CAPITOLO

15

La rifrazione e le lenti

Un bastone immerso nell'acqua non si spezza: è la luce che cambia strada, e il nostro occhio, che la crede sempre in linea retta, si lascia ingannare.

OBIETTIVI

1. Descrivere la rifrazione, usare l'indice di rifrazione $n = c/v$ e sapere che cosa cambia e che cosa no quando la luce cambia mezzo.
2. Enunciare la legge di Snell nella forma delle semicorde e con il seno, e usarla per calcolare angoli di rifrazione.
3. Calcolare l'angolo limite e spiegare la riflessione totale e le sue applicazioni, dalle fibre ottiche ai prismi.
4. Spiegare la dispersione, l'esperimento cruciale di Newton e la formazione dell'arcobaleno.
5. Costruire e calcolare le immagini date dalle lenti sottili convergenti e divergenti, con i raggi principali e con $1/p + 1/q = 1/f$.
6. Descrivere l'occhio e la correzione dei suoi difetti, la macchina fotografica, il cannocchiale e il microscopio.

INDICE DEL CAPITOLO

15.1 La rifrazione della luce 2
15.2 La legge di Snell e Cartesio 4
15.3 La riflessione totale 9
15.4 La dispersione della luce e i colori 11
15.5 Le lenti sottili 13
15.6 Gli strumenti ottici 19

Fisica 4 · Parte VI · La luce · versione 1.0
Capitolo 15: La rifrazione e le lenti · pagine 413–440 del volume completo · estratto per lo studio

Infila un cucchiaino in un bicchiere d'acqua e guardalo di lato: sembra spezzato proprio dove entra nel liquido. Metti una moneta sul fondo di una tazza vuota e arretra finché il bordo te la nasconde; se qualcuno versa piano dell'acqua nella tazza, senza spostarla, la moneta ricompare. Il cucchiaino non si è piegato e la moneta non si è sollevata: è la luce che, passando dall'acqua all'aria, ha cambiato direzione.

Il fenomeno era noto agli antichi: Seneca, nelle *Naturales quaestiones* (I, 6), osserva che le lettere viste attraverso una palla di vetro piena d'acqua appaiono più grandi e più chiare. Claudio Tolomeo, nel II secolo d.C., fece qualcosa di più: nel libro V della sua *Ottica*, giunta a noi soltanto in una traduzione latina medievale condotta su una versione araba, riportò tabelle di misure della deviazione della luce fra aria e acqua, aria e vetro, acqua e vetro. La legge che lega quei numeri arrivò quindici secoli dopo.

In questo capitolo trovi quella legge, e con essa le lenti: dagli occhiali al cannocchiale di Galileo (capitolo 3), fino all'occhio umano, anch'esso uno strumento ottico. Per gli specchi (capitolo 14) hai già tutti gli attrezzi: immagini reali e virtuali, raggi principali, equazione dei punti coniugati; qui li applicherai alla luce che attraversa i corpi trasparenti.

15.1 La rifrazione della luce

15.1.1 La luce cambia direzione al confine fra due mezzi

Quando un fascio di luce incontra la superficie di separazione fra due mezzi trasparenti, per esempio aria e acqua, una parte della luce si riflette, con le leggi del capitolo 14, e una parte entra nel secondo mezzo. Se il fascio arriva in direzione obliqua, la luce che entra prosegue in una direzione diversa da quella che aveva: è la **rifrazione**. Come per la riflessione, gli angoli si misurano dalla *normale*, la retta perpendicolare alla superficie nel punto di incidenza: θ_1 è l'*angolo di incidenza*, θ_2 l'**angolo di rifrazione**.

L'esperienza mostra tre regole qualitative. Il raggio incidente, la normale e il raggio rifratto stanno in uno stesso piano, come nella riflessione. Un raggio che arriva lungo la normale ($\theta_1 = 0°$) non viene deviato. Un raggio obliquo che passa dall'aria all'acqua o al vetro si *avvicina* alla normale; nel percorso inverso, dall'acqua all'aria, se ne *allontana*, e il cammino è lo stesso percorso al contrario: è la *reversibilità del cammino ottico*, che vale anche per gli specchi.

Il cucchiaino spezzato si spiega con l'ultima regola. La luce che parte dalla punta immersa, uscendo dall'acqua, si allontana dalla normale; l'occhio, che interpreta ogni raggio come se fosse arrivato in linea retta, la vede venire da un punto più in alto di quello vero. Per la stessa ragione il fondo di una piscina sembra più vicino di quanto sia, e un pesce si trova un po' più in basso di dove lo si vede.

15.1.2 L'indice di rifrazione

Perché la luce devia? La risposta moderna è che nella materia la luce rallenta. Nel vuoto viaggia a c = 299 792 458 m/s (capitolo 14); in un mezzo trasparente la sua velocità v è minore, e il rapporto fra le due velocità si chiama **indice di rifrazione** del mezzo:

$$n = \frac{c}{v}$$

L'indice di rifrazione è un numero puro, maggiore di 1 per ogni mezzo materiale. Per l'aria vale 1,0003, tanto vicino a 1 che quasi sempre lo si arrotonda a 1; per l'acqua 1,33, per il vetro comune circa 1,52, per il diamante 2,42 (Appendice, Tabella A.6). Nell'acqua, dunque, la luce viaggia a $v = c/n = (3{,}00 \times 10^8 \text{ m/s})/1{,}33 \approx 2{,}26 \times 10^8$ m/s, tre quarti della velocità nel vuoto. Di due mezzi, quello con l'indice maggiore si dice **otticamente più denso**, che non significa più denso in massa.

Nel capitolo 12 hai visto che quando un'onda passa da un mezzo a un altro la sua frequenza, fissata dalla sorgente, non cambia, mentre cambiano la velocità e la lunghezza d'onda, legate da $v = \lambda f$. Lo stesso vale per la luce, che come vedrai nel capitolo 16 si comporta come un'onda: la luce gialla di una lampada al sodio, che nel vuoto ha λ = 589 nm, nell'acqua ha la stessa frequenza e una lunghezza d'onda 1,33 volte più corta, circa 443 nm.

ERRORE FREQUENTE

Che cosa cambia quando la luce cambia mezzo?

«Nell'acqua la luce cambia colore, perché cambia la lunghezza d'onda.» No: il colore che percepiamo dipende dalla frequenza, e la frequenza non cambia nella rifrazione. Cambiano la velocità e la lunghezza d'onda, nello stesso rapporto $1/n$.

Un secondo errore riguarda il verso della deviazione: il raggio si avvicina alla normale quando entra nel mezzo con l'indice *maggiore*, cioè dove la luce è più lenta, non dove la luce è «spinta» di più. Se ti confondi, ricorda il caso estremo: un raggio che arriva perpendicolare non viene deviato affatto.

COLLEGAMENTI

Le parole della fisica

Rifrazione viene dal latino *refringere*, «spezzare», composto di *re-* e *frangere*, «rompere»: è proprio il bastone che sembra spezzato nell'acqua.

Lente viene dal latino *lens, lentis*, «lenticchia»: le prime lenti per occhiali, piccole e con le due facce convesse, avevano la forma del legume.

Diottria viene dal greco διόπτρα, «strumento per traguardare», cioè per guardare attraverso: la stessa parola che compare nel titolo della *Dioptrique* di Cartesio e nella *diottrica*, l'antico nome dell'ottica della rifrazione.

Prisma viene dal greco πρίσμα, «cosa segata», dal verbo πρίζω, «segare»: il solido che si ottiene tagliando una barra di sezione triangolare. In geometria è ancora il suo nome; in ottica è diventato il nome dello strumento di Newton.

15.2 La legge di Snell e Cartesio

15.2.1 Un rapporto che non cambia

Tolomeo aveva misurato, per diversi angoli di incidenza, i corrispondenti angoli di rifrazione. Per angoli piccoli i suoi numeri suggeriscono una regola semplice: l'angolo di rifrazione è una frazione fissa di quello di incidenza. Ma la regola non regge per angoli grandi, e per molti secoli nessuno trovò la relazione esatta. La trovò, nel 1621, l'olandese Willebrord Snell, che però non la pubblicò; la pubblicò per primo Cartesio nel 1637, nella *Dioptrique*, uno dei saggi che accompagnano il *Discorso sul metodo* (Filosofia 4, capitolo 5). Oggi sappiamo che il matematico persiano Ibn Sahl l'aveva già usata, in forma geometrica, alla fine del X secolo.

Il modo più semplice per enunciare la legge è quello geometrico usato da Cartesio. Si traccia una circonferenza di raggio 1 (in qualunque unità: 1 dm, o 10 quadretti di un foglio a quadretti) con il centro O nel punto di incidenza, come nella Figura 15.1. Il raggio incidente taglia la circonferenza in un punto A, il raggio rifratto in un punto B. Si misurano le distanze a e b di questi punti dalla normale: sono metà di una corda della circonferenza, e per questo si chiamano *semicorde*. La legge dice che

$$\frac{a}{b} = \frac{n_2}{n_1}$$

cioè che il rapporto delle semicorde non dipende dall'angolo di incidenza ma soltanto dai due mezzi: per l'aria e l'acqua vale sempre 1,33, che il raggio arrivi quasi radente o quasi perpendicolare. È questo il passo che a Tolomeo mancava: il rapporto costante non è fra gli angoli, ma fra le semicorde.

