CAPITOLO

12

Le oscillazioni e le onde meccaniche

Un'onda è una notizia che passa di mano in mano: ognuno resta al suo posto, e la notizia arriva lontano.

OBIETTIVI

1. Descrivere un moto oscillatorio con periodo, frequenza e ampiezza e riconoscere il moto armonico come proiezione di un moto circolare uniforme.
2. Usare le leggi del periodo della massa attaccata a una molla e del pendolo semplice, e descrivere gli scambi di energia nell'oscillatore.
3. Distinguere onde trasversali e longitudinali e spiegare perché un'onda trasporta energia ma non materia.
4. Usare la relazione $v = \lambda f$ e leggere correttamente i grafici di un'onda nello spazio e nel tempo.
5. Spiegare riflessione, interferenza, onde stazionarie e diffrazione, e calcolare le frequenze dei modi di vibrazione di una corda.
6. Riconoscere la risonanza nei fenomeni naturali e nella tecnica.

INDICE DEL CAPITOLO

12.1 Le oscillazioni 2
12.2 Le onde meccaniche 8
12.3 Le grandezze di un'onda 11
12.4 I fenomeni caratteristici delle onde 13
12.5 La risonanza 19

Fisica 4 · Parte V · Le onde e il suono · versione 1.0
Capitolo 12: Le oscillazioni e le onde meccaniche · pagine 327–352 del volume completo · estratto per lo studio

Allo stadio qualcuno si alza in piedi alzando le braccia e torna a sedersi; il vicino lo imita un istante dopo, poi il vicino del vicino. In pochi secondi un'onda umana, la «ola», fa il giro delle tribune. Eppure nessuno ha lasciato il proprio posto: ciò che ha viaggiato non è il pubblico, ma il movimento. Lo stesso accade quando un sasso cade in uno stagno, quando vibra una corda di chitarra, quando la terra trema per un sisma lontano centinaia di chilometri.

Partiremo dalle *oscillazioni*, i moti che si ripetono avanti e indietro come quello del pendolo di Galileo, e ne troveremo finalmente le leggi. Poi vedremo come un'oscillazione, passando da una particella all'altra di un mezzo, diventi un'*onda*, quali grandezze la descrivono e quali fenomeni la rendono riconoscibile. Saranno gli strumenti per studiare il suono, nel prossimo capitolo, e la luce, nella sesta parte.

12.1 Le oscillazioni

12.1.1 Moti che si ripetono

Il pendolo di un orologio, un'altalena, un'auto che sobbalza sulle sospensioni dopo una buca: in tutti questi moti un corpo si allontana da una posizione, vi ritorna, la oltrepassa e ricomincia. La posizione in cui il corpo resterebbe fermo se nessuno lo disturbasse è la **posizione di equilibrio**. Un moto che si ripete identico a intervalli di tempo uguali è un moto periodico; quando il corpo va avanti e indietro intorno alla posizione di equilibrio, si parla di **moto oscillatorio**.

Per descriverlo bastano tre grandezze. Due le conosci già: il periodo T, la durata di un'oscillazione completa, cioè di un'andata e ritorno (*Fisica 3*, capitolo 1), e la frequenza $f = 1/T$, il numero di oscillazioni al secondo, in hertz (*Fisica 3*, capitolo 12). La terza è l'**ampiezza** A, la massima distanza dalla posizione di equilibrio raggiunta dal corpo. Un'altalena che compie un'oscillazione completa ogni 3,0 s ha frequenza $1/(3{,}0\ \text{s}) \approx 0{,}33$ Hz; la membrana di un altoparlante che emette un «la» vibra 440 volte al secondo.

12.1.2 Il moto armonico, ombra di un moto circolare

Fra i moti oscillatori ce n'è uno particolarmente semplice, che si ottiene da un moto che conosci bene. Un punto P percorre una circonferenza di raggio A con velocità di modulo costante, e una luce lontana ne proietta l'ombra Q su uno schermo (Figura 12.1). Mentre P gira, l'ombra Q scorre su e giù lungo un segmento lungo $2A$: si ferma un istante agli estremi, è più veloce al centro e ripete il suo moto con lo stesso periodo di P. Il moto dell'ombra si chiama **moto armonico**, e il suo grafico posizione–tempo è una sinusoide, la curva che in matematica descrive la funzione seno.

DA RICORDARE

Dal volume del terzo anno: il moto circolare uniforme

Un punto che percorre una circonferenza di raggio r in un periodo T ha velocità di modulo $v = 2\pi r/T$ e velocità angolare $\omega = 2\pi/T$, in rad/s. Anche se il modulo della velocità non cambia, la direzione sì: il punto ha un'accelerazione centripeta, diretta verso il centro, di modulo $a_c = v^2/r = \omega^2 r$ (*Fisica 3*, capitolo 12).

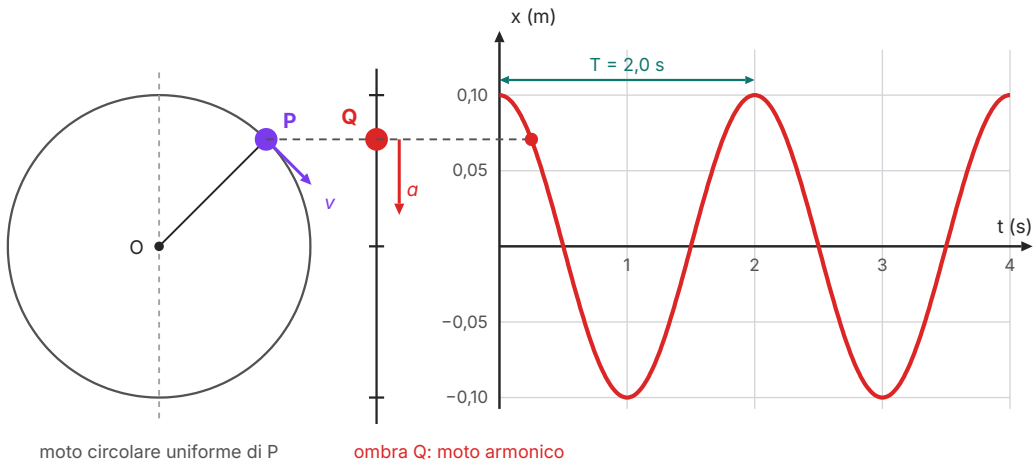


Figura 12.1 Il punto P percorre in senso orario una circonferenza di raggio A = 0,10 m con periodo T = 2,0 s; la sua ombra Q, sullo schermo verticale, compie un moto armonico. A destra il grafico posizione–tempo dell'ombra, calcolato con t = 0 quando P è nel punto più alto: la linea tratteggiata collega la posizione di P all'istante t = 0,25 s con il punto corrispondente del grafico. L'accelerazione di Q (freccia rossa) è sempre diretta verso il centro dell'oscillazione.

Anche l'accelerazione dell'ombra si ricava dal moto circolare: è l'ombra dell'accelerazione centripeta di P, e con i triangoli simili si trova che, se x è la posizione di Q misurata dal centro,

$$a = -\omega^2 x = -(2\pi/T)^2 x$$

Il segno meno dice che l'accelerazione è sempre *opposta allo spostamento*. Questa è la proprietà che definisce il moto armonico: *l'accelerazione è proporzionale allo spostamento dalla posizione di equilibrio e diretta in verso opposto*. Agli estremi l'accelerazione è massima e la velocità nulla; al centro la velocità è massima e l'accelerazione nulla.

12.1.3 La molla e il pendolo

Un carrello di massa m, attaccato a una molla di costante elastica k su una rotaia senza attrito, viene spostato di A e lasciato andare. Per la legge di Hooke la molla esercita una forza $F = -kx$, che lo richiama sempre verso l'equilibrio (Figura 12.2), e per il secondo principio della dinamica $a = -(k/m)x$: proprio l'accelerazione del moto armonico. Una massa attaccata a una molla ideale è il modello di **oscillatore armonico**, e il suo periodo è

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \quad \text{(massa e molla)}$$

La formula, che enunciamo senza dimostrarla e che si verifica in laboratorio, ha un significato intuitivo: una massa più grande oscilla più lentamente, una molla più rigida la riporta indietro più in fretta. Il periodo *non dipende dall'ampiezza* e non dipende da g: una massa appesa in verticale a una molla oscilla con lo stesso periodo di una che scorre in orizzontale, e lo stesso farebbe sulla Luna.

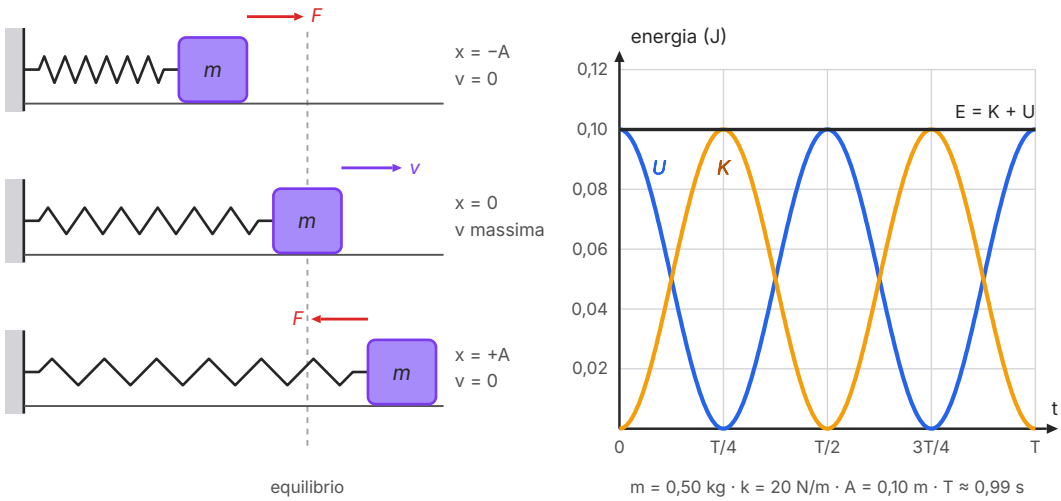
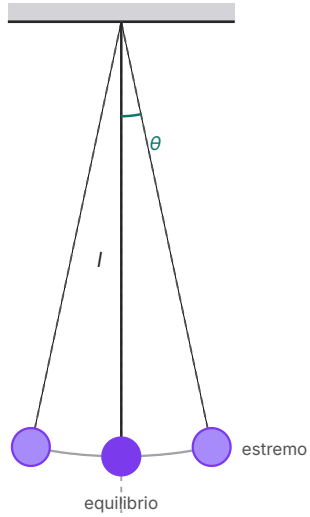


Figura 12.2 Un carrello di 0,50 kg attaccato a una molla con k = 20 N/m, spostato di A = 0,10 m e lasciato andare. A sinistra, tre posizioni: agli estremi la forza della molla (rossa) è massima e diretta verso l'equilibrio, e il carrello è fermo; all'equilibrio la forza è nulla e la velocità (viola) massima. A destra, calcolate per un periodo (T ≈ 0,99 s), l'energia potenziale elastica U (blu) e l'energia cinetica K (arancione): la loro somma resta uguale a $\frac{1}{2}kA^2$ = 0,10 J.

