VERIFICA

Verifica di fine parte · La termodinamica

Tempo indicativo: 100 minuti · Punteggio totale: 100 punti

Fisica 4 · Parte IV · La termodinamica · versione 1.0
Verifica: Verifica di fine parte · La termodinamica · pagine 317–324 del volume completo · estratto per lo studio

La verifica riguarda i capitoli 9, 10 e 11. È ammessa la calcolatrice scientifica. Scrivi sempre le formule che usi, i passaggi e le unità di misura: un risultato senza unità è incompleto. Esprimi i risultati con un numero di cifre significative coerente con i dati. Usa le convenzioni del capitolo 10: $Q > 0$ quando il sistema riceve calore, $W > 0$ quando il gas si espande, $\Delta U = Q - W$. Nelle leggi dei gas e nelle formule del capitolo 11 le temperature vanno in kelvin e le pressioni sono assolute. Dove non è indicato diversamente usa $R = 8{,}31$ J/(mol·K), $k_B = 1{,}38 \times 10^{-23}$ J/K, $N_A = 6{,}022 \times 10^{23}$ mol^{-1}, 1 atm = $1{,}013 \times 10^5$ Pa, $T = t + 273{,}15$, e per l'acqua $L_f = 3{,}34 \times 10^5$ J/kg.

Parte A · Domande a scelta multipla (10 domande, 2 punti ciascuna)

1. ● Una bombola rigida contiene un gas a 27 °C. Se la temperatura sale a 327 °C, la pressione del gas:
   - **A.** aumenta di circa 12 volte
   - **B.** raddoppia
   - **C.** aumenta di circa il 10%
   - **D.** resta la stessa, perché il volume non cambia

2. ●● Due recipienti uguali, alla stessa temperatura, contengono uno 4,0 g di elio ($M = 4{,}0$ g/mol), l'altro 4,0 g di azoto ($M = 28$ g/mol). Rispetto alla pressione dell'azoto, quella dell'elio è:
   - **A.** la stessa, perché le masse sono uguali
   - **B.** 7 volte minore
   - **C.** 7 volte maggiore
   - **D.** $\sqrt{7}$ volte maggiore

3. ●● A 300 K le molecole di un gas hanno velocità quadratica media v. A quale temperatura la loro velocità quadratica media è $2v$?
   - **A.** 600 K
   - **B.** 900 K
   - **C.** circa 424 K
   - **D.** 1200 K

4. ● Quale di queste affermazioni **non** è un'ipotesi del modello cinetico del gas perfetto?
   - **A.** fra un urto e l'altro le molecole si attraggono debolmente, ed è per questo che il gas esercita una pressione
   - **B.** gli urti delle molecole fra loro e con le pareti sono elastici
   - **C.** il volume complessivo delle molecole è trascurabile rispetto a quello del recipiente
   - **D.** le molecole si muovono in tutte le direzioni con uguale probabilità

5. ● Un gas riceve 500 J di calore mentre l'ambiente, comprimendolo, compie su di esso un lavoro di 200 J. Con la convenzione del libro la variazione della sua energia interna è:

   A. +300 J
   B. +700 J
   C. −700 J
   D. +200 J

6. ●● Un gas perfetto monoatomico si espande a pressione costante ricevendo calore. Quale frazione del calore ricevuto esce di nuovo come lavoro?

   A. il 40%
   B. il 60%
   C. tutto, perché la pressione è costante
   D. nessuna, perché la temperatura aumenta

7. ●● Da uno stesso stato iniziale un gas perfetto monoatomico raddoppia il proprio volume, una volta con un'espansione isoterma, un'altra volta con un'espansione adiabatica reversibile. Alla fine dell'espansione adiabatica:

   A. la pressione è la stessa che alla fine dell'isoterma, perché il volume finale è lo stesso
   B. la pressione è maggiore che alla fine dell'isoterma, perché il gas non ha ceduto calore
   C. la temperatura è quella iniziale, perché il gas non ha scambiato calore
   D. la pressione è minore che alla fine dell'isoterma e il gas si è raffreddato

8. ● Il rendimento massimo di una macchina termica che lavora fra una sorgente a 327 °C e una a 27 °C è:

   A. 92%
   B. 8%
   C. 50%
   D. 100%, se la macchina è reversibile

9. ●● Un frigorifero con COP = 4,0 estrae dall'interno 600 J di calore. Alla cucina cede:

