CAPITOLO

1

La carica elettrica e la legge di Coulomb

Ogni volta che ti pettini sposti miliardi di elettroni. La materia sembra neutra soltanto perché le sue cariche, enormi, si compensano quasi alla perfezione.

OBIETTIVI

1. Spiegare l'elettrizzazione per strofinio, contatto e induzione con il modello atomico, e la polarizzazione degli isolanti.
2. Distinguere conduttori, isolanti e semiconduttori, e usare l'elettroscopio e la messa a terra.
3. Enunciare la conservazione e la quantizzazione della carica e passare da coulomb a cariche elementari.
4. Applicare la legge di Coulomb e il principio di sovrapposizione a cariche allineate e nel piano.
5. Confrontare la forza elettrica con la gravitazione e spiegare l'effetto di un materiale isolante sulla forza.
6. Ricostruire la storia delle idee, dall'ambra dei Greci a Gilbert e alla bilancia di Coulomb.

INDICE DEL CAPITOLO

1.1 L'elettrizzazione e la carica elettrica 2
1.2 Conduttori e isolanti 5
1.3 La legge di Coulomb 11
1.4 Più cariche: il principio di sovrapposizione 16
1.5 La forza elettrica, la gravità e la materia 18

Fisica 5 · Parte I · Cariche e campo elettrico · versione 1.0
Capitolo 1: La carica elettrica e la legge di Coulomb · pagine 21–46 del volume completo · estratto per lo studio

Passa un pettine di plastica tra i capelli asciutti, poi avvicinalo a qualche pezzetto di carta sul tavolo: i pezzetti si sollevano, saltano verso il pettine e vi restano attaccati, qualcuno per un attimo, qualcuno a lungo. Il pettine non li tocca, eppure li tira su contro il peso. Se lo avvicini a un sottile filo d'acqua che scende dal rubinetto, il filo si piega verso di esso. Già i Greci, secondo la tradizione più di duemilacinquecento anni fa, osservavano la stessa cosa con un pezzo d'ambra strofinato sulla lana, e dal nome greco dell'ambra viene la parola che usiamo ancora: elettricità.

Con questo capitolo comincia lo studio dei fenomeni elettrici e magnetici, che occuperà gran parte dell'anno. Scoprirai che la materia, neutra in apparenza, nasconde cariche enormi che si compensano con esattezza, e che la forza tra due cariche ha la stessa forma della gravitazione universale: una somiglianza che riapre la domanda che Newton aveva lasciato in sospeso (Fisica 4, capitolo 5): come fa un corpo ad agire su un altro a distanza, attraverso lo spazio vuoto? La risposta, il *campo*, è il filo conduttore di tutto il volume.

1.1 L'elettrizzazione e la carica elettrica

1.1.1 Dall'ambra a Gilbert

L'ambra è una resina fossile, prodotta milioni di anni fa da antiche conifere e indurita nel sottosuolo; i Greci la chiamavano ἤλεκτρον, i Romani *sucinum*, da *sucus*, «linfa». Che l'ambra strofinata attiri pagliuzze e frammenti leggeri era noto nell'antichità: la tradizione attribuisce la scoperta a Talete di Mileto, ma la notizia ci arriva da autori di molti secoli posteriori, e va presa come una testimonianza, non come un fatto accertato. Plinio il Vecchio (*Naturalis historia*, XXXVII) riferisce che l'ambra, scaldata dallo sfregamento delle dita, attira paglie e foglie secche. Gli antichi conoscevano anche la *pietra di Magnesia*, che attira il ferro: Platone ne parla nello *Ione* (533d–e). Ma quella è la calamita, un fenomeno diverso, che studierai nel capitolo 6.

Per secoli le due attrazioni furono spesso confuse. Le distinse in modo sistematico il medico inglese William Gilbert nel *De magnete* (1600). Gilbert costruì il **versorium**, un ago metallico leggero libero di ruotare su una punta, che si orienta verso un corpo strofinato vicino; con esso mostrò che non solo l'ambra, ma il vetro, lo zolfo, molte gemme e resine, una volta strofinati, attirano qualunque corpuscolo leggero, mentre la calamita attira soltanto il ferro e non ha bisogno di essere strofinata. Chiamò *electrica*, dal latino *electrum*, «ambra», i corpi che si comportano come l'ambra: dal suo latino scientifico vengono «elettrico» ed «elettricità».

1.1.2 Due tipi di carica

Un corpo che, strofinato, acquista la capacità di attirare altri corpi si dice **elettrizzato**; il procedimento che hai usato con il pettine è l'**elettrizzazione per strofinio**. Un esperimento semplice mostra che non tutti i corpi elettrizzati si comportano allo stesso modo. Appendi a un filo una bacchetta di vetro strofinata con un panno di seta e avvicinale una seconda bacchetta di vetro strofinata allo stesso modo: le due bacchette si respingono. Una bacchetta di plastica strofinata con la lana, invece, attira la bacchetta di vetro appesa; e due bacchette di plastica strofinate con la lana si respingono tra loro.

Nel 1733 il francese Charles Du Fay concluse da esperienze di questo tipo che esistono due «elettricità», che chiamò *vitrea* (quella del vetro strofinato con la seta) e *resinosa* (quella dell'ambra e delle resine strofinate con la lana). Verso la metà del secolo Benjamin Franklin propose i nomi che usiamo oggi: *positiva* per la prima, *negativa* per la seconda. Diciamo che un corpo elettrizzato possiede una **carica elettrica**, che può essere positiva o negativa, e riassumiamo le osservazioni in una regola: **cariche dello stesso segno si respingono, cariche di segno opposto si attraggono**. La scelta di quale carica chiamare positiva è una convenzione, rimasta quella di Franklin; ha una conseguenza che incontrerai spesso: la carica dell'elettrone è negativa.

1.1.3 Che cosa si sposta: gli elettroni

Per capire che cosa succede durante lo strofinio serve il modello dell'atomo che conosci dal corso di Scienze. Ogni atomo ha un nucleo piccolissimo, formato da protoni, con carica positiva, e da neutroni, privi di carica; attorno al nucleo si muovono gli **elettroni**, particelle quasi duemila volte più leggere di un protone, con carica negativa. Le cariche di elettrone e protone sono uguali e opposte, con una precisione verificata meglio di una parte su un miliardo di miliardi. Un atomo con tanti elettroni quanti protoni ha carica totale nulla: è neutro. Un **corpo neutro** non è dunque privo di cariche: ne contiene un numero immenso, positive e negative in quantità esattamente uguali.

I nuclei non si spostano; gli elettroni più esterni, invece, possono passare a un altro corpo. Strofinando due materiali diversi, il contatto stretto tra le superfici fa passare alcuni elettroni dall'uno all'altro: il corpo che li acquista diventa negativo, quello che li cede resta con un eccesso di protoni e diventa positivo, con una carica uguale e opposta. Quale materiale prende gli elettroni dipende dalla coppia: i materiali si possono ordinare in una **serie triboelettrica** (dal greco τρίβω, «sfregare»), in cui ciascuno si carica negativamente se strofinato con uno che lo precede. La plastica del pettine strappa elettroni ai capelli e si carica negativamente; il vetro strofinato con la seta cede elettroni e si carica positivamente.

ERRORE FREQUENTE

«Lo strofinio produce la carica»

Strofinando non si *crea* carica elettrica: la si *separa*. Prima dello strofinio pettine e capelli sono entrambi neutri; dopo, il pettine ha un eccesso di elettroni e i capelli un difetto uguale. La carica totale del sistema pettine–capelli è ancora zero. E non sono i protoni a spostarsi: in un solido si muovono soltanto gli elettroni, e un corpo «positivo» è un corpo a cui mancano elettroni.

1.1.4 La carica si conserva ed è quantizzata

L'esempio del pettine illustra una delle leggi più solide della fisica, la **conservazione della carica elettrica**: in un sistema isolato la somma algebrica delle cariche resta costante, qualunque cosa accada al suo interno. Nessun esperimento l'ha mai trovata in difetto: vale nello strofinio, nelle reazioni chimiche e anche nei processi in cui particelle vengono create o distrutte, perché in quei casi nascono o scompaiono sempre insieme cariche uguali e opposte.

Nel Sistema Internazionale la carica si misura in **coulomb** (C), dal nome di Charles-Augustin de Coulomb. Dal 2019, come le altre unità del SI (Fisica 3, capitolo 2), il coulomb è definito fissando il valore esatto di una costante della natura, la **carica elementare**, cioè il valore assoluto della carica dell'elettrone e del protone:

$$e = 1{,}602\,176\,634 \times 10^{-19}\ \text{C} \qquad \text{(negli esercizi, } 1{,}60 \times 10^{-19}\ \text{C)}$$

L'elettrone ha carica $-e$, il protone $+e$. Un coulomb corrisponde dunque alla carica di $1/e \approx 6{,}24 \times 10^{18}$ protoni: è una carica enorme per i fenomeni di questo capitolo, nei quali si incontrano di solito il microcoulomb ($1\ \mu\text{C} = 1 \times 10^{-6}$ C) e il nanocoulomb ($1\ \text{nC} = 1 \times 10^{-9}$ C).

Poiché un corpo si carica acquistando o perdendo elettroni interi, la sua carica è sempre un multiplo intero della carica elementare: $Q = n\,e$, con n intero, positivo o negativo. Si dice che la carica è **quantizzata**. Una carica di $2{,}4 \times 10^{-19}$ C, una volta e mezza e, non si trova su nessun corpo. (I quark che formano protoni e neutroni hanno cariche di un terzo e due terzi di e, ma non si osservano mai isolati.) Nella vita quotidiana la quantizzazione non si vede, perché anche un nanocoulomb contiene miliardi di cariche elementari.

ESEMPIO SVOLTO

Quanti elettroni sul pettine?

Problema. Un pettine di plastica di 10 g, strofinato tra i capelli, acquista una carica $Q = -12$ nC. a) Quanti elettroni ha acquistato? b) Di quanto è aumentata la sua massa? c) Il pettine contiene circa 3×10^{24} elettroni: quale frazione di questi è stata aggiunta? ($m_e = 9{,}11 \times 10^{-31}$ kg)

a) Il numero di elettroni è il rapporto tra la carica e la carica elementare: $n = |Q|/e = 12 \times 10^{-9}$ C / $(1{,}602 \times 10^{-19}$ C$) \approx 7{,}5 \times 10^{10}$, settantacinque miliardi di elettroni.

b) $\Delta m = n\, m_e = 7{,}5 \times 10^{10} \cdot 9{,}11 \times 10^{-31}$ kg $\approx 6{,}8 \times 10^{-20}$ kg: una variazione impossibile da rilevare con qualunque bilancia.

c) $7{,}5 \times 10^{10} / (3 \times 10^{24}) \approx 2{,}5 \times 10^{-14}$: due o tre elettroni in più ogni cento milioni di milioni. **Commento.** Bastano squilibri piccolissimi tra cariche positive e negative per produrre forze ben visibili, come quella che solleva i pezzetti di carta: la materia è neutra con una precisione straordinaria, e le forze elettriche sono straordinariamente intense.