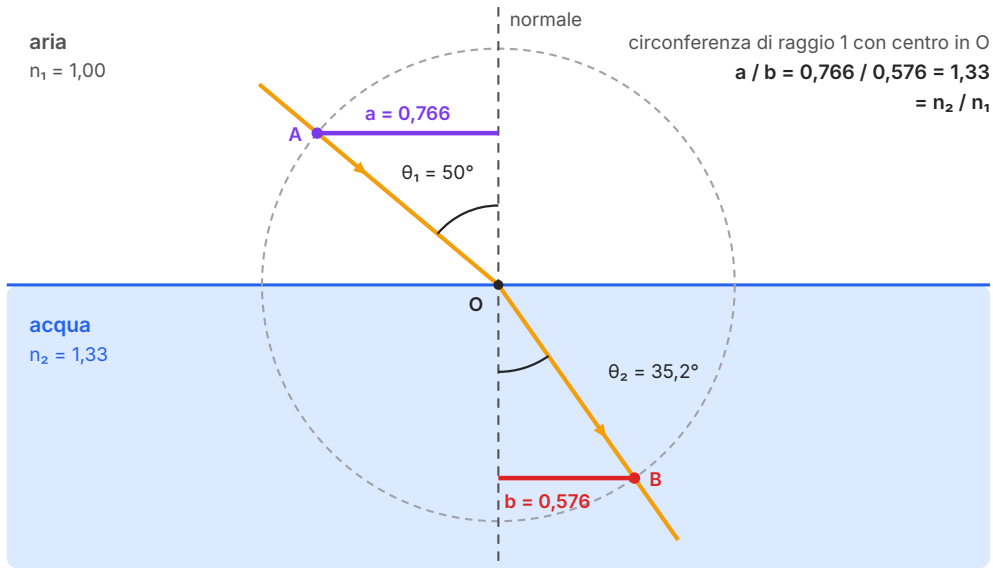


Figura 15.1 La legge della rifrazione nella forma geometrica di Cartesio, per un raggio che passa dall'aria all'acqua con $\theta_1 = 50°$. Sulla circonferenza di raggio 1 con centro nel punto di incidenza O, la semicorda del raggio incidente ($a = 0{,}766$) e quella del raggio rifratto ($b = 0{,}576$) stanno nel rapporto $1{,}33 = n_2/n_1$, per qualunque angolo di incidenza. L'angolo di rifrazione che ne risulta è 35,2°.

15.2.2 Il seno di un angolo

La semicorda di un angolo, misurata su una circonferenza di raggio 1, ha un nome: si chiama *seno* dell'angolo. Con questo nome la legge di Cartesio diventa una formula che si risolve con la calcolatrice.

DA RICORDARE

Strumenti matematici: il seno di un angolo

Disegna una circonferenza di raggio 1 e, dal centro O, due semirette che formano un angolo θ: una (qui la normale) e l'altra, che taglia la circonferenza nel punto A. La distanza di A dalla prima semiretta si chiama **seno** di θ e si scrive sen θ. Con un raggio r qualsiasi la distanza va divisa per r (triangoli simili). Equivalentemente, in un triangolo rettangolo, sen θ è il rapporto fra il cateto opposto all'angolo θ e l'ipotenusa.

Il seno è un numero puro compreso fra 0 e 1 per angoli fra 0° e 90°, e cresce con l'angolo: sen 0° = 0, sen 90° = 1. Dai triangoli notevoli (Fisica 3, Appendice, Tabella A.6): sen 30° = 1/2 = 0,500 (metà di un triangolo equilatero), sen 45° = √2/2 ≈ 0,707 (metà di un quadrato), sen 60° = √3/2 ≈ 0,866.

Per gli altri angoli si usa la calcolatrice scientifica, impostata in gradi (DEG): il tasto **sin** dà il seno di un angolo, per esempio sin 50 → 0,766. Il tasto **sin^{-1}** (spesso con SHIFT) fa il contrario: dato un seno, restituisce l'angolo, per esempio $\sin^{-1}$ 0,576 → 35,2°. Un seno maggiore di 1 non esiste: se la calcolatrice risponde «Math ERROR», il problema non ha soluzione, e in ottica vedrai che cosa significa (paragrafo sulla riflessione totale).

Scritta con i seni, la legge della rifrazione, detta **legge di Snell** (o di Snell e Cartesio), diventa

$$n_1 \operatorname{sen} \theta_1 = n_2 \operatorname{sen} \theta_2$$

dove n_1 e θ_1 si riferiscono al mezzo da cui la luce proviene, n_2 e θ_2 a quello in cui entra, e gli angoli sono misurati dalla normale. Se $n_2 > n_1$, deve essere $\operatorname{sen} \theta_2 < \operatorname{sen} \theta_1$, quindi $\theta_2 < \theta_1$: il raggio si avvicina alla normale, come dice l'esperienza. Per angoli piccoli il seno è quasi proporzionale all'angolo, ed è per questo che la regola di Tolomeo funzionava bene vicino alla normale e male lontano da essa.

ESEMPIO SVOLTO

Un raggio di luce entra nell'acqua

Problema. Un raggio di luce gialla ($\lambda = 589$ nm nel vuoto) passa dall'aria all'acqua ($n = 1{,}33$) con un angolo di incidenza di 40°. Calcola l'angolo di rifrazione, la velocità della luce nell'acqua e la lunghezza d'onda nell'acqua.

Angolo. Dalla legge di Snell, con $n_1 = 1{,}00$: $\text{sen}\,\theta_2 = n_1\,\text{sen}\,\theta_1/n_2 = 1{,}00 \cdot \text{sen}\,40°/1{,}33 = 0{,}643/1{,}33 = 0{,}483$. Con il tasto $\sin^{-1}$: $\theta_2 \approx 28{,}9°$. Il raggio si avvicina alla normale, come previsto.

Velocità. $v = c/n = (3{,}00 \times 10^8\ \text{m/s})/1{,}33 \approx 2{,}26 \times 10^8\ \text{m/s}$.

Lunghezza d'onda. La frequenza non cambia, $f = c/\lambda_0 = (3{,}00 \times 10^8\ \text{m/s})/(589 \times 10^{-9}\ \text{m}) \approx 5{,}09 \times 10^{14}$ Hz; quindi $\lambda = v/f = \lambda_0/n = 589\ \text{nm}/1{,}33 \approx 443$ nm.

Controllo. Con la costruzione delle semicorde: la semicorda del raggio incidente è 0,643, quella del rifratto 0,483, e $0{,}643/0{,}483 = 1{,}33$. L'angolo di rifrazione è minore di quello di incidenza, ma non nel rapporto 1,33: $40°/28{,}9° \approx 1{,}38$.

ESEMPIO SVOLTO

Angoli o semicorde? Leggere una tabella di misure

Problema. Un gruppo di studenti ha misurato la rifrazione di un raggio laser che entra dall'aria nella faccia piana di un blocco semicircolare di plexiglas. Su un foglio a quadretti hanno tracciato una circonferenza di raggio 10,0 cm con centro nel punto di incidenza e hanno misurato, per sei angoli di incidenza, l'angolo di rifrazione (± 0,5°) e le due semicorde (± 0,1 cm). I dati sono nella Tabella 15.1. È costante il rapporto fra gli angoli o quello fra le semicorde? Quanto vale l'indice di rifrazione del plexiglas?

Tabella 15.1 Rifrazione dall'aria al plexiglas: angoli e semicorde misurati su una circonferenza di raggio 10,0 cm (dati tipici di laboratorio). Le ultime due colonne sono calcolate.

θ_1 (°)	θ_2 (°)	a (cm)	b (cm)	θ_1/θ_2	a/b
20	13,5	3,4	2,3	1,48	1,48
30	19,5	5,0	3,4	1,54	1,47
40	25,5	6,4	4,3	1,57	1,49
50	31,0	7,7	5,1	1,61	1,51
60	35,5	8,7	5,8	1,69	1,50
70	39,0	9,4	6,3	1,79	1,49

Gli angoli. Il rapporto θ_1/θ_2 cresce in modo regolare da 1,48 a 1,79, molto più di quanto permettano le incertezze (un errore di 0,5° su 39° cambia il rapporto di poco più dell'1%): gli angoli *non* sono proporzionali. È la regola di Tolomeo, buona solo vicino alla normale.

Le semicorde. Il rapporto a/b oscilla fra 1,47 e 1,51 senza alcuna tendenza; con le incertezze di 0,1 cm su ciascuna semicorda, ogni rapporto è incerto di ± 0,04–0,10, di più per gli angoli piccoli, dove le semicorde sono corte (per la prima riga si va da 3,3/2,4 ≈ 1,38 a 3,5/2,2 ≈ 1,59). Il rapporto è costante, come dice la legge di Snell.

Risultato. La media dei sei rapporti è $n \approx 1{,}49$, con un'incertezza di qualche centesimo: è il valore tipico del plexiglas.

15.2.3 Perché proprio i seni? Il principio di Fermat

Per la riflessione Erone aveva trovato il principio del cammino più breve (capitolo 14); nella rifrazione, però, la luce non segue la linea retta. Intorno al 1660 il matematico francese Pierre de Fermat mostrò che la legge di Snell si ottiene da un principio più generale: fra tutti i percorsi possibili fra due punti, la luce segue quello che richiede il *tempo* minore. È il principio di Fermat.

Pensa a un bagnino che corre sulla sabbia molto più veloce di quanto nuoti: per raggiungere un bagnante più avanti e di lato non gli conviene la linea retta, ma un percorso che si «piega» sulla riva, più lungo sulla sabbia e più corto in acqua. La luce fa lo stesso: allunga il tratto nel mezzo in cui è più veloce e accorcia quello in cui è più lenta, e il percorso più rapido è quello in cui i seni degli angoli stanno nel rapporto delle velocità, $\text{sen}\,\theta_1/\text{sen}\,\theta_2 = v_1/v_2 = n_2/n_1$. Negli esercizi lo verificherai con i numeri.

15.3 La riflessione totale

15.3.1 L'angolo limite

Segui ora la luce nel verso opposto, dall'acqua all'aria, come quella di una lampada sul fondo di una piscina (Figura 15.2a). Poiché l'aria ha l'indice minore, il raggio rifratto si allontana dalla normale: θ_2 è maggiore di θ_1. Se l'angolo di incidenza aumenta, il raggio rifratto si avvicina sempre più alla superficie, finché, per un certo angolo, esce radente, con $\theta_2 = 90°$. Questo angolo di incidenza si chiama **angolo limite** θ_L. Dalla legge di Snell, con $\text{sen}\,90° = 1$:

$$\text{sen}\,\theta_L = \frac{n_2}{n_1} \quad (n_1 > n_2)$$

Per l'acqua verso l'aria, $\text{sen}\,\theta_L = 1/1{,}33 = 0{,}752$ e $\theta_L \approx 48{,}8°$; per il vetro comune ($n_1 = 1{,}52$) $\theta_L \approx 41{,}1°$; per il diamante soltanto 24,4°. Oltre l'angolo limite la legge di Snell chiederebbe un seno maggiore di 1, che non esiste: la luce non può uscire, e viene riflessa tutta all'interno del primo mezzo. È la **riflessione totale**.

A ogni incidenza, una parte della luce si riflette sulla superficie: è il debole riflesso che vedi su un vetro o sull'acqua (le linee tratteggiate nella figura). Nella riflessione totale, invece, il riflesso prende *tutta* la luce: nessuno specchio metallico, che assorbe sempre una parte della luce, riflette così bene. Due condizioni sono necessarie, e vanno ricordate insieme: la luce deve andare dal mezzo con l'indice maggiore a quello con l'indice minore, e l'angolo di incidenza deve superare l'angolo limite. Dall'aria verso l'acqua la riflessione totale non avviene mai.

