VERIFICA

Verifica di fine parte · La gravitazione

Tempo indicativo: 100 minuti · Punteggio totale: 100 punti

Fisica 4 · Parte II · La gravitazione · versione 1.0
Verifica: Verifica di fine parte · La gravitazione · pagine 153–160 del volume completo · estratto per lo studio

La verifica riguarda i capitoli 3, 4 e 5. È ammessa la calcolatrice scientifica. Scrivi sempre le formule che usi, i passaggi e le unità di misura: un risultato senza unità è incompleto. Esprimi i risultati con un numero di cifre significative coerente con i dati. Dove non è indicato diversamente usa $G = 6{,}67 \times 10^{-11}\ \text{N}\cdot\text{m}^2/\text{kg}^2$, $g = 9{,}8\ \text{m/s}^2$, $M_\text{T} = 5{,}97 \times 10^{24}\ \text{kg}$, $R_\text{T} = 6{,}37 \times 10^{6}\ \text{m}$, $1\ \text{UA} = 1{,}496 \times 10^{11}\ \text{m}$, $1\ \text{giorno} = 86\,400\ \text{s}$, $c = 3{,}00 \times 10^{8}\ \text{m/s}$. Trascura sempre la resistenza dell'aria. La domanda sulla fonte (Parte C) vale da sola 20 punti: leggi il testo con attenzione e rispondi con frasi complete.

Parte A · Domande a scelta multipla (10 domande, 2 punti ciascuna)

1. ● Nel sistema di Tolomeo l'*equante* è:
   - **A.** il centro del deferente
   - **B.** il piccolo cerchio su cui si muove il pianeta
   - **C.** il punto rispetto al quale il centro dell'epiciclo si muove con velocità angolare costante
   - **D.** il punto in cui si trova la Terra

2. ●● Nel sistema di Copernico, il moto retrogrado di Marte si spiega perché:
   - **A.** Marte inverte davvero, per qualche settimana, il verso del suo moto intorno al Sole
   - **B.** la Terra, più vicina al Sole e più veloce, raggiunge e sorpassa Marte
   - **C.** Marte percorre un epiciclo il cui centro gira intorno al Sole
   - **D.** la sfera delle stelle fisse rallenta e poi accelera

3. ●● Tycho Brahe non riuscì a misurare alcuna parallasse diurna per la stella nuova del 1572. Ne concluse che la stella:
   - **A.** era più vicina della Luna, e quindi era un fenomeno dell'atmosfera
   - **B.** girava intorno al Sole, come i pianeti
   - **C.** dimostrava che la Terra ruota su sé stessa
   - **D.** era più lontana della Luna, nel cielo che Aristotele riteneva immutabile

4. ●● La parallasse annua di Proxima Centauri è $0{,}77''$. Una stella che si trovasse a una distanza doppia avrebbe una parallasse di circa:
   - **A.** $0{,}39''$
   - **B.** $1{,}54''$
   - **C.** $0{,}19''$
   - **D.** $0{,}77''$, perché la parallasse non dipende dalla distanza

5. ● Un asteroide percorre attorno al Sole un'orbita con semiasse maggiore 4,0 UA. Il suo periodo di rivoluzione è:

   A. 4,0 anni
   B. 8,0 anni
   C. 16 anni
   D. 64 anni

6. ●● Una cometa passa a 1,0 UA dal Sole al perielio e a 9,0 UA all'afelio. La sua velocità al perielio è, rispetto a quella all'afelio:

   A. 3 volte maggiore
   B. 9 volte minore
   C. 81 volte maggiore
   D. 9 volte maggiore

7. ●● Un'ellisse ha semiasse maggiore 10 cm e semiasse minore 8,0 cm. La semidistanza focale c e l'eccentricità e valgono:

   A. c = 6,0 cm, e = 0,60
   B. c = 2,0 cm, e = 0,20
   C. c = 6,0 cm, e = 0,80
   D. c = 13 cm, e = 1,3

8. ●● Su ogni costa oceanica le alte maree sono due al giorno, e non una, perché:

   A. la Luna attira l'acqua da una parte della Terra e il Sole dalla parte opposta
   B. la rotazione della Terra spinge l'acqua verso l'esterno due volte al giorno
   C. la Luna attira l'acqua dalla sua parte più del centro della Terra, e il centro della Terra più dell'acqua dalla parte opposta
   D. la Luna compie due giri intorno alla Terra ogni giorno

9. ●● Due satelliti percorrono orbite circolari attorno alla Terra; il raggio dell'orbita di B è 4 volte quello dell'orbita di A. Rispetto ad A, il satellite B ha:

   A. velocità dimezzata e periodo 8 volte maggiore
   B. velocità 4 volte minore e periodo 4 volte maggiore
   C. velocità doppia e periodo 8 volte maggiore
   D. la stessa velocità e periodo 4 volte maggiore

10. ●● Un satellite su un'orbita circolare ha energia cinetica $3{,}0 \times 10^9$ J (zero dell'energia potenziale all'infinito). La sua energia totale è:

    A. $+3{,}0 \times 10^9$ J
    B. $-6{,}0 \times 10^9$ J
    C. zero
    D. $-3{,}0 \times 10^9$ J

Parte B · Esercizi (5 esercizi, 6 punti ciascuno)

11. ●● Fra due congiunzioni inferiori successive di Venere, cioè fra due passaggi di Venere fra la Terra e il Sole, trascorrono in media 584 giorni (periodo sinodico). a) Con la regola di Copernico per i pianeti interni calcola il periodo siderale di Venere, in giorni e in anni (3 punti). b) Con la terza legge di Keplero, con T in anni e a in UA, calcola la distanza media di Venere dal Sole (2 punti). c) Perché Venere non si vede mai alta nel cielo a mezzanotte? (1 punto)

12. ●● Il diametro di Giove è $1{,}43 \times 10^8$ m; all'opposizione Giove dista dalla Terra circa 4,2 UA. a) Calcola il suo diametro apparente in radianti e in secondi d'arco (2 punti). b) L'occhio nudo distingue a fatica dettagli di 1′–2′: come appare Giove a occhio nudo? (1 punto) c) Il cannocchiale di Galileo ingrandiva circa 20 volte: sotto quale angolo, in primi d'arco, mostrava il disco di Giove? Confrontalo con il diametro apparente della Luna, circa 31′ (2 punti). d) Quanti minuti impiega la luce di Giove ad arrivare fino a noi in quella posizione? (1 punto)

13. ●● Due satelliti di Saturno hanno queste orbite, quasi circolari: Teti, raggio $2{,}95 \times 10^8$ m e periodo 1,888 giorni; Rea, raggio $5{,}27 \times 10^8$ m e periodo 4,518 giorni. a) Calcola T^2/r^3 per i due satelliti, con T in secondi e r in metri, e di' che cosa mostra il confronto (2 punti). b) Calcola la massa di Saturno (2 punti). c) Titano, il satellite più grande, orbita a $1{,}222 \times 10^9$ m da Saturno: prevedi il suo periodo, in giorni (2 punti).

14. ●● a) A quale distanza dal centro della Terra, e a quale quota, l'intensità del campo gravitazionale terrestre è la metà di quella alla superficie? (2 punti) b) Un satellite percorre un'orbita circolare a quella distanza: calcola la sua velocità e il suo periodo, in minuti (2 punti). c) Un astronauta a bordo di quel satellite sale su una bilancia pesapersone fissata al pavimento. Che cosa segna la bilancia, e perché? (2 punti)

15. ●●● Un satellite di 2000 kg percorre un'orbita circolare a 400 km di quota. L'attrito con i resti rarefatti dell'atmosfera lo porta lentamente, girando, su un'orbita circolare a 300 km di quota. a) Calcola l'energia totale del satellite sulle due orbite (3 punti). b) Calcola la sua velocità sulle due orbite (2 punti). c) L'attrito ha fatto diminuire l'energia del satellite, eppure il satellite va più veloce: spiega come è possibile, usando le relazioni fra K, U ed E su un'orbita circolare (1 punto).