Il pendolo semplice di *Fisica 3* è un oscillatore armonico soltanto per *piccole oscillazioni*, di pochi gradi. In queste condizioni il periodo di un pendolo di lunghezza l è

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \quad \text{(pendolo semplice, piccole oscillazioni)}$$

È la legge che spiega ciò che nel capitolo 1 di *Fisica 3* avevi trovato sperimentalmente (Figura 12.3): il periodo è proporzionale alla radice quadrata della lunghezza e non dipende dalla massa; l'isocronismo di Galileo vale tanto meglio quanto più le oscillazioni sono strette. La formula mostra anche il ruolo di g: un pendolo misura l'accelerazione di gravità del luogo in cui oscilla. Il «pendolo che batte il secondo», con T = 2,0 s, è lungo $l = gT^2/(4\pi^2)$ = 9,8 m/s^2 · (2,0 s)^2/39,5 ≈ 0,99 m.



T = 2π√(l/g), piccole oscillazioni

l (m)	T (s)
0,25	1,00
0,50	1,42
1,00	2,01
2,00	2,84

l quadruplicata → T raddoppiato

Figura 12.3 Un pendolo semplice di lunghezza l nella posizione di equilibrio e nelle due posizioni estreme (ampiezza angolare θ di 12°, esagerata per leggibilità). Nel riquadro, il periodo delle piccole oscillazioni calcolato con $T = 2\pi\sqrt{(l/g)}$ e g = 9,8 m/s^2: con una lunghezza quattro volte maggiore il periodo raddoppia.

ESEMPIO SVOLTO

Una molla e un pendolo con lo stesso periodo

Problema. Si vuole un oscillatore con periodo 1,00 s, usando una molla con k = 40,0 N/m. a) Quale massa bisogna attaccarle? b) Se la massa viene spostata di 5,0 cm e lasciata andare, con quale velocità massima passa per l'equilibrio? c) Quanto deve essere lungo un pendolo semplice con lo stesso periodo?

a) Da $T^2 = 4\pi^2 m/k$:

$$m = \frac{k\,T^2}{4\pi^2} = \frac{40{,}0\ \text{N/m} \cdot (1{,}00\ \text{s})^2}{39{,}48} \approx 1{,}01\ \text{kg}$$

Unità: $(\text{N/m})\cdot\text{s}^2 = (\text{kg}\cdot\text{m/s}^2)/\text{m} \cdot \text{s}^2 = \text{kg}$.

b) Senza attriti l'energia meccanica si conserva (*Fisica 3*, capitolo 16). All'estremo è tutta elastica: $\tfrac{1}{2}kA^2 = \tfrac{1}{2} \cdot 40{,}0\ \text{N/m} \cdot (0{,}050\ \text{m})^2 = 0{,}050\ \text{J}$; all'equilibrio è tutta cinetica: $\tfrac{1}{2}mv^2 = 0{,}050\ \text{J}$, da cui $v = \sqrt{(2 \cdot 0{,}050\ \text{J} / 1{,}01\ \text{kg})} \approx 0{,}31\ \text{m/s}$.

c) $l = gT^2/(4\pi^2) = 9{,}8\ \text{m/s}^2 \cdot (1{,}00\ \text{s})^2/39{,}48 \approx 0{,}25\ \text{m}$. Sulla Luna la molla oscillerebbe ancora in 1,00 s, il pendolo no.

COLLEGAMENTI

In laboratorio: il periodo del pendolo e la misura di g

Materiali. Un filo sottile e inestensibile lungo circa 1,2 m; una pallina metallica; un sostegno stabile con morsetto; un metro a nastro (sensibilità 1 mm); il cronometro del telefono. In alternativa, un laboratorio virtuale con il video di un pendolo.

Procedimento. Misura la lunghezza l dal punto di sospensione al centro della pallina (± 0,002 m). Sposta la pallina di pochi gradi, lasciala andare e cronometra 20 oscillazioni complete, partendo e fermandoti quando la pallina passa per l'equilibrio, dove è più veloce e l'istante si coglie meglio. Il tempo di reazione pesa circa ± 0,2 s su t_{20}, cioè ± 0,01 s sul periodo $T = t_{20}/20$. Ripeti per cinque lunghezze (Tabella 12.1).

Tabella 12.1 Periodo di un pendolo semplice per cinque lunghezze (dati tipici). t_{20} è il tempo di 20 oscillazioni (± 0,2 s), $T = t_{20}/20$ (± 0,01 s); l'incertezza relativa di T^2 è il doppio di quella di T.

l (m)	t_{20} (s)	T (s)	T^2 (s^2)	T^2/l (s^2/m)
0,300	22,0	1,10	1,21 ± 0,02	4,03
0,500	28,4	1,42	2,02 ± 0,03	4,03
0,700	33,6	1,68	2,82 ± 0,03	4,03
0,900	38,0	1,90	3,61 ± 0,04	4,01
1,100	42,0	2,10	4,41 ± 0,04	4,01

Che cosa concludere. Il periodo non è proporzionale alla lunghezza: da 0,300 m a 1,100 m la lunghezza cresce di 3,7 volte, il periodo di 1,9. Il quadrato del periodo invece sì: T^2/l è costante entro le incertezze, e il grafico di T^2 in funzione di l è una retta per l'origine, come prevede $T^2 = (4\pi^2/g)\,l$. La retta migliore ha pendenza circa 4,02 s^2/m; le rette di massima e minima pendenza compatibili con tutte le barre d'errore, circa 4,05 e 3,99 s^2/m. Da $g = 4\pi^2/\text{pendenza}$ si ottiene $g = (9{,}8 \pm 0{,}1)$ m/s^2, compatibile con il valore atteso.

Per la relazione. Segui lo schema di *Fisica 3*, capitolo 4: tabella con le incertezze, grafici di T e di T^2 in funzione di l con le barre d'errore, pendenza con la sua incertezza, valore di g e confronto con 9,8 m/s^2. Discuti: come cambierebbe il risultato con ampiezze di 40°, o misurando l fino al fondo della pallina?

12.1.4 L'energia dell'oscillatore

Durante l'oscillazione l'energia passa continuamente da una forma all'altra (Figura 12.2). Agli estremi il carrello è fermo e l'energia è tutta potenziale elastica; all'equilibrio la molla è a riposo e l'energia è tutta cinetica. In ogni altro punto c'è un po' dell'una e un po' dell'altra, ma la somma non cambia:

$$E = K + U = \tfrac{1}{2}mv^2 + \tfrac{1}{2}kx^2 = \tfrac{1}{2}kA^2$$

L'energia di un oscillatore è proporzionale al *quadrato dell'ampiezza*: con ampiezza doppia è quattro volte maggiore. In un oscillatore reale gli attriti trasformano a poco a poco l'energia meccanica in energia interna e l'ampiezza diminuisce: le oscillazioni sono *smorzate*. Per mantenerle bisogna fornire energia dall'esterno, come fa il meccanismo di un orologio a pendolo.

APPROFONDIMENTO

Huygens e l'orologio a pendolo

Fino alla metà del Seicento gli orologi meccanici erano regolati da dispositivi senza un periodo proprio ben definito, e sbagliavano facilmente di molti minuti al giorno. L'isocronismo delle piccole oscillazioni del pendolo offriva un «metronomo» naturale: negli ultimi anni di vita Galileo aveva progettato un orologio a pendolo, che però non fu mai completato.

Ci riuscì l'olandese Christiaan Huygens (1629–1695). Nel 1656 progettò un orologio in cui il pendolo, a ogni oscillazione, lasciava avanzare di un dente gli ingranaggi e riceveva in cambio una piccola spinta che compensava le perdite per attrito: piccole spinte date sempre al momento giusto, secondo il principio della risonanza che incontrerai alla fine del capitolo. Nel 1657 ottenne il privilegio per l'invenzione, e i nuovi orologi furono molte volte più precisi dei precedenti.

Huygens sapeva che l'isocronismo è solo approssimato. Nell'*Horologium oscillatorium* (1673) dimostrò che una massa costretta da due guide sagomate a percorrere un arco di *cicloide*, invece che di circonferenza, oscilla con un periodo rigorosamente indipendente dall'ampiezza, e ricavò la relazione fra periodo e lunghezza del pendolo semplice. Sperava di usare i suoi orologi in mare per determinare la longitudine delle navi, ma il moto della nave disturbava il pendolo: il problema fu risolto solo nel secolo successivo, con orologi a molla.

