CAPITOLO

14

Applicazioni dei principi e sistemi non inerziali

Tre leggi bastano per un ascensore, una curva e una fionda: il difficile è vedere, ogni volta, quali forze agiscono e su quale corpo.

OBIETTIVI

1. Applicare il secondo principio a corpi su piani orizzontali e inclinati, con e senza attrito.
2. Calcolare il peso apparente in un ascensore che accelera e spiegare la velocità limite di un corpo che cade nell'aria.
3. Risolvere problemi con corpi collegati da funi e carrucole, come la macchina di Atwood.
4. Riconoscere quale forza svolge il ruolo di forza centripeta in un moto circolare.
5. Descrivere lo stesso fenomeno da un sistema inerziale e da uno non inerziale, usando correttamente le forze apparenti.

INDICE DEL CAPITOLO

14.1 Forze e moto lungo una retta 2
14.2 Il piano inclinato in dinamica 5
14.3 Corpi collegati 8
14.4 La dinamica del moto circolare 12
14.5 I sistemi non inerziali e le forze apparenti 14

Fisica 3 · Parte V · I principi della dinamica · versione 1.0
Capitolo 14: Applicazioni dei principi e sistemi non inerziali · pagine 349–370 del volume completo · estratto per lo studio

Nel capitolo 13 hai incontrato le tre leggi con cui Newton ha riassunto la meccanica. Sono poche righe, ma bastano a spiegare molte situazioni quotidiane: perché in ascensore ci si sente più pesanti alla partenza, quanto spazio serve a un'auto per fermarsi, perché in curva sul bagnato bisogna rallentare, perché la centrifuga della lavatrice asciuga i panni.

In questo capitolo metterai le leggi al lavoro. La difficoltà non sta nei calcoli, quasi sempre semplici, ma nel vedere con chiarezza *quali* forze agiscono e *su quale* corpo. Alla fine affronterai una domanda più sottile: che cosa cambia se chi osserva si trova su un autobus che frena o su una giostra che gira?

DA RICORDARE

Il metodo per i problemi di dinamica

Il metodo è quello del capitolo 13. **1.** Isola il corpo (se sono più d'uno, uno alla volta). **2.** Disegna il diagramma di corpo libero, chiedendoti per ogni forza quale corpo la esercita. **3.** Scegli gli assi, uno nella direzione dell'accelerazione. **4.** Scrivi il secondo principio per componenti: lungo l'accelerazione la somma è ma, nella direzione perpendicolare è zero. **5.** Risolvi e controlla unità, segni e casi estremi.

14.1 Forze e moto lungo una retta

14.1.1 Spingere e tirare su un piano orizzontale

Una cassa di massa m è spinta su un pavimento da una forza orizzontale $\boldsymbol{F}$. Sulla cassa agiscono quattro forze: il peso $\boldsymbol{P}$ (esercitato dalla Terra), la forza normale $\boldsymbol{N}$ e l'attrito dinamico $\boldsymbol{F_d}$ (entrambi esercitati dal pavimento) e la spinta $\boldsymbol{F}$ (esercitata da chi spinge). In verticale la cassa non accelera, quindi $N = mg$: qui la forza normale è uguale al peso *perché* non ci sono altre forze verticali e la cassa non si muove in quella direzione. In orizzontale, scegliendo come verso positivo quello del moto,

$$F - F_{\mathrm{d}} = ma, \text{ con } F_{\mathrm{d}} = \mu_{\mathrm{d}} N$$

Se la forza è inclinata la situazione cambia, e i triangoli notevoli del capitolo 5 permettono di vedere come. Tirando la cassa con una fune che sale di 30° sull'orizzontale, la componente verticale della forza solleva un po' la cassa e la forza normale diminuisce; spingendo verso il basso, come si fa con un carrello della spesa, la forza normale aumenta. Poiché l'attrito è proporzionale alla forza normale, la differenza si sente.

ESEMPIO SVOLTO

Spingere o tirare una cassa?

Dati. Una cassa di 20 kg sta su un pavimento con $\mu_d = 0{,}40$. La si muove con una forza di 120 N in tre modi: a) orizzontale; b) tirando con una fune inclinata di 30° verso l'alto; c) spingendo con un manico inclinato di 30° verso il basso. Quanto vale l'accelerazione nei tre casi?

Diagramma di corpo libero. Peso (196 N, verso il basso), forza normale (verso l'alto), attrito dinamico (opposto al moto), forza applicata. Nei casi b) e c) questa si scompone con il triangolo 30°-60°-90°: componente orizzontale 120 N × $\sqrt{3}/2$ = 103,9 N, verticale 60,0 N.

a) Forza orizzontale. $N = 196$ N; $F_d = 0{,}40 \times 196$ N = 78,4 N; $a = (120\text{ N} - 78{,}4\text{ N})/20\text{ kg} = 2{,}1\text{ m/s}^2$.

b) Tirare verso l'alto. In verticale: $N + 60{,}0\text{ N} - 196\text{ N} = 0$, quindi $N = 136$ N; $F_d = 0{,}40 \times 136$ N = 54,4 N; $a = (103{,}9\text{ N} - 54{,}4\text{ N})/20\text{ kg} = 2{,}5\text{ m/s}^2$.

c) Spingere verso il basso. $N - 60{,}0\text{ N} - 196\text{ N} = 0$, quindi $N = 256$ N; $F_d = 102{,}4$ N; $a = (103{,}9\text{ N} - 102{,}4\text{ N})/20\text{ kg} \approx 0{,}08\text{ m/s}^2$: la cassa si muove a fatica.

Conclusione. Tirare un po' verso l'alto conviene più che spingere in orizzontale: si guadagna sull'attrito più di quanto si perda in spinta. Spingere verso il basso è la scelta peggiore.

14.1.2 La frenata

Un'auto che frena bruscamente con le ruote bloccate striscia sull'asfalto: in orizzontale agisce soltanto l'attrito dinamico, $F_d = \mu_d\, mg$. Il secondo principio dà $\mu_d\, mg = ma$, cioè

$$a = \mu_d g$$

La massa si semplifica: un camion e un'utilitaria con gomme uguali, sulla stessa strada, decelerano allo stesso modo. Lo spazio di frenata (capitolo 11) è $d = v^2/(2\,\mu_d\, g)$. A 90 km/h, cioè 25 m/s, su asfalto asciutto ($\mu_d \approx 0{,}7$, Tabella A.5 dell'Appendice) servono circa 46 m, sul bagnato ($\mu_d \approx 0{,}4$) circa 80 m. I sistemi antibloccaggio (ABS) impediscono alle ruote di bloccarsi: una gomma che rotola senza strisciare sfrutta l'attrito statico, che è maggiore.

14.1.3 Su e giù: la fune e l'ascensore

Per sollevare un secchio con una fune, con accelerazione a verso l'alto, la tensione deve superare il peso: $T - mg = ma$, cioè $T = m(g + a)$. Per un secchio di 8,0 kg e $a = 0{,}50\text{ m/s}^2$ servono circa 82 N; a velocità costante bastano 78 N, il peso.

Lo stesso ragionamento spiega una sensazione familiare. Una persona di massa m sta in piedi su una bilancia, nella cabina di un ascensore. Su di lei agiscono il peso, verso il basso, e la forza normale $\boldsymbol{N}$ della bilancia, verso l'alto. Se la cabina ha un'accelerazione a (positiva verso l'alto), la persona ha la stessa accelerazione, e

$$N - mg = ma \Rightarrow N = m(g + a)$$

La bilancia misura la forza con cui la persona la preme, che per il terzo principio è uguale in modulo a N. È la forza che il supporto deve esercitare per reggere la persona: come per il corpo immerso del capitolo 9, la chiamiamo peso apparente, e qui è diversa dal peso vero perché la persona accelera. Nella Figura 14.1 una persona di 60 kg (peso 588 N) è su una bilancia tarata in chilogrammi, cioè che divide la forza per 9,8 N/kg.

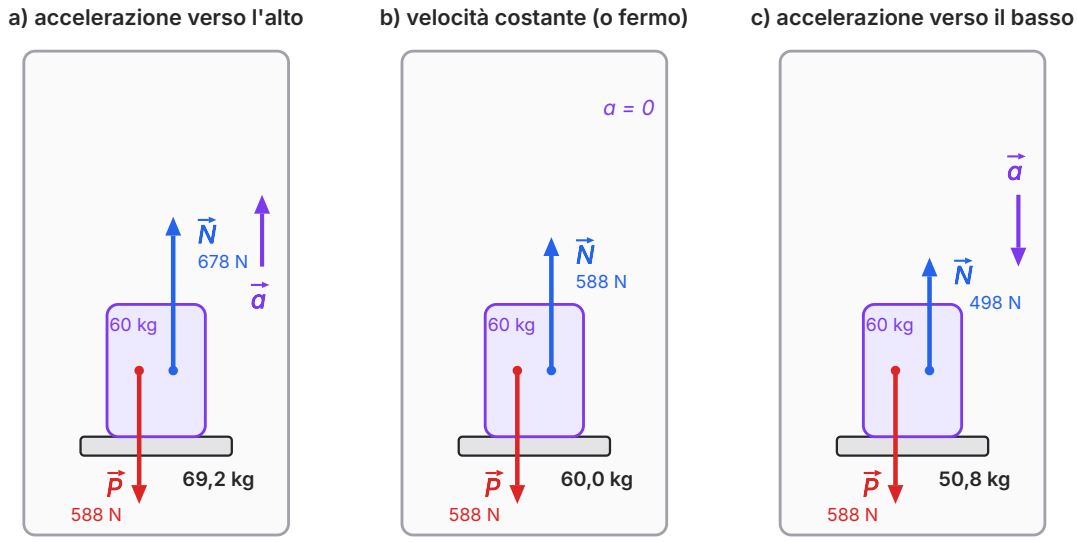


Figura 14.1 Una persona di 60 kg su una bilancia in ascensore. a) Accelerazione di 1,5 m/s^2 verso l'alto: N = 60 kg × 11,3 m/s^2 = 678 N e la bilancia segna 69,2 kg. b) Velocità costante: N = 588 N, 60,0 kg. c) Accelerazione di 1,5 m/s^2 verso il basso: N = 498 N, 50,8 kg. Il peso P è lo stesso nei tre casi.

