CAPITOLO

10

Il moto rettilineo uniforme

«De subiecto vetustissimo novissimam promovemus scientiam.» «Su un argomento antichissimo promuoviamo una scienza nuovissima.» Galileo Galilei, Discorsi (1638), Giornata terza; traduzione della redazione.

OBIETTIVI

1. Fissare un sistema di riferimento e distinguere posizione, istante, intervallo di tempo, spostamento e distanza percorsa.
2. Calcolare la velocità media con il suo segno e la velocità scalare media, e convertire fra m/s e km/h.
3. Spiegare che cos'è la velocità istantanea a partire dalle velocità medie su intervalli sempre più brevi.
4. Usare la legge oraria del moto rettilineo uniforme e leggerne i grafici spazio-tempo e velocità-tempo.
5. Risolvere problemi di incontro e di sorpasso con un sistema lineare e con il grafico.
6. Analizzare moti a più tratti e discutere il paradosso di Achille e la tartaruga.

INDICE DEL CAPITOLO

10.1 Descrivere il moto 2
10.2 La velocità media 4
10.3 La velocità istantanea 6
10.4 Il moto rettilineo uniforme 7
10.5 Più corpi e più tratti 11

Fisica 3 · Parte IV · Il moto · versione 1.0
Capitolo 10: Il moto rettilineo uniforme · pagine 251–272 del volume completo · estratto per lo studio

Un treno che esce dalla stazione, una foglia che cade, la Luna che in una notte attraversa il cielo: il movimento è la cosa più evidente che la natura ci mostri, e una delle domande più antiche della filosofia. Nel V secolo a.C. Zenone di Elea costruì argomenti sottilissimi per sostenere che il movimento è un'illusione; un secolo dopo Aristotele, all'inizio del terzo libro della *Fisica*, scrisse che chi non sa che cosa sia il movimento non può sapere che cosa sia la natura (III 1, 200b 12–15). Con questo capitolo si apre la parte del libro dedicata al moto.

Finora abbiamo studiato corpi fermi. Ora li mettiamo in movimento. Prima di chiederci *perché* un corpo si muove in un certo modo, domanda a cui risponderà la dinamica nella parte V, dobbiamo imparare a dire *come* si muove: dove si trova, in quale istante, con quale rapidità. È il lavoro della cinematica, e lo cominciamo dal caso più semplice di tutti: un corpo che percorre una retta sempre con la stessa velocità.

10.1 Descrivere il moto

10.1.1 La cinematica e il modello del punto

La parte della fisica che descrive il moto senza occuparsi delle sue cause si chiama **cinematica**. La cinematica non chiede quale forza spinga un'auto o perché una pietra cada: chiede dove si trova l'auto in ogni istante, quanto rapidamente cambia la sua posizione, se e come cambia quella rapidità.

Per rispondere conviene semplificare. Un'auto ha ruote che girano, pistoni che salgono e scendono, passeggeri che si sporgono dal finestrino; ma se ci interessa soltanto il suo viaggio da Firenze a Bologna la possiamo trattare come un punto materiale, il modello che hai incontrato nel capitolo 1: un punto che possiede la massa del corpo e ne rappresenta la posizione. Il modello funziona quando le dimensioni del corpo sono piccole rispetto alle distanze in gioco: un treno lungo 200 m è un punto sul percorso Roma–Napoli, ma non se ci chiediamo quanto impiega a uscire tutto intero da una galleria.

10.1.2 Il sistema di riferimento

Dire dove si trova un corpo significa sempre dirlo rispetto a qualcos'altro. Il passeggero seduto in treno è fermo rispetto al suo sedile e si muove a 200 km/h rispetto ai binari. Nessuna delle due descrizioni è sbagliata: il moto è sempre *relativo* a qualcosa. Per descriverlo senza ambiguità si fissa un **sistema di riferimento**, che comprende:

- un corpo rispetto al quale si misurano le posizioni (il suolo, la strada, il vagone);
- un punto di partenza per le misure, l'*origine* O;
- una retta orientata, l'*asse*, con un'unità di lunghezza e un verso scelto come positivo;

- un orologio, con un istante scelto come zero.