12.2 Le onde meccaniche

12.2.1 Una perturbazione che viaggia

Tendi una lunga corda fissata a un muro e dai un colpo secco verso l'alto all'estremo che tieni in mano: una gobba corre lungo la corda fino al muro. Ogni tratto di corda si alza e si riabbassa quando la gobba lo raggiunge, perché è tirato dal tratto vicino, e a sua volta tira il successivo. Un'**onda** è proprio questo: *una perturbazione che si propaga nello spazio trasportando energia, ma non materia*. Il materiale in cui l'onda si propaga, la corda, l'aria, l'acqua, la roccia, è il **mezzo**, e le onde che hanno bisogno di un mezzo sono le **onde meccaniche**: nel vuoto, per esempio, il suono non si propaga. La luce è un'onda di altra natura, e attraversa il vuoto fra le stelle e la Terra.

ERRORE FREQUENTE

L'onda porta via l'acqua?

No. In un'onda ciò che avanza è lo *stato di moto* e l'energia: ogni particella del mezzo oscilla intorno alla propria posizione e passa l'energia alla vicina. Al largo una barca ferma si alza e si abbassa al passaggio delle onde, ma non viene trascinata a riva; nella ola nessuno spettatore gira intorno allo stadio. Sulla spiaggia le onde «si rompono» e gettano davvero l'acqua in avanti: ma lì l'onda ha smesso di essere un'onda semplice.

12.2.2 Onde trasversali e longitudinali

Nella corda ogni tratto si muove su e giù, perpendicolarmente alla direzione in cui avanza l'onda: è un'**onda trasversale** (Figura 12.4a). Se invece si stende sul tavolo una lunga molla morbida a spirale (lo «slinky») e si spinge avanti e indietro un suo estremo, lungo la molla corre una zona di spire più fitte seguita da una di spire più rade: le spire oscillano *nella direzione* in cui l'onda si propaga. È un'**onda longitudinale** (Figura 12.4b), fatta di compressioni e rarefazioni. Il suono nell'aria è un'onda longitudinale.

Le onde sulla superficie dell'acqua sono un caso misto: ogni particella d'acqua percorre una piccola circonferenza, salendo e scendendo ma anche avanzando e arretrando (Figura 12.4c). I solidi trasmettono onde di entrambi i tipi; i liquidi e i gas, al loro interno, soltanto onde longitudinali.

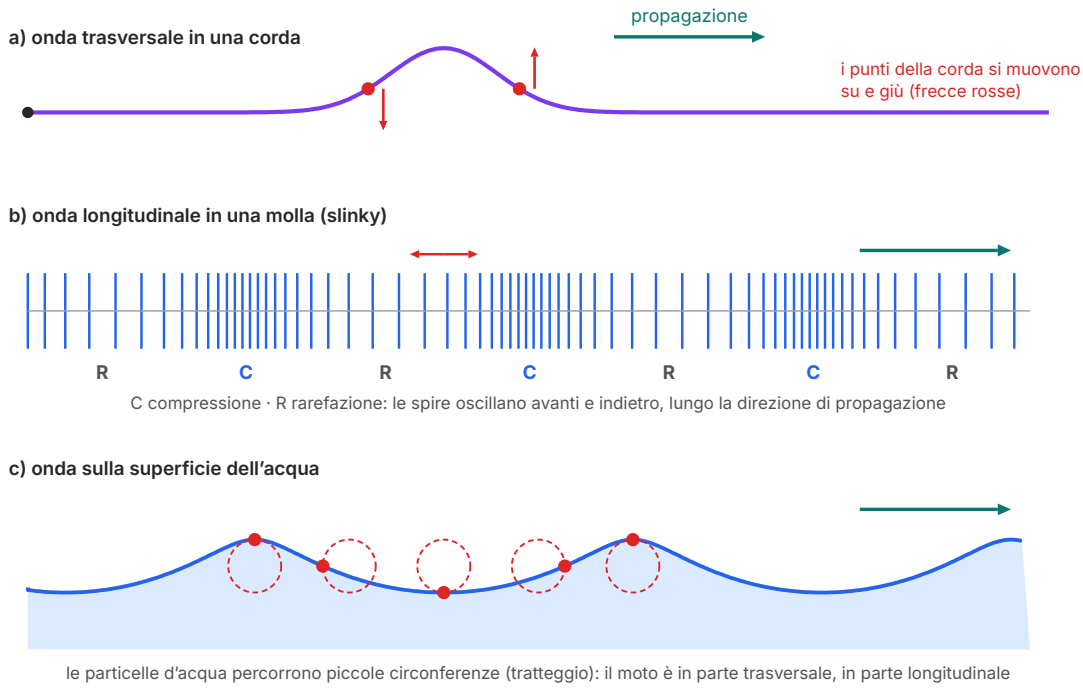


Figura 12.4 Tre tipi di onde meccaniche (schema). a) Un impulso trasversale in una corda: i punti della corda si muovono perpendicolarmente alla direzione di propagazione; davanti alla gobba salgono, dietro scendono. b) Un'onda longitudinale in una molla: le spire oscillano lungo la direzione di propagazione, formando compressioni (C) e rarefazioni (R). c) Un'onda sulla superficie dell'acqua: le particelle d'acqua percorrono piccole circonferenze e tornano al punto di partenza.

Un singolo colpo dato alla corda produce un impulso ondoso, una perturbazione isolata (da non confondere con l'impulso di una forza del capitolo 1). Se invece la mano continua a muoversi su e giù con regolarità, nella corda si propaga un treno di creste tutte uguali: un'**onda periodica**.

COLLEGAMENTI

Scienze: le onde sismiche

Un terremoto libera, dove le rocce si fratturano, un'enorme energia che si propaga nella Terra come onde meccaniche. Ai sismografi arrivano prima le onde **P** (dal latino *primae*, «prime»), longitudinali, poi le onde **S** (*secundae*, «seconde»), trasversali e più lente. Il ritardo fra le due cresce con la distanza: misurandolo in tre stazioni si localizza l'epicentro. Le onde S non attraversano i liquidi, e il fatto che non giungano nelle regioni del pianeta «in ombra» rispetto al nucleo ha rivelato che il nucleo esterno della Terra è liquido.

12.2.3 Fronti d'onda

Un sasso che cade in uno stagno produce onde circolari. La linea che unisce i punti raggiunti nello stesso istante dalla stessa cresta si chiama **fronte d'onda**: qui sono circonferenze, per il suono di un piccolo altoparlante superfici sferiche. Lontano dalla sorgente, in una piccola regione, i fronti appaiono quasi diritti (onde piane). La direzione in cui l'onda avanza, perpendicolare ai fronti, si indica con una freccia, il raggio.

12.3 Le grandezze di un'onda

12.3.1 Ampiezza, lunghezza d'onda, periodo e frequenza

Se la mano che tiene la corda compie un moto armonico, ogni tratto di corda ripete lo stesso moto con un certo ritardo, e la corda prende la forma di una sinusoide che scorre in avanti: è un'**onda armonica**. Ogni onda periodica, per quanto complicata, si può ottenere sovrapponendo onde armoniche.

Le grandezze di un'onda periodica si leggono in due modi diversi di guardarla. Se la «fotografiamo» in un istante, vediamo nello spazio una successione di creste, i punti più alti, e di avvallamenti, i punti più bassi. La distanza fra due creste successive è la **lunghezza d'onda** λ (lambda), in metri; l'ampiezza A è lo spostamento massimo di un punto del mezzo dall'equilibrio. Se invece guardiamo un solo punto nel tempo, lo vediamo oscillare con periodo T e frequenza $f = 1/T$: quelli della sorgente.

12.3.2 La velocità di propagazione

In un periodo, mentre un punto del mezzo compie un'oscillazione completa, ogni cresta avanza esattamente di una lunghezza d'onda. La **velocità di propagazione** dell'onda, la velocità con cui avanzano le creste, è quindi

$$v = \frac{\lambda}{T} = \lambda f$$

È la relazione fondamentale delle onde, e le tre grandezze non hanno lo stesso ruolo. La *frequenza è fissata dalla sorgente*; la *velocità è fissata dal mezzo*, e non dipende da quanto in fretta si scuote la corda; la lunghezza d'onda si adatta: $\lambda = v/f$. Un «la» a 440 Hz produce nell'aria, dove il suono viaggia a 343 m/s, onde lunghe 343/440 m ≈ 0,78 m; in acqua, a circa 1480 m/s (Tabella A.6), lunghe circa 3,4 m. Quando un'onda passa da un mezzo all'altro la frequenza non cambia; cambiano velocità e lunghezza d'onda.

12.3.3 Due grafici da non confondere

Un'onda dipende da due variabili, la posizione x e il tempo t, e per disegnarla bisogna fissarne una (Figura 12.5). Il grafico di y in funzione di x a un istante fissato è una *fotografia* dell'onda: vi si leggono l'ampiezza e la lunghezza d'onda. Il grafico di y in funzione di t in un punto fissato è la *storia* di quel punto: vi si leggono l'ampiezza e il periodo.