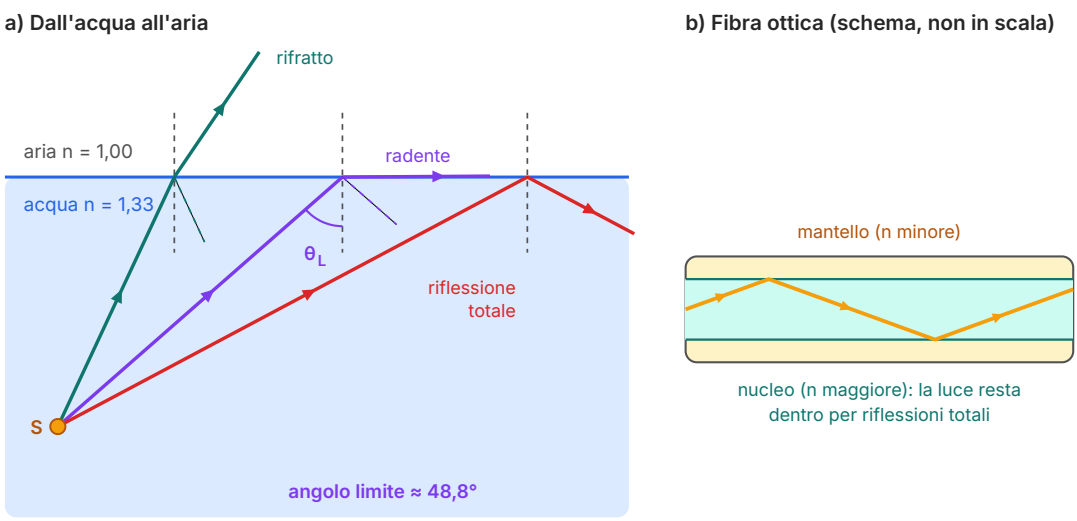


Figura 15.2 a) Tre raggi partono da una sorgente S sott'acqua. Il raggio verde, a 25° dalla normale, esce rifratto allontanandosi dalla normale (a 34° circa); il raggio viola, che incide con l'angolo limite $\theta_L \approx 48{,}8°$, esce radente alla superficie; il raggio rosso, a 62°, non esce più ed è riflesso totalmente. Le linee tratteggiate sottili indicano la parte di luce riflessa in ogni caso. b) In una fibra ottica la luce resta nel nucleo, di indice maggiore del mantello che lo circonda, perché incide sempre sulla parete con un angolo maggiore dell'angolo limite.

15.3.2 Fibre, prismi e diamanti

Una **fibra ottica** è un filo di vetro purissimo, sottile come un capello, formato da un *nucleo* centrale avvolto da un *mantello* di vetro con un indice di rifrazione appena minore (Figura 15.2b). La luce che entra a un'estremità quasi parallela all'asse colpisce la parete con angoli molto grandi, oltre l'angolo limite, e rimbalza da una parete all'altra senza uscire, anche se la fibra è curva. Fasci di fibre portano la luce e le immagini dentro il corpo umano negli *endoscopi*; quelle delle reti di telecomunicazione portano impulsi di luce per decine di kilometri.

Nei binocoli la luce è deviata da prismi di vetro con angoli di 45°. Un raggio che entra perpendicolare a una faccia incide sulla faccia obliqua a 45°, più dell'angolo limite del vetro (41,1°): viene riflesso totalmente, e il prisma funziona come uno specchio perfetto che non si ossida e non si appanna. Il diamante brilla perché il suo angolo limite è molto piccolo: la luce entrata dalla faccia superiore di una pietra ben tagliata subisce più riflessioni totali sulle faccette inferiori e torna indietro verso l'osservatore, invece di uscire dal fondo.

Anche il **miraggio** è un effetto della rifrazione. In una giornata calda l'aria vicino all'asfalto è molto più calda, e quindi meno densa, di quella sovrastante, e il suo indice di rifrazione è un poco minore. La luce del cielo che scende radente verso la strada si piega a poco a poco verso l'alto e risale verso l'occhio: sulla strada lontana si vede un'immagine capovolta del cielo, che interpretiamo come una pozza d'acqua.

15.4 La dispersione della luce e i colori

15.4.1 Il prisma di Newton

L'indice di rifrazione di un materiale non è esattamente lo stesso per tutti i colori: nel vetro e nell'acqua è un poco maggiore per la luce violetta che per quella rossa. Per il vetro comune, per esempio, si passa da circa 1,51 per il rosso a circa 1,53 per il violetto. La differenza è piccola, ma basta a separare i colori. Il fenomeno si chiama **dispersione**: il violetto, che ha l'indice maggiore, viene deviato più del rosso (Figura 15.3).

Che un prisma di vetro colpito dal Sole producesse colori era noto da secoli; si pensava però che i colori fossero creati dal vetro, che «modificava» la luce bianca, considerata pura e semplice. Isaac Newton, a partire dal 1666, fece una serie di esperimenti con i prismi e nel 1672 ne espose i risultati in una lettera alla Royal Society di Londra, pubblicata lo stesso anno nelle *Philosophical Transactions*. Facendo entrare un raggio di Sole da un foro della finestra in una stanza buia, osservò che il prisma lo allargava in una striscia colorata, dal rosso al violetto, molto più lunga che larga: lo **spettro** della luce solare. Se la luce bianca fosse stata semplice, il prisma avrebbe dovuto deviarla tutta allo stesso modo, e l'immagine del foro sarebbe rimasta rotonda.

L'esperimento decisivo, che Newton chiamò **esperimento cruciale** (*experimentum crucis*), fu questo: con uno schermo forato lasciò passare un solo colore dello spettro, e lo mandò su un secondo prisma. Il secondo prisma deviava quel colore, ma non lo cambiava né lo allargava. Ne concluse che la luce bianca è una *mescolanza* di luci di colori diversi, ciascuna con una sua «rifrangibilità», e che il prisma non crea i colori, ma separa quelli che già ci sono.

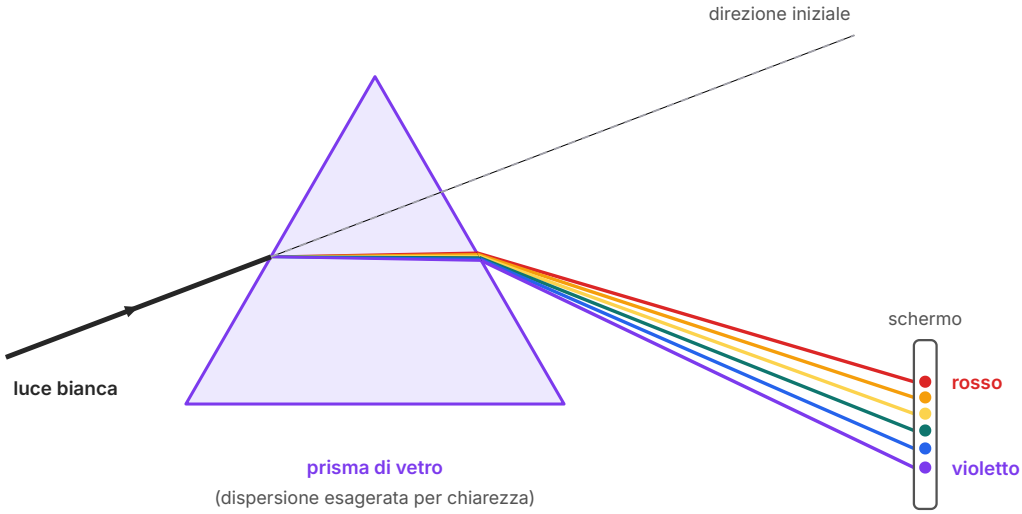


Figura 15.3 La dispersione della luce in un prisma di vetro. La luce bianca si rifrange due volte, entrando e uscendo; poiché l'indice di rifrazione del vetro è maggiore per il violetto che per il rosso, il violetto è deviato più del rosso e i colori si separano sullo schermo. Gli indici usati nel disegno vanno da 1,50 a 1,60 per rendere visibile l'effetto: in un vetro reale la differenza è circa cinque volte minore.

15.4.2 L'arcobaleno

L'arcobaleno è un effetto di rifrazione, riflessione e dispersione nelle gocce di pioggia. Lo spiegò Cartesio nelle *Météores* (1637), un altro dei saggi del *Discorso sul metodo*: studiò il cammino della luce in un grande globo di vetro pieno d'acqua, modello di una goccia, e calcolò con la legge di Snell la direzione di uscita di moltissimi raggi. La luce del Sole entra nella goccia rifrangendosi, si riflette sulla parete posteriore ed esce rifrangendosi di nuovo (Figura 15.4). Cartesio trovò che i raggi usciti dopo una riflessione si addensano in una direzione particolare, che forma con la direzione della luce solare un angolo di circa 42°: in quella direzione la goccia appare molto luminosa.

Per la dispersione, l'angolo è un po' diverso per ogni colore: circa 42° per il rosso, circa 40° per il violetto. Chi guarda con il Sole alle spalle vede quindi brillare di rosso le gocce che si trovano a 42° dalla direzione opposta al Sole, e di violetto quelle a 40°: le gocce che soddisfano questa condizione stanno su un arco di cerchio, rosso all'esterno e violetto all'interno. Per questo l'arcobaleno si vede solo con il Sole alle spalle, e ognuno vede il proprio. Le gocce in cui la luce si riflette due volte producono un secondo arco, più debole e più esterno (circa 51°), con l'ordine dei colori invertito.

