 V. Calcola la capacità equivalente, la carica e la tensione di ciascun condensatore, a) se sono in parallelo; b) se sono in serie.

Problemi

21. ●● Tre cariche sono ai vertici di un triangolo equilatero di lato 10 cm: $q_1 = q_2 = +2{,}0$ nC e $q_3 = -3{,}0$ nC. a) Calcola il potenziale nel centro del triangolo, che dista da ogni vertice $a/\sqrt{3}$. b) Quanto lavoro deve compiere una forza esterna per portare lentamente una carica di +1,0 nC dall'infinito al centro? c) Se anche q_3 valesse +2,0 nC, il campo nel centro sarebbe nullo per simmetria: quanto varrebbe il potenziale? Commenta.

22. ●●● Un elettrone parte da fermo vicino alla lastra negativa di un condensatore piano con le lastre a 2,0 cm di distanza e una differenza di potenziale di 200 V. a) Calcola il campo, la forza sull'elettrone e la sua accelerazione. b) Calcola la velocità con cui arriva sulla lastra positiva, prima con la conservazione dell'energia e poi con le leggi del moto uniformemente accelerato (Fisica 3, capitoli 11–12): i risultati coincidono? c) Quanto tempo impiega? d) Confronta la forza elettrica con il peso dell'elettrone.

23. ●●● Una particella alfa, un nucleo di elio con carica $+2e$, ha un'energia cinetica di 5,0 MeV e si dirige frontalmente verso un nucleo d'oro, con carica $+79e$, che consideri fermo. a) A quale distanza minima dal centro del nucleo arriva prima di essere respinta? b) Quanto vale a quella distanza la forza di Coulomb tra le due cariche (capitolo 1)? c) Le dimensioni di un atomo sono circa 10^{-10} m: che cosa suggerisce il risultato a) sulla carica positiva dell'atomo?

24. ●● Una sfera metallica di raggio 15 cm porta una carica di 8,0 nC; una seconda sfera di raggio 5,0 cm, lontana dalla prima, è scarica. Le due sfere vengono collegate con un filo sottile. a) Calcola il potenziale della prima sfera prima del collegamento. b) Calcola le cariche finali e il potenziale comune. c) Calcola il campo appena fuori dalla superficie di ciascuna sfera e il rapporto delle densità superficiali di carica.

25. ●●● Un condensatore piano da 50 pF, con aria tra le armature, viene caricato a 200 V e poi scollegato dalla pila. Lo spazio tra le armature viene quindi riempito di polietilene ($\varepsilon_r \approx 2{,}3$). a) Quanta carica c'è sulle armature, prima e dopo? b) Calcola la nuova capacità e la nuova tensione. c) Calcola l'energia immagazzinata prima e dopo. d) Dove è finita la differenza di energia?

26. ●●● Tre condensatori sono collegati così: $C_1 = 4{,}0\ \mu F$ e $C_2 = 2{,}0\ \mu F$ sono in parallelo tra loro, e questo gruppo è in serie con $C_3 = 3{,}0\ \mu F$; il tutto è collegato ai poli di una pila da 12 V. Calcola la capacità equivalente, la carica fornita dalla pila, la tensione ai capi di C_3 e del gruppo in parallelo, e la carica di ciascun condensatore.

Ragionare e argomentare

27. ●● Commenta la fonte. In una nota all'undicesima serie delle sue *Experimental Researches in Electricity* (la serie è del 1837) Faraday scrive: «Uso la parola *dielettrico* per indicare quella sostanza attraverso la quale, da una parte all'altra, agiscono le forze elettriche» (traduzione della redazione). Che cosa significa la parola, e da quali radici è formata? Perché per Faraday era importante dare un nome all'isolante tra due conduttori, invece di considerarlo semplice spazio vuoto? Con quale esperimento su un condensatore si può mostrare che il dielettrico «partecipa» all'azione elettrica?

28. ●● Trova l'errore. Uno studente scrive: «Il condensatore del flash ha una capacità di 100 μF. Se lo carico con una tensione doppia, la carica raddoppia e quindi, poiché $C = Q/\Delta V$, raddoppia anche la capacità; di conseguenza l'energia $\frac{1}{2}C\Delta V^2$ diventa otto volte maggiore». Individua gli errori e correggi il ragionamento.