1.2 Conduttori e isolanti

1.2.1 Cariche libere e cariche legate

Prova a strofinare una sbarretta di metallo tenendola in mano: non si elettrizza, o così sembra. Gilbert classificò infatti i metalli tra i corpi «non elettrici». La differenza non sta nello strofinio, ma in ciò che accade alla carica dopo. Nei metalli alcuni elettroni di ciascun atomo non restano legati al proprio nucleo, ma si muovono liberamente in tutto il pezzo di metallo: sono gli elettroni di conduzione. La carica che si forma strofinando una sbarretta metallica si sposta subito lungo il metallo e, attraverso la mano e il corpo, si disperde nel terreno. Se la sbarretta ha un manico di plastica, invece, si elettrizza benissimo.

Un materiale nel quale le cariche elettriche possono spostarsi liberamente si chiama **conduttore**. Sono conduttori i metalli, la grafite, le soluzioni di sali, acidi e basi, nelle quali si muovono ioni positivi e negativi, il corpo umano e il terreno umido. Un materiale nel quale le cariche restano dove si trovano si chiama **isolante**: sono isolanti il vetro, la plastica, la gomma, la ceramica, l'ambra, il legno secco e l'aria secca. In un isolante gli elettroni restano legati ai loro atomi, e una carica depositata su un punto della superficie vi resta. Esistono infine materiali dal comportamento intermedio, i semiconduttori come il silicio e il germanio, la cui conducibilità cresce molto se sono scaldati, illuminati o arricchiti di impurità opportune: sono la base dell'elettronica.

La distinzione non è assoluta: anche il migliore isolante lascia passare un po' di carica, e l'umidità forma sulla superficie degli oggetti un velo d'acqua che conduce. Per questo le esperien-

ze di elettrostatica riescono bene nelle giornate secche d'inverno, quando anche toccare la maniglia di un'auto può dare la scossa, e male in quelle umide.

1.2.2 Elettrizzazione per contatto

Se tocchi un conduttore neutro, isolato su un supporto di plastica, con un corpo carico, una parte della carica passa sul conduttore e vi si distribuisce: è l'**elettrizzazione per contatto**. Il conduttore acquista una carica dello *stesso segno* del corpo che lo ha toccato, e la carica totale si conserva: quella che il conduttore acquista, il corpo carico la perde. Se due sfere metalliche *identiche* vengono messe a contatto, per simmetria la carica totale si divide in parti uguali: con +6 nC e −2 nC, dopo il contatto ciascuna ha (+6 nC − 2 nC)/2 = +2 nC.

1.2.3 L'elettroscopio e la messa a terra

Per rivelare se un corpo è carico si usa l'**elettroscopio a foglie** (Figura 1.1): un'asta metallica terminante in alto con un pomello e in basso con due foglie sottilissime di alluminio o d'oro, chiusa in una custodia di vetro e fissata a un tappo isolante. Se tocchi il pomello con un corpo carico, la carica si distribuisce su asta e foglie; le due foglie, cariche dello stesso segno, si respingono e si aprono, tanto più quanto maggiore è la carica. L'elettroscopio da solo non dice il segno della carica: per conoscerlo si avvicina al pomello un corpo di carica nota.

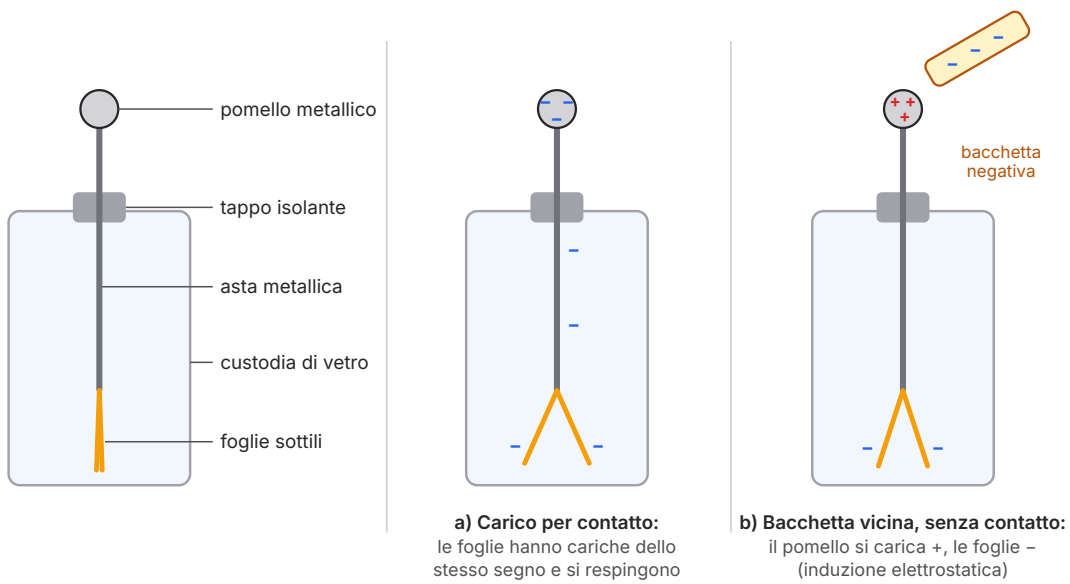


Figura 1.1 L'elettroscopio a foglie. A sinistra, le sue parti. a) Dopo il contatto con una bacchetta negativa, asta e foglie hanno un eccesso di elettroni: le foglie si respingono. b) Una bacchetta negativa avvicinata senza toccare respinge gli elettroni liberi verso le foglie: il pomello resta positivo, le foglie negative si aprono; allontanando la bacchetta si richiudono.

Se tocchi con un dito il pomello di un elettroscopio carico, le foglie si richiudono: la carica è passata attraverso il tuo corpo nel terreno. La Terra è un conduttore così grande che può cedere o assorbire qualunque quantità di carica senza che il suo stato cambi in modo apprezzabile. Collegare un conduttore al terreno si dice **messa a terra**; nei disegni si indica con il simbolo di tre trattini orizzontali di lunghezza decrescente (Figura 1.2). Nelle case gli apparecchi con involucro metallico sono collegati a terra per sicurezza (capitolo 5).

1.2.4 Elettrizzazione per induzione

Un conduttore si può caricare anche senza toccarlo. Avvicina una bacchetta carica negativamente a una sfera metallica neutra, isolata (Figura 1.2). Gli elettroni liberi della sfera sono respinti e si spostano verso il lato opposto alla bacchetta, che diventa negativo, mentre il lato vicino, dove ora mancano elettroni, diventa positivo. La sfera nel suo complesso è ancora neutra; le sue cariche sono soltanto separate, e lo restano finché la bacchetta è vicina. Questa separazione di cariche in un conduttore, prodotta da un corpo carico vicino, si chiama **induzione elettrostatica**.

Ora, con la bacchetta ancora vicina, collega la sfera a terra con un filo metallico (o toccala con un dito): gli elettroni respinti dalla bacchetta trovano una via d'uscita e se ne vanno nel terreno. Stacca il filo, *poi* allontana la bacchetta: alla sfera mancano elettroni, e la sua carica positiva si distribuisce su tutta la superficie. È l'**elettrizzazione per induzione**: il corpo si carica con segno *opposto* a quello del corpo induttore, che non perde nulla della propria carica e può ripetere l'operazione quante volte si vuole. L'ordine delle operazioni conta: se si allontanasse la bacchetta prima di staccare il filo, dalla terra risalirebbero gli elettroni e la sfera tornerebbe neutra.

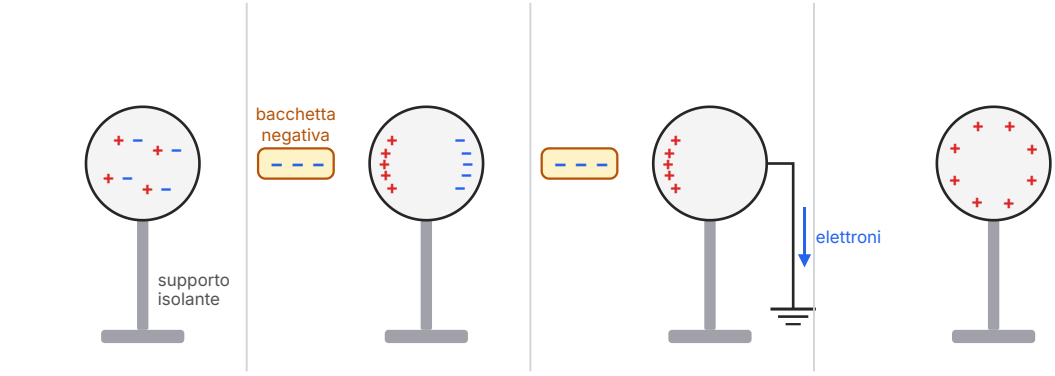


Figura 1.2 Elettrizzazione per induzione di una sfera metallica su un supporto isolante. 1) La sfera è neutra. 2) La bacchetta negativa respinge gli elettroni liberi sul lato lontano. 3) Collegata a terra, la sfera cede alla terra gli elettroni respinti. 4) Staccato il filo e allontanata la bacchetta, la sfera resta carica positivamente e la carica si distribuisce sulla superficie. Sono disegnate soltanto le cariche in eccesso, salvo che nel primo riquadro.

COLLEGAMENTI

Le parole della fisica

Elettrone ed **elettricità** vengono dal greco ἤλεκτρον, «ambra», attraverso il latino scientifico *electricus* di William Gilbert (1600). Nel greco antico la stessa parola indicava anche una lega naturale di oro e argento, dal colore simile; qui conta il primo significato. Il nome «elettrone», per la particella che porta la carica elementare, fu proposto alla fine dell'Ottocento: la più piccola «porzione di ambra», si potrebbe dire.

Induzione viene dal latino *inductio*, da *inducere*, «condurre dentro»: il corpo carico fa comparire cariche nel conduttore vicino senza toccarlo. Ritroverai la parola, con un significato diverso, nell'induzione elettromagnetica del capitolo 8.

Isolante viene da «isola», latino *insula*: un corpo isolato è come un'isola, da cui la carica non può andarsene. **Conduttore**, dal latino *conducere*, «condurre insieme, guidare», è il materiale lungo il quale la carica viaggia.