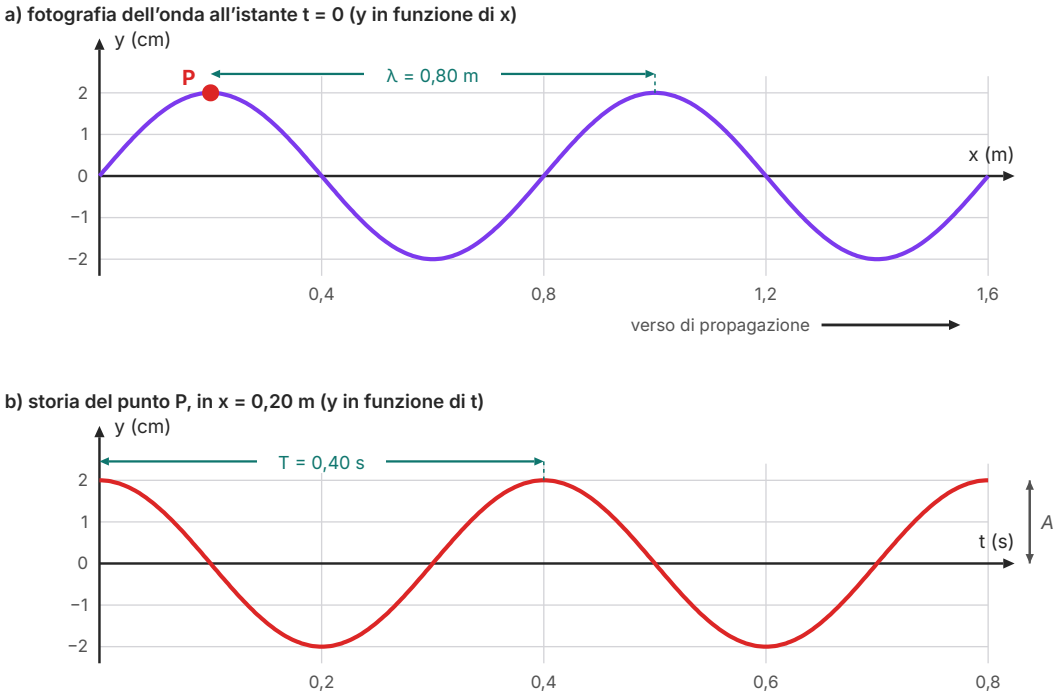


Figura 12.5 La stessa onda armonica in una corda, che si propaga verso destra, rappresentata in due modi; i grafici sono calcolati con A = 2,0 cm, λ = 0,80 m e T = 0,40 s. a) La forma della corda all'istante t = 0: sull'asse orizzontale si legge la lunghezza d'onda. b) Lo spostamento del punto P (in x = 0,20 m, su una cresta all'istante t = 0) in funzione del tempo: sull'asse orizzontale si legge il periodo.

ERRORE FREQUENTE

Lunghezza d'onda o periodo?

Sul grafico y–x la distanza fra due creste è una *lunghezza* (λ, in metri); sul grafico y–t la distanza fra due massimi è una *durata* (T, in secondi): guarda sempre che cosa c'è sull'asse orizzontale. E la gobba della fotografia non è la traiettoria di un punto della corda: ogni punto si muove soltanto su e giù.

ESEMPIO SVOLTO

Leggere i due grafici di un'onda

Problema. Dai grafici della Figura 12.5 ricava a) ampiezza, lunghezza d'onda, periodo e frequenza; b) la velocità di propagazione; c) l'istante in cui P passa per la prima volta per l'equilibrio; d) dove si trova, a $t = 0{,}20$ s, la cresta che a $t = 0$ era in P.

a) In entrambi i grafici $A = 2{,}0$ cm. Nella fotografia due creste distano $\lambda = 0{,}80$ m; nella storia di P due massimi distano $T = 0{,}40$ s, quindi $f = 1/(0{,}40\ \text{s}) = 2{,}5$ Hz.

b) $v = \lambda/T = 0{,}80\ \text{m} / 0{,}40\ \text{s} = 2{,}0$ m/s.

c) P parte da una cresta e raggiunge l'equilibrio dopo un quarto di periodo, come l'ombra della Figura 12.1: $t = T/4 = 0{,}10$ s, dove la curva (b) taglia l'asse dei tempi.

d) In 0,20 s la cresta avanza di $2{,}0\ \text{m/s} \cdot 0{,}20\ \text{s} = 0{,}40\ \text{m} = \lambda/2$: si trova in $x = 0{,}60$ m, mentre P, dopo mezzo periodo, è in fondo a un avvallamento.

12.3.4 La velocità dipende dal mezzo

In una corda tesa l'onda è tanto più veloce quanto più la corda è tirata, e tanto più lenta quanto più è pesante. Indicando con F_T la tensione (per non confonderla con il periodo T) e con μ la **densità lineare**, cioè la massa per unità di lunghezza, $\mu = m/L$ in kg/m:

$$v = \sqrt{\frac{F_T}{\mu}}$$

Una corda con $\mu = 0{,}10$ kg/m tesa con 40 N trasmette onde a $v = \sqrt{(40\ \text{N} / 0{,}10\ \text{kg/m})} = 20$ m/s. Se un vibratore la fa oscillare a 5,0 Hz, $\lambda = 20/5{,}0$ m $= 4{,}0$ m; a 10 Hz λ sarebbe 2,0 m, ma la velocità resterebbe 20 m/s. Per raddoppiare la velocità bisogna quadruplicare la tensione. In ogni mezzo la velocità delle onde dipende dalla «rigidità», che riporta il mezzo all'equilibrio, e dall'inerzia: per questo il suono è più veloce nell'acqua che nell'aria, e ancora di più nell'acciaio.

12.4 I fenomeni caratteristici delle onde

Le onde fanno cose che i corpi non fanno: si attraversano senza urtarsi, si sommano fino ad annullarsi, aggirano gli ostacoli. Da questi comportamenti si riconosce che un fenomeno è ondulatorio: con essi, nel 1801–1803, Thomas Young sostenne che la luce è un'onda, una tesi che si impose nei decenni successivi (capitolo 16).

12.4.1 La riflessione

Un impulso che arriva all'estremo di una corda torna indietro: è la **riflessione**. Se l'estremo è fissato a un muro, la corda tira il muro verso l'alto e il muro, per il terzo principio, tira la corda

verso il basso: l'impulso torna *capovolto*. Se l'estremo è libero, per esempio legato a un anello leggero che scorre su un'asta liscia, l'impulso torna *diritto*. In entrambi i casi la velocità non cambia, perché il mezzo è lo stesso. Il suono si riflette contro una parete: è l'eco, che vedrai nel prossimo capitolo.

12.4.2 Sovrapposizione e interferenza

Due impulsi che corrono uno contro l'altro lungo una corda si attraversano e proseguono intatti; mentre sono sovrapposti, però, la corda assume una forma che è la somma delle due. È il **principio di sovrapposizione**: *quando due o più onde si incontrano in un punto, lo spostamento risultante è la somma degli spostamenti che ciascuna onda produrrebbe da sola*. Due creste formano una cresta più alta; una cresta e un avvallamento di uguale ampiezza, nell'istante in cui si sovrappongono, si annullano.

In una vasca ondosa, una vaschetta con pochi centimetri d'acqua, due punte fissate allo stesso vibratore battono sulla superficie con la stessa frequenza e in fase. Le loro onde circolari si sovrappongono (Figura 12.6). Dove arrivano sempre insieme due creste, o due avvallamenti, l'acqua oscilla con ampiezza doppia: **interferenza costruttiva**. Dove arriva sempre una cresta con un avvallamento, le onde si annullano e l'acqua resta quasi ferma: **interferenza distruttiva**. Sulla superficie compare una figura fissa di linee agitate e linee calme, la figura di interferenza.

Un punto dista r_1 dalla prima sorgente e r_2 dalla seconda; la **differenza di cammino** è $\Delta = |r_1 - r_2|$. Se è un numero intero di lunghezze d'onda, le onde arrivano «in passo», cresta con cresta; se è un numero intero più mezzo, cresta con avvallamento. Per due sorgenti in fase e di uguale ampiezza:

$$\Delta = n\,\lambda \rightarrow \text{interferenza costruttiva}; \quad \Delta = (n + \tfrac{1}{2})\,\lambda \rightarrow \text{interferenza distruttiva} \quad (n = 0, 1, 2, \ldots)$$

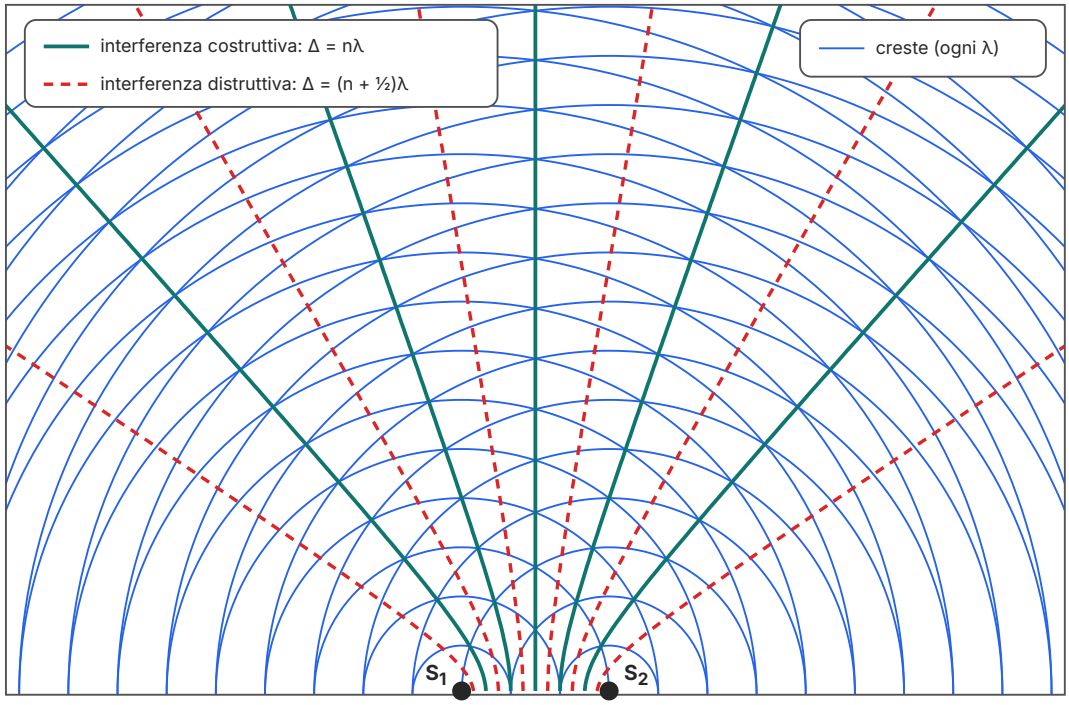


Figura 12.6 Interferenza delle onde prodotte da due sorgenti in fase S_1 e S_2, distanti 3λ, in una vasca ondosa (calcolata). Le circonferenze blu sono le creste, una ogni lunghezza d'onda. Le linee verdi uniscono i punti in cui la differenza di cammino è 0, λ o 2λ (interferenza costruttiva); le linee rosse tratteggiate quelli in cui è λ/2, 3λ/2 o 5λ/2 (interferenza distruttiva).