29. ●●● Stima. Una sfera conduttrice isolata di raggio R e carica Q ha il potenziale $V = k_0 Q/R$, con lo zero all'infinito: si comporta come un condensatore la cui seconda armatura è all'infinito. a) Mostra che la sua capacità è $C = R/k_0$. b) Calcola la capacità della Terra, considerata una sfera conduttrice di raggio $6{,}37 \times 10^6$ m. c) Di quanto cambia il potenziale della Terra se riceve una carica di 1,0 μC? d) Che cosa dicono questi risultati sull'unità farad e sulla scelta della Terra come riferimento a potenziale zero?

Verso l'esame

30. ●● **Dal documento.** «Nel flash di una fotocamera compatta un circuito carica in qualche secondo, a partire da una pila di pochi volt, un condensatore da 120 μF fino a 330 V. Quando si scatta, il condensatore si scarica attraverso un tubo pieno di gas in circa un millesimo di secondo, producendo il lampo.» a) Quale fenomeno descrive il documento, e dove è immagazzinata l'energia prima dello scatto? b) Calcola la carica e l'energia del condensatore carico e la potenza media durante la scarica; perché si usa un condensatore invece di alimentare il tubo direttamente con la pila? c) Collegamento con l'educazione civica: perché sugli apparecchi che contengono condensatori di grande capacità si legge l'avvertenza di non aprirli, anche quando sono spenti?

31. ●●● **Problema breve commentato.** Nei vecchi televisori a tubo catodico gli elettroni del fascio venivano accelerati da una differenza di potenziale di circa 25 kV. a) Calcola l'energia cinetica di un elettrone, in eV e in J. b) Calcola la sua velocità con la formula $\frac{1}{2}mv^2$. c) Commenta il risultato: che frazione è della velocità della luce, e quanto ti fidi della formula usata?

32. ●● **Trattazione sintetica.** In 10–15 righe, spiega che cosa sono il potenziale elettrico e la differenza di potenziale, in che cosa differiscono dall'energia potenziale elettrica e perché descrivere un campo con il potenziale è spesso più semplice che descriverlo con il vettore campo.

PER APPROFONDIRE

- [FAR] Michael Faraday, *Experimental Researches in Electricity*, undicesima serie: le ricerche sull'induzione elettrostatica, in cui Faraday introduce il dielettrico come mezzo attivo e misura come i diversi isolanti cambiano l'effetto di un condensatore.
- [FEY] R. P. Feynman, R. B. Leighton, M. Sands, *La fisica di Feynman*, vol. II: i capitoli sul potenziale elettrostatico, sui condensatori e sull'energia del campo, con una discussione molto chiara di dove «si trova» l'energia.
- [HRW] D. Halliday, R. Resnick, J. Walker, *Fondamenti di fisica*: i capitoli sul potenziale elettrico e sulla capacità, con molti esercizi su superfici equipotenziali, condensatori e dielettrici.
- [EIN] A. Einstein, L. Infeld, *L'evoluzione della fisica*: il passaggio dalla descrizione con le forze a quella con il campo, raccontato da uno dei protagonisti.

Glossario del capitolo

Armature
I due conduttori di un condensatore, che si caricano con cariche uguali e opposte.

Cannone elettronico
Dispositivo in cui gli elettroni emessi da un filamento riscaldato sono accelerati da una differenza di potenziale e formano un fascio.

Capacità
Rapporto $C = Q/\Delta V$ tra la carica di un condensatore e la tensione tra le armature; dipende solo dalla geometria e dall'isolante. Si misura in farad.

Capacità equivalente
Capacità del singolo condensatore che, alla stessa tensione, accumula la stessa carica di un gruppo di condensatori collegati.

Condensatore
Dispositivo formato da due conduttori separati da un isolante, che accumula carica ed energia.

Condensatore piano
Condensatore con armature piane e parallele di area S a distanza d; $C = \varepsilon_0\varepsilon_r S/d$.

Densità di energia
Energia del campo elettrico per unità di volume, $\frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2$ nel vuoto, in J/m^3.