   A. 750 J
   B. 150 J
   C. 450 J
   D. 600 J

10. ●● Sei molecole si muovono a caso in una scatola divisa idealmente in due metà uguali. La probabilità di trovarle tutte e sei nella metà di sinistra è:

    A. 1/6
    B. 1/12
    C. 1/64
    D. 1/2

Parte B · Esercizi (5 esercizi, 6 punti ciascuno)

11. ●● **(6 punti)** Un barattolo di vetro viene riempito di marmellata bollente e chiuso subito con un coperchio a vite: nello spazio sopra la marmellata resta aria a 90 °C, alla pressione atmosferica normale. Il barattolo si raffredda poi fino a 20 °C; considera costante il volume dell'aria e trascura il vapore acqueo. a) Quale pressione raggiunge l'aria nel barattolo (2 punti)? b) Il coperchio ha un'area di 50 cm^2: quale forza netta lo spinge verso il barattolo (2 punti)? c) Spiega con la teoria cinetica perché la pressione dell'aria chiusa diminuisce, e perché il barattolo si apre facilmente dopo averlo forato con la punta di un coltello (2 punti).

12. ●● **(6 punti)** Un palloncino contiene 5,0 L di elio (gas monoatomico, M = 4,0 g/mol) a 20 °C, alla pressione assoluta di $1{,}05 \times 10^5$ Pa. a) Calcola il numero di moli, il numero di atomi e la massa dell'elio (2 punti). b) Calcola l'energia interna del gas; mostra che si può ottenere anche come $\frac{3}{2}\,pV$ (2 punti). c) Calcola la velocità quadratica media degli atomi. Perché è quasi tre volte quella delle molecole d'azoto dell'aria che circonda il palloncino (2 punti)?

13. ●● **(6 punti)** In un cilindro chiuso da un pistone libero di scorrere ci sono 0,200 mol di argon, un gas monoatomico, alla pressione costante di $1{,}00 \times 10^5$ Pa e alla temperatura di 300 K. Il gas riceve lentamente 831 J di calore. a) Di quanto aumenta la sua temperatura (2 punti)? b) Calcola il lavoro compiuto dal gas e la variazione della sua energia interna; controlla che rispettino il primo principio (2 punti). c) Calcola il volume iniziale del gas e di quanto si sposta il pistone, se la sua area è 0,020 m^2 (2 punti).

14. ●●● **(6 punti)** In un cilindro dalle pareti isolanti 12,0 L di elio, a $1{,}00 \times 10^5$ Pa e 300 K, vengono compressi rapidamente fino a 3,0 L. Considera la compressione adiabatica e reversibile, con $\gamma = 5/3$. a) Quale pressione raggiunge il gas? Confrontala con quella che si avrebbe in una compressione isoterma fino allo stesso volume (2 punti). b) Quale temperatura raggiunge (2 punti)? c) Calcola ΔU, Q e W per la compressione, con i loro segni (2 punti).

15. ●● **(6 punti)** Un blocco di ghiaccio di 0,40 kg, a 0 °C, fonde lentamente in una stanza la cui aria è a 25 °C; la stanza è così grande che la sua temperatura non cambia. Considera soltanto la fusione, non il successivo riscaldamento dell'acqua. a) Quanto calore riceve il ghiaccio? Di quanto varia la sua entropia (2 punti)? b) Di quanto varia l'entropia dell'aria della stanza? Quanto vale la variazione di entropia dell'universo (2 punti)? c) Se l'aria della stanza fosse a 0 °C, quanto varrebbe la variazione di entropia dell'universo? Che cosa ne concludi sulla reversibilità dei due processi (2 punti)?

Parte C · Problemi e domanda sulla fonte (50 punti in totale)