ESEMPIO SVOLTO

Acqua agitata o acqua calma?

Problema. In una vasca ondosa due punte vibrano in fase a 10 Hz; le onde si propagano a 0,25 m/s. Il punto P dista 10,0 cm dalla prima punta e 15,0 cm dalla seconda; il punto Q dista 12,0 cm e 15,75 cm. Che cosa succede in P e in Q?

Lunghezza d'onda. $\lambda = v/f = (0{,}25\ \text{m/s})/(10\ \text{Hz}) = 0{,}025\ \text{m} = 2{,}5\ \text{cm}$.

In P $\Delta = 15{,}0\ \text{cm} - 10{,}0\ \text{cm} = 5{,}0\ \text{cm} = 2\lambda$: interferenza costruttiva, l'acqua oscilla con ampiezza circa doppia. **In Q** $\Delta = 15{,}75\ \text{cm} - 12{,}0\ \text{cm} = 3{,}75\ \text{cm} = 1{,}5\lambda$: interferenza distruttiva, l'acqua è quasi ferma.

Osservazione. Con frequenza doppia λ sarebbe 1,25 cm e in Q $\Delta = 3\lambda$: l'acqua calma diventerebbe agitata. La figura di interferenza dipende da λ, ed è così che, con la luce, la si misura (capitolo 16).

12.4.3 Le onde stazionarie

In una corda fissata ai due estremi, come quella di una chitarra, l'onda si riflette agli estremi e si sovrappone a se stessa. Per quasi tutte le frequenze il risultato è un tremolio disordinato; per alcune frequenze precise, invece, la corda vibra in modo ampio e regolare, divisa in «fusi» che si gonfiano e si sgonfiano senza che niente sembri propagarsi: è un'**onda stazionaria** (Figura 12.7).

Alcuni punti restano sempre fermi: sono i **nodi**, dove le onde che vanno e tornano interferiscono distruttivamente. A metà fra due nodi ci sono i **ventri**, che oscillano con l'ampiezza massima. Due nodi consecutivi distano $\lambda/2$, e gli estremi fissi devono essere nodi: nella corda lunga L sta un numero intero di mezze lunghezze d'onda, $L = n\,\lambda/2$. I modi di vibrazione possibili hanno

$$\lambda_n = \frac{2L}{n} \qquad f_n = \frac{n\,v}{2L} \qquad (n = 1, 2, 3, \ldots)$$

La frequenza più bassa, $f_1 = v/(2L)$, è la **frequenza fondamentale**; i suoi multipli interi, $2f_1$, $3f_1$, ..., sono le **armoniche**. Nel prossimo capitolo vedrai che sono le armoniche a dare a ogni strumento la sua voce.

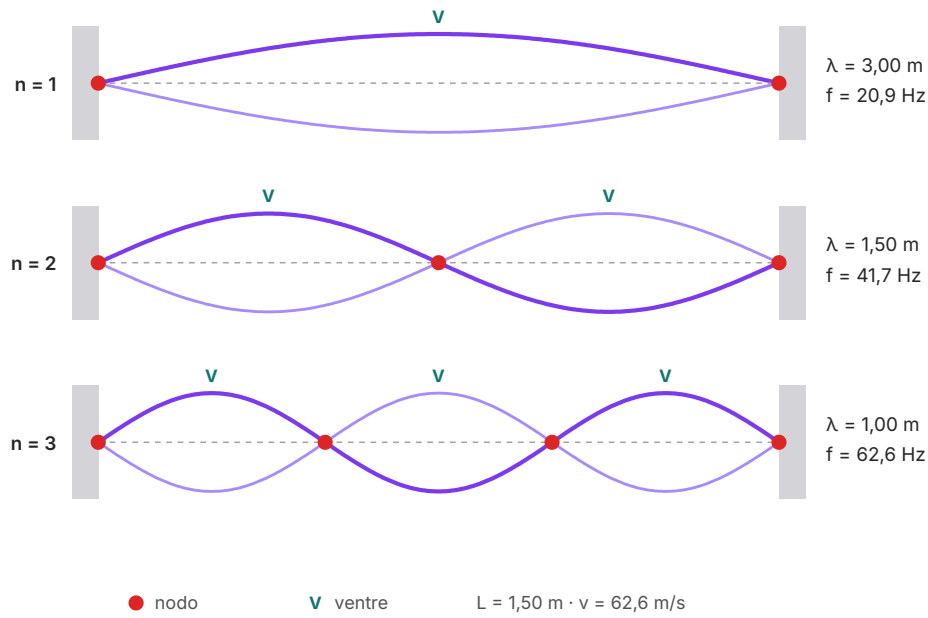


Figura 12.7 I primi tre modi di vibrazione di una corda fissata agli estremi, lunga 1,50 m, in cui le onde viaggiano a 62,6 m/s (calcolati con $\lambda_n = 2L/n$ e $f_n = nv/(2L)$). Le due curve di ogni modo sono la forma della corda in due istanti a mezzo periodo di distanza. I nodi (punti rossi) non si muovono mai; i ventri (V) oscillano con l'ampiezza massima.

ESEMPIO SVOLTO

La corda del vibratore

Problema. Una corda di densità lineare 2,5 g/m è fissata a un vibratore e, dopo un tratto lungo $L = 1{,}50$ m, passa su una carrucola e regge una massa di 1,00 kg. A quali frequenze compaiono i primi tre modi di vibrazione?

Tensione e velocità. La massa è in equilibrio: $F_T = mg = 1{,}00\ \text{kg} \cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2 = 9{,}8\ \text{N}$. Con $\mu = 2{,}5 \times 10^{-3}$ kg/m:

$$v = \sqrt{\frac{9{,}8\ \text{N}}{2{,}5 \times 10^{-3}\ \text{kg/m}}} = \sqrt{(3{,}92 \times 10^{3}\ \text{m}^2/\text{s}^2)} \approx 62{,}6\ \text{m/s}$$

Frequenze. $f_1 = v/(2L) = 62{,}6\ \text{m/s} / 3{,}00\ \text{m} \approx 20{,}9$ Hz; $f_2 \approx 41{,}7$ Hz; $f_3 \approx 62{,}6$ Hz, con lunghezze d'onda 3,00 m, 1,50 m e 1,00 m (Figura 12.7).

Controllo. Per ogni modo $\lambda f = 62{,}6$ m/s: la velocità, fissata dalla corda, è la stessa. Con 4,00 kg la tensione quadruplicherebbe e tutte le frequenze raddoppierebbero.

12.4.4 La diffrazione e il principio di Huygens

Le onde del mare che entrano in un porto da un'apertura stretta nella diga si allargano a ventaglio e raggiungono anche le barche riparate dietro la diga; senti una persona che parla dietro l'angolo di un corridoio, anche se non la vedi. La capacità delle onde di aggirare gli ostacoli e di allargarsi oltre un'apertura si chiama **diffrazione**.

La diffrazione è tanto più evidente quanto più le dimensioni dell'apertura sono vicine alla lunghezza d'onda (Figura 12.8). Oltre una fenditura larga molte lunghezze d'onda l'onda prosegue quasi in linea retta; da una fenditura larga quanto una lunghezza d'onda escono onde circolari. Il suono, con λ da qualche centimetro a qualche metro, si diffrange intorno alle porte; la luce, con λ inferiori al millesimo di millimetro, quasi no: per questo vediamo ombre nette e sentiamo dietro gli angoli.

Una spiegazione geometrica si deve all'olandese Christiaan Huygens, nel *Traité de la lumière* (1690). Il **principio di Huygens** afferma che *ogni punto di un fronte d'onda si comporta come una sorgente di piccole onde secondarie, e il nuovo fronte d'onda è la linea che le inviluppa, cioè le tocca tutte*. Per un fronte piano libero il principio dà un nuovo fronte piano, più avanti; in una fenditura stretta restano soltanto le poche sorgenti secondarie dell'apertura, e le loro onde si allargano in tutte le direzioni.

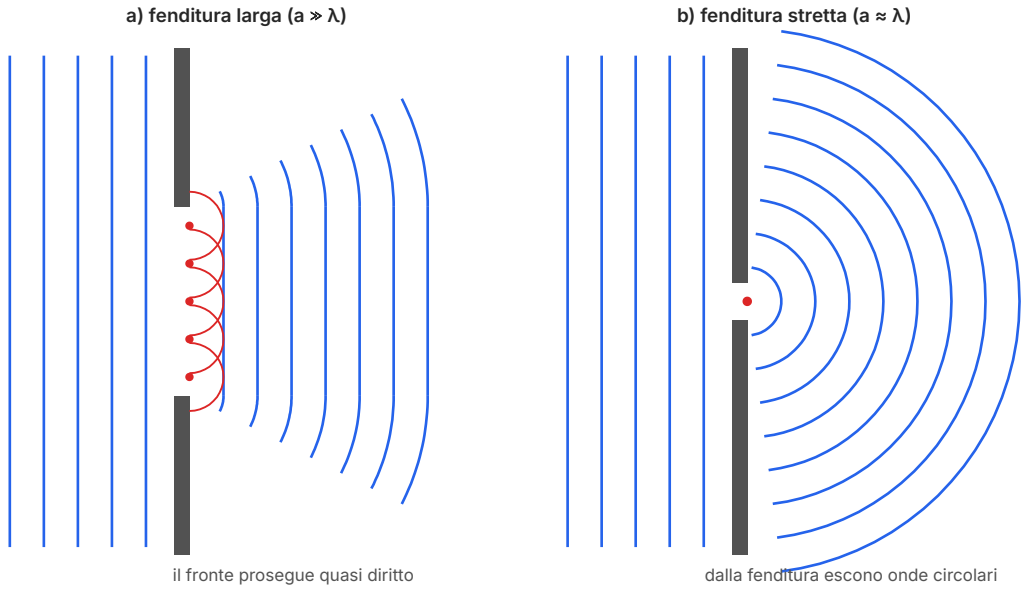


Figura 12.8 La diffrazione di onde piane (linee blu) che arrivano da sinistra su una parete con un'apertura (schema). a) Con un'apertura di larghezza *a* pari a circa cinque lunghezze d'onda il fronte prosegue quasi diritto e si incurva soltanto ai bordi; i punti rossi nell'apertura emettono le onde secondarie di Huygens (archi rossi), il cui inviluppo è il fronte successivo. b) Con un'apertura larga circa quanto la lunghezza d'onda, l'apertura si comporta come una sorgente puntiforme e ne escono onde circolari.