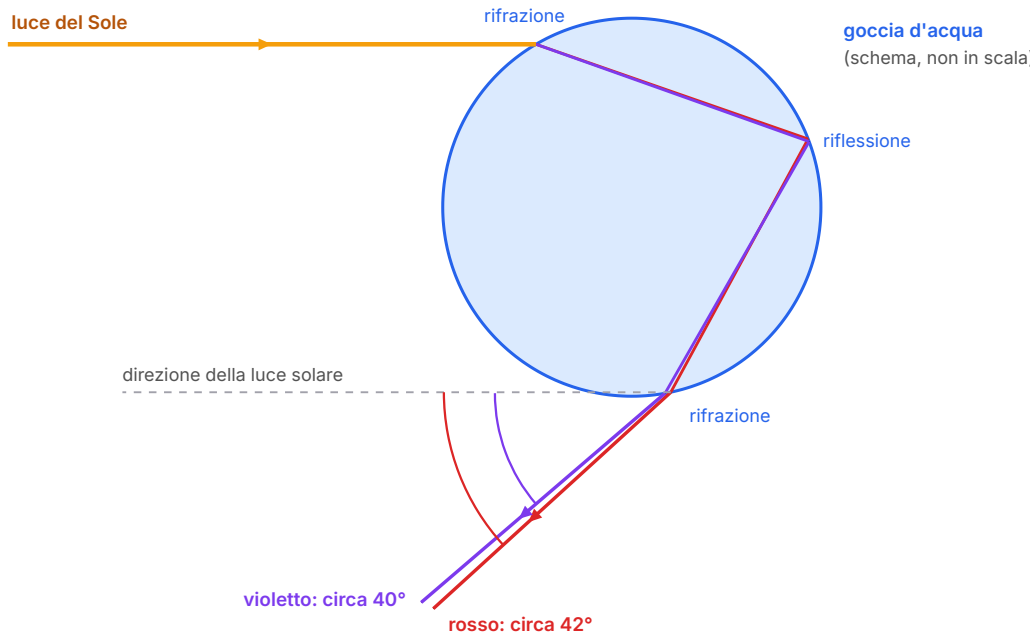


Figura 15.4 Il cammino della luce del Sole in una goccia di pioggia che produce l'arcobaleno principale: rifrazione all'ingresso, riflessione sulla parete posteriore, rifrazione all'uscita. I raggi rosso e violetto, calcolati con la legge di Snell (n = 1,331 per il rosso, 1,343 per il violetto), escono formando con la direzione della luce solare angoli di circa 42° e circa 40°. Per chiarezza il disegno mostra un solo raggio d'ingresso; la goccia è enormemente ingrandita.

15.5 Le lenti sottili

15.5.1 Lenti convergenti e divergenti

Una **lente** è un corpo trasparente, di solito di vetro o di plastica, limitato da due superfici curve (o da una curva e una piana). Ogni raggio che la attraversa si rifrange due volte, entrando e uscendo, e la forma delle superfici fa sì che raggi diversi siano deviati in modo diverso. In questo capitolo consideriamo soltanto **lenti sottili**, il cui spessore è piccolo rispetto alle distanze che interessano: per disegnare i raggi le si può rappresentare come un segmento, sul quale avviene tutta la deviazione.

Una lente più spessa al centro che ai bordi è una **lente convergente**: i raggi paralleli al suo asse, la retta perpendicolare alla lente che passa per il centro, dopo la lente convergono in un punto, il fuoco F′. Una lente più sottile al centro che ai bordi è una **lente divergente**: i raggi pa-

ralleli all'asse, dopo la lente, si allargano come se provenissero da un punto F che sta dalla parte da cui arriva la luce. Ogni lente ha due fuochi, uno per parte, alla stessa distanza dal centro: la distanza focale f. Il punto centrale della lente si chiama **centro ottico**.

Più le superfici sono curve, più la lente devia la luce e più è corta la sua distanza focale. Per questo l'«efficacia» di una lente si misura con il reciproco della distanza focale, il **potere diottrico**

$$P = \frac{1}{f}$$

che si misura in **diottrie** (simbolo D): 1 D = 1 m^{-1}. Una lente con f = 50 cm = 0,50 m ha un potere di 2,0 D; una lente con f = 10 cm ha 10 D. Per convenzione la distanza focale e il potere diottrico sono positivi per le lenti convergenti e negativi per quelle divergenti: la prescrizione «−2,5 diottrie» del tuo ottico indica una lente divergente con f = −0,40 m.

15.5.2 I raggi principali

Come per gli specchi sferici (capitolo 14), l'immagine di un punto si trova tracciando due dei tre raggi che hanno un comportamento facile da prevedere, i raggi principali.

DA RICORDARE

I tre raggi principali di una lente sottile

1. Il raggio che arriva parallelo all'asse, dopo la lente, passa per il fuoco F′ dall'altra parte (lente convergente), oppure si allontana dall'asse come se venisse dal fuoco F dalla parte della luce (lente divergente).

2. Il raggio che passa per il centro ottico prosegue senza essere deviato: al centro le due facce della lente sono quasi parallele, come una lastra sottile.

3. Il raggio che passa per il fuoco F (lente convergente), oppure che è diretto verso il fuoco F′ dall'altra parte (lente divergente), dopo la lente prosegue parallelo all'asse. È il raggio 1 percorso al contrario.

Dove i raggi uscenti si incontrano si forma un'immagine *reale*, che si può raccogliere su uno schermo; se invece divergono, i loro prolungamenti all'indietro (tratteggiati) si incontrano in un'immagine *virtuale*, che si vede guardando attraverso la lente ma non si può proiettare.

Nella Figura 15.5a un oggetto alto 4 cm si trova a 25 cm da una lente convergente con f = 10 cm, oltre il doppio della distanza focale. I raggi si incontrano dall'altra parte della lente, a circa 16,7 cm: l'immagine è *reale*, *capovolta* e *rimpicciolita*. È il caso della macchina fotografica e dell'occhio. Se l'oggetto si avvicina, l'immagine si allontana e cresce: con l'oggetto a $2f$ è grande quanto l'oggetto, fra $2f$ e f è ingrandita (come nel proiettore); con l'oggetto nel fuoco i raggi escono paralleli.

Se l'oggetto è più vicino alla lente del fuoco (Figura 15.5b), i raggi uscenti divergono: nessuna immagine reale, ma i loro prolungamenti si incontrano dalla stessa parte dell'oggetto, più lontano dalla lente. L'occhio che guarda attraverso la lente vede un'immagine *virtuale*, *dritta* e *ingrandita*. È la **lente d'ingrandimento**, che Seneca aveva visto all'opera nella sua palla di vetro piena d'acqua.

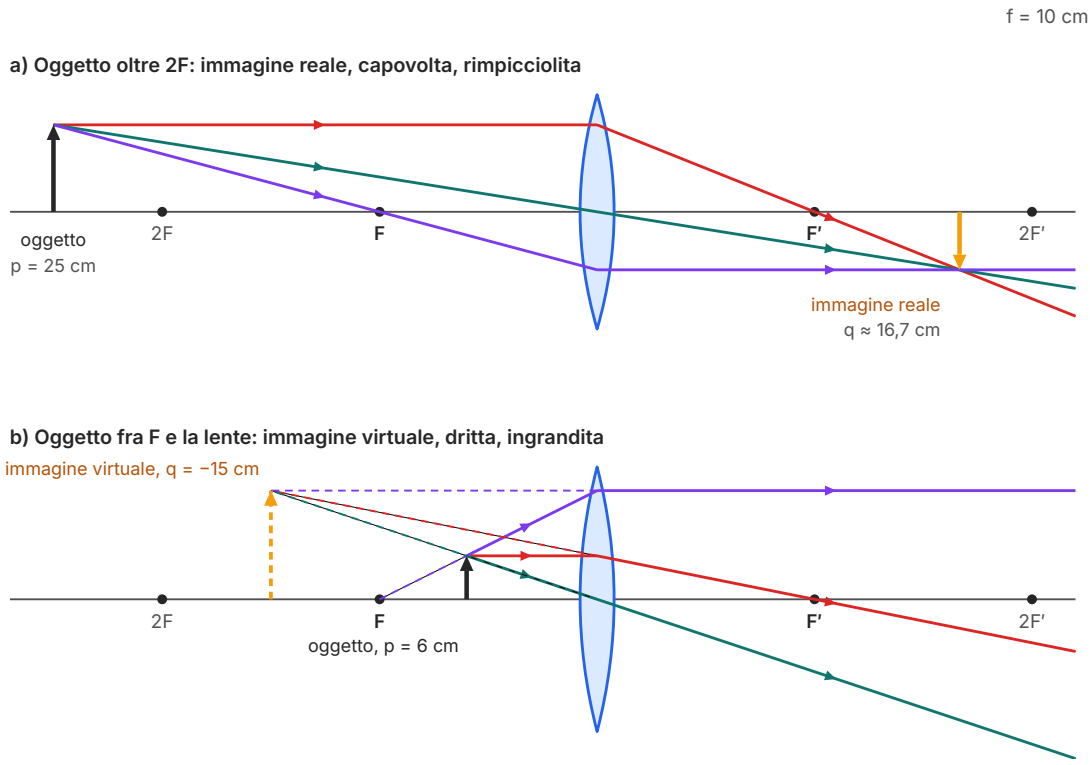


Figura 15.5 Costruzione dell'immagine con i raggi principali in una lente convergente sottile (f = 10 cm, disegno in scala). In rosso il raggio parallelo all'asse, in verde quello per il centro ottico, in viola quello per il fuoco F. a) Oggetto alto 4 cm a p = 25 cm: l'immagine è reale, capovolta, a $q \approx 16{,}7$ cm, alta circa 2,7 cm ($G \approx -0{,}67$). b) Oggetto alto 2 cm a p = 6 cm: i raggi uscenti divergono, e i loro prolungamenti (tratteggiati) individuano un'immagine virtuale e dritta a 15 cm dalla lente, dalla parte dell'oggetto, alta 5 cm (G = +2,5).

Una lente divergente, invece, con un oggetto reale dà sempre la stessa specie di immagine, ovunque si trovi l'oggetto: *virtuale*, *dritta* e *rimpicciolita*, fra la lente e il fuoco F (Figura 15.6). Guardando attraverso un paio di occhiali per miopi, gli oggetti appaiono più piccoli e più lontani.