Parte C · Problemi e domanda sulla fonte (50 punti in totale)

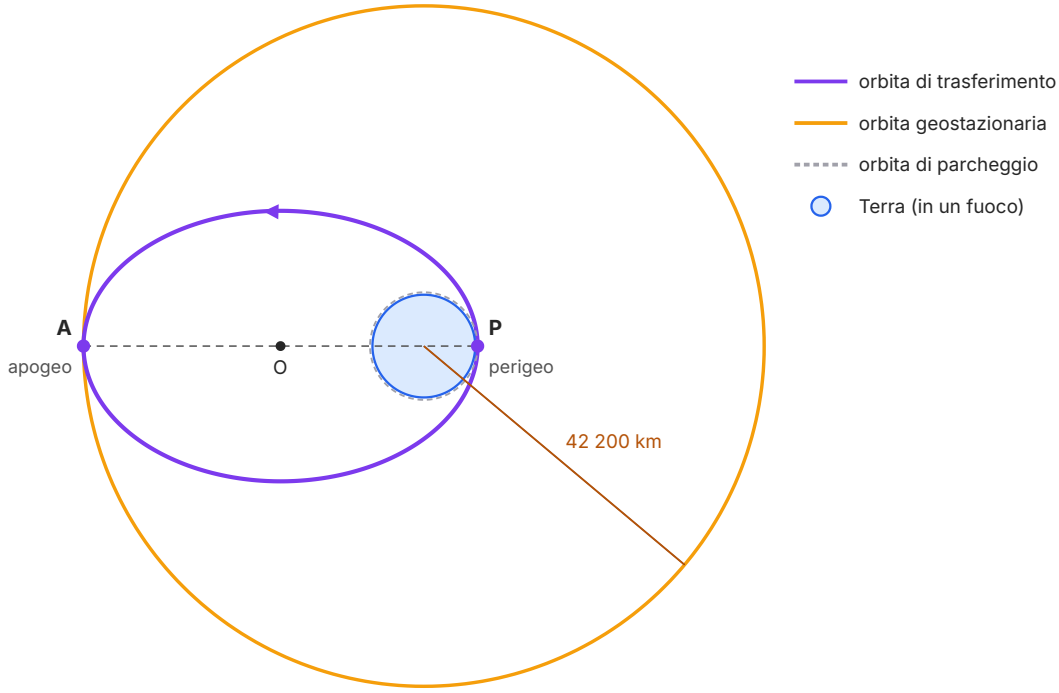


Figura V2.1 Un'orbita di trasferimento (curva calcolata, in scala): un'ellisse con il centro della Terra in un fuoco, il perigeo P sull'orbita di parcheggio a 300 km di quota e l'apogeo A sull'orbita geostazionaria. O è il centro dell'ellisse; il tratteggio è l'asse maggiore.

16. ●● **(10 punti)** Fobos, il più grande dei due satelliti di Marte, percorre un'orbita quasi circolare di raggio $9{,}38 \times 10^6$ m in 7,65 ore. Marte ha raggio $3{,}39 \times 10^6$ m. a) Calcola l'accelerazione centripeta di Fobos (3 punti). b) Calcola la massa di Marte e confrontala con il valore $6{,}42 \times 10^{23}$ kg (3 punti). c) Con questo valore della massa calcola l'intensità del campo gravitazionale sulla superficie di Marte (2 punti). d) Rifai per Marte il «test della Luna» di Newton: confronta il rapporto fra l'accelerazione di Fobos e il campo alla superficie con il quadrato del rapporto fra il raggio di Marte e il raggio dell'orbita. Che cosa conferma il confronto? (2 punti)

17. ●●● **(10 punti)** Per portare un satellite sull'orbita geostazionaria lo si lancia prima su un'orbita circolare di parcheggio a 300 km di quota; poi i motori lo immettono su un'*orbita di trasferimento* ellittica che ha il perigeo sull'orbita di parcheggio e l'apogeo sull'orbita geostazionaria, di raggio 42 200 km (Figura V2.1). Le distanze sono misurate dal centro della Terra. a) Calcola il semiasse maggiore, la semidistanza focale e l'eccentricità dell'orbita di trasferimento (3 punti). b) Il periodo dell'orbita geostazionaria è un giorno siderale, 86 164 s. Con la terza legge di Keplero calcola il periodo dell'orbita di trasferimento, in ore (3 punti). c) Quante volte la velocità al perigeo è maggiore di quella all'apogeo? (2 punti) d) Quanto tempo impiega il satellite ad andare dal perigeo all'apogeo? Giustifica la risposta con la seconda legge di Keplero (2 punti).