Conta il verso dell'*accelerazione*, non quello della velocità: ci si sente più pesanti quando l'ascensore parte verso l'alto e quando, scendendo, frena; più leggeri nei due casi opposti; a velocità costante la bilancia segna il peso vero. Se la cabina cadesse liberamente, con $a = -g$, si avrebbe $N = 0$: la bilancia segnerebbe zero e la persona fluttuerebbe. È l'**imponderabilità**, la condizione degli astronauti in orbita: anche loro, come capirai il prossimo anno, sono in caduta libera.

14.1.4 Cadere nell'aria: la velocità limite

Nel capitolo 11 la caduta libera era una caduta nel vuoto. Nell'aria su un corpo che cade agisce anche la **resistenza del mezzo**, una forza $\boldsymbol{F_r}$, diretta in verso opposto alla velocità, che cresce con la velocità e dipende dalla forma e dalla sezione del corpo. Mentre il corpo accelera, la resistenza aumenta e la risultante $mg - F_r$ diminuisce; l'accelerazione cala fino ad annullarsi quando la resistenza uguaglia il peso. Da quel momento il corpo scende a velocità costante, la **velocità limite**.

Per corpi grandi e veloci la resistenza dell'aria è all'incirca proporzionale al quadrato della velocità, $F_r = kv^2$, dove k dipende dalla forma, dalla sezione e dalla densità dell'aria. Alla velocità limite $kv^2 = mg$, quindi $v_{\lim} = \sqrt{(mg/k)}$. Per un paracadutista che con l'attrezzatura ha una massa di 80 kg e scende a pancia in giù, con $k \approx 0{,}26$ kg/m, si ottiene $\sqrt{(784\ \text{N} / 0{,}26\ \text{kg/m})} \approx 55$ m/s, circa 200 km/h (Figura 14.2). Quando apre il paracadute, k diventa molte volte più grande e la velocità limite scende a pochi metri al secondo.

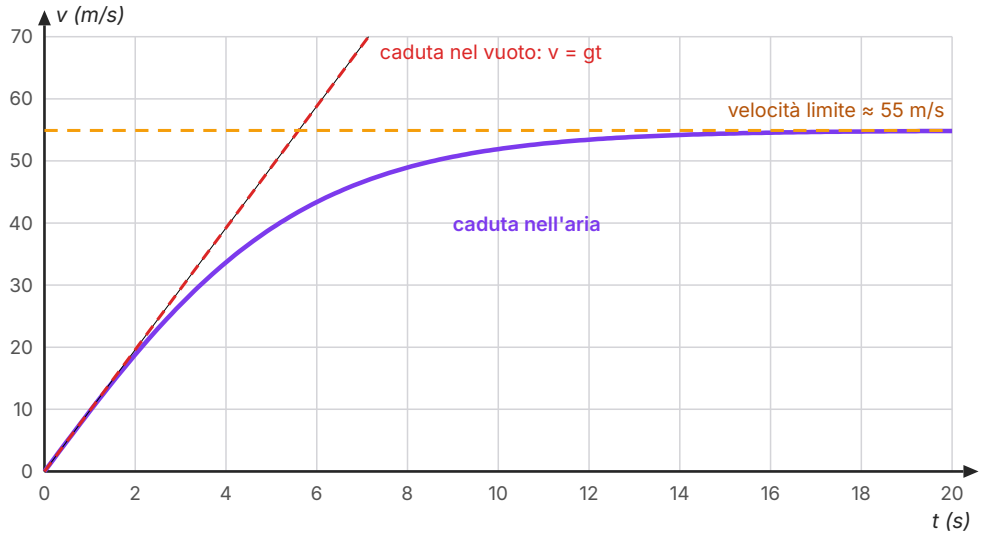


Figura 14.2 Velocità di un paracadutista di 80 kg prima dell'apertura del paracadute, calcolata con $F_r = kv^2$ e k = 0,26 kg/m (curva viola), confrontata con la caduta nel vuoto (tratteggio rosso). All'inizio le due curve coincidono; poi la resistenza riduce l'accelerazione e la velocità si avvicina al valore limite di circa 55 m/s.

A parità di forma e dimensione, la velocità limite cresce con la massa: nell'aria il corpo più pesante scende davvero più in fretta, come osservava Aristotele. Galileo mostrò che la differenza è dovuta al mezzo, e che nel vuoto scompare.

14.2 Il piano inclinato in dinamica

14.2.1 Il piano liscio

Nel capitolo 7 hai scomposto il peso di un corpo su un piano inclinato di altezza h, base b e lunghezza l, usando i triangoli simili: la componente parallela al piano è $P_{\parallel} = P \cdot h/l$, quella perpendicolare $P_{\perp} = P \cdot b/l$. Allora si cercava la forza capace di tenere fermo il corpo; ora lo lasciamo andare.

Se il piano è liscio, sul corpo agiscono solo il peso e la forza normale. Perpendicolarmente al piano il corpo non accelera, quindi $N = P_\perp$. Lungo il piano resta $P_\parallel = mg \cdot h/l$, e il secondo principio dà

$$a = g \cdot \frac{h}{l}$$

L'accelerazione non dipende dalla massa ed è una frazione di g fissata dalla pendenza: con $h/l = 1$ si ritrova la caduta libera. È la «gravità diluita» con cui Galileo rallentò la caduta per misurarla (capitolo 11). Per una rampa con h = 3,0 m, b = 4,0 m e l = 5,0 m, a = 9,8 m/s^2 × 3,0/5,0 = 5,9 m/s^2; partendo da ferma, una cassa arriva in fondo dopo $t = \sqrt{(2l/a)}$ = 1,3 s, con $v = \sqrt{(2al)}$ = 7,7 m/s. È la stessa velocità, $\sqrt{(2gh)}$, che avrebbe cadendo in verticale dalla stessa altezza: nel capitolo 16 scoprirai perché.

14.2.2 Il piano con attrito

Se il piano è scabro e il corpo scivola verso il basso, si aggiunge l'attrito dinamico, diretto verso l'alto lungo il piano. La forza normale è ancora $N = P_\perp = mg \cdot b/l$, e quindi $F_d = \mu_d\, mg \cdot b/l$. Lungo il piano:

$$ma = mg \cdot \frac{h}{l} - \mu_d mg \cdot \frac{b}{l} \Rightarrow a = g \cdot \frac{h - \mu_d\, b}{l}$$

Con $\mu_d = 0$ si ritrova il piano liscio. Se h è minore di $\mu_d\, b$, l'accelerazione è negativa: un corpo lanciato verso il basso rallenta e si ferma, e poi resta fermo se $h/b \le \mu_s$ (capitolo 7). Se invece il corpo è lanciato verso l'*alto*, peso parallelo e attrito puntano entrambi verso il basso, e la decelerazione è $g \cdot (h + \mu_d\, b)/l$.

ESEMPIO SVOLTO

Una cassa scivola lungo una rampa

Dati. Una cassa di 12 kg scivola, partendo da ferma, lungo la rampa di prima (h = 3,0 m, b = 4,0 m, l = 5,0 m); tra cassa e rampa μ_d = 0,25. Calcola le forze, l'accelerazione e la velocità in fondo.

Forze (Figura 14.3). Peso: P = 12 kg × 9,8 m/s^2 = 117,6 N. Componenti: $P_\parallel$ = 117,6 N × 3,0/5,0 = 70,6 N; $P_\perp$ = 117,6 N × 4,0/5,0 = 94,1 N. Forza normale: $N = P_\perp$ = 94,1 N. Attrito: F_d = 0,25 × 94,1 N = 23,5 N, verso l'alto lungo la rampa.

Accelerazione. Risultante lungo il piano: 70,6 N − 23,5 N = 47,1 N; a = 47,1 N/12 kg = 3,9 m/s^2. Controllo con la formula: 9,8 m/s^2 × (3,0 − 0,25 × 4,0)/5,0 = 3,9 m/s^2.

Velocità in fondo. $v = \sqrt{(2 \times 3{,}92\ \text{m/s}^2 \times 5{,}0\ \text{m})}$ = 6,3 m/s, contro i 7,7 m/s del piano liscio; il tempo di discesa sale da 1,3 s a $\sqrt{(2 \times 5{,}0\ \text{m} / 3{,}92\ \text{m/s}^2)}$ = 1,6 s.