Dielettrico
Isolante posto tra le armature di un condensatore; polarizzandosi riduce il campo e aumenta la capacità di ε_r volte.

Differenza di potenziale
Differenza $\Delta V = V_B - V_A$ tra i potenziali di due punti; detta anche tensione. Il lavoro del campo su q da A a B è $-q\Delta V$.

Elettronvolt
Unità di energia: l'energia acquistata da una carica e che attraversa una differenza di potenziale di 1 V; 1 eV = $1{,}60 \times 10^{-19}$ J.

Energia potenziale elettrica
Energia associata alla posizione di una carica in un campo elettrostatico, definita da $W_{AB} = U_A - U_B$; per due cariche puntiformi $U = k_0 q_1 q_2/r$.

Farad
Unità di misura della capacità: 1 F = 1 C/V.

Potenziale di terra
Potenziale della Terra, preso per convenzione uguale a zero come riferimento.

Potenziale elettrico
Energia potenziale di una carica di prova in un punto, divisa per la carica: $V = U/q$. È uno scalare e si misura in volt.

Superficie equipotenziale
Superficie i cui punti hanno lo stesso potenziale; è perpendicolare in ogni punto alle linee di campo.

Tensione
Sinonimo di differenza di potenziale.

Volt
Unità di misura del potenziale e della differenza di potenziale: 1 V = 1 J/C.

Soluzioni

1. C. 1 V = 1 J/C: il potenziale è energia per unità di carica.

2. A. Lungo una superficie equipotenziale il lavoro è nullo, quindi la forza, e il campo, sono perpendicolari allo spostamento.

3. D. 1 eV = $1{,}60 \times 10^{-19}$ J è un'energia, quella acquistata da una carica e che attraversa 1 V.

4. B. La capacità dipende solo dalla geometria e dall'isolante: raddoppiando la tensione raddoppia la carica, e il rapporto resta lo stesso.

5. C. Le cariche positive vanno spontaneamente verso i potenziali minori: il campo punta verso i potenziali decrescenti, e la loro energia potenziale qV diminuisce.

6. D. In serie $1/C_{eq} = 1/6 + 1/3 = 1/2$, quindi $C_{eq} = 2$ µF, meno della capacità più piccola.

7. A. Il campo interno è nullo, quindi spostare una carica dentro il conduttore non costa lavoro: il potenziale è lo stesso ovunque, ma non necessariamente zero.

8. V. $U = k_0 q_1 q_2 / r$ con $q_1 q_2 < 0$: la coppia è legata.

9. F. È uno scalare: un numero con segno, senza direzione; per questo i potenziali di più cariche si sommano algebricamente.

10. F. Al centro di un dipolo il potenziale è zero, ma il campo è diretto dalla carica positiva alla negativa ed è diverso da zero.

11. V. Il dielettrico polarizzato riduce il campo e la tensione a parità di carica: $C = \varepsilon_r C_0$, con $\varepsilon_r > 1$.

12. V. Le cariche hanno lo stesso modulo, quindi $K = e\Delta V$ è uguale; con massa circa 1830 volte maggiore il protone raggiunge una velocità circa 43 volte minore.

13. a) $2{,}5 \times 10^{3} \cdot 1{,}60 \times 10^{-19}$ J $= 4{,}0 \times 10^{-16}$ J. b) $4{,}8 \times 10^{-17}$ J / $1{,}60 \times 10^{-19}$ J/eV $= 3{,}0 \times 10^{2}$ eV = 300 eV.

14. a) $V = k_0 Q/r = 8{,}99 \times 10^{9} \cdot 5{,}0 \times 10^{-9}$ / 0,20 V $\approx 2{,}2 \times 10^{2}$ V; a 0,40 m la metà, $\approx 1{,}1 \times 10^{2}$ V. b) $W = q(V_A - V_B) = 1{,}0 \times 10^{-9}$ C $\cdot$ 112 V $\approx 1{,}1 \times 10^{-7}$ J, positivo: la carica positiva si allontana, respinta.