18. ●● **(10 punti)** Una sonda è lanciata dalla superficie della Terra con i motori che si spengono subito dopo il lancio; ignora l'atmosfera e la rotazione terrestre, e considera solo la gravità della Terra. a) Calcola la velocità di fuga dalla Terra (2 punti). b) Se la sonda parte a 12,0 km/s, con quale velocità si muove quando è ormai lontanissima dalla Terra? (3 punti) c) Se invece parte verticalmente a 10,0 km/s, a quale distanza massima dal centro della Terra arriva? Esprimila anche in raggi terrestri (3 punti). d) Le risposte b) e c) cambierebbero per una sonda di massa doppia? E la risposta b) cambierebbe se la sonda fosse lanciata in orizzontale invece che in verticale? (2 punti)

19. ●●● **(20 punti) Domanda sulla fonte.** Nel *Sidereus nuncius* (1610), dopo aver descritto le osservazioni dei quattro «astri medicei» che accompagnano Giove, Galileo scrive: «Abbiamo inoltre un argomento eccellente e splendido per togliere lo scrupolo a coloro che, accettando di buon animo nel sistema copernicano la rivoluzione dei pianeti intorno al Sole, sono tanto turbati dal moto della sola Luna intorno alla Terra, mentre entrambe compiono l'orbita annua intorno al Sole, da ritenere che questa costituzione dell'universo debba essere respinta come impossibile: ora infatti non abbiamo soltanto un pianeta che gira intorno a un altro, mentre entrambi percorrono la grande orbita intorno al Sole, ma i sensi ci mostrano quattro stelle erranti intorno a Giove, come la Luna intorno alla Terra, mentre tutte insieme con Giove percorrono in uno spazio di 12 anni la grande orbita intorno al Sole» (traduzione della redazione). a) Spiega con parole tue quale obiezione al sistema copernicano Galileo vuole togliere, e perché i satelliti di Giove servono a toglierla (4 punti). b) Il passo dimostra che la Terra gira intorno al Sole? Quale sistema del mondo è messo in difficoltà da questa osservazione, e quale invece resta compatibile con essa? Motiva (4 punti). c) Galileo attribuisce a Giove un periodo di rivoluzione di «12 anni»; il valore moderno è 11,86 anni. Calcola con la terza legge di Keplero la distanza media di Giove dal Sole, in UA, e la sua velocità media lungo l'orbita, considerata circolare (4 punti). d) Con la gravitazione di Newton si capisce perché Giove non «perde» i suoi satelliti mentre corre intorno al Sole. Calcola l'intensità del campo gravitazionale del Sole alla distanza di Giove ($M_S = 1{,}99 \times 10^{30}$ kg) e quella del campo di Giove sull'orbita di Callisto, a $1{,}88 \times 10^{9}$ m dal pianeta ($M_G = 1{,}90 \times 10^{27}$ kg); poi spiega perché il campo del Sole non separa i satelliti dal pianeta (4 punti). e) Quale osservazione, impossibile al tempo di Galileo, provò infine che la Terra percorre un'orbita intorno al Sole, e quando fu compiuta? Perché per farla occorsero più di due secoli? (4 punti)

Griglia di valutazione Punti per sezione.

Sezione	Contenuto	Punti
Parte A	domande 1–10 × 2 punti	20
Parte B	esercizi 11–15 × 6 punti	30
Parte C	problemi 16, 17 e 18 (10 punti ciascuno), domanda sulla fonte 19 (20 punti)	50
Totale		**100**

Dal punteggio al voto Corrispondenza indicativa fra punteggio e voto in decimi.