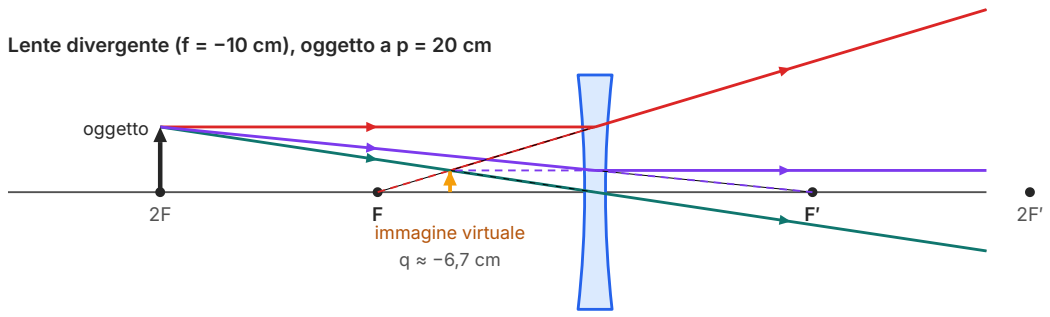


Figura 15.6 Una lente divergente ($f = -10$ cm) e un oggetto alto 3 cm a $p = 20$ cm (disegno in scala). Il raggio parallelo all'asse (rosso) esce come se venisse dal fuoco F; quello diretto verso F′ (viola) esce parallelo; quello per il centro (verde) non è deviato. I prolungamenti dei raggi uscenti si incontrano in un'immagine virtuale e dritta a $q \approx -6{,}7$ cm, alta 1 cm ($G \approx +0{,}33$).

15.5.3 L'equazione delle lenti sottili

Le posizioni trovate con i raggi principali si possono calcolare. Chiamiamo p la distanza dell'oggetto dalla lente e q quella dell'immagine. Per una lente sottile vale la stessa relazione che hai usato per gli specchi sferici, l'**equazione delle lenti sottili**:

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f}$$

con l'ingrandimento, rapporto fra l'altezza h' dell'immagine e l'altezza h dell'oggetto,

$$G = \frac{h'}{h} = -\frac{q}{p}$$

Le convenzioni sui segni sono quelle del capitolo 14: le distanze reali sono positive, quelle virtuali negative. Per una lente, l'immagine è reale ($q > 0$) quando si forma dalla parte opposta all'oggetto, virtuale ($q < 0$) quando si forma dalla stessa parte; $f > 0$ per una lente convergente, $f < 0$ per una divergente. Un ingrandimento negativo indica un'immagine capovolta, uno positivo un'immagine dritta; $|G| > 1$ un'immagine ingrandita, $|G| < 1$ una rimpicciolita.

ESEMPIO SVOLTO

Due posizioni dell'oggetto davanti alla stessa lente

Problema. Un oggetto alto 3,0 cm è davanti a una lente convergente con $f = 10$ cm. Trova posizione, altezza e caratteristiche dell'immagine se l'oggetto è a) a 30 cm; b) a 6,0 cm dalla lente.

a) $1/q = 1/f - 1/p = 1/(10\text{ cm}) - 1/(30\text{ cm}) = (3-1)/(30\text{ cm}) = 1/(15\text{ cm})$, quindi $q = 15$ cm. L'ingrandimento è $G = -q/p = -15/30 = -0{,}50$ e $h' = G\,h = -1{,}5$ cm. Immagine reale ($q > 0$, dall'altra parte della lente), capovolta ($G < 0$), alta la metà dell'oggetto: la si può raccogliere su uno schermo posto a 15 cm dalla lente.

b) $1/q = 1/(10\text{ cm}) - 1/(6{,}0\text{ cm}) = (3-5)/(30\text{ cm}) = -1/(15\text{ cm})$, quindi $q = -15$ cm. $G = -(-15)/6{,}0 = +2{,}5$ e $h' = +7{,}5$ cm. Immagine virtuale ($q < 0$, dalla stessa parte dell'oggetto), dritta e due volte e mezzo più grande: la lente lavora come lente d'ingrandimento.

Controllo. Nel caso b) l'oggetto è dentro la distanza focale, e la costruzione grafica della Figura 15.5b dà lo stesso risultato. Un errore di segno si scopre subito confrontando con il disegno.

ERRORE FREQUENTE

Mezza lente, mezza immagine?

«Se copro con un cartoncino la metà superiore di una lente, sullo schermo scompare metà dell'immagine.» No: ogni punto della lente riceve luce da *tutti* i punti dell'oggetto, e la manda nei punti corrispondenti dell'immagine. I tre raggi principali sono soltanto i più comodi da disegnare; i raggi che passano per la metà scoperta bastano a formare l'immagine intera, che risulta soltanto meno luminosa. Per la stessa ragione un granello di polvere sull'obiettivo non si vede nella fotografia.

COLLEGAMENTI

In laboratorio: la distanza focale di una lente convergente

Materiali. Una lente convergente (per esempio una lente d'ingrandimento) con il suo supporto; una sorgente luminosa con una figura netta, come una candela a LED o una torcia coperta da un cartoncino in cui è ritagliata una freccia; uno schermo bianco di cartoncino; un metro a nastro o una riga da 1 m; una stanza in penombra.

Procedimento. Allinea sorgente, lente e schermo su un tavolo, con i centri alla stessa altezza. Metti la sorgente a una distanza p dalla lente e sposta lo schermo finché l'immagine della freccia è nitida; misura la distanza q fra lente e schermo. Ripeti per cinque valori di p. L'immagine resta nitida per una piccola corsa dello schermo: l'incertezza su q (qui ± 0,5 cm) è metà di quella corsa, ed è più grande dell'incertezza su p (± 0,2 cm). Per ogni coppia calcola $f = p\,q/(p + q)$, che è l'equazione delle lenti risolta rispetto a f.

Tabella 15.2 Distanze dell'oggetto e dell'immagine per una lente convergente e distanza focale calcolata (dati tipici). L'incertezza di f è stimata calcolandolo con i valori estremi di p (± 0,2 cm) e q (± 0,5 cm).

p (cm)	q (cm)	f (cm)
15,0	29,6	10,0 ± 0,1
20,0	20,3	10,1 ± 0,2
25,0	16,5	9,9 ± 0,2
30,0	15,2	10,1 ± 0,2
40,0	13,4	10,0 ± 0,3

Che cosa concludere. I cinque valori di f sono compatibili fra loro e danno una distanza focale media di 10,0 cm, con un'incertezza di circa 0,2 cm: la lente ha un potere di circa 10 D. Se la sorgente si porta a meno di 10 cm dalla lente, nessuna posizione dello schermo dà un'immagine: l'immagine è virtuale, e la si vede solo guardando attraverso la lente.

Sicurezza. Non guardare mai il Sole attraverso una lente, e non lasciare una lente al Sole vicino a carta o tessuti: concentra la luce nel fuoco e può bruciare.

Per la relazione. Segui lo schema di «Fisica 3, capitolo 4». Oltre alla tabella, costruisci il grafico di $1/q$ in funzione di $1/p$: per l'equazione delle lenti i punti devono stare su una retta di pendenza -1, che taglia l'asse verticale in $1/f$. Leggi l'intercetta e confronta il valore di f che ne ricavi con la media della tabella.

15.6 Gli strumenti ottici

15.6.1 L'occhio

L'occhio umano è un sistema di lenti convergenti che forma, sulla retina, un'immagine reale e capovolta del mondo (Figura 15.7a). La deviazione maggiore, circa due terzi del totale, avviene alla *cornea*, la superficie curva e trasparente all'ingresso dell'occhio, dove la luce passa dall'aria a un tessuto con indice simile a quello dell'acqua; il resto lo fa il *cristallino*, una lente elastica sostenuta da piccoli muscoli. Che l'immagine sulla retina sia capovolta lo spiegò per primo Keplero, nel 1604, nell'opera *Ad Vitellionem paralipomena*; è il cervello che la interpreta come dritta. (Collegamenti con Scienze.)

La distanza fra cristallino e retina è fissa. Per mettere a fuoco oggetti a distanze diverse, l'occhio cambia allora la distanza focale: i muscoli rendono il cristallino più curvo per guardare da vicino, e lo lasciano più piatto per guardare lontano. È l'**accomodamento**. Ha un limite: un occhio normale, giovane, vede nitidi gli oggetti da distanza infinita fino a circa 25 cm, il **punto prossimo**; più vicino, il cristallino non riesce a curvarsi abbastanza. Con l'età il cristallino diventa meno elastico e il punto prossimo si allontana: è la **presbiopia**, per cui dopo i quarant'anni molti tengono il giornale a distanza di braccio.

Nell'occhio **miope**, troppo lungo o troppo convergente, le immagini degli oggetti lontani si formano davanti alla retina (Figura 15.7b): il miope vede bene da vicino, ma oltre un certo *punto remoto* vede sfocato. Si corregge con una lente *divergente* che, prima dell'occhio, allarga un po' i raggi (Figura 15.7c): per un oggetto lontano la lente deve formare un'immagine virtuale proprio nel punto remoto, che l'occhio vede nitido. Se il punto remoto è a 50 cm, serve una lente con $f = -50$ cm, cioè $-2{,}0$ D (trascurando la piccola distanza fra lente e occhio). Nell'occhio **ipermetrope**, troppo corto, le immagini si formerebbero dietro la retina: l'accomodamento compensa per gli oggetti lontani, ma il punto prossimo è lontano. Si corregge con una lente *convergente*.

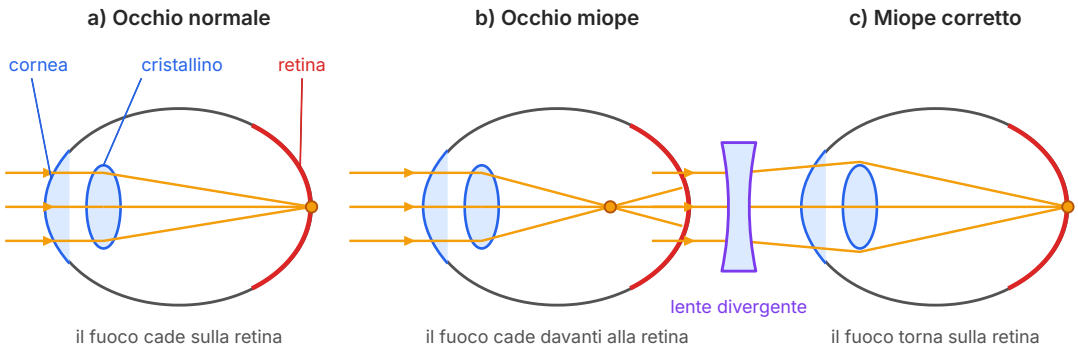


Figura 15.7 La messa a fuoco nell'occhio (schema, non in scala). a) Nell'occhio normale, rilassato, i raggi paralleli provenienti da un oggetto lontano convergono sulla retina. b) Nell'occhio miope convergono davanti alla retina, e sulla retina arriva una macchia sfocata. c) Una lente divergente davanti all'occhio allarga i raggi quanto basta perché il fuoco torni sulla retina.