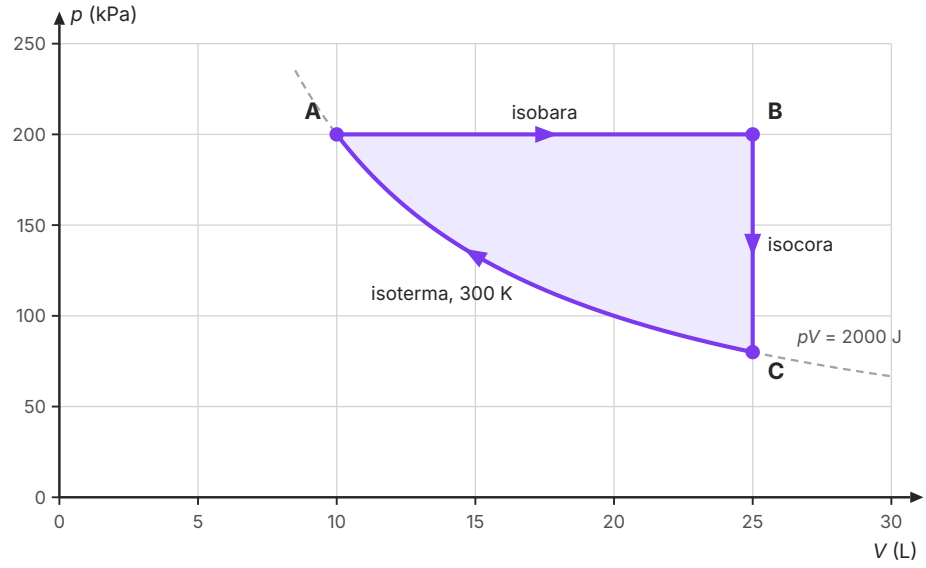


Figura V4.1 Il ciclo del problema 16, percorso in senso orario da un gas perfetto monoatomico: un'espansione isobara A → B a 200 kPa, un raffreddamento isocoro B → C a 25,0 L e una compressione isoterma C → A a 300 K, lungo l'iperbole pV = 2000 J (calcolata; il tratteggio la prolunga). L'area colorata è il lavoro netto del ciclo.

16. ●●● **(13 punti)** Un gas perfetto monoatomico percorre il ciclo della Figura V4.1: dallo stato A (10,0 L; 200 kPa; 300 K) si espande a pressione costante fino a B (25,0 L), si raffredda a volume costante fino a C, che sta sull'isoterma di A, e torna in A con una compressione isoterma reversibile. a) Calcola il numero di moli, la pressione in C e le temperature in B e in C (3 punti). b) Calcola W, ΔU e Q su ciascuno dei tre tratti e riassumili in una tabella. Per il tratto isotermo usa il valore $|W| = 1{,}83$ kJ, ottenuto con un calcolo preciso, e controllalo stimando l'area sotto l'iperbole con tre trapezi larghi 5 L (5 punti). c) Calcola il lavoro netto del ciclo e il suo rendimento come macchina termica; confrontalo con il rendimento di una macchina di Carnot che lavori fra la temperatura più alta e la più bassa del ciclo (3 punti). d) Calcola la variazione di entropia del gas nella compressione isoterma. L'entropia del gas diminuisce: è una violazione del secondo principio? Quanto vale la variazione di entropia del gas nell'intero ciclo (2 punti)?

17. ●●● **(13 punti)** Una bombola d'acciaio da 20,0 L contiene argon (gas monoatomico, $M = 40$ g/mol) alla pressione assoluta di 15,0 bar e alla temperatura di 17 °C (1 bar = $1{,}00 \times 10^5$ Pa). a) Calcola il numero di moli e la massa del gas (3 punti). b) Calcola l'energia cinetica media di un atomo e la velocità quadratica media degli atomi (3 punti). c) In un incendio la bombola si scalda fino a 307 °C. Considera il volume costante: quale pressione raggiunge il gas? Perché le bombole hanno una valvola di sicurezza (3 punti)? d) Quanto calore ha assorbito l'argon? Di quale fattore è cresciuta la velocità quadratica media dei suoi atomi (4 punti)?

18. ●●● **(12 punti)** Un motore lavora fra una sorgente calda a 600 K e una sorgente fredda a 300 K; in ogni ciclo assorbe 2000 J dalla sorgente calda e compie un lavoro di 600 J. a) Calcola il rendimento del motore e il rendimento di Carnot fra le stesse sorgenti. Il motore è reversibile (3 punti)? b) Calcola il calore ceduto in un ciclo alla sorgente fredda, le variazioni di entropia delle due sorgenti e la variazione di entropia dell'universo in un ciclo. Perché quella del fluido di lavoro non conta (4 punti)? c) Una macchina reversibile fra le stesse sorgenti, che assorba gli stessi 2000 J, quanto lavoro compirebbe e quanto calore cederebbe? Quanto varrebbe per essa la variazione di entropia dell'universo (3 punti)? d) Verifica che il lavoro «perduto» dal motore reale rispetto alla macchina reversibile è uguale al prodotto fra la temperatura della sorgente fredda e la variazione di entropia dell'universo calcolata in b). Che cosa misura, quindi, l'aumento dell'entropia (2 punti)?