COLLEGAMENTI

Le parole della fisica

Onda viene dal latino *unda*, l'onda del mare e, nei poeti, l'acqua stessa; ne derivano anche *ondeggiare*, *ondulatorio* e *inondare*.

Frequenza viene dal latino *frequentia*, da *frequens*, «fitto, numeroso»: una frequenza alta indica oscillazioni «fitte», molte in un secondo.

Risonanza viene dal latino *resonare*, «risuonare», da *re-*, che indica ripetizione, e *sonare*, «suonare»: in latino è il verbo del suono che rimbomba o fa eco. In fisica la parola indica oggi un oscillatore che, forzato alla sua frequenza propria, vibra con grande ampiezza, come la corda che «risuona» quando ne suona un'altra accordata con essa.

12.5 La risonanza

12.5.1 Oscillazioni forzate e frequenza propria

Ogni oscillatore lasciato a se stesso oscilla con una frequenza che dipende soltanto da com'è fatto: la sua **frequenza propria**. Per una massa su una molla è $1/[2\pi\sqrt{(m/k)}]$; per una corda fissata agli estremi sono le frequenze dei modi di vibrazione. Ma un oscillatore può anche essere costretto da una forza periodica esterna a oscillare con una frequenza qualsiasi: sono le oscillazioni *forzate*, come quelle di una barca ormeggiata scossa dalle onde.

Lo sa chiunque abbia spinto un bambino sull'altalena: se si spinge a ogni ritorno, al ritmo dell'oscillazione, anche spinte leggere fanno crescere l'ampiezza, perché ognuna aggiunge energia al momento giusto. Un'altalena con catene di 2,5 m ha un periodo proprio di circa $2\pi\sqrt{(2{,}5/9{,}8)}$ s $\approx$ 3,2 s: spingendo ogni 3,2 s la si porta in alto; a un ritmo diverso alcune spinte arrivano contro il moto e tolgono l'energia data dalle precedenti. È la **risonanza**: *un oscillatore sottoposto a una forza periodica con frequenza uguale, o molto vicina, alla sua frequenza propria assorbe energia in modo efficace e oscilla con ampiezza molto grande*. L'ampiezza cresce finché l'energia ricevuta a ogni ciclo non uguaglia quella dissipata dagli attriti, o finché l'oscillatore non si rompe.

12.5.2 Ponti, bicchieri e strumenti

La risonanza può essere utile o pericolosa. La corda di una chitarra fa vibrare per risonanza la cassa armonica, che trasmette all'aria molta più energia della corda da sola. Un bicchiere di cristallo ha una sua frequenza propria, che si sente strofinandone il bordo con un dito bagnato; una nota molto forte e prolungata alla stessa frequenza può farlo vibrare fino a romperlo. Per questo gli ingegneri progettano edifici, ponti e macchine con frequenze proprie lontane da quelle delle forze che li sollecitano, e vi inseriscono dispositivi che smorzano le oscillazioni.

L'esempio più citato è il ponte di Tacoma Narrows, negli Stati Uniti, che il 7 novembre 1940, pochi mesi dopo l'inaugurazione, cominciò a torcersi sotto un vento sostenuto e crollò. È spesso presentato come un caso di risonanza, ma il meccanismo è più complesso: il vento non spingeva il ponte con un proprio ritmo; era l'oscillazione stessa dell'impalcato a modificare il flusso d'aria, in modo che il vento le cedesse energia a ogni ciclo. In comune con la risonanza c'è l'essenziale: energia fornita al momento giusto, ciclo dopo ciclo, fino alla rottura.

IN SINTESI

Le formule del capitolo e il loro significato

Moto armonico: $a = -(2\pi/T)^2 x$, con x in m e T in s; $f = 1/T$, in Hz: l'accelerazione è proporzionale allo spostamento dall'equilibrio e opposta a esso.

Massa e molla: $T = 2\pi\sqrt{(m/k)}$, con m in kg e k in N/m; non dipende dall'ampiezza né da g. **Pendolo semplice:** $T = 2\pi\sqrt{(l/g)}$, per piccole oscillazioni; non dipende dalla massa.

Energia dell'oscillatore: $E = \frac{1}{2}kA^2$: proporzionale al quadrato dell'ampiezza, si scambia fra cinetica e potenziale.

Velocità di un'onda: $v = \lambda f = \lambda/T$, in m/s: f è fissata dalla sorgente, v dal mezzo. In una corda tesa $v = \sqrt{(F_T/\mu)}$, con F_T in N e μ in kg/m.

Interferenza di due sorgenti in fase: costruttiva se $\Delta = n\lambda$, distruttiva se $\Delta = (n + \frac{1}{2})\lambda$.

Onde stazionarie in una corda fissata agli estremi: $\lambda_n = 2L/n$, $f_n = nv/(2L)$; i nodi distano $\lambda/2$; f_1 è la fondamentale, i multipli le armoniche.

Nel prossimo capitolo queste idee diventano la fisica del suono: un'onda longitudinale nell'aria, che le corde e le colonne d'aria degli strumenti producono con le loro onde stazionarie.

SINTESI

- Un moto oscillatorio si ripete intorno a una posizione di equilibrio; è descritto dal periodo T, dalla frequenza $f = 1/T$ e dall'ampiezza A, lo spostamento massimo dall'equilibrio.
- Il moto armonico è l'ombra di un moto circolare uniforme: la sua accelerazione è proporzionale allo spostamento e opposta a esso, $a = -(2\pi/T)^2 x$; il grafico posizione–tempo è una sinusoide.
- Una massa attaccata a una molla oscilla con $T = 2\pi\sqrt{(m/k)}$; un pendolo semplice, per piccole oscillazioni, con $T = 2\pi\sqrt{(l/g)}$, indipendente dalla massa.
- L'energia di un oscillatore, $\frac{1}{2}kA^2$, si scambia fra cinetica e potenziale; gli attriti smorzano le oscillazioni.
- Un'onda è una perturbazione che si propaga trasportando energia ma non materia; le onde meccaniche hanno bisogno di un mezzo.
- Nelle onde trasversali le particelle del mezzo oscillano perpendicolarmente alla direzione di propagazione, in quelle longitudinali (il suono) parallelamente; le onde sull'acqua sono miste.
- Un'onda periodica ha ampiezza, lunghezza d'onda λ, periodo e frequenza; la sua velocità è $v = \lambda f$. La frequenza dipende dalla sorgente, la velocità dal mezzo.
- Il grafico y–x è una fotografia dell'onda (vi si legge λ); il grafico y–t è la storia di un punto (vi si legge T).
- In una corda tesa $v = \sqrt{(F_T/\mu)}$. All'estremo fisso un impulso si riflette capovolto, all'estremo libero diritto.
- Per il principio di sovrapposizione gli spostamenti di due onde si sommano: con differenza di cammino $n\lambda$ l'interferenza è costruttiva, con $(n + \frac{1}{2})\lambda$ distruttiva.
- In una corda fissata agli estremi si formano onde stazionarie con nodi e ventri, per $\lambda_n = 2L/n$ e $f_n = nv/(2L)$; la diffrazione, spiegata dal principio di Huygens, è evidente quando l'apertura è confrontabile con λ.
- Una forza periodica con la frequenza propria di un oscillatore produce la risonanza: l'ampiezza cresce molto, fino al limite fissato dagli attriti o alla rottura.

ESERCIZI

Comprendere e ricordare

1. ● Il periodo di un oscillatore è 0,25 s. La sua frequenza è:
   - **A.** 0,25 Hz
   - **B.** 2,5 Hz
   - **C.** 4,0 Hz
   - **D.** 25 Hz

2. ● Un'onda meccanica trasporta:
   - **A.** materia ma non energia
   - **B.** energia ma non materia
   - **C.** sia materia sia energia
   - **D.** né materia né energia: soltanto la forma

3. ● In un'onda longitudinale le particelle del mezzo oscillano:
   - **A.** parallelamente alla direzione di propagazione
   - **B.** perpendicolarmente alla direzione di propagazione
   - **C.** lungo piccole circonferenze
   - **D.** soltanto nei punti di compressione

4. ● Se si raddoppia la lunghezza di un pendolo semplice, il periodo delle piccole oscillazioni:
   - **A.** raddoppia
   - **B.** si dimezza
   - **C.** non cambia
   - **D.** aumenta di circa il 41%

5. ● Quando un'onda passa da un mezzo a un altro resta sempre uguale:
   - **A.** la velocità di propagazione
   - **B.** la lunghezza d'onda
   - **C.** la frequenza
   - **D.** nessuna delle tre grandezze

6. ● In un'onda stazionaria la distanza fra due nodi consecutivi è:
   - **A.** λ
   - **B.** $\lambda/2$
   - **C.** $\lambda/4$
   - **D.** 2λ

7. ●● Due sorgenti in fase producono onde con la stessa ampiezza A, che giungono in un punto con differenza di cammino $1{,}5\lambda$. In quel punto l'ampiezza dell'oscillazione risultante è circa:
   - **A.** $A/2$
   - **B.** $2A$
   - **C.** A
   - **D.** 0

8. ●● Un corpo appeso a una molla oscilla con periodo 1,0 s. Con un corpo di massa quattro volte maggiore, appeso alla stessa molla, il periodo diventa:
   A. 2,0 s
   B. 4,0 s
   C. 0,50 s
   D. 0,25 s

Vero o falso

9. ● Nel moto armonico l'accelerazione è massima nella posizione di equilibrio. V / F

10. ● Il periodo delle piccole oscillazioni di un pendolo semplice non dipende dalla massa appesa al filo. V / F

11. ● Le onde meccaniche si propagano anche nel vuoto. V / F

12. ●● La fotografia di un'onda (y in funzione di x) e la storia di un suo punto (y in funzione di t) possono avere la stessa forma, ma sull'asse orizzontale della prima si legge λ, su quello della seconda T. V / F

13. ●● Un impulso che si riflette all'estremo fisso di una corda torna indietro capovolto. V / F

Applicare

14. ● Un'onda in una corda ha frequenza 4,0 Hz e lunghezza d'onda 0,50 m. Calcola la sua velocità di propagazione e il suo periodo.