Le scelte dell'origine, del verso e dell'istante zero sono libere: si fanno in modo da rendere semplici i calcoli. Che cosa accada cambiando il corpo di riferimento lo vedremo nei capitoli 12 e 13; qui il riferimento è sempre il suolo.

La linea descritta dal punto materiale durante il moto si chiama **traiettoria**, come la scia di un aereo nel cielo. Quando la traiettoria è una retta il moto si dice **moto rettilineo**, e per descriverlo basta un solo asse, sovrapposto alla retta: è il caso di tutto questo capitolo.

10.1.3 Posizione, istante, intervallo

Sull'asse, il punto si trova in una **posizione** s: un numero con segno e unità di misura, che indica a quale distanza dall'origine si trova il corpo e, con il segno, da quale parte. Su una strada orientata verso est, con l'origine in una fontana, $s = 250$ m indica un punto 250 m a est della fontana, $s = -80$ m un punto 80 m a ovest.

Anche per il tempo occorre distinguere due idee che la lingua comune confonde. Un **istante** t è una lettura dell'orologio, un «quando»: «il treno parte alle 8:15». Un **intervallo di tempo** è la durata compresa fra due istanti, $\Delta t = t_2 - t_1$: «il viaggio dura 40 minuti». Poiché il tempo scorre in un solo verso, l'intervallo fra un istante e uno successivo è sempre positivo.

Descrivere completamente un moto significa conoscere la posizione del corpo in ogni istante. La relazione che associa a ogni istante t la posizione s si chiama **legge oraria** del moto: può essere data da una tabella di misure, da un grafico o da una formula, e nel resto della parte IV impareremo a passare dall'una all'altra.

10.1.4 Spostamento e distanza percorsa

Nel capitolo 5 hai conosciuto lo spostamento come prototipo dei vettori. Nel moto rettilineo, con un asse orientato, il vettore spostamento è descritto da un solo numero con segno: se il corpo passa dalla posizione s_1 alla posizione s_2,

$$\Delta s = s_2 - s_1$$

Lo spostamento è positivo se il corpo è finito più avanti nel verso dell'asse, negativo se è finito più indietro, nullo se è tornato al punto di partenza. Non dice nulla di ciò che il corpo ha fatto nel frattempo. La distanza percorsa, invece, è la lunghezza del cammino effettivamente compiuto, tratto per tratto: è sempre positiva e non è mai minore del valore assoluto dello spostamento. Le due grandezze coincidono soltanto se il corpo non inverte mai il verso del moto.

Nella Figura 10.1 una ciclista parte dalla posizione $s_1 = 100$ m, pedala fino a 600 m, poi torna indietro fino a $s_2 = 400$ m. Lo spostamento è $\Delta s = 400\text{ m} - 100\text{ m} = +300$ m; la distanza percorsa è $500\text{ m} + 200\text{ m} = 700$ m.