1.2.5 Perché un corpo neutro è attratto: la polarizzazione

Torniamo al pettine e ai pezzetti di carta. La carta è un isolante e, prima che il pettine si avvicini, è neutra: perché viene attratta? Nell'isolante gli elettroni non possono viaggiare per il materiale, ma ogni atomo o molecola può *deformarsi*: sotto l'azione della carica negativa del pettine la nuvola degli elettroni di ogni molecola si sposta un poco dalla parte opposta, e la molecola diventa un piccolo dipolo, con un'estremità positiva rivolta verso il pettine e una negativa rivol-

ta dall'altra parte (Figura 1.3). Molte molecole, come quella dell'acqua, sono dipoli già per conto loro, e il pettine si limita a orientarle. Questo fenomeno è la **polarizzazione** di un isolante.

Il risultato è che sulla faccia della carta vicina al pettine compare una carica positiva, su quella lontana una negativa, uguali in valore. Le prime sono attratte, le seconde respinte; ma le cariche positive sono più vicine al pettine, e la forza elettrica diminuisce con la distanza, come vedrai tra poco. Prevale l'attrazione. Lo stesso ragionamento vale per un conduttore neutro, dove a separarsi sono gli elettroni liberi: in ogni caso un corpo carico attira un corpo neutro, qualunque sia il segno della sua carica.



a) Conduttore: gli elettroni liberi si spostano verso il lato lontano

b) Isolante: ogni molecola si deforma e diventa un piccolo dipolo

Figura 1.3 Un corpo neutro vicino a una bacchetta negativa. a) In un conduttore gli elettroni liberi si allontanano dalla bacchetta. b) In un isolante le cariche non viaggiano, ma ogni molecola si polarizza. In entrambi i casi le cariche positive sono più vicine alla bacchetta di quelle negative, e la forza risultante è un'attrazione.

COLLEGAMENTI

In laboratorio: l'elettroscopio e i tre modi di elettrizzare

Materiali. Un elettroscopio a foglie con un goniometro di cartoncino fissato dietro le foglie; una bacchetta di PVC e un panno di lana; una bacchetta di vetro e un panno di seta; una cannuccia di plastica e qualche pezzetto di carta.

Procedimento. Tocca il pomello con un dito, per scaricare l'elettroscopio. Poi esegui in ordine le operazioni della Tabella 1.1, strofinando la bacchetta prima di ogni prova, e stima ogni volta l'angolo tra ciascuna foglia e la verticale. Prova infine ad avvicinare la cannuccia strofinata ai pezzetti di carta.

Tabella 1.1 Osservazioni con l'elettroscopio (dati tipici, in una giornata secca). L'angolo è quello di ciascuna foglia con la verticale, stimato con il goniometro: incertezza ± 5°.

Operazione	Angolo (°)	Interpretazione
1. Bacchetta di PVC (−) avvicinata a 5 cm dal pomello, senza toccarlo	25	induzione: elettroni respinti verso le foglie
2. Bacchetta allontanata	0	le cariche tornano a distribuirsi: elettroscopio neutro
3. Il pomello è toccato con la bacchetta di PVC, che poi si allontana	30	contatto: l'elettroscopio resta carico negativamente
4. Bacchetta di PVC (−) avvicinata di nuovo	40	stesso segno: le foglie si aprono di più
5. Bacchetta di vetro (+) avvicinata al posto di quella di PVC	15	segno opposto: le foglie si chiudono in parte
6. Il pomello è toccato con un dito	0	messa a terra: l'elettroscopio si scarica
7. PVC (−) vicina; si tocca il pomello con un dito; si stacca il dito, poi si allontana la bacchetta	20	induzione con messa a terra: elettroscopio positivo
8. Bacchetta di vetro (+) avvicinata	30	stesso segno: conferma che la carica è positiva

Che cosa concludere. I tre modi di elettrizzare danno risultati diversi e prevedibili: per contatto l'elettroscopio prende il segno della bacchetta (riga 3), per induzione con messa a terra il segno opposto (riga 7). L'angolo delle foglie cresce con la carica, ma non le è proporzionale: l'elettroscopio è un rivelatore, non un misuratore. Le prove 4, 5 e 8 mostrano come si riconosce il segno di una carica con un corpo di carica nota.

Sicurezza. L'attività usa soltanto cariche da strofinio, del tutto innocue: non collegare mai l'elettroscopio a una presa o a un alimentatore. Se l'aria è umida le cariche si disperdono in fretta e gli angoli risultano più piccoli: ripeti le prove asciugando bene bacchette e panni.

Per la relazione. Segui lo schema di Fisica 3, capitolo 4. Per ogni riga disegna la distribuzione delle cariche su pomello e foglie, e spiega perché, nella prova 7, conta l'ordine in cui si toglie il dito e si allontana la bacchetta.

1.3 La legge di Coulomb

1.3.1 La forza tra due cariche puntiformi

Quanto vale la forza tra due corpi carichi? Dipende in generale dalla loro forma e da come la carica è distribuita su di essi. Il caso più semplice è quello di due **cariche puntiformi**, corpi carichi le cui dimensioni sono trascurabili rispetto alla loro distanza: due sferette di un millimetro a dieci centimetri l'una dall'altra, un elettrone e un protone nell'atomo. Per due cariche puntiformi la risposta è una legge semplice, pubblicata da Coulomb nel 1785 dopo misure con una bilancia di torsione (vedi l'Approfondimento più avanti).

La **legge di Coulomb** afferma che due cariche puntiformi q_1 e q_2, poste nel vuoto a distanza r, si esercitano forze dirette lungo la retta che le congiunge, repulsive se le cariche hanno lo stesso segno e attrattive se hanno segno opposto, di modulo

$$F = k_0 \frac{|q_1 \, q_2|}{r^2}$$

La forza è *direttamente proporzionale* al prodotto dei valori assoluti delle cariche: raddoppiando una delle due cariche la forza raddoppia, raddoppiandole entrambe quadruplica. Ed è *inversamente proporzionale al quadrato* della distanza: a distanza doppia la forza è un quarto, a distanza tripla un nono. La costante k_0 si chiama **costante di Coulomb** e nel vuoto vale

$$k_0 = 8{,}99 \times 10^9 \ \mathrm{N \cdot m^2 / C^2}$$

Per ragioni che diventeranno chiare nel prossimo capitolo, conviene scriverla come $k_0 = 1/(4\pi\varepsilon_0)$, dove $\varepsilon_0 = 8{,}85 \times 10^{-12} \ \mathrm{C^2/(N \cdot m^2)}$ è la **costante dielettrica del vuoto**. Nota il simbolo: k_0, con l'indice zero, per distinguerla dalla costante di Boltzmann k_B che hai usato nella teoria cinetica dei gas (Fisica 4, capitolo 9).

Le due forze, quella che q_1 esercita su q_2 e quella che q_2 esercita su q_1, hanno lo stesso modulo e versi opposti, anche quando le cariche sono molto diverse: obbediscono al terzo principio della dinamica (Figura 1.4). Un nanocoulomb attira un microcoulomb con la stessa forza con cui il microcoulomb attira il nanocoulomb; ma se le due cariche si trovano su corpi di massa diversa, le accelerazioni saranno diverse.

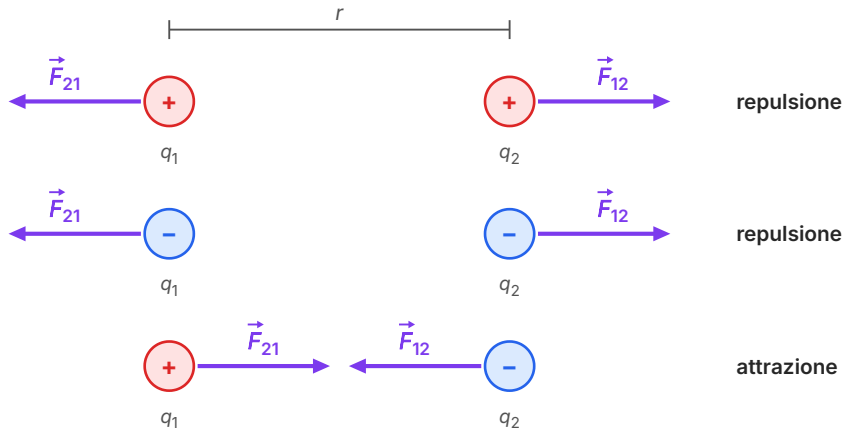


Figura 1.4 Le forze tra due cariche puntiformi sono dirette lungo la retta che le congiunge: repulsive tra cariche dello stesso segno, attrattive tra cariche di segno opposto. $\vec{F}_{12}$ è la forza che q_1 esercita su q_2, $\vec{F}_{21}$ quella che q_2 esercita su q_1: hanno sempre lo stesso modulo e versi opposti.

ESEMPIO SVOLTO

Due sferette, prima e dopo il contatto

Problema. Due piccole sfere metalliche identiche, con cariche $q_1 = +2{,}0\ \mu C$ e $q_2 = -3{,}0\ \mu C$, sono a 15 cm l'una dall'altra, in aria. a) Calcola la forza tra le due sfere. b) Quanto varrebbe a distanza dimezzata? c) Le sfere vengono messe a contatto e poi riportate a 15 cm: calcola la nuova forza.

a) In aria la forza è praticamente uguale a quella nel vuoto (lo vedrai nel paragrafo «La forza elettrica nei materiali»). Con le grandezze in unità SI:

$$F = k_0 \frac{|q_1\, q_2|}{r^2} = 8{,}99 \times 10^9\ \mathrm{N\cdot m^2/C^2} \cdot \frac{2{,}0 \times 10^{-6}\ \mathrm{C} \cdot 3{,}0 \times 10^{-6}\ \mathrm{C}}{(0{,}15\ \mathrm{m})^2} \approx 2{,}4\ \mathrm{N}$$

Le cariche hanno segno opposto: la forza è attrattiva. È circa il peso di un oggetto di 240 g, una forza notevole per due cariche di pochi microcoulomb.

b) A distanza dimezzata la forza diventa $2^2 = 4$ volte maggiore: $4 \cdot 2{,}4\ \mathrm{N} \approx 9{,}6\ \mathrm{N}$.

c) La carica totale si conserva, $+2{,}0\ \mu C - 3{,}0\ \mu C = -1{,}0\ \mu C$, e si divide in parti uguali tra le due sfere identiche: $-0{,}50\ \mu C$ ciascuna. Ora la forza è repulsiva e vale $F = 8{,}99 \times 10^9 \cdot (0{,}50 \times 10^{-6})^2/(0{,}15)^2\ \mathrm{N} \approx 0{,}10\ \mathrm{N}$. **Controllo.** Il prodotto delle cariche è passato da 6,0 a 0,25 $(\mu C)^2$, cioè è diventato 24 volte più piccolo, e la forza 2,4 N/24 = 0,10 N.