15. ● Calcola il periodo e la frequenza delle oscillazioni di un corpo di 0,20 kg appeso a una molla con costante elastica 50 N/m.

16. ● Quanto deve essere lungo un pendolo semplice perché compia un'oscillazione completa in 1,0 s?

17. ●● Completa, usando la Figura 12.7. Nel modo $n = 3$ la corda ha _____ nodi (estremi compresi) e _____ ventri; la lunghezza d'onda è _____ m e la frequenza _____ Hz. Nel modo $n = 4$, che non è disegnato, la frequenza sarebbe _____ Hz.

18. ●● Una molla con costante elastica 80 N/m oscilla orizzontalmente, senza attriti, con un'ampiezza di 5,0 cm. a) Calcola l'energia meccanica dell'oscillatore. b) Se il corpo attaccato alla molla ha massa 0,20 kg, qual è la sua velocità massima?

19. ●● Una corda ha densità lineare 0,040 kg/m ed è tesa con una forza di 64 N. a) Con quale velocità vi si propagano le onde? b) Con quale frequenza deve oscillare il vibratore per produrre onde lunghe 0,50 m?

20. ●● Completa. In una vasca ondosa due sorgenti in fase producono onde lunghe 1,5 cm. In un punto distante 9,0 cm dalla prima sorgente e 12,0 cm dalla seconda la differenza di cammino è _____ cm, pari a _____ lunghezze d'onda: l'interferenza è _____ .

Problemi

21. ●● La quinta corda di una chitarra, quella del la, è lunga 0,65 m fra i due punti fissi e vibra nel modo fondamentale a 110 Hz. a) Qual è la lunghezza d'onda del modo fondamentale? b) Con quale velocità si propagano le onde nella corda? c) Quali sono le frequenze delle due armoniche successive? d) Il chitarrista aumenta la tensione della corda del 21%: quale diventa la frequenza fondamentale?

22. ●●● Un carrello di 0,40 kg, attaccato a una molla su una rotaia orizzontale senza attrito, viene spostato di 8,0 cm dalla posizione di equilibrio e lasciato andare. Con un cronometro misuri 10 oscillazioni complete in 6,3 s. a) Calcola il periodo. b) Ricava la costante elastica della molla. c) Calcola l'energia meccanica dell'oscillatore e la velocità massima del carrello. d) In quale punto il carrello ha la velocità massima, e in quale l'accelerazione massima?

23. ●●● Un astronauta porta sulla Luna, dove $g = 1{,}62\ \text{m/s}^2$ (capitolo 5), un pendolo che sulla Terra batte il secondo, cioè ha un periodo di 2,00 s. a) Quanto è lungo il pendolo? b) Quale periodo misura sulla Luna? c) Quanto dovrebbe essere lungo un pendolo che sulla Luna abbia un periodo di 2,00 s? d) Un orologio regolato da una massa che oscilla attaccata a una molla funzionerebbe sulla Luna come sulla Terra? Perché?

24. ●●● Una pallina di plastilina di 20 g, che si muove orizzontalmente a 3,0 m/s, colpisce e resta attaccata a un carrello di 0,28 kg, fermo su una rotaia orizzontale senza attrito e attaccato a una molla a riposo con $k = 30$ N/m. Considera il sistema pallina + carrello isolato durante il brevissimo urto e scegli come positivo il verso del moto della pallina. a) Con quale velocità si muove il carrello subito dopo l'urto (capitolo 2)? b) Quale sarà l'ampiezza delle oscillazioni? c) E il loro periodo? d) Quale frazione dell'energia cinetica iniziale della pallina diventa energia dell'oscillatore?

25. ●● In una vasca ondosa due punte vibrano in fase a 8,0 Hz e le onde si propagano a 0,16 m/s. a) Calcola la lunghezza d'onda. b) Il punto P dista 10,0 cm da una punta e 13,0 cm dall'altra: l'acqua in P è agitata o calma? c) E nel punto Q, che dista 6,0 cm e 10,0 cm? d) Che cosa succede in P se la frequenza del vibratore raddoppia (la velocità delle onde resta la stessa)?

26. ●●● Un sismografo registra l'arrivo delle onde P di un terremoto e, 20 s dopo, quello delle onde S. Supponi che nelle rocce attraversate le onde P viaggino a 6,0 km/s e le onde S a 3,5 km/s. a) Quale delle due onde è trasversale? b) A quale distanza dal sismografo si è prodotto il terremoto? c) Quanto tempo hanno impiegato le onde P ad arrivare?

Ragionare e argomentare

27. ●● Stima. Allo stadio una ola fa il giro delle tribune, lungo circa 600 m, in circa 30 s. a) Con quale velocità si propaga? b) È un'onda trasversale o longitudinale? c) Di quanto si è spostato, alla fine del giro, uno spettatore? d) Se ogni spettatore resta in piedi per circa 1 s, quanto è «larga» l'onda, lungo le tribune?

28. ●●● Commenta la fonte. Nei *Discorsi* (1638, Giornata prima) Galileo osserva, in sostanza, che un pendolo pesante, fermo, può essere messo in grandi oscillazioni soffiandoci sopra con piccoli soffi, purché ogni soffio sia dato al momento giusto, in accordo con le sue vibrazioni; e che una corda che suona fa vibrare un'altra corda accordata all'unisono con essa. a) Quale fenomeno descrive Galileo? b) Perché i soffi devono seguire il ritmo delle oscillazioni? Che cosa succederebbe soffiando a un ritmo diverso? c) Come potresti verificare la seconda osservazione con due diapason uguali? d) Che cosa ha in comune con questi esempi il funzionamento dell'orologio di Huygens?

29. ●● Trova l'errore. Uno studente scrive: «Per raddoppiare la velocità delle onde in una corda basta raddoppiare la frequenza del vibratore, perché $v = \lambda f$». Individua l'errore e spiega come si raddoppia davvero la velocità.

30. ●● Progetta un esperimento per verificare che il periodo di un corpo appeso a una molla non dipende dall'ampiezza e che il suo quadrato è proporzionale alla massa. Indica il materiale, le grandezze da misurare, come ridurre l'incertezza sul periodo e quale grafico ti aspetti.

PER APPROFONDIRE

- [HUY] Christiaan Huygens, *Traité de la lumière*: nel primo capitolo la costruzione delle onde secondarie che porta il suo nome, pensata per la luce ma valida per ogni onda.
- [GAL] Galileo Galilei, *Discorsi e dimostrazioni matematiche intorno a due nuove scienze*, Giornata prima: le pagine finali sul pendolo, sulle corde che vibrano «per simpatia» e sulle consonanze musicali.
- [FEY] R.P. Feynman, R.B. Leighton, M. Sands, *La fisica di Feynman*, vol. I: i capitoli sull'oscillatore armonico e sulla risonanza, con molti esempi tratti dalla tecnica.
- [HRW] D. Halliday, R. Resnick, J. Walker, *Fondamenti di fisica*: i capitoli sulle oscillazioni e sulle onde, con esercizi di ogni livello.

Glossario del capitolo

Ampiezza
Massimo spostamento dalla posizione di equilibrio di un corpo che oscilla, o di un punto del mezzo al passaggio di un'onda.

Densità lineare
Massa per unità di lunghezza di una corda, $\mu = m/L$, in kg/m.

Diffrazione
Capacità di un'onda di aggirare gli ostacoli e di allargarsi oltre un'apertura; è evidente quando le dimensioni dell'apertura sono confrontabili con λ.

Frequenza fondamentale
La frequenza più bassa a cui vibra una corda fissata agli estremi, $f_1 = v/(2L)$; i suoi multipli interi sono le armoniche.

Fronte d'onda
Linea o superficie che unisce i punti raggiunti nello stesso istante dalla stessa cresta di un'onda.

Interferenza
Sovrapposizione di onde che si rinforzano (costruttiva, differenza di cammino $n\lambda$) o si annullano (distruttiva, differenza di cammino $(n + \tfrac{1}{2})\lambda$).

Lunghezza d'onda
Distanza fra due creste successive di un'onda periodica (simbolo λ, in m).

Moto armonico
Moto oscillatorio in cui l'accelerazione è proporzionale allo spostamento dall'equilibrio e opposta a esso; è la proiezione di un moto circolare uniforme.

Onda
Perturbazione che si propaga nello spazio trasportando energia ma non materia.

Onda longitudinale
Onda in cui le particelle del mezzo oscillano nella direzione di propagazione, formando compressioni e rarefazioni.

Onda meccanica
Onda che si propaga in un mezzo materiale e non può propagarsi nel vuoto.

Onda stazionaria
Configurazione di vibrazione, con nodi fermi e ventri di ampiezza massima, prodotta dalla sovrapposizione di onde che vanno e tornano in un mezzo limitato.

Onda trasversale
Onda in cui le particelle del mezzo oscillano perpendicolarmente alla direzione di propagazione.

Oscillatore armonico
Sistema che compie un moto armonico, come una massa attaccata a una molla ideale: $T = 2\pi\sqrt{(m/k)}$.