15. Ed; decrescenti (minori); N/C.

16. a) $E = \Delta V/d = 60$ V / $5{,}0 \times 10^{-3}$ m $= 1{,}2 \times 10^{4}$ V/m. b) L'elettrone (carica $-e$) va verso il potenziale maggiore: $W = -q\Delta V = e \cdot 60$ V $= 9{,}6 \times 10^{-18}$ J = 60 eV, positivo.

17. a) $C = \varepsilon_0 S/d = 8{,}85 \times 10^{-12}$ F/m $\cdot$ 0,040 m^2 / $5{,}0 \times 10^{-4}$ m $\approx 7{,}1 \times 10^{-10}$ F = 0,71 nF. b) $Q = C\Delta V \approx 7{,}08 \times 10^{-10}$ F $\cdot$ 12 V $\approx 8{,}5 \times 10^{-9}$ C. c) Capacità e carica crescono di 2,3 volte: $C \approx 1{,}6$ nF, $Q \approx 2{,}0 \times 10^{-8}$ C.

18. $Q = C\Delta V = 470 \times 10^{-6}$ F $\cdot$ 16 V $\approx 7{,}5 \times 10^{-3}$ C; $U = \tfrac{1}{2} C\Delta V^2 = \tfrac{1}{2} \cdot 470 \times 10^{-6} \cdot 16^2$ J $\approx 6{,}0 \times 10^{-2}$ J.

19. a) Circa 3,9 V in scarica e 5,1 V in carica: la somma è circa 9,0 V, la tensione della pila. b) La tensione vale 8,0 V a circa 6 s e 4,0 V a circa 39 s: circa 33 s, lo stesso tempo di dimezzamento letto partendo da 9,0 V.

20. a) Parallelo: $C_{eq} = 5{,}0$ µF; ogni condensatore è a 10 V; $Q_1 = 2{,}0$ µF $\cdot$ 10 V = 20 µC, $Q_2 = 30$ µC. b) Serie: $1/C_{eq} = 1/2{,}0 + 1/3{,}0$, $C_{eq} = 1{,}2$ µF; stessa carica $Q = 1{,}2$ µF $\cdot$ 10 V = 12 µC; $\Delta V_1 = 12$ µC / 2,0 µF = 6,0 V, $\Delta V_2 =$ 4,0 V (somma 10 V).

21. a) $r = 0{,}10$ m$/\sqrt{3} \approx 0{,}0577$ m; $V = k_0(2{,}0 + 2{,}0 - 3{,}0) \times 10^{-9}/0{,}0577$ V $\approx 1{,}6 \times 10^{2}$ V. b) $W = qV = 1{,}0 \times 10^{-9}$ C $\cdot$ 156 V $\approx 1{,}6 \times 10^{-7}$ J. c) $V = k_0 \cdot 6{,}0 \times 10^{-9}/0{,}0577$ V $\approx 9{,}3 \times 10^{2}$ V. Commento: i tre campi, uguali e a 120° l'uno dall'altro, si annullano, mentre i potenziali, scalari e tutti positivi, si sommano: campo nullo non significa potenziale nullo.

22. a) $E = 200$ V / 0,020 m $= 1{,}0 \times 10^{4}$ V/m; $F = eE = 1{,}6 \times 10^{-15}$ N; $a = F/m_e \approx 1{,}8 \times 10^{15}$ m/s^2. b) Energia: $v = \sqrt{(2e\Delta V/m_e)} = \sqrt{(2 \cdot 1{,}60 \times 10^{-19} \cdot 200 / 9{,}11 \times 10^{-31})}$ m/s $\approx 8{,}4 \times 10^{6}$ m/s. Cinematica: $v = \sqrt{(2ad)} = \sqrt{(2 \cdot 1{,}756 \times 10^{15} \cdot 0{,}020)}$ m/s $\approx 8{,}4 \times 10^{6}$ m/s: coincidono, perché $eEd = e\Delta V$. c) Velocità media $v/2$, quindi $t = 2d/v \approx 4{,}8$

$\times 10^{-9}$ s. d) Peso $m_e g \approx 8{,}9 \times 10^{-30}$ N, circa 10^{14} volte più piccolo della forza elettrica: trascurabile.