19. ●● **(12 punti) Domanda sulla fonte.** Nelle *Réflexions sur la puissance motrice du feu* (1824) Sadi Carnot scrive: «Non basta, per dare origine alla potenza motrice, produrre calore: bisogna anche procurarsi del freddo; senza di esso il calore sarebbe inutile.» E in un altro passo: «Ovunque esista una differenza di temperatura, ovunque possa avvenire un ristabilirsi dell'equilibrio nel calorico, può esservi anche produzione di potenza motrice» (traduzione della redazione). a) Spiega con parole tue le due affermazioni. Che cosa chiama Carnot «potenza motrice» e «calorico», e come diremmo oggi (3 punti)? b) Quale enunciato del secondo principio esprime la prima frase? Spiega perché una macchina che avesse a disposizione soltanto la sorgente calda non potrebbe produrre lavoro in modo continuo, e quale osservazione dell'esperienza di laboratorio del capitolo 11 lo conferma (3 punti). c) La seconda frase dice che basta una differenza di temperatura qualsiasi. Calcola il rendimento massimo di una macchina che sfrutti l'acqua di una tazza a 80 °C e l'aria a 20 °C, e di una che sfrutti l'acqua superficiale di un mare tropicale a 25 °C e l'acqua profonda a 5 °C. Che cosa succede al rendimento massimo quando la differenza di temperatura tende a zero (3 punti)? d) Valuta la fonte: che cosa, nell'idea di Carnot di un calorico che si «ristabilisce in equilibrio» passando dal caldo al freddo, è stato corretto dal primo principio, e che cosa è rimasto vero (3 punti)?

Griglia di valutazione Punti per sezione.

Sezione	Contenuto	Punti
Parte A	domande 1–10 × 2 punti	20
Parte B	esercizi 11–15 × 6 punti	30
Parte C	problemi 16 (13), 17 (13), 18 (12); domanda sulla fonte 19 (12)	50
Totale		**100**

Dal punteggio al voto Corrispondenza indicativa fra punteggio e voto in decimi.

Punteggio	0–24	25–34	35–44	45–54	55–64	65–74	75–84	85–94	95–100
Voto	2	3	4	5	6	7	8	9	10

Soluzioni

1. B (2 punti). A volume costante p/T è costante: la temperatura assoluta passa da 300 K a 600 K, quindi la pressione raddoppia. L'opzione «circa 12 volte» viene dal rapporto 327/27, sbagliato perché usa i gradi Celsius.

2. C (2 punti). Le moli sono 4,0 g / 4,0 g/mol = 1,0 mol di elio e 4,0 g / 28 g/mol ≈ 0,14 mol di azoto. Con V e T uguali, $p = nRT/V$ è proporzionale a n: la pressione dell'elio è 7 volte maggiore. Conta il numero di molecole, non la massa.

3. D (2 punti). $v_{\text{qm}} = \sqrt{(3RT/M)}$ è proporzionale a $\sqrt{T}$: per raddoppiarla bisogna quadruplicare la temperatura assoluta, 4 × 300 K = 1200 K. (Con 600 K, il doppio di 300 K, v_{qm} cresce soltanto di $\sqrt{2}$ volte; con 900 K di $\sqrt{3} \approx 1{,}7$ volte; 424 K ≈ 300 K × $\sqrt{2}$ sarebbe giusto se v_{qm} fosse proporzionale a T^2.)

4. A (2 punti). Nel modello le molecole non si scambiano forze fra un urto e l'altro e si muovono di moto rettilineo uniforme; la pressione è dovuta agli urti con le pareti, non ad attrazioni. Le altre tre affermazioni sono ipotesi del modello.

5. B (2 punti). $Q = +500$ J; il gas è compresso, quindi il lavoro compiuto dal gas è $W = -200$ J. $\Delta U = Q - W = 500\text{ J} - (-200\text{ J}) = +700$ J: l'energia interna aumenta per entrambe le vie.

6. A (2 punti). A pressione costante $W = nR\Delta T$ e $Q = nc_p\Delta T = (5/2)nR\Delta T$: $W/Q = 2/5 = 40\%$; il restante 60% aumenta l'energia interna.