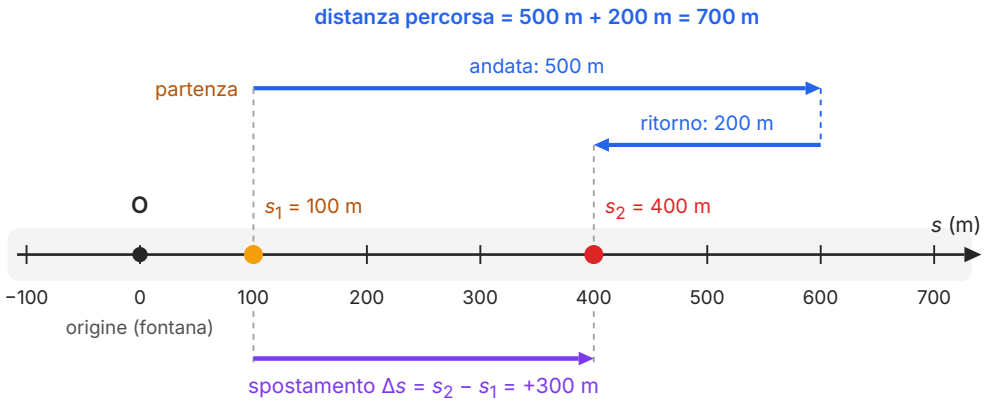


Figura 10.1 Un sistema di riferimento su una strada rettilinea: origine O nella fontana, asse orientato verso destra, posizioni in metri. La ciclista va da 100 m a 600 m e torna fino a 400 m. Lo spostamento (in viola) dipende solo dalla posizione iniziale e da quella finale; la distanza percorsa (in blu) somma le lunghezze di tutti i tratti.

COLLEGAMENTI

Le parole della fisica

Cinematica viene dal greco κίνημα, «movimento», a sua volta dal verbo κινέω, «muovere, mettere in moto». Dalla stessa radice vengono *cinema*, abbreviazione di cinematografo, la «scrittura del movimento», e *cinetico*, che ritroverai nell'energia cinetica del capitolo 16. Aristotele chiama il movimento κίνησις e con questa parola non indica soltanto lo spostamento nello spazio, ma anche il mutare delle qualità, il crescere e il diminuire. La cinematica moderna si occupa soltanto del moto locale, quello che Aristotele chiamava φορά.

Velocità viene dal latino *velocitas*, da *velox*, «veloce». **Traiettoria** viene dal latino *traiectus*, participio di *traicere* (*trans* + *iacere*), «gettare al di là».

10.2 La velocità media

10.2.1 Quanto rapidamente cambia la posizione

Due corridori percorrono 100 m: il primo in 12 s, il secondo in 15 s. Il primo è più veloce perché, a parità di spostamento, impiega meno tempo; e allo stesso modo, a parità di tempo, il più veloce si sposta di più. Per misurare la rapidità di un moto con un numero solo si divide lo spostamento per l'intervallo di tempo in cui avviene. Si chiama **velocità media** nell'intervallo da t_1 a t_2 il rapporto

$$v_{\mathrm{m}} = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{s_2 - s_1}{t_2 - t_1}$$

Nel Sistema Internazionale la velocità si misura in metri al secondo (m/s): una velocità di 3 m/s significa che, in media, la posizione cambia di 3 m ogni secondo. Poiché Δt è sempre positivo, la velocità media ha lo stesso segno dello spostamento: è positiva se il corpo si è spostato nel verso dell'asse, negativa se si è spostato nel verso opposto. Una velocità di −3 m/s non è «più lenta» di una di +3 m/s: è altrettanto rapida, nel verso contrario.

10.2.2 Metri al secondo e chilometri orari

Nella vita quotidiana le velocità si misurano in chilometri orari (km/h). Per passare da un'unità all'altra basta ricordare che 1 km = 1000 m e 1 h = 3600 s:

$$1\ \mathrm{km/h} = \frac{1000\ \mathrm{m}}{3600\ \mathrm{s}} = \frac{1}{3{,}6}\ \mathrm{m/s} \qquad 1\ \mathrm{m/s} = 3{,}6\ \mathrm{km/h}$$

Da km/h a m/s si divide per 3,6; da m/s a km/h si moltiplica per 3,6. Così 90 km/h = 25 m/s e 10 m/s = 36 km/h. La Tabella 10.1 raccoglie alcune velocità tipiche: osserva quanti ordini di grandezza separano la lumaca dalla luce.

Tabella 10.1 Alcune velocità (valori indicativi, salvo quelli indicati come esatti o misurati).