23. a) L'energia cinetica si trasforma tutta in energia potenziale: 5,0 MeV = $8{,}0 \times 10^{-13}$ J = $k_0(2e)(79e)/r_{min}$, quindi $r_{min} = 8{,}99 \times 10^9 \cdot 158 \cdot (1{,}60 \times 10^{-19})^2 / 8{,}0 \times 10^{-13}$ m $\approx 4{,}5 \times 10^{-14}$ m. b) $F = k_0(2e)(79e)/r_{min}^2 \approx 18$ N, una forza enorme su una particella di circa 7×10^{-27} kg. c) La particella arriva a una distanza circa 2000 volte minore delle dimensioni dell'atomo e lì viene respinta: la carica positiva deve essere concentrata in una regione piccolissima, il nucleo (Rutherford, capitolo 14).

24. a) $V = k_0 Q/R = 8{,}99 \times 10^9 \cdot 8{,}0 \times 10^{-9} / 0{,}15$ V $\approx 4{,}8 \times 10^2$ V. b) $Q_1/Q_2 = 15/5{,}0 = 3$ e $Q_1 + Q_2 = 8{,}0$ nC: $Q_1 = 6{,}0$ nC, $Q_2 = 2{,}0$ nC; $V = 8{,}99 \times 10^9 \cdot 6{,}0 \times 10^{-9} / 0{,}15$ V $\approx 3{,}6 \times 10^2$ V. c) $E_1 = k_0 Q_1/R_1^2 \approx 2{,}4 \times 10^3$ V/m, $E_2 \approx 7{,}2 \times 10^3$ V/m; $\sigma_2/\sigma_1 = R_1/R_2 = 3$, come il rapporto dei campi.

25. a) $Q = C\Delta V = 50 \times 10^{-12}$ F $\cdot$ 200 V $= 1{,}0 \times 10^{-8}$ C, la stessa prima e dopo, perché il condensatore è isolato. b) $C = 2{,}3 \cdot 50$ pF $= 115$ pF $\approx 1{,}2 \times 10^2$ pF; $\Delta V = Q/C \approx 87$ V. c) Prima $\frac{1}{2}C\Delta V^2 = 1{,}0 \times 10^{-6}$ J; dopo $Q^2/(2C) \approx 4{,}3 \times 10^{-7}$ J. d) L'energia diminuisce di circa $5{,}7 \times 10^{-7}$ J: il campo attira il dielettrico tra le armature e compie lavoro su di esso mentre lo si inserisce (se lo si lascia entrare da solo, acquista energia cinetica, poi dissipata).

26. Gruppo in parallelo: 4,0 + 2,0 = 6,0 μF; in serie con 3,0 μF: $C_{eq} = 6{,}0 \cdot 3{,}0/(6{,}0 + 3{,}0)$ μF $= 2{,}0$ μF. Carica fornita: $Q = 2{,}0$ μF $\cdot$ 12 V $= 24$ μC, che è anche la carica di C_3 e del gruppo. $\Delta V_3 = 24$ μC / 3,0 μF $= 8{,}0$ V; gruppo: 24 μC / 6,0 μF $= 4{,}0$ V (somma 12 V). $Q_1 = 4{,}0$ μF $\cdot$ 4,0 V $= 16$ μC, $Q_2 = 2{,}0$ μF $\cdot$ 4,0 V $= 8{,}0$ μC (somma 24 μC).

27. Traccia. Dal greco διά, «attraverso», più «elettrico»: la sostanza attraverso cui agiscono le forze. Faraday, contrario all'azione a distanza, pensava che le forze elettriche si trasmettessero da una particella all'altra del mezzo: dare un nome all'isolante significa riconoscergli un ruolo attivo (oggi diciamo che si polarizza e modifica il campo). Esperimento: si carica un condensatore piano, lo si isola e si misura la tensione tra le armature; inserendo una lastra di vetro o di plastica la tensione cala, pur restando uguale la carica: il dielettrico ha aumentato la capacità.

28. La capacità non dipende dalla carica né dalla tensione: raddoppiando ΔV raddoppia Q, ma $C = Q/\Delta V$ resta 100 μF. L'energia $\frac{1}{2}C\Delta V^2$ diventa quindi 4 volte maggiore, non 8.