ERRORE FREQUENTE

Il segno nella formula

La formula di Coulomb dà il *modulo* della forza: per questo contiene il valore assoluto $|q_1\ q_2|$. Non inserire le cariche con il loro segno per poi leggere nel risultato «negativo» una forza «più piccola» o «diretta all'indietro»: il verso si ricava a parte, con la regola dei segni, e si disegna. Un secondo errore frequente è dimenticare il quadrato su r, oppure usare la distanza in centimetri: in unità SI la distanza va in metri, le cariche in coulomb.

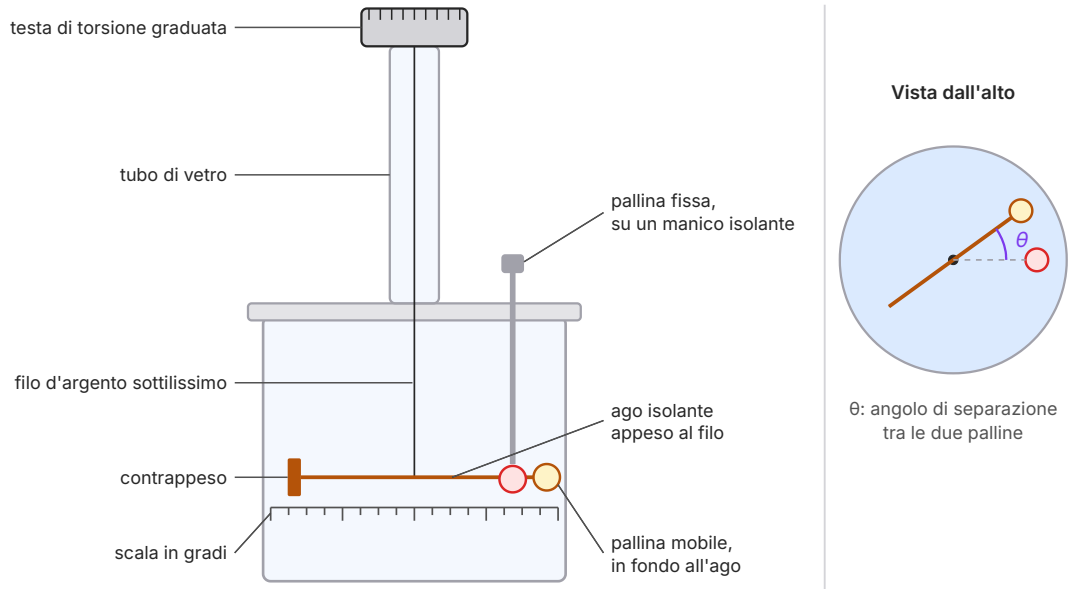


Figura 1.5 Schema della bilancia di torsione di Coulomb (non in scala). Il filo d'argento regge un ago isolante con una pallina a un'estremità; la pallina fissa è introdotta dal coperchio. A destra, vista dall'alto: l'angolo θ di separazione tra le palline cariche si legge sulla scala graduata del cilindro, l'angolo di torsione sulla testa in alto.

APPROFONDIMENTO

La bilancia di torsione di Coulomb

Nel 1785 Charles-Augustin de Coulomb, ingegnere militare francese, presentò all'Accademia delle scienze di Parigi la prima di una serie di memorie sull'elettricità e il magnetismo. Lo strumento era una bilancia di torsione da lui perfezionata (Figura 1.5), lo stesso principio che Cavendish avrebbe usato nel 1798 per misurare la densità media della Terra, e quindi la costante G (Fisica 4, capitolo 4). Un ago isolante, appeso a un filo d'argento sottilissimo, porta a un'estremità una pallina di midollo di sambuco; una seconda pallina è fissa. Caricate le palline, quella mobile è respinta e il filo si torce; ruotando la testa graduata si torce il filo in senso contrario fino a riportare le palline alla distanza voluta. Coulomb stesso aveva mostrato che il momento con cui un filo sottile reagisce alla torsione è proporzionale all'angolo di cui è torto: la forza tra le palline è quindi proporzionale all'angolo di torsione totale, che si legge in gradi.

Coulomb riferì tre misure: con le palline separate di 36° servì una torsione totale di 36°, a 18° una torsione di 144°, a 8,5° circa 576°. Dimezzando la distanza la forza quadruplicava; la terza si scosta un poco dalla legge, ma resta compatibile con essa entro gli errori di un esperimento così delicato. Da così pochi dati ricavò una legge universale: un esempio di come la fisica proceda per inferenza, sostenuta poi da misure sempre più precise. La legge era stata anticipata da altri, tra cui Cavendish stesso, che però non pubblicò i suoi risultati; porta il nome di Coulomb perché fu lui a renderla pubblica con misure dirette.

1.3.2 Verificare la legge dell'inverso del quadrato

Come si può controllare che la forza dipenda proprio da $1/r^2$ e non, per esempio, da $1/r$ o da $1/r^3$? Il grafico di F in funzione di r è una curva che scende, e curve di questo tipo si somigliano tutte. Conviene la linearizzazione che hai imparato in Fisica 3, capitolo 4: se la legge è giusta, il grafico di F in funzione di $1/r^2$ deve essere una retta passante per l'origine, con pendenza $k_0|q_1q_2|$.

ESEMPIO SVOLTO

Analisi di dati: la forza segue $1/r^2$?

Problema. In un laboratorio virtuale due piccole sfere con la stessa carica q sono poste a distanze diverse e si misura la forza repulsiva; la simulazione aggiunge alle misure un piccolo errore casuale, come farebbe uno strumento reale. I dati sono nella Tabella 1.2. a) Verifica che i dati sono compatibili con la legge di Coulomb. b) Ricava il valore di q.

Tabella 1.2 Forza tra due sfere con la stessa carica in funzione della distanza tra i centri (laboratorio virtuale). Incertezze: ± 0,1 cm su r, ± 0,03 mN su F.

r (cm)	F (mN)	$1/r^2$ (m^{-2})	$F\,r^2$ (10^{-6} N·m^2)
4,0	2,22	625	3,55
5,0	1,41	400	3,53
6,0	1,01	278	3,64
8,0	0,55	156	3,52
10,0	0,36	100	3,60
12,0	0,25	69	3,60

a) Il grafico di F in funzione di r (Figura 1.6a) è una curva decrescente; quello di F in funzione di $1/r^2$ (Figura 1.6b) è una retta per l'origine, che passa entro le barre d'errore di tutti i punti. Lo conferma l'ultima colonna: il prodotto $F\,r^2$ è costante, circa $3{,}6 \times 10^{-6}$ N·m^2, con scarti di pochi per cento, dello stesso ordine delle incertezze (su $F = 0{,}25$ mN, ± 0,03 mN è il 12%).

b) La pendenza della retta si legge su un suo punto lontano dall'origine: per $1/r^2 = 600$ m^{-2} la retta dà $F \approx 2{,}13$ mN, quindi pendenza $= 2{,}13 \times 10^{-3}$ N / 600 m$^{-2} \approx 3{,}56 \times 10^{-6}$ N·m^2. Poiché la pendenza è $k_0 q^2$:

$$q = \sqrt{\left(\frac{\text{pendenza}}{k_0}\right)} = \sqrt{\left(\frac{3{,}56 \times 10^{-6}\ \text{N·m}^2}{8{,}99 \times 10^{9}\ \text{N·m}^2/\text{C}^2}\right)} \approx 2{,}0 \times 10^{-8}\ \text{C} = 20\ \text{nC}$$

Commento. Con dati simili a questi, linearizzando con $1/r$ o con $1/r^3$ i punti non starebbero su una retta: provalo nell'esercizio sulla tabella. Una forza di 2 mN è il peso di circa 0,2 g: si misura con una buona bilancia elettronica, e infatti un esperimento reale di questo tipo si fa appoggiando una delle sfere sul piatto di una bilancia.

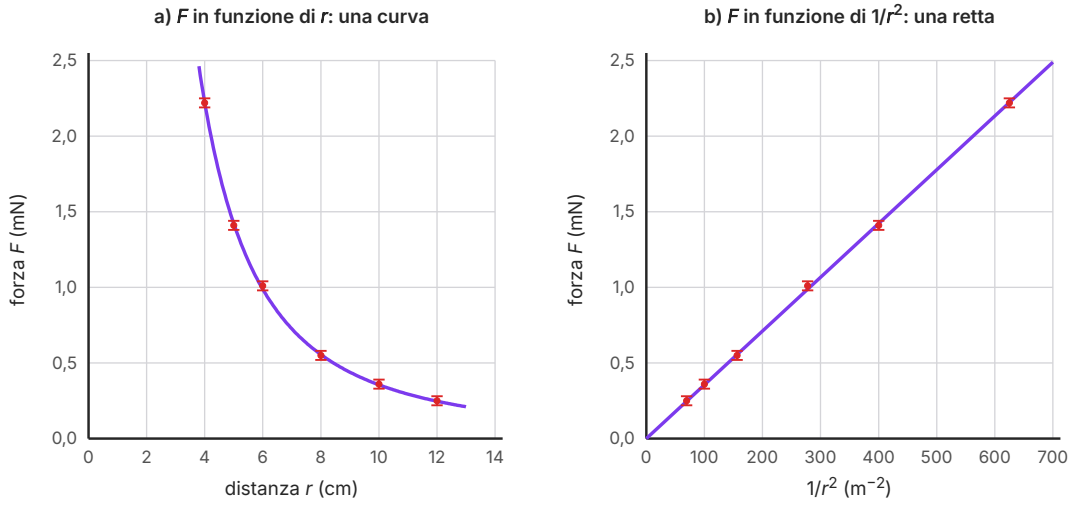


Figura 1.6 I dati della Tabella 1.2; le barre d'errore verticali (± 0,03 mN) sono poco più lunghe del diametro dei punti, quelle su r sono trascurabili. a) La forza in funzione della distanza; la curva è $F = (3{,}56 \times 10^{-6}\ \text{N}\cdot\text{m}^2)/r^2$. b) La stessa forza in funzione di $1/r^2$: i punti stanno su una retta per l'origine, come prevede la legge di Coulomb.