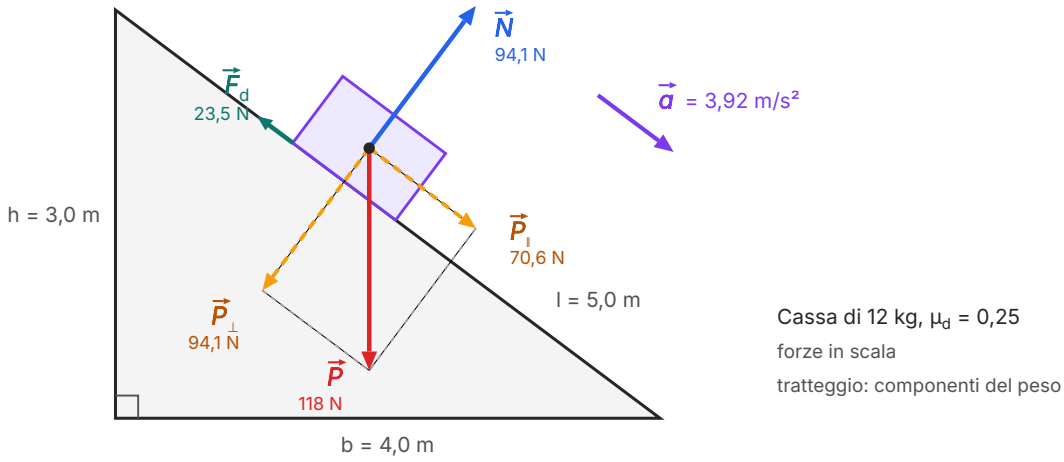


Figura 14.3 Le forze sulla cassa di 12 kg che scivola lungo la rampa (h = 3,0 m, b = 4,0 m, l = 5,0 m, μ_d = 0,25), in scala. Il peso P si scompone in $P_\parallel$ e $P_\perp$; la forza normale N equilibra $P_\perp$; l'attrito F_d si oppone allo scivolamento. La risultante, 47,1 N lungo il piano, produce l'accelerazione a.

ERRORE FREQUENTE

«Sul piano inclinato la forza normale è uguale al peso.» No: è uguale alla componente perpendicolare, $P \cdot b/l$, minore del peso; anche l'attrito si calcola con $mg \cdot b/l$. E la componente lungo il piano è $P \cdot h/l$, altezza su *lunghezza*, non su base.

COLLEGAMENTI

In laboratorio: il carrello sul piano inclinato

Materiali. Una guida rettilinea lunga $l = 1{,}200$ m, un carrello con ruote scorrevoli, spessori, un metro a nastro (sensibilità 1 mm), un cronometro al centesimo di secondo (o uno smartphone che riprende il moto).

Procedimento. Solleva un estremo della guida all'altezza h. Lascia partire il carrello da fermo e misura cinque volte il tempo t per percorrere $d = 1{,}000$ m; ripeti per quattro altezze. L'accelerazione è $a = 2d/t^2$, con incertezza relativa $e_r(d) + 2e_r(t)$.

Tabella 14.1 Dati di un gruppo (dati tipici; $d = (1{,}000 \pm 0{,}002)$ m, $l = 1{,}200$ m; t è la media di cinque misure).

h (m)	h/l	t (s)	a misurata (m/s^2)	$g \cdot h/l$ (m/s^2)
0,060	0,050	2,10 ± 0,04	0,45 ± 0,02	0,49
0,090	0,075	1,68 ± 0,03	0,71 ± 0,03	0,74
0,120	0,100	1,45 ± 0,03	0,95 ± 0,04	0,98
0,150	0,125	1,30 ± 0,02	1,18 ± 0,04	1,23

Che cosa concludere. L'obiettivo era verificare che $a = g \cdot h/l$. Il grafico di a in funzione di h/l è una retta con pendenza $(1{,}18 - 0{,}45)/(0{,}125 - 0{,}050)$ m/s^2 $\approx 9{,}7$ m/s^2, vicina a g. Però tutti i valori stanno *sotto* la previsione, di 0,03–0,05 m/s^2 e due misure su quattro non sono compatibili con essa: è un errore sistematico, l'attrito di ruote e perni, che toglie a ogni prova circa la stessa accelerazione.

Per la relazione. Struttura del capitolo 4: tabella con incertezze, grafico di a in funzione di h/l con barre d'errore e retta prevista, pendenza con incertezza, compatibilità, discussione degli attriti.

14.3 Corpi collegati

Un trattore con il rimorchio, due vagoni agganciati, la cabina di un ascensore legata al contrappeso: sono **corpi collegati**, che si muovono insieme uniti da funi o a contatto. Il metodo va applicato a *ciascun* corpo, e le forze che i corpi si scambiano compaiono a coppie, secondo il terzo principio. Useremo il filo ideale del capitolo 6, che ha la stessa tensione ai due capi e impone ai corpi collegati accelerazioni di uguale modulo, e la carrucola ideale del capitolo 7, che cambia la direzione della tensione ma non il modulo.

14.3.1 Due blocchi a contatto

Su un piano liscio una forza orizzontale di 30 N spinge un blocco di 4,0 kg, che a sua volta spinge un blocco di 2,0 kg. Insieme formano un corpo di 6,0 kg soggetto alla sola forza esterna di 30 N: a = 5,0 m/s^2. Isolando il secondo blocco, l'unica forza orizzontale su di esso è la spinta del primo, che vale quindi m_2a = 2,0 kg × 5,0 m/s^2 = 10 N. Verifica sul primo blocco: 30 N − 10 N = 4,0 kg × 5,0 m/s^2, dove i 10 N sono la reazione del secondo blocco. Spingendo dall'altra parte, la forza di contatto salirebbe a 20 N: dipende da quanta massa deve essere trascinata.

14.3.2 Un blocco sul tavolo e una massa appesa

Un blocco di massa m_1 sta su un tavolo orizzontale ed è legato a una fune che passa su una carrucola sul bordo e sostiene un corpo di massa m_2. Il corpo appeso scende, il blocco scivola verso il bordo: le due accelerazioni hanno lo stesso modulo a. Con il verso positivo nel verso del moto di ciascun corpo:

$$\text{blocco: } T - \mu_d m_1 g = m_1 a \text{ ; corpo appeso: } m_2 g - T = m_2 a$$

È un sistema lineare di due equazioni nelle incognite a e T, come quelli che risolvi in matematica. Sommando membro a membro la tensione si elimina:

$$a = \frac{(m_2 - \mu_d\, m_1)\, g}{m_1 + m_2}$$

Con un tavolo liscio, m_1 = 2,0 kg e m_2 = 0,50 kg: a = 0,50 × 9,8/2,5 m/s^2 = 2,0 m/s^2 e $T = m_1 a$ = 3,9 N. La tensione è *minore* del peso del corpo appeso (4,9 N): se fossero uguali, il corpo appeso sarebbe in equilibrio e non potrebbe accelerare verso il basso. Con μ_d = 0,20 l'accelerazione scende a 0,39 m/s^2 e la tensione sale a $m_2(g - a)$ = 4,7 N.

14.3.3 La macchina di Atwood

Alla fine del Settecento il matematico inglese George Atwood costruì un apparecchio semplicissimo, la **macchina di Atwood**, per studiare il moto uniformemente accelerato. Sono due masse m_1 e m_2, con $m_1 > m_2$, appese ai capi di una fune che passa su una carrucola (Figura 14.4). La massa maggiore scende, la minore sale, con un'accelerazione che si può rendere piccola a piacere: la stessa idea del piano inclinato di Galileo, ottenuta in verticale. Per ciascun corpo, con il verso positivo nel verso del suo moto:

$$m_1 g - T = m_1 a \text{ ; } T - m_2 g = m_2 a$$

Sommando e poi sostituendo si ottiene

$$a = \frac{(m_1 - m_2)\, g}{m_1 + m_2} \text{ , } T = \frac{2\, m_1 m_2 g}{m_1 + m_2}$$

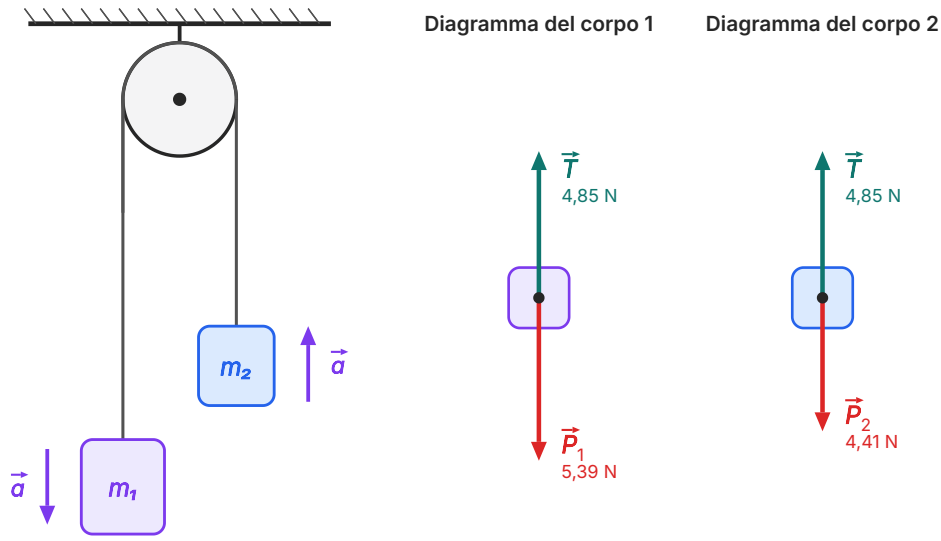


Figura 14.4 La macchina di Atwood con m_1 = 0,55 kg e m_2 = 0,45 kg e i diagrammi di corpo libero dei due corpi, in scala. La tensione, 4,85 N, è la stessa ai due capi: è minore del peso del corpo 1 (5,39 N), che accelera verso il basso, e maggiore del peso del corpo 2 (4,41 N), che accelera verso l'alto; a = 0,98 m/s^2.