7. D (2 punti). Nell'isoterma la pressione si dimezza; nell'adiabatica $pV^{5/3}$ è costante e la pressione diventa $2^{-5/3} \approx 0{,}31$ volte quella iniziale. Il gas compie lavoro senza ricevere calore, quindi $\Delta U = -W < 0$ e la temperatura diminuisce.

8. C (2 punti). $\eta_C = 1 - T_2/T_1 = 1 - 300\text{ K}/600\text{ K} = 0{,}50$. Il 92% si ottiene, sbagliando, con i gradi Celsius (1 − 27/327); nemmeno una macchina reversibile arriva al 100%.

9. A (2 punti). $W = Q_{\text{freddo}}/\text{COP} = 600\text{ J} / 4{,}0 = 150$ J; $Q_{\text{caldo}} = Q_{\text{freddo}} + W = 600\text{ J} + 150\text{ J} = 750$ J.

10. C (2 punti). Ogni molecola può stare a sinistra o a destra: gli stati microscopici sono $2^6 = 64$, ugualmente probabili, e uno solo ha tutte le molecole a sinistra. La probabilità è 1/64 ≈ 1,6%.

11. a) Trasformazione isocora: $p_2 = p_1\,T_2/T_1 = 101{,}3\text{ kPa} \times 293{,}15\text{ K} / 363{,}15\text{ K} \approx 81{,}8$ kPa (2 punti). b) Fuori c'è la pressione atmosferica, dentro 81,8 kPa: $\Delta p \approx 19{,}5$ kPa, e $F = \Delta p\,S = 1{,}95 \times 10^4\text{ Pa} \times 5{,}0 \times 10^{-3}\text{ m}^2 \approx 98$ N, circa il peso di 10 kg (2 punti). c) Raffreddandosi, le molecole dell'aria hanno un'energia cinetica media minore ($\langle K\rangle = (3/2)k_BT$): urtano il coperchio meno spesso e con meno forza, mentre il loro numero e il volume non cambiano, e la pressione diminuisce (1 punto). Forando il coperchio entra aria, finché la pressione interna torna quella atmosferica: la forza netta si annulla (1 punto).

12. a) $n = pV/(RT) = 1{,}05 \times 10^5\text{ Pa} \times 5{,}0 \times 10^{-3}\text{ m}^3 / (8{,}31\text{ J/(mol·K)} \times 293\text{ K}) \approx 0{,}216$ mol; $N = nN_A \approx 1{,}3 \times 10^{23}$ atomi; $m = nM \approx 0{,}216\text{ mol} \times 4{,}0\text{ g/mol} \approx 0{,}86$ g (2 punti). b) $U = (3/2)nRT = 1{,}5 \times 0{,}2155\text{ mol} \times 8{,}31\text{ J/(mol·K)} \times 293\text{ K} \approx 7{,}9 \times 10^2$ J. Poiché $nRT = pV$, si ha anche $U = (3/2)pV = 1{,}5 \times 1{,}05 \times 10^5\text{ Pa} \times 5{,}0 \times 10^{-3}\text{ m}^3 \approx 7{,}9 \times 10^2$ J (2 punti). c) $v_{\text{qm}} = \sqrt{(3RT/M)} = \sqrt{(3 \times 8{,}31 \times 293 / 0{,}0040)}\text{ m/s} \approx 1{,}35 \times 10^3$ m/s (1 punto). Alla stessa temperatura gli atomi di elio e le molecole d'azoto hanno la stessa energia cinetica media; la velocità quadratica media è inversamente proporzionale a $\sqrt{M}$, e $\sqrt{(28/4{,}0)} = \sqrt{7} \approx 2{,}6$ (1 punto).

13. a) A pressione costante $Q = nc_p\Delta T$ con $c_p = (5/2)R \approx 20{,}8\text{ J/(mol·K)}$: $\Delta T = 831\text{ J} / (0{,}200\text{ mol} \times 20{,}8\text{ J/(mol·K)}) \approx 200$ K; il gas arriva a 500 K (2 punti). b) $W = p\Delta V = nR\Delta T = 0{,}200 \times 8{,}31 \times 200\text{ J} \approx 332$ J; $\Delta U = (3/2)nR\Delta T \approx 499$ J. Controllo: $Q - W = 831\text{ J} - 332\text{ J} = 499\text{ J} = \Delta U$ (2 punti). c) $V_i = nRT/p = 0{,}200 \times 8{,}31 \times 300 / 1{,}00 \times 10^5\text{ m}^3 \approx 4{,}99 \times 10^{-3}\text{ m}^3 \approx 4{,}99$ L; $\Delta V = W/p = 332\text{ J} / 1{,}00 \times 10^5\text{ Pa} \approx 3{,}32 \times 10^{-3}\text{ m}^3$, e il pistone sale

di $\Delta s = \Delta V/S = 3{,}32 \times 10^{-3}\ \text{m}^3 / 0{,}020\ \text{m}^2 \approx 0{,}17$ m (2 punti).