15.6.2 La macchina fotografica

Una macchina fotografica, nello schema più semplice, è una camera oscura (capitolo 14) in cui al posto del foro c'è una lente convergente, l'**obiettivo**. La lente raccoglie molta più luce di un foro, e forma sul sensore un'immagine reale, capovolta e rimpicciolita, come nella Figura 15.5a. Poiché la distanza dell'immagine dipende da quella dell'oggetto, per mettere a fuoco l'obiettivo si sposta, avvicinandosi o allontanandosi dal sensore: con un obiettivo di $f = 50$ mm, un soggetto a 2,0 m dà un'immagine a $q = 1/(1/50 - 1/2000)$ mm $\approx 51{,}3$ mm, appena oltre il fuoco. Per oggetti molto lontani $q = f$.

15.6.3 Il cannocchiale e il microscopio

Il cannocchiale di Galileo (capitolo 3) usava due lenti: un obiettivo convergente di grande distanza focale, che forma un'immagine dell'oggetto lontano, e un **oculare** divergente di piccola distanza focale, attraverso cui l'occhio la osserva. Keplero, nella *Dioptrice* del 1611, propose un oculare convergente: il cannocchiale kepleriano, o astronomico. In esso l'obiettivo forma nel proprio fuoco un'immagine reale e capovolta dell'oggetto lontano, e l'oculare, che ha il fuoco nello stesso punto, la fa vedere sotto un angolo molto più grande, come una lente d'ingrandimento. Le due lenti distano quindi $f_{ob} + f_{oc}$, e l'immagine finale è capovolta. Nel cannocchiale galileiano, con l'oculare divergente, l'immagine è dritta e lo strumento è più corto (le lenti distano $f_{ob} - |f_{oc}|$).

Che cosa ingrandisce un cannocchiale? Non la dimensione degli oggetti, che sono lontanissimi, ma l'*angolo* sotto cui li vediamo. L'**ingrandimento angolare**, il rapporto fra l'angolo sotto cui

si vede l'oggetto nello strumento e quello a occhio nudo, vale per entrambi i tipi

$$G \approx \frac{f_{ob}}{|f_{oc}|}$$

Un obiettivo con f = 100 cm e un oculare con f = 5,0 cm danno un ingrandimento di circa 20, dello stesso ordine degli strumenti con cui Galileo osservò il cielo: la Luna, che a occhio nudo appare larga mezzo grado, nello strumento ne occupa circa 10.

Il **microscopio** serve invece a osservare oggetti piccoli e vicini. Anch'esso ha due lenti convergenti, entrambe di piccola distanza focale. L'obiettivo, con l'oggetto posto poco oltre il suo fuoco, ne forma un'immagine reale, capovolta e molto ingrandita; l'oculare, come una lente d'ingrandimento, ingrandisce ancora questa immagine. L'ingrandimento totale è il prodotto dei due: un obiettivo che ingrandisce 40 volte e un oculare che ingrandisce 10 volte danno un ingrandimento di 400.

IN SINTESI

Le formule del capitolo e il loro significato

Indice di rifrazione: $n = c/v$, numero puro maggiore di 1: quante volte la luce è più lenta nel mezzo che nel vuoto. Nella rifrazione la frequenza non cambia; la lunghezza d'onda diventa λ_0/n.

Legge di Snell: $n_1 \operatorname{sen} \theta_1 = n_2 \operatorname{sen} \theta_2$, con gli angoli misurati dalla normale; il raggio si avvicina alla normale entrando nel mezzo con l'indice maggiore. Nella forma di Cartesio: il rapporto delle semicorde su una circonferenza di raggio 1 è costante e vale n_2/n_1.

Angolo limite: $\operatorname{sen} \theta_L = n_2/n_1$, solo se $n_1 > n_2$; per angoli di incidenza maggiori la luce è riflessa totalmente.

Potere diottrico: $P = 1/f$, in diottrie (1 D = 1 m^{-1}); positivo per le lenti convergenti, negativo per le divergenti.

Lenti sottili: $1/p + 1/q = 1/f$ e $G = h'/h = -q/p$; distanze reali positive, virtuali negative; $G < 0$ immagine capovolta, $G > 0$ dritta.

Strumenti: cannocchiale, ingrandimento angolare $G \approx f_{ob}/|f_{oc}|$; microscopio, ingrandimento totale uguale al prodotto degli ingrandimenti di obiettivo e oculare.

APPROFONDIMENTO

L'invenzione degli occhiali

Che una sfera di vetro o un cristallo levigato ingrandissero le lettere era noto da molto tempo, come mostra il passo di Seneca. Ma gli occhiali, due lenti tenute davanti agli occhi da una montatura, sono un'invenzione italiana della fine del Duecento, di cui non conosciamo l'autore. La testimonianza più nota è di un predicatore domenicano, frate Giordano da Pisa, che in una predica tenuta a Firenze, nella chiesa di Santa Maria Novella, il 23 febbraio 1306, ricordava che non erano ancora passati vent'anni da quando era stata trovata l'arte di fare gli occhiali, che fanno vedere bene, e la diceva una delle arti più utili che il mondo avesse. Gli occhiali nascono dunque negli anni intorno al 1285.

Le prime lenti erano convergenti, per i presbiti: servivano a chi, con l'età, non riusciva più a leggere, ed erano preziose per monaci, notai e mercanti, che vivevano sui libri e sui registri. Le lenti divergenti per i miopi si diffusero più tardi, nel Quattrocento. Il più antico ritratto di una persona con gli occhiali è un affresco di Tommaso da Modena del 1352, nella sala capitolare del convento di San Nicolò a Treviso, che raffigura un cardinale domenicano, Ugo di Provenza, intento a scrivere (Collegamenti con Storia dell'arte).

Per tre secoli gli occhiali furono un prodotto artigiano, costruito per tentativi: la spiegazione arrivò solo nel Seicento, con l'ottica di Keplero e la legge di Snell e Cartesio, quando le lenti erano già diventate, con Galileo, uno strumento per esplorare il cielo.

SINTESI

- La rifrazione è il cambiamento di direzione della luce quando passa da un mezzo trasparente a un altro; raggio incidente, normale e raggio rifratto stanno in un piano, e un raggio perpendicolare alla superficie non è deviato.
- L'indice di rifrazione $n = c/v$ misura quante volte la luce è più lenta nel mezzo che nel vuoto: aria 1,0003, acqua 1,33, vetro circa 1,52, diamante 2,42. Nella rifrazione la frequenza non cambia; cambiano velocità e lunghezza d'onda.
- Legge di Snell e Cartesio: $n_1 \text{ sen } \theta_1 = n_2 \text{ sen } \theta_2$. Su una circonferenza di raggio 1 il rapporto delle semicorde è costante; il rapporto degli angoli, come credeva Tolomeo, lo è solo per angoli piccoli.
- Entrando in un mezzo con indice maggiore il raggio si avvicina alla normale; uscendone se ne allontana. Per questo un bastone immerso sembra spezzato e il fondo di una piscina sembra meno profondo.
- Dal mezzo con indice maggiore a quello con indice minore, oltre l'angolo limite ($\text{sen } \theta_L = n_2/n_1$; 48,8° per acqua–aria, 41,1° per vetro–aria) la luce è riflessa totalmente: fibre ottiche, prismi dei binocoli, brillantezza del diamante.
- La dispersione è la dipendenza dell'indice di rifrazione dal colore: il violetto è deviato più del rosso. Newton mostrò con l'esperimento cruciale che la luce bianca è una mescolanza di colori che il prisma separa senza crearli.
- L'arcobaleno nasce da rifrazione, riflessione e dispersione nelle gocce di pioggia: il rosso a circa 42° dalla direzione opposta al Sole, all'esterno, il violetto a circa 40°, all'interno.
- Le lenti convergenti fanno convergere nel fuoco i raggi paralleli all'asse; quelle divergenti li allargano come se venissero dal fuoco. Il potere diottrico $P = 1/f$ si misura in diottrie.
- L'immagine si costruisce con due dei tre raggi principali e si calcola con $1/p + 1/q = 1/f$ e $G = -q/p$, con le distanze virtuali negative.
- Una lente convergente dà un'immagine reale e capovolta di un oggetto oltre il fuoco, e virtuale, dritta e ingrandita di un oggetto entro il fuoco (lente d'ingrandimento); una lente divergente dà sempre un'immagine virtuale, dritta e rimpicciolita.
- L'occhio forma sulla retina un'immagine reale e capovolta e mette a fuoco con l'accomodamento del cristallino; la miopia si corregge con lenti divergenti, l'ipermetropia e la presbiopia con lenti convergenti.
- La macchina fotografica mette a fuoco spostando l'obiettivo; il cannocchiale ingrandisce l'angolo visuale di circa $f_{ob}/|f_{oc}|$; il microscopio ha un ingrandimento uguale al prodotto di quelli delle sue due lenti.

ESERCIZI

Comprendere e ricordare

1. ● Un raggio di luce passa obliquamente dall'aria all'acqua. Il raggio rifratto:
   A. si allontana dalla normale
   B. si avvicina alla normale
   C. prosegue senza deviare
   D. è sempre riflesso totalmente

2. ● Quando la luce passa dall'aria al vetro, quale grandezza resta invariata?
   A. la velocità
   B. la lunghezza d'onda
   C. la frequenza
   D. la direzione di propagazione

3. ● In un materiale trasparente la luce viaggia a $2{,}00 \times 10^8$ m/s. Il suo indice di rifrazione è:
   A. 0,67
   B. 1,33
   C. 2,00
   D. 1,50

4. ● La riflessione totale può avvenire quando la luce passa:
   A. dal vetro all'aria, con un angolo di incidenza maggiore dell'angolo limite
   B. dall'aria al vetro, con un angolo di incidenza maggiore dell'angolo limite
   C. dal vetro all'aria, con qualunque angolo di incidenza
   D. dall'aria all'acqua, se il raggio è quasi radente

5. ● In un prisma di vetro il colore deviato di più è:
   A. il rosso
   B. il giallo
   C. il verde
   D. il violetto

6. ●● Una lente da −4 diottrie è:
   A. convergente, con f = 25 cm
   B. divergente, con f = −25 cm
   C. convergente, con f = 4 m
   D. divergente, con f = −4 m

7. ●● Un oggetto si trova a una distanza $2f$ da una lente convergente. L'immagine è:
   A. virtuale, dritta e ingrandita
   B. reale, dritta e rimpicciolita
   C. reale, capovolta e grande quanto l'oggetto
   D. non si forma, perché i raggi escono paralleli

8. ● Un occhio miope si corregge con:
   A. una lente divergente
   B. una lente convergente
   C. una lente convergente di potere molto grande
   D. un prisma

Vero o falso

9. ● La luce si propaga nel vetro più velocemente che nell'aria. V / F

10. ● Un raggio che incide perpendicolarmente sulla superficie di separazione fra due mezzi non viene deviato. V / F

11. ● La riflessione totale può avvenire quando la luce passa dall'aria all'acqua. V / F

12. ●● Una lente divergente forma sempre un'immagine virtuale di un oggetto reale. V / F

13. ● Coprendo con un cartoncino la metà superiore di una lente convergente, sullo schermo si vede solo metà dell'immagine. V / F

Applicare

14. ● Calcola la velocità della luce nel diamante ($n = 2{,}42$).