Moto	m/s	km/h
una lumaca	circa 0,001	circa 0,004
una persona che cammina	circa 1,4	circa 5
una bicicletta in città	circa 5	circa 18
Usain Bolt, 100 m in 9,58 s (Berlino, 2009): velocità media	10,4	37,6
limite di velocità in autostrada in Italia	36,1	130
il suono nell'aria a 20 °C	circa 343	circa 1235
la Terra nel suo moto intorno al Sole	circa $3{,}0 \times 10^4$	circa $1{,}1 \times 10^5$
la luce nel vuoto (valore esatto)	299 792 458	circa $1{,}08 \times 10^9$

10.2.3 Velocità media e velocità scalare media

Quando si dice che un'auto «ha fatto una media di 80 km/h» non si pensa allo spostamento, ma alla strada percorsa. La **velocità scalare media** è il rapporto fra la distanza percorsa e l'intervallo di tempo: è sempre positiva e non tiene conto delle inversioni di marcia. Coincide con il valore assoluto della velocità media soltanto se il corpo non torna mai indietro. Chi va a scuola e torna a casa ha una velocità media nulla, perché il suo spostamento complessivo è zero.

ESEMPIO SVOLTO

La ciclista che torna indietro

Dati. La ciclista della Figura 10.1 parte da 100 m all'istante $t_1 = 0$ s, raggiunge 600 m all'istante 50 s e arriva a 400 m all'istante $t_2 = 80$ s. Calcola la velocità media nell'andata, nel ritorno e nell'intero tragitto, e la velocità scalare media complessiva, in m/s e in km/h.

Andata. $v_m = (600\text{ m} - 100\text{ m})/(50\text{ s} - 0\text{ s}) = 500\text{ m}/50\text{ s} = +10\text{ m/s} = 36\text{ km/h}$.

Ritorno. $v_m = (400\text{ m} - 600\text{ m})/(80\text{ s} - 50\text{ s}) = -200\text{ m}/30\text{ s} = -6{,}7\text{ m/s} \approx -24\text{ km/h}$. Il segno meno dice che la ciclista si muove nel verso opposto all'asse.

Intero tragitto. $v_m = (400\text{ m} - 100\text{ m})/(80\text{ s} - 0\text{ s}) = +300\text{ m}/80\text{ s} = +3{,}75\text{ m/s} = 13{,}5\text{ km/h}$. La velocità scalare media è invece $700\text{ m}/80\text{ s} = 8{,}75\text{ m/s} = 31{,}5\text{ km/h}$.

Commento. Le due medie differiscono perché la ciclista ha invertito il verso del moto.

COLLEGAMENTI

La velocità media sotto controllo

Su molte autostrade italiane la velocità non viene misurata in un punto solo, ma su un tratto di alcuni chilometri: un sistema di telecamere registra la targa e l'istante di passaggio di ogni veicolo all'inizio e alla fine del tratto (in Italia è noto come «Tutor»). Conoscendo la lunghezza del tratto e l'intervallo di tempo, il sistema calcola la velocità media e la confronta con il limite. Se un tratto è lungo 10,0 km e un'auto lo percorre in 4 min 12 s, cioè in 252 s, la sua velocità media è $10\,000\text{ m}/252\text{ s} = 39{,}7\text{ m/s}$, circa 143 km/h, oltre i 130 km/h consentiti, anche se l'automobilista ha frenato sotto le telecamere: la velocità media dipende soltanto dalla durata dell'intero tragitto.

10.3 La velocità istantanea

Il tachimetro di un'auto segna 50 km/h. Non significa che l'auto percorrerà 50 km nell'ora successiva: fra un minuto potrebbe essere ferma a un semaforo. Il tachimetro indica la rapidità del moto *in quel momento*. Come si definisce una velocità «in un istante», se la velocità è il rapporto fra uno spostamento e un intervallo di tempo, e in un istante il corpo non si sposta affatto?