1.4 Più cariche: il principio di sovrapposizione

Che cosa succede se le cariche sono più di due? L'esperienza mostra che la forza tra due cariche non cambia per la presenza di altre cariche: ogni coppia interagisce come se le altre non ci fossero. Questo è il **principio di sovrapposizione**: la forza risultante su una carica è la *somma vettoriale* delle forze che ciascuna delle altre cariche, da sola, eserciterebbe su di essa. Si procede così: si calcola il modulo di ogni forza con la legge di Coulomb, se ne disegnano direzione e verso con la regola dei segni, e si sommano i vettori, come hai fatto con le forze meccaniche (Fisica 3, capitolo 5).

1.4.1 Cariche allineate

Quando le cariche stanno su una retta, tutte le forze hanno la stessa direzione e la somma vettoriale si riduce a una somma algebrica, con un segno per ogni verso. Un esempio istruttivo: una carica di +4,0 nC è nell'origine e una di +1,0 nC a 30 cm, sull'asse x. In quale punto una terza carica, posta tra le due, sarebbe in equilibrio? Lì le due forze devono avere lo stesso modulo e versi opposti. Se x è la distanza dalla prima carica,

$$k_0 \frac{4{,}0\ \text{nC} \cdot |q|}{x^2} = k_0 \frac{1{,}0\ \text{nC} \cdot |q|}{(0{,}30\ \text{m} - x)^2}$$

La costante e la terza carica si semplificano: il punto di equilibrio non dipende né dal valore né dal segno della terza carica. Estraendo la radice quadrata, $2/x = 1/(0{,}30\ \text{m} - x)$, da cui $x = 0{,}20$ m. Il punto è più vicino alla carica minore: per compensare una carica quattro volte minore serve una distanza due volte minore.

1.4.2 Cariche nel piano

Se le cariche non sono allineate, le forze hanno direzioni diverse e la somma si esegue per componenti. Si sceglie un sistema di assi, si scompone ogni forza con il seno e il coseno dell'angolo che forma con un asse, si sommano separatamente le componenti x e le componenti y, e infine si ricavano modulo e direzione della risultante con il teorema di Pitagora e la tangente.

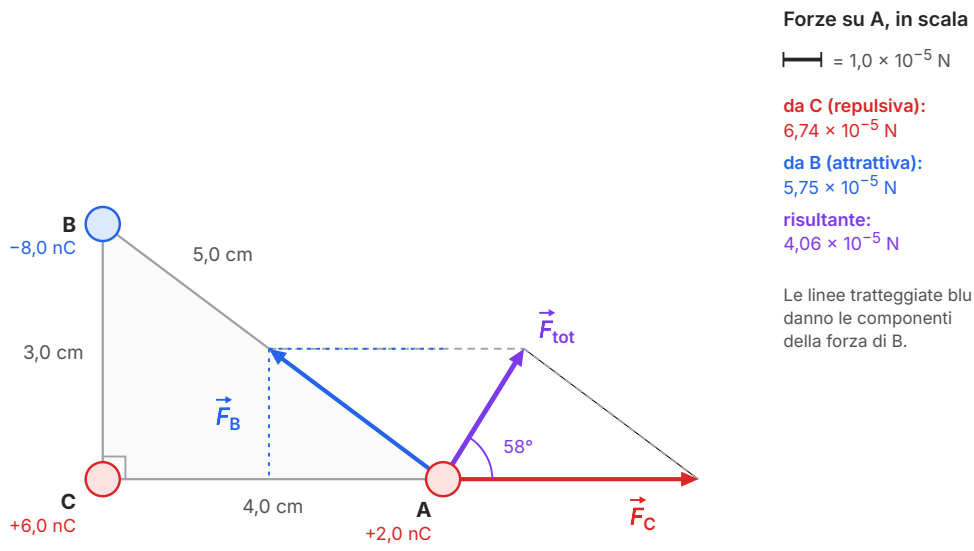


Figura 1.7 Le forze sulla carica in A dell'esempio svolto, disegnate in scala. La forza di C (rossa) è repulsiva, quella di B (blu) attrattiva; la risultante (viola) è la diagonale del parallelogramma costruito sulle due forze, e si ottiene anche sommando le componenti.

ESEMPIO SVOLTO

Tre cariche ai vertici di un triangolo rettangolo

Problema. Tre cariche puntiformi sono ai vertici di un triangolo rettangolo (Figura 1.7): q_C = +6,0 nC nel vertice dell'angolo retto C, q_A = +2,0 nC in A, a 4,0 cm da C, e q_B = −8,0 nC in B, a 3,0 cm da C. Calcola la forza risultante sulla carica in A.

Le distanze. AC = 4,0 cm, e l'ipotenusa AB = $\sqrt{(4{,}0^2 + 3{,}0^2)}$ cm = 5,0 cm. Asse x da C verso A, asse y da C verso B.

La forza di C su A è repulsiva (cariche positive), diretta lungo l'asse x, verso destra: $F_C = 8{,}99 \times 10^9 \cdot 6{,}0 \times 10^{-9} \cdot 2{,}0 \times 10^{-9} / (0{,}040)^2$ N ≈ $6{,}74 \times 10^{-5}$ N.

La forza di B su A è attrattiva (segni opposti), diretta da A verso B: $F_B = 8{,}99 \times 10^9 \cdot 8{,}0 \times 10^{-9} \cdot 2{,}0 \times 10^{-9} / (0{,}050)^2$ N ≈ $5{,}75 \times 10^{-5}$ N. La retta AB forma con l'asse x l'angolo α con $\cos\alpha = 4{,}0/5{,}0 = 0{,}80$ e $\sin\alpha = 3{,}0/5{,}0 = 0{,}60$; la forza punta verso sinistra e verso l'alto: $F_{Bx} = -0{,}80 \cdot F_B \approx -4{,}60 \times 10^{-5}$ N, $F_{By} = +0{,}60 \cdot F_B \approx 3{,}45 \times 10^{-5}$ N.

La somma per componenti: $F_x = 6{,}74 \times 10^{-5}$ N − $4{,}60 \times 10^{-5}$ N = $2{,}14 \times 10^{-5}$ N; $F_y = 3{,}45 \times 10^{-5}$ N.

$$F_{tot} = \sqrt{(F_x^2 + F_y^2)} \approx 4{,}06 \times 10^{-5}\ \text{N},\ \tan\theta = F_y/F_x \approx 1{,}61,\ \theta \approx 58°$$

Risultato. La forza su A vale circa $4{,}1 \times 10^{-5}$ N ed è inclinata di 58° sopra l'asse x. **Controllo.** La risultante è più piccola di ciascuna delle due forze: è giusto, perché le due forze formano un angolo ottuso (180° − 37° = 143°) e in parte si compensano.

1.5 La forza elettrica, la gravità e la materia

1.5.1 Due leggi con la stessa forma

DA RICORDARE

Dal volume del quarto anno: la gravitazione universale

Due corpi puntiformi (o sferici) di massa m_1 e m_2, a distanza r, si attraggono con una forza di modulo $F = G\,m_1 m_2/r^2$, diretta lungo la retta che li congiunge, con $G = 6{,}67 \times 10^{-11}$ N·m²/kg², misurata per la prima volta da Cavendish con una bilancia di torsione (Fisica 4, capitolo 4). Newton stesso giudicava assurda un'azione a distanza attraverso il vuoto senza nulla in mezzo, e si limitò a descriverla con la sua legge (Fisica 4, capitolo 5).

Le due leggi si somigliano in modo impressionante: entrambe descrivono forze dirette lungo la congiungente, proporzionali al prodotto di due grandezze che caratterizzano i corpi, la massa o la carica, e inversamente proporzionali al quadrato della distanza. Ma ci sono differenze profonde. La massa ha un solo segno e la gravità è sempre attrattiva; le cariche hanno due segni e

la forza elettrica può essere attrattiva o repulsiva. Per questo la forza elettrica si può *schermare*: un corpo neutro, con cariche positive e negative uguali, non esercita quasi nessuna forza elettrica su un corpo lontano, perché attrazioni e repulsioni si compensano. La gravità, invece, non si scherma: si somma sempre, chilogrammo dopo chilogrammo.

E poi c'è l'intensità. Per due protoni il rapporto tra le due forze non dipende dalla distanza, perché entrambe vanno come $1/r^2$, e vale

$$\frac{F_{\text{el}}}{F_{\text{grav}}} = \frac{k_0\, e^2}{G\, m_{\text{p}}{}^2} = \frac{8{,}99 \times 10^{9} \cdot (1{,}60 \times 10^{-19})^2}{6{,}67 \times 10^{-11} \cdot (1{,}67 \times 10^{-27})^2} \approx 1{,}2 \times 10^{36}$$

un numero con trentasei zeri. Così si capisce la divisione dei compiti tra le due forze. Nella materia, a scala atomica, comanda la forza elettrica: tiene gli elettroni legati ai nuclei, gli atomi uniti nelle molecole e nei cristalli, ed è all'origine delle forze di contatto della vita quotidiana, dalla reazione vincolare di un tavolo all'attrito e all'elasticità di una molla. Nel cielo, invece, comanda la gravità: i pianeti e le stelle sono elettricamente neutri, le loro forze elettriche si compensano, e resta soltanto la debolissima gravità, che però si somma su masse enormi.

La somiglianza tra le due leggi riapre anche la domanda di Newton. La legge di Coulomb, come quella di gravitazione, dice *quanto* vale la forza tra due cariche lontane, non *come* l'una «sappia» dove si trova l'altra. Se sposti bruscamente una carica, la forza sull'altra cambia nello stesso istante, anche a grande distanza? La risposta della fisica dell'Ottocento, che vedrai nel prossimo capitolo, è il campo elettrico; e soltanto con le onde elettromagnetiche del capitolo 10 si scoprirà che il cambiamento non è istantaneo, ma viaggia alla velocità della luce.

1.5.2 La forza elettrica nei materiali

La legge di Coulomb nella forma scritta vale nel vuoto. Se le due cariche sono immerse in un isolante, il materiale si polarizza: attorno a ciascuna carica le molecole si orientano e compaiono cariche di segno opposto, che in parte la schermano. La forza risulta ridotta di un fattore che dipende dal materiale, la **costante dielettrica relativa** ε_{r}:

$$F = \frac{F_0}{\varepsilon_{\text{r}}} = \frac{k_0}{\varepsilon_{\text{r}}} \frac{|q_1\, q_2|}{r^2}$$

dove F_0 è la forza nel vuoto. La costante ε_{r} è un numero puro, uguale a 1 per il vuoto e maggiore di 1 per ogni materiale (Tabella A.3 dell'Appendice): per l'aria vale 1,0006, così vicino a 1 che in aria si usa la legge del vuoto; per la carta 3–4, per il vetro 5–10. L'acqua, le cui molecole sono dipoli molto marcati, ha un valore eccezionale, circa 80 a 20 °C: in acqua due cariche si attraggono o si respingono con una forza circa ottanta volte minore che nel vuoto.