Punteggio	0–24	25–34	35–44	45–54	55–64	65–74	75–84	85–94	95–100
Voto	2	3	4	5	6	7	8	9	10

Soluzioni

1. C (2 punti). L'equante E è il punto, simmetrico della Terra rispetto al centro C del deferente, dal quale il moto del centro K dell'epiciclo appare uniforme. Il piccolo cerchio (B) è l'epiciclo; la Terra (D) è spostata rispetto a C, ma non coincide con l'equante.

2. B (2 punti). Per Copernico il moto retrogrado è un effetto di prospettiva: all'opposizione la Terra, che gira più in fretta su un'orbita interna, sorpassa Marte, che allora sembra arretrare fra le stelle lontane. Sulla sua orbita Marte non torna mai indietro (A); l'epiciclo (C) è la spiegazione di Tolomeo.

3. D (2 punti). Un oggetto vicino, come la Luna, osservato in ore diverse da una Terra in rotazione cambia posizione rispetto alle stelle; la stella nuova no, quindi era molto più lontana della Luna: un cambiamento nel mondo celeste, che per Aristotele doveva essere immutabile.

4. A (2 punti). Per angoli piccoli $p \approx (1\ \text{UA})/d$: la parallasse è inversamente proporzionale alla distanza. A distanza doppia, 0,77″/2 ≈ 0,39″.

5. B (2 punti). Con T in anni e a in UA, $T^2 = a^3 = 4{,}0^3 = 64$, quindi $T = \sqrt{64}$ anni = 8,0 anni. 64 anni (D) è T^2, non T.

6. D (2 punti). Per la seconda legge di Keplero $v_p r_p = v_a r_a$, quindi $v_p/v_a = r_a/r_p = 9{,}0\ \text{UA} / 1{,}0\ \text{UA} = 9$: al perielio la cometa è 9 volte più veloce.

7. A (2 punti). $c = \sqrt{(a^2 - b^2)} = \sqrt{(100 - 64)}$ cm = 6,0 cm; $e = c/a = 6{,}0/10 = 0{,}60$. L'eccentricità di un'ellisse è sempre minore di 1, quindi D è impossibile.

8. C (2 punti). La forza di marea è la differenza fra l'attrazione della Luna su una parte della Terra e quella sul centro: l'acqua dalla parte della Luna è tirata più del centro e si solleva; l'acqua dalla parte opposta è tirata meno, resta indietro e si solleva anch'essa. I due rigonfiamenti passano su ogni costa mentre la Terra ruota. Il Sole (A) produce rigonfiamenti suoi, circa la metà di quelli lunari, allineati con il Sole.

9. A (2 punti). $v = \sqrt{(GM_T/r)}$: con raggio quadruplo la velocità si divide per $\sqrt{4} = 2$. Per la terza legge $T^2 \propto r^3$: T cresce di $\sqrt{(4^3)} = 8$ volte (oppure: orbita 4 volte più lunga percorsa a velocità metà).

10. D (2 punti). Su un'orbita circolare $K = -U/2$, quindi $U = -2K = -6{,}0 \times 10^9$ J ed $E = K + U = -3{,}0 \times 10^9\ \text{J} = -K$: l'energia è negativa, il satellite è legato alla Terra. $-6{,}0 \times 10^9$ J (B) è l'energia potenziale.

11. a) Pianeta interno: $1/S = 1/T - 1/365{,}26$, quindi $1/T = 1/584 + 1/365{,}26 = 4{,}45 \times 10^{-3}$ giorni^{-1} (2 punti) e $T \approx 225$ giorni, cioè 225/365,26 ≈ 0,615 anni (1 punto). b) $a = \sqrt[3]{(T^2)} = \sqrt[3]{(0{,}615^2)}$ UA = 0,723 UA, il valore della tabella delle distanze del capitolo 3 (2 punti). c) L'orbita di Venere è interna a quella della Terra: dalla Terra Venere non può mai trovarsi dalla parte del cielo opposta al Sole (non va mai in opposizione) e la sua elongazione resta sotto i 47° circa; a mezzanotte, quando il Sole è sotto i nostri piedi, Venere è sotto l'orizzonte (1 punto).