29. a) $C = Q/V = Q/(k_0 Q/R) = R/k_0$. b) $C = 6{,}37 \times 10^6$ m / $8{,}99 \times 10^9$ N·m^2/C$^2 \approx 7{,}1 \times 10^{-4}$ F, meno di un millifarad. c) $\Delta V = Q/C = 1{,}0 \times 10^{-6}$ C / $7{,}1 \times 10^{-4}$ F $\approx 1{,}4 \times 10^{-3}$ V. d) Il farad è un'unità enorme: neppure un conduttore grande come la Terra arriva a 1 F (esistono invece in commercio condensatori di qualche farad, con armature vicinissime e superfici enormi ripiegate). Le cariche che scarichiamo a terra nella vita quotidiana cambiano in modo trascurabile il potenziale della Terra: per questo è un buon riferimento a potenziale zero.

30. Traccia. a) Il fenomeno è la carica e la scarica di un condensatore; l'energia è immagazzinata nel campo elettrico tra le armature (densità $\frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2$). b) $Q = C\Delta V = 120 \times 10^{-6}$ F $\cdot$ 330 V $\approx 4{,}0 \times 10^{-2}$ C; $U = \frac{1}{2}C\Delta V^2 \approx 6{,}5$ J; potenza media 6,5 J / $1{,}0 \times 10^{-3}$ s $\approx 6{,}5 \times 10^3$ W. La pila contiene molta energia ma può fornirla solo lentamente (qualche watt); il condensatore la accumula in qualche secondo e la libera in un millesimo di secondo, con una potenza migliaia di volte maggiore. c) Il condensatore resta carico anche ad apparecchio spento, finché non si scarica: toccarne i terminali può dare una scossa; per questo le avvertenze vietano di aprire gli apparecchi e la riparazione è affidata a tecnici che sanno scaricarlo in sicurezza. Un buon colloquio cita anche la regola generale: tensione ed energia immagazzinata, non solo la presa di corrente, sono fonti di pericolo.

31. a) $K = e\Delta V = 25$ keV $= 2{,}5 \times 10^4 \cdot 1{,}60 \times 10^{-19}$ J $= 4{,}0 \times 10^{-15}$ J. b) $v = \sqrt{(2K/m_e)} = \sqrt{(2 \cdot 4{,}0 \times 10^{-15} / 9{,}11 \times 10^{-31})}$ m/s $\approx 9{,}4 \times 10^7$ m/s. c) Commento: è circa il 31% della velocità della luce. A queste velocità la formula classica dell'energia cinetica comincia a non essere più precisa: la relatività (capitolo 12) dà circa 0,30c, poco meno. Con tensioni maggiori l'errore crescerebbe, e la formula classica darebbe perfino velocità superiori a c, che nessun corpo dotato

di massa può raggiungere (capitolo 11). Il risultato è plausibile come ordine di grandezza, ma segnala il limite del modello.

32. Modello di risposta. Il potenziale elettrico in un punto è l'energia potenziale che avrebbe una carica di prova posta in quel punto, divisa per la carica: $V = U/q$, in volt (J/C). Ha senso perché la forza elettrostatica è conservativa, e come l'energia potenziale è definito a meno di una costante: per una carica puntiforme si pone zero all'infinito e $V = k_0 Q/r$. Ha significato fisico la differenza di potenziale, o tensione, ΔV: il lavoro del campo su una carica q che va da A a B è $q(V_A - V_B)$. L'energia potenziale appartiene alla carica nel campo e dipende dal suo valore e dal suo segno; il potenziale appartiene al punto e descrive solo il campo, come l'altitudine descrive un luogo indipendentemente da chi vi si trova. Descrivere il campo con il potenziale è spesso più semplice perché il potenziale è uno scalare: per più cariche i potenziali si sommano come numeri, senza componenti. Dal potenziale si torna al campo: il campo è perpendicolare alle superfici equipotenziali, punta verso i potenziali decrescenti, e in un campo uniforme vale $E = \Delta V/d$. Infine il potenziale rende immediati i bilanci energetici: una carica accelerata da ΔV acquista l'energia cinetica $|q\Delta V|$, qualunque sia il percorso.