COLLEGAMENTI

Scienze naturali: perché il sale si scioglie in acqua

Un cristallo di cloruro di sodio è un reticolo di ioni Na^+ e Cl^-, tenuti insieme dall'attrazione elettrica tra cariche opposte: il legame ionico che studi in chimica. In acqua quell'attrazione si riduce di circa ottanta volte, e l'agitazione termica basta a staccare gli ioni dalla superficie del cristallo. Ogni ione libero si circonda di molecole d'acqua orientate, con l'ossigeno (negativo) verso il Na^+ e gli idrogeni (positivi) verso il Cl^-, che lo schermano. In un solvente con ε_r piccolo, come la benzina, il sale non si scioglie.

IN SINTESI

Le formule del capitolo e il loro significato

Carica elementare: $e = 1{,}602\,176\,634 \times 10^{-19}$ C, valore esatto ($1{,}60 \times 10^{-19}$ C negli esercizi). Elettrone $-e$, protone $+e$. Ogni carica è un multiplo intero di e: $Q = n\,e$. In un sistema isolato la carica totale si conserva.

Legge di Coulomb (nel vuoto): $F = k_0 \dfrac{|q_1\,q_2|}{r^2}$, con $k_0 = 1/(4\pi\varepsilon_0) = 8{,}99 \times 10^9$ N·m^2/C^2 e $\varepsilon_0 = 8{,}85 \times 10^{-12}$ C^2/(N·m^2). F in newton, cariche in coulomb, r in metri. Vale per cariche puntiformi; la forza è diretta lungo la congiungente, repulsiva tra cariche dello stesso segno, attrattiva tra cariche di segno opposto; le due forze della coppia sono uguali e opposte.

Sovrapposizione: la forza su una carica è la somma *vettoriale* delle forze esercitate da ciascuna delle altre cariche.

In un materiale isolante: $F = F_0/\varepsilon_r$, con $\varepsilon_r \geq 1$ numero puro (aria ≈ 1, acqua ≈ 80).

Confronto con la gravità: stessa dipendenza $1/r^2$; per due protoni $F_{el}/F_{grav} \approx 1{,}2 \times 10^{36}$.

In questo capitolo la forza elettrica è stata descritta come la gravitazione di Newton: una carica qui, una carica là, e una formula che lega le due. Nel prossimo capitolo cambierai punto di vista: ogni carica modifica lo spazio che la circonda, e le altre cariche rispondono a quella modifica là dove si trovano. È l'idea di campo, nata con Faraday per l'elettricità.

SINTESI

- Strofinando due materiali diversi si trasferiscono elettroni dall'uno all'altro: il corpo che li acquista diventa negativo, quello che li cede positivo. La carica non si crea: si separa.
- Esistono due tipi di carica, positiva e negativa (nomi di Franklin): cariche dello stesso segno si respingono, cariche di segno opposto si attraggono. Un corpo neutro contiene cariche positive e negative in quantità uguali.
- La carica elettrica si misura in coulomb. Si conserva in ogni sistema isolato ed è quantizzata: ogni carica è un multiplo intero della carica elementare $e = 1{,}60 \times 10^{-19}$ C.
- Nei conduttori (metalli, soluzioni, corpo umano, terreno) le cariche si muovono liberamente; negli isolanti (vetro, plastica, aria secca) restano ferme; i semiconduttori hanno un comportamento intermedio.
- Un conduttore si elettrizza per contatto (stesso segno del corpo carico) o per induzione con messa a terra (segno opposto, senza che il corpo induttore perda carica). L'elettroscopio a foglie rivela la carica; la messa a terra la scarica.
- Un corpo carico attira un corpo neutro perché lo polarizza: le cariche di segno opposto si avvicinano e prevale l'attrazione.
- Legge di Coulomb: due cariche puntiformi nel vuoto si esercitano forze uguali e opposte lungo la congiungente, di modulo $F = k_0 \dfrac{|q_1 q_2|}{r^2}$, con $k_0 = 8{,}99 \times 10^9\ \mathrm{N \cdot m^2/C^2} = 1/(4\pi\varepsilon_0)$.
- La dipendenza da $1/r^2$ si verifica linearizzando: il grafico di F in funzione di $1/r^2$ è una retta per l'origine. Coulomb la ricavò nel 1785 con una bilancia di torsione.
- Principio di sovrapposizione: la forza su una carica è la somma vettoriale delle forze dovute alle singole cariche; nel piano si sommano le componenti.
- La forza elettrica ha la stessa forma della gravitazione, ma due segni e un'intensità enormemente maggiore (per due protoni circa $1{,}2 \times 10^{36}$ volte): domina la struttura della materia, mentre la gravità domina il cielo, dove i corpi sono neutri.
- In un isolante la forza si riduce: $F = F_0/\varepsilon_r$; per l'acqua $\varepsilon_r \approx 80$, e per questo l'acqua scioglie i sali.

ESERCIZI

Comprendere e ricordare

1. ● Strofinando una bacchetta di plastica con un panno di lana, la bacchetta si carica negativamente perché:
   A. il panno le cede protoni
   B. il panno le cede elettroni
   C. lo strofinio crea nuove cariche negative
   D. la bacchetta perde protoni verso il panno

2. ● Un pezzetto di carta neutro è attirato da un pettine carico perché:
   A. la carta si elettrizza per strofinio contro l'aria
   B. la carta è un buon conduttore
   C. la carta ha sempre una carica opposta a quella del pettine
   D. il pettine polarizza la carta, e le cariche più vicine al pettine sono di segno opposto

3. ● Quale di questi valori *non* può essere la carica netta di un corpo?
   A. $2{,}4 \times 10^{-19}$ C
   B. $3{,}2 \times 10^{-19}$ C
   C. $-4{,}8 \times 10^{-19}$ C
   D. $1{,}6 \times 10^{-18}$ C

4. ● Se la distanza tra due cariche puntiformi triplica, il modulo della forza tra di esse:
   A. triplica
   B. diventa un terzo
   C. diventa un nono
   D. non cambia

5. ● Due sfere metalliche identiche, con cariche +6 nC e −2 nC, vengono messe a contatto e poi separate. Dopo il contatto ciascuna sfera ha carica:
   A. +4 nC
   B. +2 nC
   C. +3 nC e −1 nC
   D. zero

6. ●● Una sfera metallica isolata viene elettrizzata per induzione con una bacchetta negativa e la messa a terra. Alla fine la sfera è:
   A. negativa
   B. neutra
   C. carica con lo stesso segno della bacchetta
   D. positiva

7. ●● Due ioni di carica opposta sono immersi in acqua ($\varepsilon_r = 80$) alla stessa distanza che avevano nel vuoto. La forza tra di essi è:
   A. 80 volte minore che nel vuoto
   B. 80 volte maggiore che nel vuoto
   C. uguale a quella nel vuoto
   D. √80 volte minore che nel vuoto

Vero o falso

8. ● Un corpo neutro non contiene cariche elettriche. V / F

9. ● In un sistema isolato la somma algebrica delle cariche elettriche resta costante. V / F

10. ● La forza che una carica di 1 nC esercita su una carica di 1 μC ha lo stesso modulo della forza che la carica di 1 μC esercita su quella di 1 nC. V / F

11. ● Un elettroscopio a foglie, da solo, indica il segno della carica di un corpo che tocca il pomello. V / F

12. ●● Tra due protoni la forza gravitazionale è trascurabile rispetto a quella elettrica a qualunque distanza, non soltanto a piccole distanze. V / F

Applicare

13. ● Una sferetta metallica, inizialmente neutra, perde $5{,}0 \times 10^{10}$ elettroni. Qual è la sua carica, in nanocoulomb?

14. ● Completa. Una carica di 1 C equivale a circa _____ cariche elementari; 1 μC = _____ C; 1 nC = _____ C. Un corpo con carica $-3{,}2 \times 10^{-19}$ C ha _____ elettroni in eccesso.

15. ● Calcola la forza tra due cariche puntiformi di +3,0 nC e +5,0 nC poste nel vuoto a 2,0 cm di distanza. È attrattiva o repulsiva?

16. ●● A quale distanza due cariche puntiformi di 1,0 μC ciascuna si respingono, nel vuoto, con una forza di 1,0 N?

17. ●● Due cariche puntiformi si attraggono con una forza di 0,80 N. Quanto diventa la forza se: a) entrambe le cariche raddoppiano, alla stessa distanza; b) la distanza si dimezza, con le stesse cariche; c) le cariche vengono immerse, alla distanza iniziale, in un olio con $\varepsilon_r = 2{,}5$?

18. ●● Con i dati della Tabella 1.2 calcola, per $r = 4{,}0$ cm e $r = 12{,}0$ cm, i prodotti $F\,r$ e $F\,r^3$. Quale delle tre leggi, $F \propto 1/r$, $F \propto 1/r^2$ o $F \propto 1/r^3$, è compatibile con i dati?

19. ●● Tre cariche puntiformi sono allineate sull'asse x: $q_1 = +2{,}0$ μC in $x = 0$, $q_3 = +1{,}0$ μC in $x = 0{,}10$ m e $q_2 = -4{,}0$ μC in $x = 0{,}20$ m. Calcola la forza risultante su q_3 (modulo, direzione e verso).

Problemi

20. ●● Tre cariche puntiformi uguali, di +2,0 nC ciascuna, sono ai vertici di un triangolo equilatero di lato 10 cm. Calcola modulo e direzione della forza risultante su una di esse.

21. ●●● Due palline di sughero ricoperte di vernice metallica, di massa 0,20 g ciascuna, sono appese allo stesso punto con due fili isolanti lunghi 50 cm. Dopo che sono state caricate con la stessa carica, si respingono e restano in equilibrio con ciascun filo inclinato di 10° rispetto alla verticale. a) Disegna le forze su una pallina. b) Calcola la distanza tra le palline e la forza elettrica. c) Calcola la carica di ciascuna pallina, trattandole come puntiformi. (Ripassa l'equilibrio del punto materiale, Fisica 3, capitolo 7.)

22. ●●● Una carica di +9,0 nC è fissa nell'origine e una di −4,0 nC è fissa in $x = 0{,}10$ m. a) Spiega perché una terza carica non può essere in equilibrio né tra le due, né a sinistra della prima. b) Trova il punto dell'asse x in cui la forza risultante su una terza carica è nulla. c) Il risultato dipende dal segno della terza carica?