12. a) $d = 4{,}2 \times 1{,}496 \times 10^{11}\ \text{m} = 6{,}28 \times 10^{11}$ m; $\alpha \approx D/d = 1{,}43 \times 10^8\ \text{m} / 6{,}28 \times 10^{11}\ \text{m} = 2{,}3 \times 10^{-4}$ rad (1 punto); in secondi d'arco $2{,}28 \times 10^{-4} \times (180/\pi) \times 3600 \approx 47''$ (1 punto). b) 47″ è meno di 1′: a occhio nudo Giove non mostra un disco, appare come un punto luminoso, simile a una stella molto brillante (1 punto). c) 20 × 47″ ≈ 940″ ≈ 16′ (1 punto): circa metà del diametro apparente della Luna a occhio nudo, abbastanza per vedere un disco, mentre le stelle restano punti (1 punto). d) $t = d/c = 6{,}28 \times 10^{11}\ \text{m} / 3{,}00 \times 10^8\ \text{m/s} \approx 2{,}1 \times 10^3\ \text{s} \approx 35$ min (1 punto).

13. a) Teti: $T = 1{,}888 \times 86\,400\ \text{s} = 1{,}631 \times 10^5$ s, $T^2/r^3 = (1{,}631 \times 10^5)^2/(2{,}95 \times 10^8)^3\ \text{s}^2/\text{m}^3 = 1{,}04 \times 10^{-15}\ \text{s}^2/\text{m}^3$; Rea: $T = 3{,}904 \times 10^5$ s, $T^2/r^3 = 1{,}04 \times 10^{-15}\ \text{s}^2/\text{m}^3$ (1 punto). I rapporti coincidono entro lo 0,5%: la terza legge di Keplero vale per i satelliti di Saturno, con una costante diversa da quella dei pianeti attorno al

Sole (1 punto). b) $M = 4\pi^2/(G \cdot T^2/r^3) = 39{,}48 / (6{,}67 \times 10^{-11} \times 1{,}04 \times 10^{-15})$ kg $\approx 5{,}7 \times 10^{26}$ kg, circa 95 volte la massa della Terra (2 punti). c) Stesso corpo centrale, stessa costante: $T_{\text{Titano}} = T_{\text{Rea}} \cdot (r_{\text{Titano}}/r_{\text{Rea}})^{3/2} = 4{,}518$ giorni $\times (1{,}222/0{,}527)^{3/2} \approx 16{,}0$ giorni (2 punti; il valore osservato è 15,9 giorni).

14. a) $g = GM_T/r^2$ si dimezza quando r^2 raddoppia: $r = \sqrt{2} \cdot R_T = 1{,}414 \times 6{,}37 \times 10^6$ m $= 9{,}01 \times 10^6$ m (1 punto), cioè a una quota $h = r - R_T = 2{,}64 \times 10^6$ m ≈ 2640 km (1 punto). b) $v = \sqrt{(GM_T/r)} = \sqrt{(3{,}98 \times 10^{14} / 9{,}01 \times 10^6)}$ m/s $\approx 6{,}65 \times 10^3$ m/s (1 punto); $T = 2\pi r/v = 2\pi \times 9{,}01 \times 10^6$ m $/ 6{,}65 \times 10^3$ m/s $\approx 8{,}51 \times 10^3$ s ≈ 142 min (1 punto). c) La bilancia segna zero (1 punto): l'astronauta, la bilancia e il satellite sono in caduta libera con la stessa accelerazione, uguale al campo (4,9 N/kg), e i piedi non premono sulla bilancia; la gravità c'è, e vale metà di quella al suolo, ma è proprio lei a tenere tutto in orbita (1 punto).