L'idea è calcolare la velocità media su intervalli sempre più brevi che cominciano in quell'istante. Se il moto non è uniforme le velocità medie cambiano con l'intervallo scelto; ma quando l'intervallo diventa molto breve i risultati smettono di cambiare in modo apprezzabile e si avvicinano a un valore ben preciso. Questo valore è la **velocità istantanea**: la velocità media calcolata su un intervallo di tempo così breve che accorciarlo ancora non cambierebbe il risultato, entro la precisione che ci interessa. D'ora in poi, quando diremo semplicemente «velocità» e scriveremo v, intenderemo la velocità istantanea.

ESEMPIO SVOLTO

Dalla velocità media alla velocità istantanea

Dati. Un'auto parte da ferma a un semaforo, che è l'origine del riferimento. Un sensore registra le posizioni riportate nella Tabella 10.2. Qual è la velocità dell'auto all'istante $t = 4{,}00$ s?

Tabella 10.2 Velocità medie su intervalli sempre più brevi che cominciano all'istante 4,00 s, nel quale l'auto si trova a 24,000 m.

Intervallo (s)	Posizione finale (m)	Δs (m)	Δt (s)	v_m (m/s)
da 4,00 a 6,00	54,000	30,000	2,00	15,0
da 4,00 a 5,00	37,500	13,500	1,00	13,5
da 4,00 a 4,50	30,375	6,375	0,50	12,8
da 4,00 a 4,10	25,215	1,215	0,10	12,2
da 4,00 a 4,01	24,120	0,120	0,01	12,0

Ragionamento. Su 2 s la velocità media è 15,0 m/s, su un secondo 13,5 m/s, su un decimo di secondo 12,2 m/s, su un centesimo 12,0 m/s. Accorciando l'intervallo i valori diminuiscono sempre meno: da 0,10 s a 0,01 s cambiano di appena due decimi. L'auto sta accelerando, e su un intervallo lungo la media risente delle velocità più alte raggiunte dopo.

Risultato. All'istante 4,00 s la velocità dell'auto è circa 12,0 m/s, cioè 43 km/h: è quello che segnerebbe il tachimetro.

Un moto in cui la velocità cambia nel tempo si dice **moto vario**; per descriverlo serve la velocità istantanea, che cambia da un istante all'altro. Il tachimetro fa in sostanza ciò che abbiamo fatto nella tabella: conta i giri delle ruote in tempi molto brevi. Nel moto che studiamo adesso, però, il problema non si pone: la velocità è sempre la stessa.

10.4 Il moto rettilineo uniforme

10.4.1 Spostamenti uguali in tempi uguali

Si chiama **moto rettilineo uniforme** il moto di un punto materiale che percorre una retta con velocità costante. Detto in altro modo, il corpo compie spostamenti uguali in intervalli di tempo uguali, *comunque* questi intervalli siano scelti: un secondo, un decimo di secondo, un'ora. In un moto rettilineo uniforme la velocità istantanea è la stessa in ogni istante e coincide con la velocità media su qualunque intervallo.

Un'auto con il regolatore di velocità su un rettilineo, una bolla d'aria che sale in un tubo pieno d'acqua, una scala mobile si muovono, con buona approssimazione, di moto rettilineo uniforme. Nessun moto reale lo è perfettamente: anche questo è un modello, valido entro la precisione delle misure.

10.4.2 La legge oraria

Chiamiamo s_0 la posizione del corpo all'istante $t = 0$ e s la sua posizione in un istante qualunque t. Poiché la velocità media fra 0 e t è uguale alla velocità costante v, si ha $v = (s - s_0)/(t - 0)$, cioè

$$s = s_0 + v\,t$$

È la legge oraria del moto rettilineo uniforme. Si legge così: la posizione all'istante t è la posizione iniziale più lo spostamento $v\,t$ compiuto nel frattempo. Lo spostamento $\Delta s = v\,t$ è direttamente proporzionale al tempo trascorso, con costante di proporzionalità v: raddoppiando il tempo raddoppia lo spostamento. È una proporzionalità diretta come quelle del capitolo 4. Se l'orologio non è stato azzerato quando il corpo si trovava in s_0, ma in un istante t_0 diverso da zero, la legge diventa $s = s_0 + v\,(t - t_0)$, dove ora s_0 è la posizione all'istante t_0: la useremo quando due corpi partono in momenti diversi.