23. ●● Due sfere metalliche identiche, con cariche +8,0 nC e −2,0 nC, sono a 6,0 cm di distanza. a) Calcola la forza tra di esse. b) Le sfere vengono messe a contatto e riportate a 6,0 cm: calcola la nuova forza e di' se è attrattiva o repulsiva. c) Quanti elettroni sono passati da una sfera all'altra durante il contatto, e in quale verso?

24. ●●● Nel modello più semplice dell'atomo di idrogeno l'elettrone percorre un'orbita circolare di raggio $5{,}3 \times 10^{-11}$ m attorno al protone, e la forza di Coulomb fa da forza centripeta (Fisica 3, capitolo 14). a) Calcola la forza elettrica tra elettrone e protone. b) Calcola la velocità dell'elettrone e il periodo del suo moto. c) Calcola la forza gravitazionale tra le due particelle: è giusto trascurarla?

Ragionare e argomentare

25. ●● **Commenta la fonte.** William Gilbert scrive: «Non soltanto l'ambra e il giaietto, come credono, attirano i corpi leggeri, ma anche il diamante, lo zaffiro, [...] l'opale, l'ametista, [...] il berillo, il cristallo» (*De magnete*, libro II, capitolo 2; traduzione della redazione). Che cosa afferma Gilbert? Ha ragione? Perché Gilbert non riusciva invece a elettrizzare i metalli strofinandoli, e come lo si potrebbe fare? Proponi un esperimento con il *versorium* o con l'elettroscopio per verificare la sua affermazione.

26. ●●● **Stima.** Una moneta di rame di 3 g contiene circa $2{,}8 \times 10^{22}$ atomi, ciascuno con 29 elettroni (massa molare del rame 63,5 g/mol). Immagina di togliere a ciascuna di due monete uguali un elettrone ogni milione e di porle a 1 m di distanza. a) Calcola la carica di ciascuna moneta. b) Stima la forza di repulsione e confrontala con il peso di un oggetto noto. c) Che cosa ti dice il risultato sulla neutralità della materia?

27. ●● **Trova l'errore.** Uno studente osserva che una pallina di sughero appesa a un filo è attirata da una bacchetta di vetro strofinata con la seta, e conclude: «La pallina è sicuramente carica negativamente». Che cosa c'è di sbagliato nella conclusione? Quale osservazione permetterebbe invece di concludere con certezza che la pallina è carica, e di quale segno?

Verso l'esame

28. ●● **Dal documento.** Nella sua prima memoria sull'elettricità (1785) Coulomb riporta tre misure fatte con la bilancia di torsione della Figura 1.5: con le palline separate da un angolo di 36°, la torsione totale del filo era di 36°; a 18°, di 144°; a 8,5°, di circa 576°. a) Quale fenomeno misura lo strumento, e perché la torsione del filo misura la forza? b) I dati confermano la legge dell'inverso del quadrato? Controlla con i numeri, tenendo presente che per piccoli angoli la distanza tra le palline è proporzionale all'angolo di separazione. c) Collega l'esperimento alla storia della scienza e della società del Settecento: quale altra grande misura fu fatta con lo stesso tipo di strumento, e quale riforma delle unità di misura nacque in Francia pochi anni dopo?

29. ●● **Trattazione sintetica.** In 10–15 righe, confronta la legge di Coulomb con la legge di gravitazione universale: in che cosa si somigliano, in che cosa differiscono, e perché la gravità governa il moto dei pianeti mentre la forza elettrica governa la struttura della materia.

30. ●●● **Problema breve commentato.** Un granello di polvere di massa 1,0 μg ha acquistato $5{,}0 \times 10^{7}$ elettroni in eccesso. Si trova a 3,0 cm da un pettine con carica +12 nC, che puoi trattare come una carica puntiforme. a) Calcola la carica del granello. b) Calcola la forza elettrica sul granello e il suo peso. c) Commenta il risultato: perché la polvere si attacca agli schermi e agli oggetti di plastica?

PER APPROFONDIRE

- [GIL] William Gilbert, *De magnete*, libro II: la distinzione tra l'attrazione dell'ambra e quella della calamita, il *versorium* e il lungo elenco dei corpi «elettrici».
- [FEY] R.P. Feynman, R.B. Leighton, M. Sands, *La fisica di Feynman*, vol. II: i primi capitoli, con una celebre discussione di quanto siano intense le forze elettriche nella materia neutra.
- [HRW] D. Halliday, R. Resnick, J. Walker, *Fondamenti di fisica*: il capitolo sulla carica elettrica e la legge di Coulomb, con molti esercizi sulla sovrapposizione.
- [EIN] A. Einstein, L. Infeld, *L'evoluzione della fisica*: le pagine sul passaggio dalle forze tra corpi lontani all'idea di campo, preparazione al prossimo capitolo.

Glossario del capitolo

Carica elementare
Valore assoluto della carica dell'elettrone e del protone: $e = 1{,}602\,176\,634 \times 10^{-19}$ C, valore esatto.

Carica elettrica
Proprietà della materia, positiva o negativa, all'origine delle forze elettriche; si misura in coulomb (C).

Conduttore
Materiale in cui le cariche elettriche si muovono liberamente (metalli, soluzioni, terreno umido).

Conservazione della carica
In un sistema isolato la somma algebrica delle cariche elettriche resta costante.

Corpo neutro
Corpo con cariche positive e negative in quantità uguali, cioè con carica totale nulla.

Costante dielettrica relativa
Numero puro $\varepsilon_r \geq 1$ che indica di quanto un materiale isolante riduce la forza tra due cariche rispetto al vuoto.

Coulomb
Unità SI di carica elettrica; corrisponde a circa $6{,}24 \times 10^{18}$ cariche elementari.

Elettrizzazione per contatto
Carica di un conduttore toccandolo con un corpo carico: acquista carica dello stesso segno.

Elettrizzazione per induzione
Carica di un conduttore senza contatto: un corpo carico vicino separa le cariche, e una messa a terra temporanea lascia il conduttore carico di segno opposto.

Elettrizzazione per strofinio
Separazione di cariche tra due materiali diversi strofinati insieme: gli elettroni passano dall'uno all'altro.

Elettroscopio a foglie
Strumento che rivela la presenza di carica con l'apertura di due foglie metalliche che si respingono.

Isolante
Materiale in cui le cariche restano dove si trovano (vetro, plastica, aria secca).

Legge di Coulomb
Due cariche puntiformi nel vuoto si esercitano forze uguali e opposte lungo la congiungente, di modulo $k_0|q_1 q_2|/r^2$.

Messa a terra
Collegamento di un conduttore al terreno, che può cedere o assorbire carica senza limiti pratici.

Polarizzazione
Separazione delle cariche nelle molecole di un isolante (o spostamento degli elettroni liberi in un conduttore) per effetto di un corpo carico vicino.

Principio di sovrapposizione
La forza su una carica dovuta a più cariche è la somma vettoriale delle forze esercitate da ciascuna di esse.

Quantizzazione della carica
Ogni carica osservabile è un multiplo intero della carica elementare: $Q = n\,e$.

Soluzioni

1. B. Lo strofinio trasferisce elettroni dalla lana alla plastica; i protoni non si spostano e nessuna carica viene creata.

2. D. La carta, neutra, si polarizza: sulla faccia vicina al pettine compaiono cariche di segno opposto, più vicine di quelle dello stesso segno, e prevale l'attrazione.

3. A. $2{,}4 \times 10^{-19}$ C / $1{,}60 \times 10^{-19}$ C = 1,5: non è un multiplo intero di e. Gli altri valori sono $2e$, $-3e$ e $10e$.

4. C. $F \propto 1/r^2$: a distanza tripla la forza è $1/3^2 = 1/9$ di quella iniziale.

5. B. La carica totale +6 nC − 2 nC = +4 nC si conserva e si divide in parti uguali tra le sfere identiche: +2 nC ciascuna.

6. D. Gli elettroni respinti dalla bacchetta vanno a terra; staccato il collegamento, alla sfera mancano elettroni: è positiva, di segno opposto alla bacchetta.

7. A. $F = F_0/\varepsilon_r = F_0/80$.

8. F. Un corpo neutro contiene un numero enorme di cariche positive e negative, in quantità esattamente uguali.

9. V. È la legge di conservazione della carica, mai smentita da alcun esperimento.

10. V. Le due forze sono una coppia azione–reazione: il modulo $k_0|q_1 q_2|/r^2$ è lo stesso per entrambe.

11. F. Le foglie si aprono per cariche di entrambi i segni; il segno si riconosce avvicinando un corpo di carica nota.

12. V. Entrambe le forze sono proporzionali a $1/r^2$, quindi il loro rapporto, circa $1{,}2 \times 10^{36}$, non dipende dalla distanza.

13. $Q = +n\,e = 5{,}0 \times 10^{10} \cdot 1{,}60 \times 10^{-19}$ C = $8{,}0 \times 10^{-9}$ C = +8,0 nC (positiva, perché la sfera ha perso elettroni).

14. $6{,}24 \times 10^{18}$; 1×10^{-6}; 1×10^{-9}; 2 (perché $3{,}2 \times 10^{-19}$ C / $1{,}60 \times 10^{-19}$ C = 2).

15. $F = 8{,}99 \times 10^9 \cdot 3{,}0 \times 10^{-9} \cdot 5{,}0 \times 10^{-9} / (0{,}020)^2$ N ≈ $3{,}4 \times 10^{-4}$ N; repulsiva, perché le cariche hanno lo stesso segno.

16. $r = \sqrt{(k_0 q^2/F)} = \sqrt{(8{,}99 \times 10^9 \cdot (1{,}0 \times 10^{-6})^2 / 1{,}0)}$ m ≈ 0,095 m = 9,5 cm.

17. a) Il prodotto delle cariche quadruplica: 4 · 0,80 N = 3,2 N. b) $1/r^2$ quadruplica: 3,2 N. c) F = 0,80 N/2,5 = 0,32 N.

18. Per r = 0,040 m: $F\,r = 2{,}22 \times 10^{-3}$ N · 0,040 m ≈ $8{,}9 \times 10^{-5}$ N·m, $F\,r^3 \approx 1{,}42 \times 10^{-7}$ N·m^3. Per r = 0,120 m: $F\,r = 3{,}0 \times 10^{-5}$ N·m, $F\,r^3 \approx 4{,}32 \times 10^{-7}$ N·m^3. Né $F\,r$ né $F\,r^3$ sono costanti (variano di un fattore 3), mentre $F\,r^2$ (ultima colonna della tabella) resta $3{,}6 \times 10^{-6}$ N·m^2 entro pochi per cento: i dati sono compatibili soltanto con $F \propto 1/r^2$.