14. a) $p_2 = p_1(V_1/V_2)^{\gamma} = 1{,}00 \times 10^5\ \text{Pa} \times 4{,}0^{5/3} \approx 1{,}01 \times 10^6$ Pa, circa 10 volte la pressione iniziale; con una compressione isoterma la pressione diventerebbe soltanto 4 volte maggiore, $4{,}0 \times 10^5$ Pa (2 punti). b) Dall'equazione di stato, a n costante, $T_2 = T_1\ p_2V_2/(p_1V_1) = 300\ \text{K} \times (1{,}008 \times 10^6\ \text{Pa} \times 3{,}0 \times 10^{-3}\ \text{m}^3)/(1{,}00 \times 10^5\ \text{Pa} \times 12{,}0 \times 10^{-3}\ \text{m}^3) = 300\ \text{K} \times 3024\ \text{J}/1200\ \text{J} \approx 756$ K, circa 480 °C (2 punti). c) $Q = 0$ (adiabatica); $\Delta U = (3/2)nR\Delta T = (3/2)(p_2V_2 - p_1V_1) = 1{,}5 \times (3024\ \text{J} - 1200\ \text{J}) \approx +2{,}74 \times 10^3$ J; $W = -\Delta U \approx -2{,}74 \times 10^3$ J, negativo perché il gas è compresso: il lavoro subito diventa tutto energia interna (2 punti).

15. a) $Q = mL_f = 0{,}40\ \text{kg} \times 3{,}34 \times 10^5\ \text{J/kg} \approx 1{,}34 \times 10^5$ J; il ghiaccio lo riceve a temperatura costante, 273 K: $\Delta S_{\text{ghiaccio}} = Q/T = 1{,}336 \times 10^5\ \text{J} / 273{,}15\ \text{K} \approx +489$ J/K (2 punti). b) L'aria cede lo stesso calore a 298 K: $\Delta S_{\text{aria}} = -1{,}336 \times 10^5\ \text{J} / 298{,}15\ \text{K} \approx -448$ J/K. $\Delta S_{\text{universo}} \approx +489\ \text{J/K} - 448\ \text{J/K} \approx +41$ J/K (2 punti). c) Con l'aria a 0 °C le due variazioni sarebbero uguali e opposte: $\Delta S_{\text{universo}} = 0$ (1 punto). Il processo reale, con il calore che passa attraverso una differenza di temperatura di 25 K, è irreversibile e fa crescere l'entropia dell'universo; lo scambio fra corpi alla stessa temperatura è il caso limite reversibile, che si potrebbe invertire con una variazione piccolissima della temperatura dell'aria (1 punto).