15. ● La luce gialla del sodio ha nel vuoto $\lambda = 589$ nm. Quali sono la sua frequenza e la sua lunghezza d'onda nell'acqua ($n = 1{,}33$)?

16. ●● Un raggio passa dall'aria al vetro ($n = 1{,}52$) con un angolo di incidenza di 45°. Calcola l'angolo di rifrazione.

17. ● Calcola l'angolo limite per la luce che passa dall'alcol etilico ($n = 1{,}36$) all'aria.

18. ●● Un oggetto è a 45 cm da una lente convergente con $f = 15$ cm. Dove si forma l'immagine e quanto vale l'ingrandimento? L'immagine è reale o virtuale, dritta o capovolta?

19. ●● Completa. Una lente con $f = 40$ cm ha un potere diottrico di _____ D; una lente da −2,5 D è _____ e ha distanza focale _____ cm.

20. ●● Leggi la Tabella 15.2. a) Per quale riga l'oggetto e l'immagine sono alla stessa distanza dalla lente, e perché questo accade circa a $2f$? b) Calcola l'ingrandimento nella prima e nell'ultima riga e di' se l'immagine è ingrandita o rimpicciolita.

Problemi

21. ●● Un periscopio a prismi. Un raggio entra perpendicolarmente nella faccia di un prisma di vetro ($n = 1{,}52$) a sezione triangolare rettangola isoscele (angoli di 45°, 45° e 90°) e incide sulla faccia obliqua con un angolo di 45°. a) Esce dalla faccia obliqua o è riflesso totalmente? b) Che cosa succederebbe se il prisma fosse immerso in acqua ($n = 1{,}33$)?

22. ●● Una fibra ottica ha il nucleo con $n = 1{,}48$ e il mantello con $n = 1{,}46$. a) Calcola l'angolo limite sulla superficie di separazione nucleo–mantello. b) Quanto tempo impiega un impulso di luce che viaggia lungo l'asse a percorrere 100 km di fibra? Confronta con il tempo che impiegherebbe nel vuoto.

23. ●●● Una macchina fotografica ha un obiettivo con $f = 50$ mm. a) A quale distanza dall'obiettivo si forma l'immagine di una persona a 3,0 m? b) Di quanto si deve spostare l'obiettivo per mettere a fuoco una persona a 1,0 m? c) Quanto è alta sul sensore l'immagine della persona a 3,0 m, se è alta 1,80 m?

24. ●●● Il punto remoto di un ragazzo miope è a 40 cm dagli occhi, il suo punto prossimo a 12 cm. a) Quale potere devono avere le sue lenti per vedere nitidi gli oggetti lontani? b) Con queste lenti, dove si forma l'immagine di un libro tenuto a 25 cm? Riesce a leggerlo? (Trascura la distanza fra lente e occhio.)

25. ●●● Un cannocchiale kepleriano ha un obiettivo con $f = 90$ cm e un oculare con $f = 3{,}0$ cm. a) Calcola l'ingrandimento angolare e la lunghezza dello strumento. b) Con lo stesso obiettivo e un oculare divergente con $f = -3{,}0$ cm (cannocchiale galileiano), come cambiano ingrandimento, lunghezza e orientamento dell'immagine? c) La Luna ha un diametro apparente di circa 0,5° (capitolo 3): sotto quale angolo appare nello strumento?

26. ●●● Il bagnino e il principio di Fermat (con Fisica 3, capitolo 10). Un bagnino è sulla spiaggia a 30 m dalla riva; un bagnante è in acqua a 20 m dalla riva, spostato di 40 m lungo la riva. Il bagnino corre a 7,0 m/s e nuota a 1,5 m/s, a velocità costanti. a) Quanto tempo impiega se va in linea retta? (La retta taglia la riva a 24 m dal piede della perpendicolare che passa per il bagnino.) b) Quanto tempo impiega se corre fino al punto della riva a 36 m e poi nuota? c) Che cosa ha a che fare questo problema con la rifrazione della luce?

Ragionare e argomentare

27. ●● Commenta la fonte. Seneca (*Naturales quaestiones*, I, 6, 5) scrive: «*Litterae quamvis minutae et obscurae per vitream pilam aqua plenam maiores clarioresque cernuntur*», «Le lettere, per quanto minute e poco visibili, attraverso una palla di vetro piena d'acqua si vedono più grandi e più chiare» (traduzione della redazione). Poco oltre spiega il fenomeno dicendo che «la nostra vista scivola nell'umido» e non riesce ad afferrare fedelmente ciò che vuole. L'osservazione è corretta? E la spiegazione? Con quale esperimento potresti mostrare che a cambiare direzione è la luce, e non la «vista»?

28. ●● Un ragazzo in piedi sul bordo di una piscina profonda 2 m ha l'impressione che sia profonda molto meno. Spiega perché, con un disegno qualitativo dei raggi che dal fondo arrivano al suo occhio. La piscina gli sembrerebbe più o meno profonda se guardasse quasi in verticale invece che di sbieco?

29. ●●● L'esperimento cruciale di Newton. Spiega che cosa prova il fatto che un secondo prisma devia la luce rossa isolata dal primo senza cambiarne il colore né allargarla. Perché questo esperimento contraddice l'idea che sia il vetro a «creare» i colori? Che cosa ti aspetteresti di vedere, invece, se quella idea fosse vera?

30. ●● Trova l'errore. Per calcolare dove esce un raggio che dal vetro ($n = 1{,}52$) incide sulla superficie con l'aria con un angolo di 50°, uno studente scrive: sen $\theta_2 = 1{,}52 \cdot \text{sen } 50° = 1{,}16$, e alla calcolatrice ottiene un errore; conclude di aver sbagliato tasto e prova con 1/1,52 al posto di 1,52, trovando $\theta_2 \approx 30°$. Dov'è l'errore di ragionamento, e che cosa succede davvero al raggio?

PER APPROFONDIRE

- [NEW] I. Newton, *Opticks*: il primo libro descrive gli esperimenti con i prismi, compreso quello con due prismi che separa e isola i colori, con una chiarezza che si apprezza ancora oggi.
- [FEY] R.P. Feynman, R.B. Leighton, M. Sands, *La fisica di Feynman*, vol. I: il capitolo sull'ottica ricava la legge della rifrazione dal principio del tempo minimo e discute il significato di questo principio.
- [HUY] C. Huygens, *Traité de la lumière*: le pagine sulla rifrazione la spiegano con le onde e con una luce più lenta nei mezzi più densi, l'idea che riprenderai nel capitolo 16.
- [HRW] D. Halliday, R. Resnick, J. Walker, *Fondamenti di fisica*: i capitoli sull'ottica geometrica trattano lenti, occhio e strumenti con molti esempi numerici.

Glossario del capitolo

Accomodamento
Variazione della curvatura del cristallino con cui l'occhio mette a fuoco oggetti a distanze diverse.

Angolo limite
Angolo di incidenza per cui il raggio rifratto esce radente; sen $\theta_L = n_2/n_1$, con $n_1 > n_2$.

Dispersione
Dipendenza dell'indice di rifrazione dal colore della luce, che separa i colori della luce bianca.

Equazione delle lenti sottili
$1/p + 1/q = 1/f$: lega le distanze dell'oggetto e dell'immagine alla distanza focale.

Esperimento cruciale
Esperimento di Newton con due prismi: un colore isolato non viene modificato da un secondo prisma.

Fibra ottica
Sottile filo di vetro in cui la luce si propaga, anche lungo percorsi curvi, per riflessioni totali successive.

Indice di rifrazione
Rapporto $n = c/v$ fra la velocità della luce nel vuoto e nel mezzo; numero puro maggiore di 1.

Ingrandimento angolare
Rapporto fra l'angolo sotto cui si vede un oggetto in uno strumento e quello a occhio nudo; per il cannocchiale $\approx f_{ob}/|f_{oc}|$.

Ipermetropia
Difetto per cui le immagini si formerebbero dietro la retina e il punto prossimo è lontano; si corregge con lenti convergenti.

Legge di Snell
$n_1 \text{ sen } \theta_1 = n_2 \text{ sen } \theta_2$, con gli angoli misurati dalla normale; detta anche legge di Snell e Cartesio.

Lente convergente
Lente più spessa al centro che ai bordi: fa convergere nel fuoco i raggi paralleli all'asse; $f > 0$.

Lente d'ingrandimento
Lente convergente usata con l'oggetto entro la distanza focale, di cui dà un'immagine virtuale, dritta e ingrandita.

Lente divergente
Lente più sottile al centro che ai bordi: allarga i raggi paralleli all'asse come se venissero dal fuoco; $f < 0$.

Miopia
Difetto per cui le immagini degli oggetti lontani si formano davanti alla retina; si corregge con lenti divergenti.

Potere diottrico
Reciproco della distanza focale, $P = 1/f$; si misura in diottrie ($1\ \text{D} = 1\ \text{m}^{-1}$).

Punto prossimo
Distanza minima a cui l'occhio vede nitido; circa 25 cm per un occhio normale giovane.

Riflessione totale
Riflessione di tutta la luce incidente, che avviene passando verso un mezzo con indice minore con un angolo maggiore dell'angolo limite.

Rifrazione
Cambiamento di direzione della luce quando passa obliquamente da un mezzo trasparente a un altro.

Seno di un angolo
Semicorda dell'angolo su una circonferenza di raggio 1; in un triangolo rettangolo, rapporto fra il cateto opposto all'angolo e l'ipotenusa.

Spettro
Striscia dei colori in cui un prisma separa la luce bianca, dal rosso al violetto.