Le formule superano i controlli dei casi estremi: con masse uguali $a = 0$ e $T = mg$; se m_2 tende a zero, a tende a g. L'accelerazione si ottiene anche con una scorciatoia: l'insieme dei due corpi, di massa $m_1 + m_2$, è «spinto» lungo la fune dalla differenza dei pesi. Le **forze esterne**, come i pesi, sono esercitate sui corpi del sistema da corpi che non ne fanno parte; le **forze interne**, come la tensione, sono quelle che i corpi del sistema si scambiano, e per il terzo principio si annullano a coppie. La scorciatoia non vede la tensione: per calcolarla bisogna isolare un corpo.

ESEMPIO SVOLTO

Misurare g con la macchina di Atwood

Dati. Una classe usa una macchina di Atwood con massa totale fissa, $m_1 + m_2 = 1{,}000$ kg, e sposta piccoli pesi da un lato all'altro per variare la differenza $m_1 - m_2$. Per ogni configurazione misura il tempo t che la massa maggiore impiega a scendere di 0,800 m partendo da ferma (media di più prove, incertezza 0,01 s). Dalla legge oraria del moto uniformemente accelerato, $a = 2 \times 0{,}800\ \text{m}/t^2$.

Tabella 14.2 Misure con la macchina di Atwood (dati tipici).

$(m_1 - m_2)/(m_1 + m_2)$	t (s)	a (m/s^2)	a : rapporto (m/s^2)
0,020	2,90	0,190	9,51
0,040	2,05	0,381	9,52
0,060	1,67	0,574	9,56
0,080	1,45	0,761	9,51
0,100	1,30	0,947	9,47

Analisi. La teoria prevede $a = g \cdot (m_1 - m_2)/(m_1 + m_2)$: l'accelerazione dovrebbe essere direttamente proporzionale al rapporto, con costante g. L'ultima colonna mostra che il quoziente è davvero costante: la proporzionalità diretta è verificata (sul grafico, i punti stanno su una retta per l'origine). Il valore medio dei quozienti è 9,51 m/s^2.

Incertezza. L'incertezza relativa di a è $2 \times 0{,}01$ s / t, la più grande per il tempo più breve: $2 \times 0{,}01/1{,}30 \approx 1{,}5\%$. Quindi $g_{\text{mis}} = (9{,}51 \pm 0{,}15)$ m/s^2.

Interpretazione. L'intervallo da 9,36 a 9,66 m/s^2 non contiene 9,8 m/s^2: la misura è precisa ma non accurata. L'errore è sistematico e ha una causa fisica: la carrucola reale ha attrito e una sua massa, e anche lei va messa in rotazione. Una parte della differenza dei pesi serve a questo, e l'accelerazione risulta un po' più piccola di quella della carrucola ideale.

ERRORE FREQUENTE

«La tensione della fune è uguale al peso del corpo appeso.» Solo se il corpo appeso è fermo o si muove a velocità costante. Se accelera verso il basso la tensione è minore del suo peso, se accelera verso l'alto è maggiore: è un'incognita, da ricavare con il secondo principio.

14.4 La dinamica del moto circolare

14.4.1 La forza centripeta

Nel capitolo 12 hai visto che un corpo in moto circolare uniforme ha velocità di modulo costante ma direzione sempre diversa, e quindi un'accelerazione: l'accelerazione centripeta, diretta verso il centro, di modulo $a_c = v^2/r = \omega^2 r$. Il secondo principio dice allora qualcosa di preciso: perché un corpo si muova su una circonferenza, la risultante delle forze che agiscono su di lui deve essere diretta verso il centro e valere

$$F_c = m\frac{v^2}{r} = m\omega^2 r$$

È la **forza centripeta**. Il nome non indica un nuovo tipo di forza, da aggiungere al diagramma di corpo libero accanto al peso e alla tensione: indica un *ruolo*, che di volta in volta è svolto da una forza che già conosci, o dalla risultante di più forze. Il termine, come hai visto nel capitolo 12, è di Newton, che lo introduce nella quinta definizione dei *Principia* con un esempio che chiunque abbia fatto roteare una fionda riconosce:

Lapis, in funda circumactus, a circumagente manu abire conatur; & conatu suo fundam distendit, eoque fortius quo celerius revolvitur; &, quamprimum dimittitur, avolat. Vim conatui illi contrariam, qua funda lapidem in manum perpetuo retrahit & in orbe retinet, quoniam in manum ceu orbis centrum dirigitur, centripetam appello.

«Una pietra fatta girare in una fionda tende ad allontanarsi dalla mano che la fa girare, e con questo suo sforzo tende la fionda, tanto più quanto più velocemente ruota; e appena viene lasciata, vola via. La forza contraria a quello sforzo, con cui la fionda richiama continuamente la pietra verso la mano e la trattiene nell'orbita, poiché è diretta verso la mano, cioè verso il centro dell'orbita, la chiamo centripeta» (Newton, *Principia*, Definizione V, testo della terza edizione, 1726; traduzione della redazione).

14.4.2 Chi fa da forza centripeta

Una tensione. Un sasso di 0,20 kg legato a una corda gira su un tavolo liscio lungo una circonferenza di raggio 0,80 m, a 4,0 m/s. Peso e forza normale si equilibrano; la sola forza orizzontale è la tensione F_T della corda, che deve valere $0{,}20\ \text{kg} \times (4{,}0\ \text{m/s})^2/0{,}80\ \text{m} = 4{,}0\ \text{N}$. Se la corda si spezza, sul sasso non agisce più alcuna forza orizzontale e, per il primo principio, il sasso prosegue in linea retta lungo la *tangente*, non lungo il raggio: è l'*avolat* di Newton.

L'attrito statico. Un'auto percorre una curva piana di raggio r (Figura 14.5). Peso e forza normale sono verticali e si equilibrano; la forza orizzontale che la fa curvare è l'attrito tra gomme e asfalto, diretto verso il centro. È attrito *statico*: la gomma rotola e la sua parte a contatto con la

strada non striscia di lato. Poiché l'attrito statico non può superare $\mu_s mg$, la curva si percorre solo se $mv^2/r \le \mu_s mg$, cioè fino alla **velocità massima in curva**

$$v_{max} = \sqrt{(\mu_s g r)}$$

Anche qui la massa si semplifica. In una curva di 50 m di raggio, su asfalto asciutto ($\mu_s \approx 0{,}9$) $v_{max} = \sqrt{(0{,}9 \times 9{,}8 \times 50)}$ m/s = 21 m/s, circa 76 km/h; sul bagnato ($\mu_s \approx 0{,}6$) 17 m/s, circa 62 km/h. Oltre quel valore l'attrito non basta, le gomme slittano e l'auto procede su una traiettoria meno curva, verso l'esterno della curva.

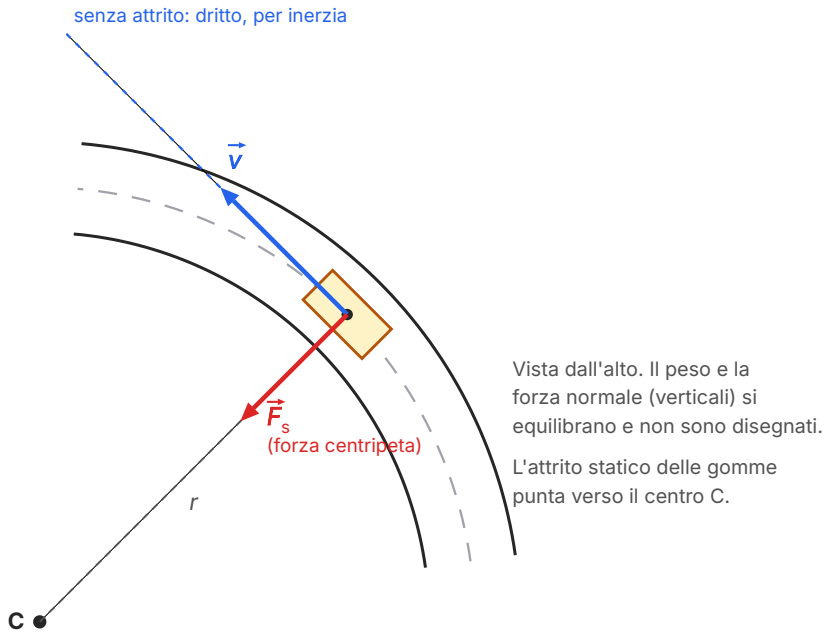


Figura 14.5 Un'auto in una curva piana di centro C e raggio *r*, vista dall'alto. La velocità ***v*** è tangente alla traiettoria; l'attrito statico $\vec{F}_s$ che la strada esercita sulle gomme punta verso il centro e svolge il ruolo di forza centripeta. Senza attrito (sul ghiaccio) l'auto proseguirebbe per inerzia lungo la tangente.

La forza normale. Nel cestello di una lavatrice in centrifuga i panni girano schiacciati contro la parete, che li spinge verso il centro. Con un raggio di 0,25 m e 1200 giri al minuto (20 Hz), $v = 2\pi \times 0{,}25$ m $\times$ 20 Hz $\approx$ 31 m/s e $a_c = v^2/r \approx 3{,}9 \times 10^3$ m/s^2, circa 400 volte g. L'acqua invece passa attraverso i fori, dove nessuna parete la spinge verso il centro, e prosegue per la tangente.