Oscillazioni smorzate
Oscillazioni la cui ampiezza diminuisce nel tempo perché gli attriti trasformano l'energia meccanica in energia interna.

Principio di Huygens
Ogni punto di un fronte d'onda è sorgente di onde secondarie; il loro inviluppo è il nuovo fronte d'onda.

Principio di sovrapposizione
Quando più onde si incontrano, lo spostamento risultante è la somma degli spostamenti prodotti da ciascuna.

Risonanza
Grande aumento dell'ampiezza di un oscillatore sottoposto a una forza periodica di frequenza uguale alla sua frequenza propria.

Velocità di propagazione
Velocità con cui avanzano le creste di un'onda: $v = \lambda f$; dipende dal mezzo.

Soluzioni

1. C. $f = 1/T = 1/(0{,}25\text{ s}) = 4{,}0$ Hz.

2. B. Le particelle del mezzo oscillano intorno alla loro posizione di equilibrio; si propaga l'energia.

3. A. È il caso della molla a spirale e del suono nell'aria; le circonferenze (C) riguardano le onde sull'acqua.

4. D. $T \propto \sqrt{l}$: $\sqrt{2} \approx 1{,}41$. Raddoppia soltanto se la lunghezza quadruplica.

5. C. La frequenza è fissata dalla sorgente; la velocità dipende dal mezzo e $\lambda = v/f$ si adatta.

6. B. Fra due nodi consecutivi c'è un ventre e mezza lunghezza d'onda.

7. D. $1{,}5\lambda = (1 + \frac{1}{2})\lambda$: una cresta arriva con un avvallamento, interferenza distruttiva.

8. A. $T \propto \sqrt{m}$: $\sqrt{4} = 2$, quindi 2,0 s.

9. F. All'equilibrio lo spostamento è nullo e quindi anche l'accelerazione; è massima agli estremi, dove la velocità è nulla.

10. V. $T = 2\pi\sqrt{(l/g)}$ non contiene la massa.

11. F. Hanno bisogno di un mezzo materiale le cui particelle si trasmettano la perturbazione.

12. V. Per un'onda armonica sono entrambe sinusoidi; le distanze fra due massimi sono una lunghezza e una durata (Figura 12.5).

13. V. La corda tira il muro verso l'alto e il muro, per il terzo principio, tira la corda verso il basso.

14. $v = \lambda f = 0{,}50\text{ m} \cdot 4{,}0\text{ Hz} = 2{,}0$ m/s; $T = 1/f = 0{,}25$ s.

15. $T = 2\pi\sqrt{(0{,}20\text{ kg} / 50\text{ N/m})} = 2\pi\sqrt{(0{,}0040\text{ s}^2)} \approx 0{,}40$ s; $f = 1/T \approx 2{,}5$ Hz.

16. $l = gT^2/(4\pi^2) = 9{,}8\text{ m/s}^2 \cdot (1{,}0\text{ s})^2/39{,}5 \approx 0{,}25$ m.

17. 4 nodi e 3 ventri; $\lambda_3 = 2 \cdot 1{,}50\text{ m}/3 = 1{,}00$ m; $f_3 = 3 \cdot 62{,}6\text{ m/s}/(2 \cdot 1{,}50\text{ m}) \approx 62{,}6$ Hz; $f_4 = 4 \cdot 62{,}6\text{ m/s}/(2 \cdot 1{,}50\text{ m}) \approx 83{,}5$ Hz.

18. a) $E = \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2} \cdot 80\text{ N/m} \cdot (0{,}050\text{ m})^2 = 0{,}10$ J. b) All'equilibrio $\frac{1}{2}mv^2 = 0{,}10$ J, $v = \sqrt{(2 \cdot 0{,}10\text{ J} / 0{,}20\text{ kg})} = 1{,}0$ m/s.

19. a) $v = \sqrt{(64\text{ N} / 0{,}040\text{ kg/m})} = \sqrt{(1600\text{ m}^2/\text{s}^2)} = 40$ m/s. b) $f = v/\lambda = 40\text{ m/s} / 0{,}50\text{ m} = 80$ Hz.

20. $\Delta = 12{,}0\text{ cm} - 9{,}0\text{ cm} = 3{,}0\text{ cm} = 2\lambda$: interferenza costruttiva.

21. a) $\lambda_1 = 2L = 1{,}30$ m. b) $v = \lambda_1 f_1 = 1{,}30\text{ m} \cdot 110\text{ Hz} = 143$ m/s. c) $f_2 = 220$ Hz, $f_3 = 330$ Hz. d) $v \propto \sqrt{F_T}$: $\sqrt{1{,}21} = 1{,}10$, quindi v e f_1 crescono del 10%: $f_1 = 121$ Hz (la lunghezza non cambia).

22. a) $T = 6{,}3\text{ s}/10 = 0{,}63$ s. b) $k = 4\pi^2 m/T^2 = 39{,}48 \cdot 0{,}40\text{ kg}/(0{,}63\text{ s})^2 \approx 40$ N/m. c) $E = \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2} \cdot 39{,}8\text{ N/m} \cdot (0{,}080\text{ m})^2 \approx 0{,}13$ J; $v_{max} = \sqrt{(2E/m)} = \sqrt{(2 \cdot 0{,}127\text{ J}/0{,}40\text{ kg})} \approx 0{,}80$ m/s. d) Velocità massima nella posizione di equilibrio; accelerazione massima (in modulo) agli estremi, a ± 8,0 cm.

23. a) $l = gT^2/(4\pi^2) = 9{,}8 \cdot 4{,}00/39{,}48\text{ m} \approx 0{,}993$ m. b) $T = 2\pi\sqrt{(0{,}993\text{ m} / 1{,}62\text{ m/s}^2)} \approx 4{,}92$ s. c) $l = 1{,}62 \cdot 4{,}00/39{,}48\text{ m} \approx 0{,}164$ m. d) Sì: $T = 2\pi\sqrt{(m/k)}$ non dipende da g; la massa e la costante della molla sono le stesse sulla Luna.

24. a) Urto completamente anelastico: $v = m_1 v_1/(m_1 + m_2) = 0{,}020\text{ kg} \cdot 3{,}0\text{ m/s} / 0{,}30\text{ kg} = +0{,}20$ m/s. b) $\frac{1}{2} \cdot 0{,}30\text{ kg} \cdot (0{,}20\text{ m/s})^2 = 6{,}0 \times 10^{-3}$ J $= \frac{1}{2}kA^2$, $A = \sqrt{(2 \cdot 6{,}0 \times 10^{-3}\text{ J} / 30\text{ N/m})} = 0{,}020\text{ m} = 2{,}0$ cm. c) $T = 2\pi\sqrt{(0{,}30\text{ kg} / 30\text{ N/m})} \approx 0{,}63$ s. d) $K_i = \frac{1}{2} \cdot 0{,}020\text{ kg} \cdot (3{,}0\text{ m/s})^2 = 0{,}090$ J; $0{,}0060/0{,}090 \approx 6{,}7\%$: il resto è diventato energia interna nell'urto.

25. a) $\lambda = v/f = 0{,}16\text{ m/s} / 8{,}0\text{ Hz} = 0{,}020\text{ m} = 2{,}0$ cm. b) $\Delta = 3{,}0\text{ cm} = 1{,}5\lambda$: interferenza distruttiva, acqua calma. c) $\Delta = 4{,}0\text{ cm} = 2\lambda$: costruttiva, acqua agitata. d) $\lambda = 1{,}0$ cm e $\Delta = 3\lambda$: in P l'interferenza diventa costruttiva.

26. a) Le onde S. b) $d/v_S - d/v_P = 20$ s, $d = 20\text{ s} / (1/3{,}5 - 1/6{,}0)\text{ s/km} = 20/0{,}119\text{ km} \approx 1{,}7 \times 10^2$ km (168 km). c) $t = 168\text{ km} / 6{,}0\text{ km/s} = 28$ s.

27. a) $v \approx 600\text{ m} / 30\text{ s} = 20$ m/s. b) Trasversale: gli spettatori si muovono in verticale, l'onda avanza in

orizzontale. c) Di nulla: si alza e torna a sedere al suo posto; si propaga il movimento, non le persone. d) In 1 s l'onda avanza di circa 20 m: è larga una ventina di metri di tribuna.

28. *Traccia di risposta.* a) La risonanza: una forza periodica alla frequenza propria fa crescere l'ampiezza. b) Ogni soffio dato nel verso del moto aggiunge energia; a un ritmo diverso alcuni soffi arriverebbero contro il moto e toglierebbero l'energia data dai precedenti, e l'ampiezza resterebbe piccola. c) Si fa suonare un diapason vicino a un altro uguale, poi lo si zittisce con la mano: si sente ancora il secondo, che ha cominciato a vibrare; con un diapason di frequenza diversa (o con un pezzetto di plastilina sul secondo) l'effetto scompare. d) Anche lì l'oscillatore riceve una piccola spinta a ogni periodo, al ritmo della sua frequenza propria, che ne mantiene l'ampiezza.

29. La velocità dipende dal mezzo, non dalla sorgente: raddoppiando f la lunghezza d'onda si dimezza e $v = \lambda f$ resta la stessa. Per raddoppiare $v = \sqrt{(F_T/\mu)}$ bisogna quadruplicare la tensione (o usare una corda con densità lineare quattro volte minore).

30. *Traccia di risposta.* Molla appesa a un sostegno, pesetti da 50 g, cronometro, righello. 1) Con la stessa massa, cronometra 20 oscillazioni per ampiezze di 1, 2 e 4 cm: i periodi devono coincidere entro le incertezze. 2) Con massa da 50 a 250 g cronometra 20 oscillazioni (l'incertezza di reazione divisa per 20) e calcola T^2. Il grafico di T^2 in funzione di m deve essere una retta di pendenza $4\pi^2/k$; si può confrontare il k ottenuto con quello misurato staticamente con la legge di Hooke (*Fisica 3*, capitolo 6). Se la retta non passa per l'origine, una causa probabile è la massa della molla stessa, che anch'essa oscilla.