16. a) $n = p_AV_A/(RT_A) = 2000\ \text{J} / (8{,}31\ \text{J/(mol·K)} \times 300\ \text{K}) \approx 0{,}802$ mol (1 punto). C sta sull'isoterma di A: $p_C = p_AV_A/V_C = 2000\ \text{J} / 25{,}0\ \text{L} = 80{,}0$ kPa e $T_C = 300$ K (1 punto). A pressione costante T è proporzionale a V: $T_B = 300\ \text{K} \times 25{,}0/10{,}0 = 750$ K (1 punto). b) Conviene usare $\Delta U = (3/2)nR\Delta T = (3/2)\Delta(pV)$, con $pV = 2000$ J in A e in C e 5000 J in B. A → B, isobara: $W = 200\ \text{kPa} \times 15{,}0\ \text{L} = +3000$ J; $\Delta U = 1{,}5 \times 3000\ \text{J} = +4500$ J; $Q = \Delta U + W = +7500$ J (1 punto). B → C, isocora: $W = 0$; $Q = \Delta U = 1{,}5 \times (2000\ \text{J} - 5000\ \text{J}) = -4500$ J (1 punto). C → A, isoterma: $\Delta U = 0$; il gas è compresso, quindi $W = -1{,}83$ kJ e $Q = W = -1{,}83$ kJ (1 punto). Tabella: $W = +3000$ J, 0, −1830 J; $\Delta U = +4500$ J, −4500 J, 0; $Q = +7500$ J, −4500 J, −1830 J; la somma delle ΔU è zero (1 punto). Trapezi: le pressioni sull'isoterma a 10, 15, 20 e 25 L sono 200, 133, 100 e 80 kPa; l'area è $5\ \text{L} \times [(200 + 133)/2 + (133 + 100)/2 + (100 + 80)/2]\ \text{kPa} \approx 1{,}87$ kJ, appena sopra 1,83 kJ (circa il 2%), come deve essere perché i segmenti passano sopra l'iperbole (1 punto). c) $W_{\text{netto}} = 3000\ \text{J} - 1830\ \text{J} \approx 1{,}17 \times 10^3$ J, positivo perché il ciclo è orario; controllo: $Q_{\text{tot}} = 7500 - 4500 - 1830\ \text{J} \approx 1{,}17$ kJ (1 punto). Il calore assorbito è soltanto quello del tratto AB, $Q_{\text{ass}} = 7500$ J: $\eta = 1170\ \text{J} / 7500\ \text{J} \approx 0{,}156$, circa il 16% (1 punto). Fra 750 K e 300 K una macchina di Carnot avrebbe $\eta_C = 1 - 300/750 = 0{,}60$: questo ciclo rende circa un quarto del massimo, perché il gas assorbe calore a temperature fra 300 K e 750 K, e lo cede anche a temperature ben sopra 300 K (nel tratto BC), invece di scambiarlo soltanto alle due temperature estreme (1 punto). d) $\Delta S_{\text{gas}} = Q/T = -1830\ \text{J} / 300\ \text{K} \approx -6{,}1$ J/K (1 punto). Non è una violazione: il gas cede calore e la sua entropia può diminuire; la sorgente a 300 K, che riceve quel calore, ne guadagna altrettanta, e il secondo principio riguarda l'universo. In un ciclo completo il gas torna allo stato iniziale e, poiché l'entropia è una funzione di stato, la sua variazione totale è zero: nei tratti AB e BC, insieme, l'entropia del gas deve aumentare di 6,1 J/K (1 punto).

17. a) $T = 17 + 273{,}15 = 290{,}15$ K; $n = pV/(RT) = 15{,}0 \times 10^5\ \text{Pa} \times 0{,}0200\ \text{m}^3 / (8{,}31\ \text{J/(mol·K)} \times 290{,}15\ \text{K}) = 3{,}00 \times 10^4\ \text{J} / 2411\ \text{J/mol} \approx 12{,}4$ mol (2 punti); $m = nM \approx 12{,}4\ \text{mol} \times 0{,}040\ \text{kg/mol} \approx 0{,}50$ kg (1 punto). b) $\langle K \rangle = (3/2)k_BT = 1{,}5 \times 1{,}38 \times 10^{-23}\ \text{J/K} \times 290\ \text{K} \approx 6{,}0 \times 10^{-21}$ J (1 punto); $v_{\text{qm}} = \sqrt{(3RT/M)} = \sqrt{(3 \times 8{,}31 \times 290\ /\ 0{,}040)}\ \text{m/s} \approx 425$ m/s (2 punti). c) A volume costante p/T è costante: T passa da 290 K a 580 K, quasi esattamente il doppio, e $p_2 = 15{,}0\ \text{bar} \times 580\ \text{K}/290\ \text{K} \approx 30{,}0$ bar (2 punti). La pressione raddoppia; se supera quella che l'acciaio può sopportare, la bombola scoppia, per questo una valvola di sicurezza (o un disco di rottura) fa uscire il gas oltre una certa pressione (1 punto). d) È un'isocora: $W = 0$ e $Q = \Delta U = (3/2)nR\Delta T = 1{,}5 \times 12{,}44\ \text{mol} \times 8{,}31\ \text{J/(mol·K)} \times 290\ \text{K} \approx 4{,}50 \times 10^4$ J (2 punti); in modo equivalente, $\Delta U = (3/2)V\Delta p = 1{,}5 \times 0{,}0200\ \text{m}^3 \times 15{,}0 \times 10^5\ \text{Pa} = 4{,}50 \times 10^4$ J: raddoppiando T raddoppia l'energia interna (1 punto). v_{qm} è proporzionale a $\sqrt{T}$: cresce di $\sqrt{2} \approx 1{,}41$ volte, fino a circa 601 m/s (1 punto).