Il peso, insieme alla forza normale. Nel punto più alto di un giro della morte il vagone sta sotto la rotaia: peso e forza normale puntano entrambi verso il centro, e $N + mg = mv^2/r$. La velocità minima è quella per cui $N = 0$: $v_{min} = \sqrt{(gr)}$, 7,0 m/s per un raggio di 5,0 m. Per lo stesso motivo l'acqua non esce da un secchio fatto girare abbastanza in fretta in un cerchio verticale.

E la Luna? La Luna percorre intorno alla Terra un'orbita quasi circolare: anche su di lei deve agire una forza diretta verso la Terra. Quale sia, e perché sia la stessa che fa cadere una mela, è

la scoperta di Newton che studierai il prossimo anno.

COLLEGAMENTI

Le parole della fisica

Centrifuga. Nel capitolo 12 hai visto che *centripeto* unisce il latino *centrum* (dal greco κέντρον, la punta fissa del compasso) e il verbo *petere*, «dirigersi verso». *Centrifugo* unisce invece *centrum* e *fugere*, «fuggire»: è il termine con cui Christiaan Huygens aveva indicato la tendenza ad allontanarsi dal centro di un corpo che gira, e sul suo modello Newton costruì *centripeta*, scrivendo nel brano citato *centripetam appello*, «la chiamo centripeta».

Imponderabilità viene dal latino *pondus*, «peso», da cui *ponderare*, «pesare», con il prefisso negativo *in-*: la condizione di un corpo che non si lascia pesare, perché non preme su alcuna bilancia. Il suo peso, però, non è affatto nullo.

Apparente viene da *apparere*, «mostrarsi, comparire»: una forza apparente non è un'illusione, si sente e si misura, ma compare soltanto a chi osserva da un sistema di riferimento accelerato.

ERRORE FREQUENTE

Disegnare la forza centripeta come una forza in più. Nel diagramma di corpo libero di un'auto in curva ci sono il peso, la forza normale e l'attrito: la forza centripeta *è* l'attrito, non si aggiunge. Chiediti sempre quale corpo esercita ogni forza: «la forza centripeta» non è esercitata da nessuno in particolare.

Disegnare la forza centrifuga quando si osserva da terra. Nella descrizione da un sistema inerziale la forza centrifuga non esiste: il sasso della fionda non è spinto verso l'esterno, è la corda che lo tira verso l'interno. Se la corda si rompe, il sasso parte lungo la tangente, non lungo il raggio.

14.5 I sistemi non inerziali e le forze apparenti

14.5.1 Sul bus che parte

Nel capitolo 13 hai definito i sistemi di riferimento inerziali come quelli in cui vale il primo principio; il terreno lo è con ottima approssimazione. Un autobus che accelera, che frena o che curva non lo è. Sul pavimento di un bus fermo c'è una pallina. Il bus parte con accelerazione $\boldsymbol{a}$ in avanti, e la pallina comincia a rotolare all'indietro.

Per chi guarda *da terra* non c'è nulla di misterioso: sulla pallina non agisce alcuna forza orizzontale, quindi resta ferma rispetto al terreno, come vuole il primo principio, mentre il bus le scivola via da sotto. Per chi sta *sul bus*, invece, la pallina accelera all'indietro senza che nessun

corpo la spinga: nel sistema del bus il primo principio non vale. Per continuare a usare le leggi di Newton, il passeggero deve aggiungere a ogni corpo di massa m una **forza apparente**

$$\boldsymbol{F}_{\text{app}} = -m\boldsymbol{a}_{\text{S}}$$

dove $\boldsymbol{a}_{\text{S}}$ è l'accelerazione del sistema di riferimento rispetto a un sistema inerziale. Le forze apparenti non sono esercitate da alcun corpo, e quindi *non hanno reazione*; sono proporzionali alla massa, come il peso; scompaiono se si torna a un sistema inerziale. Un **sistema di riferimento non inerziale** è un sistema che accelera rispetto a quelli inerziali.

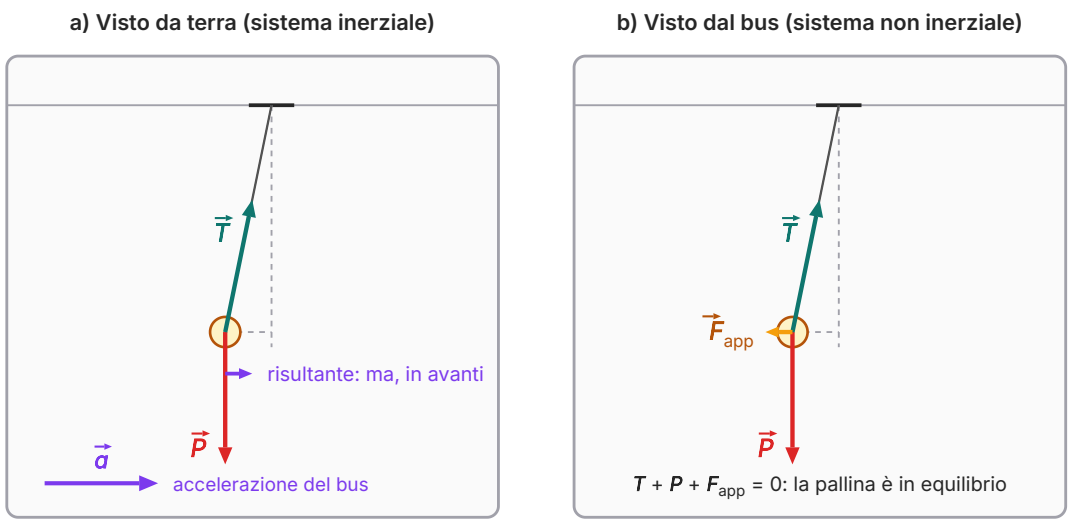
14.5.2 Il pendolo nel bus: due descrizioni, una sola fisica

Al soffitto del bus che accelera è appesa una pallina con un filo: il filo si inclina all'indietro e resta inclinato finché l'accelerazione dura (Figura 14.6).

Da terra. La pallina accelera con il bus, quindi la risultante delle forze su di lei, cioè della tensione $\boldsymbol{T}$ e del peso $\boldsymbol{P}$, deve essere orizzontale e valere ma. La componente verticale della tensione equilibra il peso, mg; la componente orizzontale vale ma. Il triangolo formato dal filo, dalla verticale e dallo spostamento orizzontale della pallina è simile a quello formato dalla tensione e dalle sue componenti, quindi

$$\frac{\text{spostamento orizzontale}}{\text{dislivello}} = \frac{ma}{mg} = \frac{a}{g}$$

Dal bus. La pallina è ferma, dunque in equilibrio: sulle due forze reali agisce anche la forza apparente ma, diretta all'indietro, e la somma $\boldsymbol{T} + \boldsymbol{P} + \boldsymbol{F}_{\text{app}}$ è zero. L'equazione per le componenti è la stessa, il risultato anche. Le due descrizioni sono equivalenti; quella da terra usa solo forze reali, quella dal bus è più comoda per chi sta sul bus. Lo strumento è un vero **accelerometro**: se il filo si sposta di 10 cm in orizzontale ogni 49 cm di dislivello, il rapporto è circa 0,20 e il bus accelera con $0{,}20 \times 9{,}8\ \text{m/s}^2 \approx 2{,}0\ \text{m/s}^2$.



Il filo si inclina all'indietro: spostamento orizzontale / dislivello = a/g = 2,0/9,8 ≈ 0,20. Forze in scala.

Figura 14.6 Una pallina appesa nel bus che accelera in avanti con a = 2,0 m/s^2. a) Da terra: tensione $\vec{T}$ e peso $\vec{P}$ hanno una risultante orizzontale ma, nel verso dell'accelerazione. b) Dal bus: la pallina è ferma, perché alle stesse due forze si aggiunge la forza apparente $\vec{F}_{app} = -m\vec{a}$. In entrambi i casi il filo si inclina all'indietro con spostamento orizzontale/dislivello = $a/g \approx 0{,}20$.

Lo stesso doppio sguardo vale per l'ascensore: in una cabina in caduta libera, per chi sta dentro, la forza apparente vale mg verso l'alto e annulla il peso, e tutto fluttua.

14.5.3 In curva: la forza centrifuga

Quando l'auto curva a sinistra, il passeggero si sente spinto verso destra, contro la portiera. Da terra la spiegazione è il primo principio: il passeggero tende a proseguire in linea retta, l'auto curva, e la portiera, premendo su di lui verso il centro della curva, gli fornisce la forza centripeta che lo obbliga a seguirla. Dall'auto, invece, il passeggero è fermo: la spinta della portiera verso il centro deve essere equilibrata da una forza uguale e opposta, diretta verso l'esterno, di modulo mv^2/r. È la **forza centrifuga**, la forza apparente di chi ruota. La sente chi sta su una giostra, la «vede» agire chi osserva i panni schiacciati contro il cestello della lavatrice stando idealmente dentro il cestello.

La regola, da non dimenticare mai, è che le due descrizioni non si mescolano: nella descrizione da un sistema inerziale c'è la forza centripeta e *non* c'è la forza centrifuga; nella descrizione dal sistema che ruota il corpo è in equilibrio, e la forza centrifuga equilibra le forze reali dirette verso il centro.