15. a) $E = -GM_T m/(2r)$, con $GM_T = 3{,}98 \times 10^{14}$ m^3/s^2 (1 punto). A 400 km, $r = 6{,}77 \times 10^6$ m: $E = -3{,}98 \times 10^{14} \times 2000 / (2 \times 6{,}77 \times 10^6)$ J $= -5{,}88 \times 10^{10}$ J (1 punto). A 300 km, $r = 6{,}67 \times 10^6$ m: $E = -5{,}97 \times 10^{10}$ J; l'energia è diminuita di circa 9×10^8 J (1 punto). b) $v = \sqrt{(GM_T/r)}$: a 400 km 7,67 km/s, a 300 km 7,73 km/s (2 punti). c) Su un'orbita circolare $K = -E$ e $U = 2E$: quando E diminuisce di 9×10^8 J, l'energia potenziale diminuisce del doppio, $1{,}8 \times 10^9$ J, e l'energia cinetica aumenta di 9×10^8 J. Metà dell'energia potenziale persa scendendo va in energia cinetica, l'altra metà è dissipata dall'attrito (1 punto).

16. a) $T = 7{,}65 \times 3600$ s $= 2{,}754 \times 10^4$ s (1 punto); $a_c = 4\pi^2 r/T^2 = 39{,}48 \times 9{,}38 \times 10^6$ m $/ (2{,}754 \times 10^4$ s$)^2 = 0{,}488$ m/s^2 (2 punti). b) $M = 4\pi^2 r^3/(GT^2) = 39{,}48 \times (9{,}38 \times 10^6)^3 / [6{,}67 \times 10^{-11} \times (2{,}754 \times 10^4)^2]$ kg $= 6{,}44 \times 10^{23}$ kg (2 punti), in accordo con $6{,}42 \times 10^{23}$ kg entro lo 0,3% (1 punto). c) $g = GM/R^2 = 6{,}67 \times 10^{-11} \times 6{,}42 \times 10^{23} / (3{,}39 \times 10^6)^2$ N/kg $= 3{,}73$ N/kg, circa il 38% di quello terrestre (2 punti). d) $a_c/g = 0{,}488/3{,}73 = 0{,}131$; $(R/r)^2 = (3{,}39/9{,}38)^2 = 0{,}131$ (1 punto). I due rapporti coincidono: il campo di Marte diminuisce come l'inverso del quadrato della distanza dal centro, e la stessa gravità che si sentirebbe al suolo trattiene Fobos in orbita, come la Luna per la Terra (1 punto).

17. a) Al perigeo e all'apogeo il satellite è sull'asse maggiore, quindi $2a = r_p + r_a$, con $r_p = 6370$ km $+ 300$ km $= 6670$ km: $a = (6670 + 42\,200)/2$ km $= 24\,435$ km $\approx 2{,}44 \times 10^4$ km (1 punto); $c = a - r_p = 17\,765$ km $\approx 1{,}78 \times 10^4$ km (1 punto); $e = c/a = 0{,}727$ (1 punto). b) I due satelliti girano attorno allo stesso corpo centrale, quindi T^2/a^3 è lo stesso; per l'orbita circolare il semiasse è il raggio (1 punto): $T = 86\,164$ s $\times (24\,435/42\,200)^{3/2} = 86\,164$ s $\times 0{,}441 = 3{,}80 \times 10^4$ s (1 punto), circa 10,5 ore (1 punto). c) Per la seconda legge $v_p/v_a = r_a/r_p = 42\,200/6670 \approx 6{,}3$ (2 punti). d) Metà periodo, circa 5,3 ore (1 punto): l'asse maggiore divide l'ellisse in due metà di area uguale, e il raggio vettore spazza aree uguali in tempi uguali, quindi ciascuna metà è percorsa in mezzo periodo; il satellite percorre la metà vicino al perigeo più in fretta, ma l'area è la stessa (1 punto).