19. Forza di q_1 su q_3: repulsiva, verso $+x$, $F_{13} = 8{,}99 \times 10^9 \cdot 2{,}0 \times 10^{-6} \cdot 1{,}0 \times 10^{-6} / (0{,}10)^2$ N ≈ 1,80 N. Forza di q_2 su q_3: attrattiva, verso q_2, cioè anch'essa verso $+x$, $F_{23} = 8{,}99 \times 10^9 \cdot 4{,}0 \times 10^{-6} \cdot 1{,}0 \times 10^{-6} / (0{,}10)^2$ N ≈ 3,60 N. Risultante: 1,80 N + 3,60 N ≈ 5,4 N, lungo l'asse x, verso q_2.

20. Ogni forza vale $F = 8{,}99 \times 10^9 \cdot (2{,}0 \times 10^{-9})^2 / (0{,}10)^2$ N ≈ $3{,}60 \times 10^{-6}$ N; le due forze sono repulsive e formano un angolo di 60°. Le componenti perpendicolari alla bisettrice si annullano, quelle lungo la bisettrice si sommano: $F_{tot} = 2F \cos 30° \approx 6{,}2 \times 10^{-6}$ N, diretta lungo la bisettrice dell'angolo del vertice, verso l'esterno del triangolo (in direzione opposta al centro).

21. a) Su ogni pallina agiscono il peso (verticale, verso il basso), la tensione del filo (lungo il filo) e la forza elettrica (orizzontale, verso l'esterno). b) Distanza: $r = 2 \cdot 0{,}50$ m · sen 10° ≈ 0,174 m. All'equilibrio la risultante di peso e forza elettrica è lungo il filo: $F = m\,g \tan 10° = 2{,}0 \times 10^{-4}$ kg · 9,8 m/s^2 · 0,176 ≈ $3{,}5 \times 10^{-4}$ N. c) $q = r\sqrt{(F/k_0)} = 0{,}174$ m · $\sqrt{(3{,}46 \times 10^{-4}$ N / $8{,}99 \times 10^9$ N·m^2/C$^2)} \approx 3{,}4 \times 10^{-8}$ C = 34 nC.

22. a) Tra le due cariche, una terza carica è respinta da una e attratta dall'altra nello stesso verso: le forze si sommano. A sinistra della prima carica è più vicina alla carica maggiore (in valore assoluto) e più lontana dalla minore: la forza di +9,0 nC prevale sempre. b) Resta la regione a destra di −4,0 nC. Con $x > 0{,}10$ m: $9{,}0/x^2 = 4{,}0/(x - 0{,}10)^2$; estraendo la radice, $3/x = 2/(x - 0{,}10)$, quindi $3x - 0{,}30 = 2x$ e $x = 0{,}30$ m. c) No: il segno e il valore della terza carica cambiano il verso di entrambe le forze e il loro modulo nella stessa proporzione, e il punto di forza nulla resta lo stesso.

23. a) $F = 8{,}99 \times 10^9 \cdot 8{,}0 \times 10^{-9} \cdot 2{,}0 \times 10^{-9} / (0{,}060)^2$ N $\approx 4{,}0 \times 10^{-5}$ N, attrattiva. b) Carica totale +6,0 nC, +3,0 nC ciascuna: $F = 8{,}99 \times 10^9 \cdot (3{,}0 \times 10^{-9})^2 / (0{,}060)^2$ N $\approx 2{,}2 \times 10^{-5}$ N, repulsiva. c) La sfera inizialmente negativa passa da −2,0 nC a +3,0 nC: ha ceduto 5,0 nC di elettroni, cioè $n = 5{,}0 \times 10^{-9}$ C / $1{,}60 \times 10^{-19}$ C $\approx 3{,}1 \times 10^{10}$ elettroni, passati dalla sfera negativa a quella positiva.

24. a) $F_{el} = k_0 e^2/r^2 = 8{,}99 \times 10^9 \cdot (1{,}60 \times 10^{-19})^2 / (5{,}3 \times 10^{-11})^2$ N $\approx 8{,}2 \times 10^{-8}$ N. b) $F_{el} = m_e v^2/r$, quindi $v = \sqrt{(F_{el} r/m_e)} = \sqrt{(8{,}2 \times 10^{-8} \cdot 5{,}3 \times 10^{-11} / 9{,}11 \times 10^{-31})}$ m/s $\approx 2{,}2 \times 10^6$ m/s, circa lo 0,7% della velocità della luce; $T = 2\pi r/v \approx 1{,}5 \times 10^{-16}$ s. c) $F_{grav} = G\, m_p m_e/r^2 = 6{,}67 \times 10^{-11} \cdot 1{,}67 \times 10^{-27} \cdot 9{,}11 \times 10^{-31} / (5{,}3 \times 10^{-11})^2$ N $\approx 3{,}6 \times 10^{-47}$ N: circa 2×10^{39} volte più piccola della forza elettrica. Trascurarla è più che giustificato.

25. Traccia di risposta. Gilbert afferma che la proprietà dell'ambra non è unica: molte altre sostanze, strofinate, attirano corpi leggeri. Ha ragione: si elettrizzano per strofinio tutti gli isolanti, perché la carica separata resta dove si forma. I metalli sembrano «non elettrici» perché sono conduttori: la carica prodotta dallo strofinio si disperde subito attraverso la mano e il corpo nel terreno. Si elettrizzano se li si tiene con un manico isolante. Verifica: strofina i vari materiali e avvicinali al *versorium* (o al pomello di un elettroscopio scarico), annotando se l'ago ruota (o le foglie si aprono); ripeti con una sbarretta metallica tenuta prima in mano, poi con un manico di plastica.

26. a) Elettroni in una moneta: $29 \cdot 2{,}8 \times 10^{22} \approx 8{,}1 \times 10^{23}$; tolto uno su un milione, $n \approx 8{,}1 \times 10^{17}$ e $Q = n\, e \approx 0{,}13$ C. b) $F = k_0 Q^2/r^2 \approx 8{,}99 \times 10^9 \cdot (0{,}13)^2 / 1^2$ N $\approx 1{,}5 \times 10^8$ N, il peso di circa $1{,}5 \times 10^7$ kg, cioè quindicimila tonnellate: più o meno una grande nave. c) Uno squilibrio di una parte su un milione tra cariche positive e negative produrrebbe forze gigantesche: la materia ordinaria è neutra con una precisione enormemente più alta, e le forze elettriche che vediamo nascono da squilibri piccolissimi.

27. La conclusione non è giustificata: anche una pallina *neutra* è attirata da un corpo carico, perché si polarizza. L'attrazione, quindi, non prova che la pallina sia carica. Prova invece che è carica la *repulsione*: se la pallina è respinta dalla bacchetta di vetro (positiva), ha carica positiva; se è respinta da una bacchetta di plastica strofinata con la lana (negativa), ha carica negativa. In alternativa si può toccare con la pallina il pomello di un elettroscopio scarico e riconoscere poi il segno con una bacchetta di carica nota.

28. Traccia di risposta. a) La repulsione tra due cariche dello stesso segno: la pallina mobile, respinta, fa ruotare l'ago e torce il filo; il momento con cui il filo reagisce alla torsione è proporzionale all'angolo di torsione, e all'equilibrio bilancia il momento della forza elettrica: l'angolo di torsione misura la forza. b) Da 36° a 18° la distanza si dimezza e la torsione passa da 36° a 144°, quattro volte: proprio quanto prevede $1/r^2$. Da 18° a 8,5° la distanza diminuisce di un fattore 18/8,5 ≈ 2,1, e la legge prevede una forza $2{,}1^2 \approx 4{,}5$ volte maggiore, cioè circa 650°; Coulomb misura circa 576° (un fattore 4,0). Lo scarto, circa il 10%, è attribuibile soprattutto alla carica che si disperde nell'aria durante le misure (la forza misurata per ultima risulta più piccola) e alle dimensioni delle palline, non trascurabili a distanza ravvicinata; l'approssimazione dei piccoli angoli, invece, pesa meno dell'1%. Tre misure non dimostrano una legge: la rendono plausibile, e misure successive l'hanno confermata. c) Collegamenti: Cavendish usò una bilancia di torsione nel 1798 per misurare la forza di gravità tra masse di laboratorio e ricavare la densità della Terra (Fisica 4, capitolo 4); le memorie di Coulomb precedono di pochi anni la Rivoluzione francese, durante la quale nacque il sistema metrico decimale, antenato del Sistema In-

ternazionale in cui oggi si misura la carica in coulomb.

29. Testo modello. La legge di Coulomb e la legge di gravitazione universale hanno la stessa struttura matematica: la forza tra due corpi puntiformi è diretta lungo la retta che li congiunge, è proporzionale al prodotto di due grandezze che li caratterizzano, le cariche o le masse, ed è inversamente proporzionale al quadrato della distanza. Entrambe descrivono un'azione a distanza, senza dire come si trasmetta. Le differenze sono però profonde. La massa è sempre positiva e la gravità sempre attrattiva; le cariche hanno due segni e la forza elettrica è attrattiva o repulsiva. Per questo la forza elettrica si scherma: in un corpo neutro attrazioni e repulsioni si compensano. Inoltre la forza elettrica è incomparabilmente più intensa: tra due protoni supera la gravità di circa 10^{36} volte, a qualunque distanza. Ne segue una divisione dei compiti. A scala atomica la forza elettrica tiene insieme atomi e molecole ed è all'origine delle forze di contatto; ma i corpi celesti sono neutri, le loro forze elettriche si annullano e resta soltanto la gravità che, non schermabile, si somma su masse enormi e governa il moto dei pianeti.

30. a) $q = -n\,e = -5{,}0 \times 10^{7} \cdot 1{,}60 \times 10^{-19}$ C $= -8{,}0 \times 10^{-12}$ C. b) $F = k_0 |q\,Q|/r^2 = 8{,}99 \times 10^{9} \cdot 8{,}0 \times 10^{-12} \cdot 12 \times 10^{-9} / (0{,}030)^2$ N $\approx 9{,}6 \times 10^{-7}$ N, attrattiva; peso: $m\,g = 1{,}0 \times 10^{-9}$ kg $\cdot$ 9,8 m/s^2 $\approx 9{,}8 \times 10^{-9}$ N. Il rapporto è circa 100. c) Commento. Su un granello minuscolo una carica di appena qualche picocoulomb produce una forza elettrica cento volte maggiore del peso: per i corpi piccoli e leggeri la gravità diventa secondaria. Gli schermi e gli oggetti di plastica si caricano per strofinio (anche con un panno o con l'aria) e attirano la polvere, carica o semplicemente polarizzata. Lo stesso principio è usato nei filtri elettrostatici che trattengono le polveri dei fumi industriali. Il modello del pettine puntiforme è grossolano, ma l'ordine di grandezza del risultato è affidabile.