14.5.4 La Terra è un sistema inerziale?

A rigore no: la Terra ruota su sé stessa e gira intorno al Sole. Per la rotazione un punto dell'equatore ha un'accelerazione centripeta di circa 0,034 m/s^2, meno dello 0,4% di g; per il moto intorno al Sole l'accelerazione è circa 0,006 m/s^2. Per esperimenti di pochi secondi su pochi metri il terreno è un sistema inerziale con ottima approssimazione. La rotazione si rivela nei fenomeni lenti e a grande scala, come la deviazione dei venti, e in un esperimento celebre.

APPROFONDIMENTO

Il pendolo di Foucault

Nel 1851 il fisico francese Léon Foucault mostrò al pubblico di Parigi che la Terra ruota, senza guardare il cielo. Sotto la cupola del Panthéon appese una sfera di circa 28 kg a un filo lungo 67 m e la fece oscillare: è il più celebre **pendolo di Foucault**. Un pendolo, una volta lanciato, continua a oscillare nello stesso piano rispetto a un sistema inerziale, perché nessuna forza lo spinge di lato; ma il pavimento sotto di lui ruota con la Terra. Gli spettatori videro così il piano di oscillazione girare lentamente, in senso orario visto dall'alto, di circa 11° all'ora: a Parigi un giro completo richiede circa 32 ore.

La durata dipende dalla latitudine: al polo il piano compie un giro intero in un giorno (23 h 56 min, rispetto alle stelle), all'equatore non ruota affatto. Per chi guarda dal Panthéon, cioè da un sistema che ruota, la deviazione è prodotta da una forza apparente che porta il nome del matematico francese Gaspard-Gustave de Coriolis.

IN SINTESI

Piano orizzontale con attrito: $F - \mu_d N = ma$; $N = mg$ solo se non ci sono altre forze verticali. **Frenata a ruote bloccate:** $a = \mu_d g$, spazio $v^2/(2\,\mu_d g)$.

Ascensore: $N = m(g + a)$, con a positiva verso l'alto: il peso apparente (in N) supera il peso quando l'accelerazione punta in alto; è zero in caduta libera.

Piano inclinato: liscio $a = g \cdot h/l$; con attrito, in discesa, $a = g \cdot (h - \mu_d b)/l$, con $N = mg \cdot b/l$. L'accelerazione (in m/s^2) non dipende dalla massa.

Corpi collegati: una equazione $F_{tot} = ma$ per ogni corpo, stessa a e stessa tensione lungo una fune ideale. **Macchina di Atwood:** $a = (m_1 - m_2)g/(m_1 + m_2)$, $T = 2m_1m_2g/(m_1 + m_2)$.

Moto circolare uniforme: la risultante punta verso il centro e vale $F_c = mv^2/r$ (N): è un ruolo, svolto da tensione, attrito, forza normale o peso. **Curva piana:** $v_{max} = \sqrt{(\mu_s\, gr)}$. **Velocità limite:** la resistenza dell'aria uguaglia il peso, $a = 0$.

Sistemi non inerziali: forza apparente $\boldsymbol{F}_{app} = -m\boldsymbol{a}_S$; forza centrifuga mv^2/r verso l'esterno, solo per chi ruota. Le forze apparenti non hanno reazione.

SINTESI

- Ogni problema di dinamica si risolve isolando i corpi, disegnando per ciascuno il diagramma di corpo libero e scrivendo il secondo principio per componenti.
- Su un piano orizzontale la forza normale è uguale al peso solo se non ci sono altre forze verticali: una forza inclinata verso l'alto la riduce, una verso il basso la aumenta, e l'attrito cambia di conseguenza.
- Un'auto che frena a ruote bloccate decelera con $a = \mu_d\, g$, indipendente dalla massa; lo spazio di frenata è proporzionale al quadrato della velocità.
- In un ascensore la bilancia misura il peso apparente $N = m(g + a)$: conta il verso dell'accelerazione, non quello della velocità; in caduta libera si ha l'imponderabilità.
- Un corpo che cade nell'aria raggiunge una velocità limite quando la resistenza del mezzo uguaglia il peso.
- Su un piano inclinato liscio $a = g \cdot h/l$; con attrito, in discesa, $a = g \cdot (h - \mu_d\, b)/l$, perché la forza normale è $mg \cdot b/l$.
- Corpi collegati da una fune ideale hanno accelerazioni di uguale modulo e la fune ha la stessa tensione ai due capi; il sistema delle equazioni dei singoli corpi dà accelerazione e tensione.
- Nella macchina di Atwood $a = (m_1 - m_2)g/(m_1 + m_2)$: un modo per «diluire» la gravità e misurarla.
- In un moto circolare uniforme la risultante delle forze è la forza centripeta mv^2/r, diretta verso il centro: un ruolo svolto da forze note, come la tensione, l'attrito statico, la forza normale, il peso.
- In un sistema di riferimento accelerato, per usare il secondo principio si aggiungono le forze apparenti, $-m\boldsymbol{a}_S$; la forza centrifuga è la forza apparente di chi ruota.
- Le forze apparenti non sono esercitate da alcun corpo e non hanno reazione; nella descrizione inerziale non compaiono.
- La Terra è un sistema inerziale con ottima approssimazione; la sua rotazione si rivela in fenomeni lenti e a grande scala, come il pendolo di Foucault.

ESERCIZI

Comprendere e ricordare

1. ● Una cassa è trascinata a velocità costante su un pavimento orizzontale da una forza orizzontale di 50 N. L'attrito dinamico sulla cassa vale:
   - **A.** zero, perché la cassa non accelera
   - **B.** meno di 50 N
   - **C.** 50 N
   - **D.** più di 50 N

2. ● Un ascensore sta salendo e sta frenando per fermarsi al piano. Una bilancia sotto i piedi di un passeggero segna:
   - **A.** più del suo peso
   - **B.** meno del suo peso
   - **C.** esattamente il suo peso
   - **D.** zero

3. ● Un corpo scivola senza attrito lungo un piano inclinato con $h/l = 0{,}50$. La sua accelerazione è:
   - **A.** 9,8 m/s^2
   - **B.** 19,6 m/s^2
   - **C.** 2,5 m/s^2
   - **D.** 4,9 m/s^2

4. ● Un'auto percorre una curva piana a velocità di modulo costante. La forza che svolge il ruolo di forza centripeta è:
   - **A.** l'attrito statico tra le gomme e la strada
   - **B.** la forza centrifuga
   - **C.** il peso dell'auto
   - **D.** l'attrito dinamico tra le gomme e la strada

5. ●● In una macchina di Atwood con $m_1 > m_2$, la tensione della fune è:
   - **A.** uguale a $m_1 g$
   - **B.** compresa tra $m_2 g$ e $m_1 g$
   - **C.** uguale a $m_2 g$
   - **D.** maggiore di $m_1 g$

6. ●● La forza centrifuga:
   - **A.** agisce su ogni corpo in moto circolare, in qualunque sistema di riferimento
   - **B.** è la reazione, secondo il terzo principio, della forza centripeta
   - **C.** è esercitata dal centro della circonferenza
   - **D.** è una forza apparente, presente solo per chi osserva da un sistema che ruota

7. ● Un paracadutista scende a velocità limite costante. La resistenza dell'aria su di lui è:
   A. uguale al suo peso
   B. minore del suo peso
   C. maggiore del suo peso
   D. nulla

Vero o falso

8. ● Su un piano orizzontale la forza normale è sempre uguale al peso del corpo appoggiato. V / F

9. ● Su un piano inclinato liscio l'accelerazione di un corpo che scivola non dipende dalla sua massa. V / F

10. ● Se la corda di una fionda si spezza, il sasso si allontana dal centro lungo il raggio. V / F

11. ●● Le forze apparenti non hanno una reazione, perché non sono esercitate da alcun corpo. V / F

12. ●● In un ascensore in caduta libera una bilancia sotto i piedi di un passeggero segnerebbe zero. V / F

Applicare

13. ● Una cassa di 25 kg è spinta su un pavimento orizzontale con una forza orizzontale di 90 N; il coefficiente d'attrito dinamico è 0,30. Calcola l'attrito e l'accelerazione della cassa.

14. ● Giulia, 55 kg, è in piedi su una bilancia in un ascensore che parte verso l'alto con accelerazione 1,2 m/s^2. Quale forza esercita la bilancia su di lei? Quanti chilogrammi segna la bilancia, tarata con 9,8 N/kg?

15. ● Uno scivolo liscio è alto 1,5 m e lungo 6,0 m. Calcola l'accelerazione di un bambino che scivola e la sua velocità in fondo, se parte da fermo dalla cima.

16. ●● In una macchina di Atwood le masse sono 1,2 kg e 0,80 kg. Calcola l'accelerazione e la tensione della fune.

17. ●● Un sasso di 0,15 kg, legato a una corda, gira su un tavolo orizzontale liscio lungo una circonferenza di raggio 0,60 m, compiendo un giro ogni 0,50 s. Calcola la velocità del sasso e la tensione F_T della corda.

18. ●● Osserva la Figura 14.2. a) Qual è, all'incirca, la velocità limite del paracadutista? b) Quale velocità ha dopo 4 s, e quale avrebbe nel vuoto? c) Perché all'inizio le due curve hanno la stessa pendenza?