18. a) $v_f = \sqrt{(2GM_T/R_T)} = \sqrt{(2 \times 3{,}98 \times 10^{14} / 6{,}37 \times 10^6)}$ m/s $= 1{,}12 \times 10^4$ m/s $= 11{,}2$ km/s (2 punti). b) Conservazione dell'energia fra il lancio e un punto lontanissimo, dove $U \approx 0$: $\frac{1}{2}mv_0^2 - GM_T m/R_T = \frac{1}{2}mv_\infty^2$ (1 punto), quindi $v_\infty^2 = v_0^2 - v_f^2$ (1 punto) e $v_\infty = \sqrt{(12{,}0^2 - 11{,}18^2)}$ km/s $\approx 4{,}4$ km/s (1 punto). c) Nel punto più alto $K = 0$: $\frac{1}{2}v_0^2 - GM_T/R_T = -GM_T/r$ (1 punto), da cui $1/r = 1/R_T - v_0^2/(2GM_T) = (1{,}570 - 1{,}256) \times 10^{-7}$ m$^{-1} = 3{,}14 \times 10^{-8}$ m^{-1} (1 punto) e $r \approx 3{,}2 \times 10^7$ m, circa 5,0 R_T (1 punto). Con $mg\,h$ si sarebbe trovato $h = v_0^2/(2g) \approx$ 5100 km, molto meno: la gravità, salendo, diminuisce. d) No: la massa compare in ogni termine dell'equazione dell'energia e si semplifica (1 punto). Neppure la direzione conta, per la risposta b): l'energia cinetica è uno scalare e, se la traiettoria non incontra la Terra, il bilancio energetico è lo stesso (1 punto).

19. Traccia di risposta. a) Molti accettavano che i pianeti girassero intorno al Sole, ma trovavano impossibile che la Terra, girando intorno al Sole, si portasse dietro la Luna: come può un corpo girare intorno a un altro che a sua volta si muove lungo un'orbita enorme, senza essere lasciato indietro? (2 punti) I satelliti di Giove mostrano proprio questo, e non una ma quattro volte: Giove, che anche per i geocentrici si muove lungo un'orbita, è accompagnato da quattro corpi che gli girano intorno senza perderlo. Ciò che si vede accadere per Giove non è

impossibile per la Terra (2 punti). b) No: toglie un'obiezione, ma non prova il moto della Terra (1 punto). Mette in difficoltà il sistema di Aristotele e Tolomeo, in cui tutti i moti celesti hanno per centro la Terra: qui ci sono corpi che girano intorno a un altro centro (1 punto). Resta compatibile con il sistema di Tycho, in cui la Terra è ferma e i pianeti girano intorno al Sole: anche lì Giove può avere satelliti (1 punto). Come per le fasi di Venere, l'osservazione elimina Tolomeo, non Tycho (1 punto). c) $a = \sqrt[3]{(T^2)} = \sqrt[3]{(11{,}86^2)}$ UA = 5,20 UA (2 punti); $v = 2\pi a/T = 2\pi \times 5{,}20 \times 1{,}496 \times 10^{11}$ m / (11,86 × 365,26 × 86 400 s) ≈ $1{,}31 \times 10^4$ m/s ≈ 13 km/s (2 punti). d) Campo del Sole a 5,20 UA = $7{,}78 \times 10^{11}$ m: $g_S = 6{,}67 \times 10^{-11} \times 1{,}99 \times 10^{30} / (7{,}78 \times 10^{11})^2$ N/kg ≈ $2{,}2 \times 10^{-4}$ N/kg (1 punto). Campo di Giove su Callisto: $g_G = 6{,}67 \times 10^{-11} \times 1{,}90 \times 10^{27} / (1{,}88 \times 10^9)^2$ N/kg ≈ $3{,}6 \times 10^{-2}$ N/kg, circa 160 volte maggiore (1 punto). Inoltre il campo del Sole è quasi lo stesso nel punto in cui sta Giove e in quello in cui sta il satellite, e dà a tutti i corpi la stessa accelerazione, qualunque sia la loro massa: Giove e i satelliti «cadono» insieme verso il Sole, e rispetto a Giove resta soltanto l'attrazione del pianeta, che li tiene in orbita. Lo stesso vale per la Terra e la Luna (2 punti). e) La parallasse annua delle stelle, misurata da Bessel nel 1838 per la stella 61 Cygni (2 punti). Le stelle sono così lontane che la parallasse è sempre minore di 1″, centinaia di volte meno della precisione dell'occhio nudo (1′–2′, il limite di Tycho) e molto meno di quanto potessero misurare i primi cannocchiali: servirono strumenti di grande precisione (2 punti).