Soluzioni

1. B. Entrando nel mezzo con l'indice maggiore (acqua) il raggio si avvicina alla normale.

2. C. La frequenza è fissata dalla sorgente; velocità e lunghezza d'onda diminuiscono, la direzione cambia se l'incidenza è obliqua.

3. D. $n = c/v = (3{,}00 \times 10^8 \text{ m/s})/(2{,}00 \times 10^8 \text{ m/s}) = 1{,}50$.

4. A. Servono entrambe le condizioni: dal mezzo con indice maggiore a quello con indice minore, e angolo di incidenza maggiore dell'angolo limite.

5. D. L'indice di rifrazione del vetro è maggiore per il violetto, che quindi è deviato di più.

6. B. $f = 1/P = 1/(-4 \text{ m}^{-1}) = -0{,}25 \text{ m} = -25 \text{ cm}$; il segno meno indica una lente divergente.

7. C. Con $p = 2f$: $1/q = 1/f - 1/(2f) = 1/(2f)$, quindi $q = 2f$ e $G = -1$: immagine reale, capovolta, grande quanto l'oggetto.

8. A. Nell'occhio miope i raggi convergono troppo presto, davanti alla retina; una lente divergente li allarga un poco prima dell'occhio.

9. F. Il vetro ha $n \approx 1{,}52$: la luce vi viaggia a circa $1{,}97 \times 10^8$ m/s, più lentamente che nell'aria.

10. V. Con $\theta_1 = 0°$ la legge di Snell dà sen $\theta_2 = 0$, cioè $\theta_2 = 0°$: cambiano solo velocità e lunghezza d'onda.

11. F. La riflessione totale richiede il passaggio da un mezzo con indice maggiore a uno con indice minore; dall'aria all'acqua il raggio si avvicina alla normale ed entra sempre.

12. V. Con $f < 0$ e $p > 0$, $1/q = 1/f - 1/p$ è sempre negativo: l'immagine è virtuale, dritta e rimpicciolita.

13. F. Ogni parte della lente forma l'immagine intera; coprendone metà l'immagine è completa ma meno luminosa.

14. $v = c/n = (3{,}00 \times 10^8 \text{ m/s})/2{,}42 \approx 1{,}24 \times 10^8$ m/s.

15. $f = c/\lambda = (3{,}00 \times 10^8 \text{ m/s})/(5{,}89 \times 10^{-7} \text{ m}) \approx 5{,}09 \times 10^{14}$ Hz, uguale nell'acqua; $\lambda_{\text{acqua}} = 589 \text{ nm}/1{,}33 \approx 443$ nm.

16. sen $\theta_2 = 1{,}00 \cdot \text{sen } 45°/1{,}52 = 0{,}707/1{,}52 = 0{,}465$; $\theta_2 = \sin^{-1} 0{,}465 \approx 27{,}7°$.

17. sen $\theta_L = 1{,}00/1{,}36 = 0{,}735$; $\theta_L \approx 47{,}3°$.

18. $1/q = 1/(15 \text{ cm}) - 1/(45 \text{ cm}) = 2/(45 \text{ cm})$, $q = 22{,}5$ cm; $G = -22{,}5/45 = -0{,}50$. Immagine reale (dall'altra parte della lente), capovolta, alta la metà dell'oggetto.

19. $P = 1/(0{,}40 \text{ m}) = 2{,}5$ D; la lente da −2,5 D è divergente, con $f = 1/(-2{,}5 \text{ m}^{-1}) = -0{,}40 \text{ m} = -40$ cm.

20. a) Nella seconda riga, $p = 20{,}0$ cm e $q = 20{,}3$ cm, uguali entro le incertezze: con $p = q$ l'equazione delle lenti dà $2/p = 1/f$, cioè $p = q = 2f = 20$ cm. b) Prima riga: $G = -29{,}6/15{,}0 \approx -2{,}0$, immagine capovolta e ingrandita; ultima riga: $G = -13{,}4/40{,}0 \approx -0{,}34$, capovolta e rimpicciolita.

21. a) L'angolo limite vetro–aria è $\sin^{-1}(1{,}00/1{,}52) \approx 41{,}1°$: 45° è maggiore, quindi il raggio è riflesso totalmente e il prisma lo devia di 90°, come uno specchio. b) In acqua sen $\theta_L = 1{,}33/1{,}52 = 0{,}875$ e $\theta_L \approx 61°$: 45° è minore, e il raggio esce in gran parte nell'acqua rifrangendosi (sen $\theta_2 = 1{,}52 \cdot 0{,}707/1{,}33 \approx 0{,}808$, $\theta_2 \approx 54°$); il prisma non funziona più da specchio.

22. a) sen $\theta_L = 1{,}46/1{,}48 = 0{,}986$; $\theta_L \approx 80{,}6°$: la luce resta nel nucleo solo se incide sulla parete quasi radente, cioè se viaggia quasi parallela all'asse. b) $v = c/n = (3{,}00 \times 10^8 \text{ m/s})/1{,}48 \approx 2{,}03 \times 10^8$ m/s; $\Delta t = (1{,}00 \times 10^5 \text{ m})/(2{,}03 \times 10^8 \text{ m/s}) \approx 4{,}93 \times 10^{-4}$ s, circa 0,5 ms; nel vuoto $(1{,}00 \times 10^5 \text{ m})/(3{,}00 \times 10^8 \text{ m/s}) \approx 3{,}33 \times 10^{-4}$ s, 1,48 volte meno.

23. a) $1/q = 1/(50 \text{ mm}) - 1/(3000 \text{ mm})$, $q \approx 50{,}8$ mm. b) Con $p = 1000$ mm, $q \approx 52{,}6$ mm: l'obiettivo si allontana dal sensore di circa 1,8 mm. c) $G = -50{,}8/3000 \approx -0{,}0169$; $h' \approx -0{,}0169 \cdot 1{,}80 \text{ m} \approx -3{,}05 \times 10^{-2}$ m: un'immagine capovolta alta circa 3,0 cm.

24. a) Per un oggetto all'infinito la lente deve dare un'immagine virtuale nel punto remoto: $q = -40$ cm,

quindi $f = -40$ cm e $P = 1/(-0{,}40\text{ m}) = -2{,}5$ D. b) $1/q = 1/f - 1/p = -1/(40\text{ cm}) - 1/(25\text{ cm}) = -0{,}065\text{ cm}^{-1}$, $q \approx -15{,}4$ cm: un'immagine virtuale a 15,4 cm dall'occhio, fra il punto prossimo (12 cm) e il punto remoto (40 cm). L'occhio la mette a fuoco: il ragazzo legge senza togliersi gli occhiali.

25. a) $G \approx 90/3{,}0 = 30$; lunghezza $\approx f_{ob} + f_{oc} = 93$ cm; immagine capovolta. b) Ingrandimento ancora $\approx 90/3{,}0 = 30$; lunghezza $\approx 90 - 3{,}0 = 87$ cm; immagine dritta. c) $0{,}5° \cdot 30 \approx 15°$: la Luna appare larga circa trenta volte più che a occhio nudo.

26. a) Sabbia: $\sqrt{(30^2 + 24^2)}$ m $\approx 38{,}4$ m, in $38{,}4/7{,}0 \approx 5{,}5$ s; acqua: $\sqrt{(20^2 + 16^2)}$ m $\approx 25{,}6$ m, in $25{,}6/1{,}5 \approx 17{,}1$ s; totale $\approx 22{,}6$ s. b) Sabbia: $\sqrt{(30^2 + 36^2)}$ m $\approx 46{,}9$ m, in 6,7 s; acqua: $\sqrt{(20^2 + 4^2)}$ m $\approx 20{,}4$ m, in 13,6 s; totale $\approx 20{,}3$ s, più di due secondi in meno, benché il percorso sia più lungo. c) Il percorso più rapido si piega sulla riva, allungando il tratto dove si va veloci; per il principio di Fermat la luce fa lo stesso, e la condizione di tempo minimo è proprio la legge di Snell, con le velocità al posto degli indici ($\text{sen}\,\theta_1/\text{sen}\,\theta_2 = v_1/v_2$). Per questi dati il percorso più rapido tocca la riva a circa 36,6 m, vicinissimo a quello del punto b).

27. Traccia di risposta. L'osservazione è corretta: una sfera di vetro piena d'acqua funziona da lente convergente, e un testo posto entro la sua distanza focale ne dà un'immagine virtuale, dritta e ingrandita, come nella lente d'ingrandimento. La spiegazione no: Seneca, come molti antichi, attribuisce il fenomeno alla «vista» che esce dall'occhio, mentre è la luce proveniente dalle lettere che si rifrange entrando e uscendo dalla sfera. Esperimento: con la stessa sfera si forma su un foglio, al buio, l'immagine reale e capovolta di una finestra illuminata o di una lampada: la luce cambia direzione e si concentra anche se nessuno guarda.

28. Traccia di risposta. I raggi che partono da un punto del fondo, uscendo dall'acqua, si allontanano dalla normale; l'occhio li prolunga all'indietro in linea retta e li vede provenire da un punto più in alto: il fondo appare sollevato. L'effetto è minimo guardando quasi in verticale (per angoli piccoli il fondo appare a circa 1/1,33 della profondità vera, circa 1,5 m) e diventa molto più forte guardando di sbieco, quando i raggi escono quasi radenti: la piscina sembra tanto meno profonda quanto più obliquamente la si guarda.

29. Traccia di risposta. Se il vetro creasse i colori modificando la luce, un secondo prisma dovrebbe modificare di nuovo la luce rossa, producendo altri colori o allargando la macchia in una nuova striscia colorata. Invece la luce rossa resta rossa ed è deviata di un angolo ben definito, sempre minore di quello della luce violetta trattata allo stesso modo: ogni colore ha una sua rifrangibilità, che il prisma non cambia. Dunque i colori erano già nella luce bianca, che è una mescolanza, e il primo prisma li ha soltanto separati.

30. Il calcolo dello studente era giusto, l'interpretazione no: $\text{sen}\,\theta_2 = 1{,}16 > 1$ non ha soluzione, e la «Math ERROR» della calcolatrice dice che non esiste un raggio rifratto. L'angolo di incidenza, 50°, supera l'angolo limite vetro–aria, $\sin^{-1}(1/1{,}52) \approx 41{,}1°$: il raggio è riflesso totalmente all'interno del vetro, con un angolo di riflessione di 50°. Sostituire 1/1,52 a 1,52 significa scambiare i due mezzi, cioè calcolare il percorso inverso dall'aria al vetro, che è un altro problema.