19. ●● Completa. In un treno che accelera, una pallina appesa a un filo si sposta di 6,0 cm in orizzontale per 30 cm di dislivello. L'accelerazione del treno vale _____ m/s^2 ed è diretta _____, cioè dalla parte opposta a quella verso cui si è spostata la pallina. Per un passeggero del treno la pallina è in equilibrio sotto l'azione della tensione, del peso e della _____.

Problemi

20. ●● Un furgone di 1500 kg viaggia a 54 km/h e frena bloccando le ruote; il coefficiente d'attrito dinamico tra gomme e asfalto è 0,60. a) Disegna il diagramma di corpo libero e calcola la forza d'attrito. b) Calcola la decelerazione, il tempo e lo spazio di frenata. c) Se il conducente ha un tempo di reazione di 1,0 s, quale distanza percorre in tutto dal momento in cui vede l'ostacolo (capitolo 11)?

21. ●●● Una slitta parte da ferma dalla cima di un pendio innevato alto 6,0 m e con base 8,0 m; il coefficiente d'attrito dinamico è 0,10, sul pendio e sul tratto orizzontale che segue. a) Calcola l'accelerazione lungo il pendio. b) Calcola la velocità in fondo. c) Quanta strada percorre la slitta sul tratto orizzontale prima di fermarsi?

22. ●● Un blocco di 3,0 kg è su un tavolo orizzontale, con coefficiente d'attrito dinamico 0,20, ed è collegato da una fune che passa su una carrucola ideale a un corpo appeso di 1,0 kg. a) Scrivi il secondo principio per i due corpi. b) Calcola l'accelerazione e la tensione. c) Partendo da fermo, di quanto scende il corpo appeso in 1,5 s?

23. ●●● Un vagone di una montagna russa, con i passeggeri, ha una massa di 400 kg e passa nel punto più alto di un giro della morte di raggio 6,0 m a 10 m/s. a) Quale forza esercita la rotaia sul vagone in quel punto? b) Qual è la velocità minima con cui il vagone può passare in cima? c) Un passeggero di 60 kg: con quale forza lo preme il sedile, nel punto più alto, alla velocità di 10 m/s?

24. ●●● Una curva piana ha raggio 80 m; con l'asfalto bagnato il coefficiente d'attrito statico tra gomme e strada è 0,50. a) Qual è la velocità massima con cui un'auto può percorrerla? Dipende dalla massa dell'auto? b) Un'auto la affronta a 90 km/h: quale coefficiente d'attrito servirebbe? Che cosa succede? c) Spiega la risposta b) dal punto di vista di un passeggero dell'auto.

25. ●●● In un treno che parte da fermo, una pallina di 0,10 kg appesa a un filo si sposta in orizzontale di 4,0 cm per 40 cm di dislivello, e la posizione del filo non cambia per 20 s. a) Calcola l'accelerazione del treno. b) Descrivi le forze sulla pallina dal punto di vista di un osservatore a terra e di un passeggero, e calcola la forza apparente. c) Quale velocità ha il treno dopo 20 s, e quale distanza ha percorso?

Ragionare e argomentare

26. ●● Nella Definizione V dei *Principia*, dopo l'esempio della fionda, Newton scrive: «E lo stesso vale per tutti i corpi che vengono fatti girare. Tutti tendono ad allontanarsi dal centro delle loro orbite; e, se non c'è una forza contraria a quella tendenza, che li trattenga e li mantenga nelle orbite, e che perciò chiamo centripeta, se ne andranno in linea retta con moto uniforme» (traduzione della redazione). Quale principio della dinamica sta usando Newton? La «tendenza ad allontanarsi dal centro» è una forza nella descrizione da un sistema inerziale? Che cosa intende dire, e come lo controlleresti con un esperimento?

27. ●● Trova l'errore. Un blocco di 2,0 kg su un tavolo liscio è tirato da un corpo di 0,50 kg appeso a una fune che passa su una carrucola. Uno studente scrive: «La tensione della fune è uguale al peso del corpo appeso, 0,50 kg × 9,8 m/s^2 = 4,9 N, quindi l'accelerazione del blocco è 4,9 N/2,0 kg = 2,45 m/s^2». Individua l'errore e calcola i valori corretti.

28. ●●● Progetta un esperimento per misurare il coefficiente d'attrito dinamico tra una scatola di legno e un'asse, usando solo l'asse inclinabile, un metro e un cronometro. Indica che cosa misuri, la formula con cui ricavi μ_d e le principali cause di errore.

PER APPROFONDIRE

- [NEW] I. Newton, *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica*: le definizioni iniziali, dove compaiono la forza centripeta e l'esempio della fionda, e i corollari alle leggi del moto.
- [FEY] R.P. Feynman, R.B. Leighton, M. Sands, *La fisica di Feynman*, vol. I: i capitoli sulle caratteristiche delle forze e sulle forze apparenti.
- [HRW] D. Halliday, R. Resnick, J. Walker, *Fondamenti di fisica*: i capitoli sulle applicazioni delle leggi di Newton, con molti esempi di attrito, corpi collegati e moto circolare.
- [EIN] A. Einstein, L. Infeld, *L'evoluzione della fisica*: le pagine sui sistemi di riferimento, scritte per chi non ha strumenti matematici.

Glossario del capitolo

Accelerometro
Strumento che misura l'accelerazione del sistema in cui si trova; il più semplice è un pendolo, che in un veicolo che accelera si inclina con spostamento orizzontale / dislivello = a/g.

Corpi collegati
Corpi che si muovono insieme perché uniti da funi o a contatto; il secondo principio si scrive per ciascuno di essi.

Forza apparente
Forza che si deve aggiungere a ogni corpo, $-m\boldsymbol{a}_S$, per usare il secondo principio in un sistema di riferimento che accelera; non è esercitata da alcun corpo e non ha reazione.

Forza centrifuga
Forza apparente di chi osserva da un sistema che ruota: diretta verso l'esterno, di modulo mv^2/r. Non esiste nella descrizione da un sistema inerziale.

Forza centripeta
Risultante delle forze, diretta verso il centro e di modulo mv^2/r, che mantiene un corpo in moto circolare uniforme; è un ruolo svolto da forze note (tensione, attrito, forza normale, peso).

Forza esterna
Forza esercitata su un corpo di un sistema da un corpo che non fa parte del sistema.

Forza interna
Forza che due corpi dello stesso sistema si scambiano; per il terzo principio le forze interne si annullano a coppie nella somma, e non cambiano l'accelerazione del sistema nel suo insieme.

Imponderabilità
Condizione di un corpo in caduta libera: non preme sul supporto, e una bilancia sotto di lui segnerebbe zero; il peso non è nullo.

Macchina di Atwood
Due masse appese ai capi di una fune su una carrucola; accelerano con $a = (m_1 - m_2)g/(m_1 + m_2)$.

Pendolo di Foucault
Pendolo lungo e pesante il cui piano di oscillazione ruota lentamente rispetto al pavimento, rivelando la rotazione della Terra (Parigi, 1851).

Resistenza del mezzo
Forza esercitata da un fluido (per l'aria, resistenza dell'aria) su un corpo che vi si muove, opposta alla velocità e crescente con essa (per l'aria, all'incirca come v^2 per corpi grandi e veloci).

Sistema di riferimento non inerziale
Sistema di riferimento che accelera rispetto a un sistema inerziale; in esso il primo principio non vale e servono le forze apparenti.

Velocità limite
Velocità costante raggiunta da un corpo che cade in un fluido, quando la resistenza del mezzo uguaglia il peso.

Velocità massima in curva
Su una curva piana (orizzontale), la velocità oltre la quale l'attrito statico non basta più a fornire la forza centripeta: $\sqrt{(\mu_s\, g\, r)}$.

Soluzioni

1. C. A velocità costante la risultante è nulla: l'attrito equilibra esattamente la forza di 50 N.

2. B. Frenando in salita l'accelerazione punta verso il basso: $N = m(g - a)$ è minore del peso.

3. D. $a = g \cdot h/l = 9{,}8\ \text{m/s}^2 \times 0{,}50 = 4{,}9\ \text{m/s}^2$.

4. A. Peso e forza normale sono verticali; l'unica forza orizzontale, verso il centro, è l'attrito statico (le gomme non strisciano di lato). La forza centrifuga non esiste nella descrizione da terra.

5. B. Il corpo 1 accelera verso il basso, quindi $T < m_1 g$; il corpo 2 accelera verso l'alto, quindi $T > m_2 g$.

6. D. È una forza apparente: compare solo nel sistema che ruota, non è esercitata da alcun corpo e non è la reazione di nulla (la reazione della forza che la corda esercita sul sasso è la forza che il sasso esercita sulla corda).

7. A. A velocità costante la risultante è zero: resistenza e peso sono uguali e opposti.

8. F. Lo è solo se il corpo non accelera in verticale e non ci sono altre forze verticali: una fune inclinata, una spinta verso il basso o un ascensore che accelera la cambiano.

9. V. $a = g \cdot h/l$: la massa si semplifica, perché la forza che fa scivolare il corpo è proporzionale alla massa.

10. F. Venuta meno la tensione, sul sasso non agiscono forze orizzontali: per il primo principio prosegue in linea retta lungo la tangente alla circonferenza nel punto in cui si trovava.

11. V. Il terzo principio riguarda le interazioni tra corpi; una forza apparente non è esercitata da nessun corpo, e quindi non c'è un corpo su cui possa agire una reazione.