18. a) $\eta = W/Q_{\text{ass}} = 600\ \text{J} / 2000\ \text{J} = 0{,}30$ (1 punto); $\eta_C = 1 - 300\ \text{K}/600\ \text{K} = 0{,}50$ (1 punto). Il motore rende

meno della macchina reversibile: per il teorema di Carnot non è reversibile (1 punto). b) $|Q_{ced}| = 2000\ J - 600\ J = 1400\ J$ (1 punto). $\Delta S_{calda} = -2000\ J / 600\ K \approx -3{,}33\ J/K$; $\Delta S_{fredda} = +1400\ J / 300\ K \approx +4{,}67\ J/K$ (1 punto); $\Delta S_{universo} \approx +1{,}33\ J/K$ per ciclo, positiva come in ogni processo irreversibile (1 punto). Il fluido di lavoro, alla fine di ogni ciclo, torna allo stato iniziale: l'entropia è una funzione di stato e la sua variazione nel ciclo è zero (1 punto). c) $W_{rev} = \eta_C Q_{ass} = 0{,}50 \times 2000\ J = 1000\ J$, e cederebbe 1000 J alla sorgente fredda (2 punti). $\Delta S_{universo} = -2000\ J/600\ K + 1000\ J/300\ K = -3{,}33\ J/K + 3{,}33\ J/K = 0$ (1 punto). d) Lavoro perduto: $1000\ J - 600\ J = 400\ J$; $T_2\,\Delta S_{universo} = 300\ K \times 1{,}33\ J/K = 400\ J$: i due valori coincidono (1 punto). L'aumento dell'entropia dell'universo misura quanto il processo è irreversibile: ogni J/K prodotto corrisponde a lavoro che si sarebbe potuto ottenere e che invece finisce come calore nella sorgente fredda (1 punto).

19. Traccia di risposta. a) Prima frase: non basta avere una sorgente di calore per ottenere lavoro; serve anche un corpo più freddo a cui cedere calore. Seconda frase: dovunque due corpi hanno temperature diverse e il calore può passare dall'uno all'altro, una macchina interposta può ricavarne lavoro (2 punti). La «potenza motrice» è il lavoro che una macchina può fornire; il «calorico» è il fluido con cui la teoria del tempo identificava il calore: oggi diciamo calore, cioè energia trasferita a causa di una differenza di temperatura (1 punto). b) È l'enunciato di Kelvin–Planck: nessuna macchina che lavora in ciclo può trasformare in lavoro il calore assorbito da una sola sorgente (1 punto). In un ciclo $\Delta U = 0$ e $W = Q_{ass} - |Q_{ced}|$; per ripetere il ciclo il fluido deve tornare allo stato iniziale cedendo calore a una sorgente più fredda, e senza di essa $|Q_{ced}| = 0$ sarebbe un moto perpetuo di seconda specie (1 punto). Il motore di Stirling del laboratorio si ferma quando la differenza di temperatura fra le due piastre diventa piccola, e un motore ideale si fermerebbe a $\Delta T = 0$ (1 punto). c) Tazza e aria: $\eta_C = 1 - 293\ K/353\ K \approx 0{,}17$, circa il 17% (1 punto). Mare: $\eta_C = 1 - 278\ K/298\ K \approx 0{,}067$, meno del 7% (1 punto). Poiché $\eta_C = (T_1 - T_2)/T_1$, il rendimento massimo tende a zero con la differenza di temperatura: con 1 K di differenza a temperatura ambiente è circa lo 0,3%. Carnot ha ragione che basta una differenza qualsiasi, ma una differenza piccola dà pochissimo lavoro per ogni joule di calore (1 punto). d) Per Carnot il calorico si conservava: tutto il calore assorbito arrivava alla sorgente fredda, e il lavoro nasceva dalla sua «caduta», come nella ruota idraulica. Il primo principio ha corretto questa idea: il calore ceduto è minore di quello assorbito, e la differenza è proprio il lavoro (1 punto). È rimasto vero il nucleo dell'argomento: serve una differenza di temperatura, il rendimento massimo dipende soltanto dalle temperature delle sorgenti e non dal fluido, e nessuna macchina supera quella reversibile; Kelvin e Clausius lo hanno riformulato nel secondo principio (2 punti).