12. V. Con $a = -g$, $N = m(g - g) = 0$: persona e bilancia cadono insieme e non si premono.

13. Sul corpo agiscono peso, forza normale, spinta e attrito. $N = mg = 245$ N; $F_d = 0{,}30 \times 245$ N $= 73{,}5$ N ≈ 74 N; $a = (90\ \text{N} - 73{,}5\ \text{N})/25\ \text{kg} = 0{,}66\ \text{m/s}^2$.

14. Su Giulia agiscono il peso e la forza normale. $N = m(g + a) = 55\ \text{kg} \times 11{,}0\ \text{m/s}^2 = 605\ \text{N} \approx 6{,}1 \times 10^2$ N; la bilancia segna 605 N / 9,8 N/kg ≈ 62 kg.

15. $a = g \cdot h/l = 9{,}8\ \text{m/s}^2 \times 1{,}5/6{,}0 = 2{,}45\ \text{m/s}^2 \approx 2{,}5\ \text{m/s}^2$; $v = \sqrt{(2al)} = \sqrt{(2 \times 2{,}45\ \text{m/s}^2 \times 6{,}0\ \text{m})} = 5{,}4$ m/s.

16. Sui due corpi agiscono il peso e la tensione. $a = (1{,}2 - 0{,}80)\ \text{kg} \times 9{,}8\ \text{m/s}^2/2{,}0\ \text{kg} = 1{,}96\ \text{m/s}^2 \approx 2{,}0\ \text{m/s}^2$; $T = 2 \times 1{,}2\ \text{kg} \times 0{,}80\ \text{kg} \times 9{,}8\ \text{m/s}^2/2{,}0\ \text{kg} = 9{,}4$ N (controllo: $T = m_1(g - a) = 1{,}2\ \text{kg} \times 7{,}84\ \text{m/s}^2 = 9{,}4$ N).

17. $v = 2\pi r/T = 2\pi \times 0{,}60\ \text{m} / 0{,}50\ \text{s} = 7{,}5$ m/s; sul sasso, in orizzontale, agisce solo la tensione: $F_T = mv^2/r = 0{,}15\ \text{kg} \times (7{,}54\ \text{m/s})^2/0{,}60\ \text{m} = 14$ N.

18. a) Circa 55 m/s (la curva si appiattisce sotto la retta tratteggiata). b) Dal grafico circa 34 m/s; nel vuoto $v = gt = 9{,}8\ \text{m/s}^2 \times 4\ \text{s} \approx 39$ m/s. c) All'inizio la velocità è piccola e la resistenza è trascurabile: l'unica forza è il peso, e l'accelerazione (la pendenza della curva) è g.

19. 6,0 cm / 30 cm = 0,20; $a = 0{,}20 \times 9{,}8\ \text{m/s}^2 \approx 2{,}0\ \text{m/s}^2$; in avanti (la pallina si sposta all'indietro); forza apparente ($-m\boldsymbol{a}$).

20. a) Sul furgone agiscono il peso e la forza normale, che si equilibrano, e l'attrito dinamico, opposto al moto: $F_d = 0{,}60 \times 1500\ \text{kg} \times 9{,}8\ \text{m/s}^2 = 8{,}8 \times 10^3$ N. b) 54 km/h = 15 m/s; $a = \mu_d g = 5{,}88\ \text{m/s}^2 \approx 5{,}9\ \text{m/s}^2$; $t = 15\ \text{m/s} / 5{,}88\ \text{m/s}^2 = 2{,}6$ s; $d = (15\ \text{m/s})^2/(2 \times 5{,}88\ \text{m/s}^2) = 19$ m. c) Durante la reazione il furgone procede a velocità costante: 15 m/s × 1,0 s = 15 m; in tutto 15 m + 19 m = 34 m.

21. Sulla slitta agiscono peso, forza normale e attrito dinamico. $l = \sqrt{(6{,}0^2 + 8{,}0^2)}\ \text{m} = 10$ m. a) $a = 9{,}8\ \text{m/s}^2 \times (6{,}0 - 0{,}10 \times 8{,}0)/10 = 5{,}1\ \text{m/s}^2$. b) $v = \sqrt{(2 \times 5{,}10\ \text{m/s}^2 \times 10\ \text{m})} = 10$ m/s (10,1 m/s). c) In piano $N = mg$ e

la decelerazione è $\mu_d g = 0{,}98\ m/s^2$; $d = (10{,}1\ m/s)^2/(2 \times 0{,}98\ m/s^2) = 52\ m$.

22. a) Sul blocco agiscono peso e forza normale (che si equilibrano), tensione e attrito: $T - 0{,}20 \times 3{,}0\ kg \times g = 3{,}0\ kg \times a$. Sul corpo appeso agiscono peso e tensione: $1{,}0\ kg \times g - T = 1{,}0\ kg \times a$. b) Sommando: $a = (1{,}0 - 0{,}60)\ kg \times 9{,}8\ m/s^2/4{,}0\ kg = 0{,}98\ m/s^2$; $T = 1{,}0\ kg \times (9{,}8 - 0{,}98)\ m/s^2 = 8{,}8\ N$. c) $s = \frac{1}{2} \times 0{,}98\ m/s^2 \times (1{,}5\ s)^2 = 1{,}1\ m$.

23. a) In cima sul vagone agiscono il peso e la forza della rotaia, entrambi verso il basso, cioè verso il centro: $N + mg = mv^2/r$, $N = 400\ kg \times (100/6{,}0 - 9{,}8)\ m/s^2 = 400\ kg \times 6{,}87\ m/s^2 = 2{,}7 \times 10^3\ N$. b) $N = 0$: $v_{min} = \sqrt{(gr)} = \sqrt{(9{,}8 \times 6{,}0)}\ m/s = 7{,}7\ m/s$. c) Stesso ragionamento per il passeggero: $60\ kg \times 6{,}87\ m/s^2 = 4{,}1 \times 10^2\ N$, verso il basso (il passeggero, a testa in giù, è premuto contro il sedile con circa il 70% del suo peso).

24. a) L'attrito statico fa da forza centripeta: $v_{max} = \sqrt{(\mu_s\, gr)} = \sqrt{(0{,}50 \times 9{,}8 \times 80)}\ m/s = 19{,}8\ m/s \approx 20\ m/s$, circa 71 km/h; non dipende dalla massa, che si semplifica. b) 90 km/h = 25 m/s; servirebbe $\mu_s = v^2/(gr) = 625/(9{,}8 \times 80) = 0{,}80 > 0{,}50$: l'attrito non basta, le gomme slittano e l'auto prosegue su una traiettoria meno curva, verso l'esterno della curva. c) Per il passeggero, nel sistema dell'auto, la forza centrifuga mv^2/r supera l'attrito massimo che può equilibrarla, e l'auto «viene spinta» verso l'esterno; da terra, invece, è l'auto che tende a proseguire dritta per inerzia.

25. a) $a = g \times 4{,}0/40 = 0{,}98\ m/s^2$. b) Da terra: sulla pallina agiscono tensione e peso, con risultante orizzontale $ma = 0{,}10\ kg \times 0{,}98\ m/s^2 = 0{,}098\ N$, nel verso del moto del treno. Dal treno: la pallina è in equilibrio sotto tensione, peso e forza apparente di 0,098 N, diretta all'indietro. c) $v = at = 0{,}98\ m/s^2 \times 20\ s = 19{,}6\ m/s \approx 20\ m/s$ (71 km/h); $s = \frac{1}{2} \times 0{,}98\ m/s^2 \times (20\ s)^2 = 196\ m \approx 2{,}0 \times 10^2\ m$.

26. Traccia di risposta. Newton usa il primo principio: senza una forza, un corpo prosegue in linea retta con moto uniforme; per piegare la traiettoria in un cerchio serve una forza diretta verso il centro, che chiama centripeta (secondo principio). La «tendenza ad allontanarsi dal centro» (*conatus*) non è una forza che agisce sul corpo nella descrizione inerziale: è il nome dell'inerzia del corpo che, a ogni istante, «vorrebbe» proseguire lungo la tangente; la sente come forza la mano, perché la corda tesa la tira (terzo principio), e la descriverebbe come forza (centrifuga) solo chi ruota con il corpo. Esperimento: si taglia la corda di un oggetto che gira (o si lascia andare una pallina da un binario circolare) e si osserva, magari con un video dall'alto, che l'oggetto parte lungo la tangente, non lungo il raggio.

27. La tensione non è uguale al peso del corpo appeso, perché il corpo appeso accelera verso il basso; inoltre la forza di 4,9 N mette in moto *entrambi* i corpi. Considerando il sistema: $a = 4{,}9\ N/(2{,}0\ kg + 0{,}50\ kg) = 1{,}96\ m/s^2 \approx 2{,}0\ m/s^2$; isolando il blocco, $T = 2{,}0\ kg \times 1{,}96\ m/s^2 = 3{,}9\ N$, minore di 4,9 N.

28. Traccia di risposta. Si inclina l'asse finché la scatola, lanciata con una piccola spinta, scivola accelerando, e si misurano h, b e l con il metro. Si segna un tratto d, si lascia partire la scatola da ferma e si misura più volte il tempo t per percorrerlo: $a = 2d/t^2$. Da $a = g \cdot (h - \mu_d\, b)/l$ si ricava $\mu_d = (h - al/g)/b$. Conviene ripetere per due o tre inclinazioni e verificare che μ_d risulti lo stesso. Cause di errore: il tempo di reazione nell'avvio e nell'arresto del cronometro (pesa di più sui tempi brevi: scegliere un tratto lungo), una partenza non da ferma, lo stato non uniforme delle superfici, la misura delle altezze.