10.4.3 Il grafico spazio-tempo

Il modo più efficace per rappresentare una legge oraria è un grafico cartesiano con il tempo sull'asse orizzontale, perché è la variabile indipendente, e la posizione sull'asse verticale: il **grafico spazio-tempo**, detto anche grafico posizione-tempo, grafico s–t o diagramma orario. La legge $s = s_0 + v\,t$ ha la forma $y = mx + q$ che conosci dalla matematica: il grafico spazio-tempo di un moto rettilineo uniforme è una retta.

I due numeri che caratterizzano la retta hanno un significato fisico preciso. L'intercetta q, cioè l'ordinata all'origine, è la posizione iniziale s_0. La pendenza m, cioè il rapporto $\Delta s/\Delta t$ fra due punti qualsiasi della retta, è la velocità: più la retta è ripida, più il moto è rapido. Una retta che sale indica una velocità positiva, una che scende una velocità negativa, una retta orizzontale un corpo fermo. La Figura 10.2 mostra tre moti uniformi nello stesso grafico.

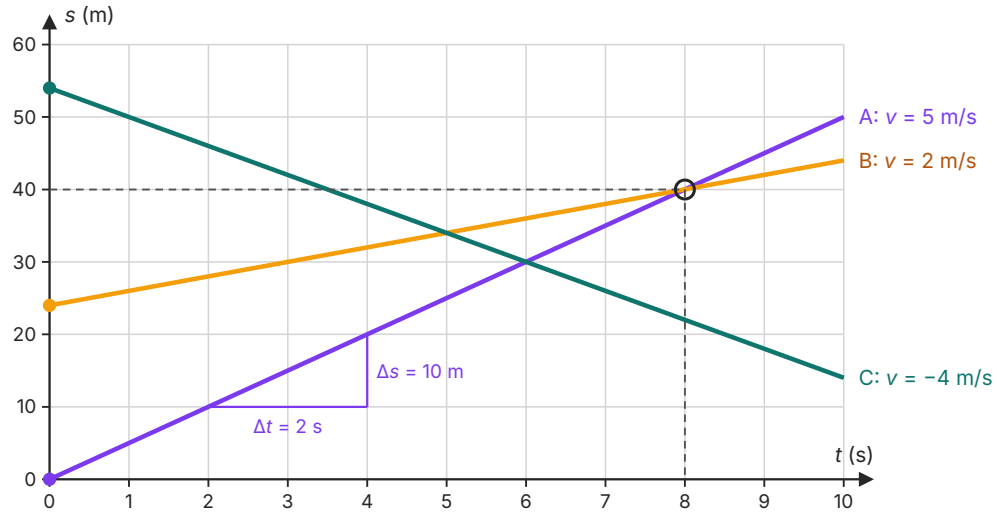


Figura 10.2 Grafico spazio-tempo di tre moti rettilinei uniformi lungo lo stesso asse. A parte dall'origine a 5 m/s; B parte da 24 m a 2 m/s; C parte da 54 m e si muove all'indietro a 4 m/s. Il triangolo su A mostra come si legge la pendenza; il cerchio segna l'istante in cui A raggiunge B.

ESEMPIO SVOLTO

Leggere un grafico spazio-tempo

Situazione. Nella Figura 10.2, ricava dal grafico la velocità dei tre corpi e scrivi le loro leggi orarie. Quando e dove A raggiunge B?

Velocità. Per A si sceglie un tratto comodo, per esempio da 2 s a 4 s: la posizione passa da 10 m a 20 m, quindi $v_A = 10\ \text{m}/2\ \text{s} = 5\ \text{m/s}$. Per B, fra 0 s e 10 s la posizione passa da 24 m a 44 m: $v_B = 20\ \text{m}/10\ \text{s} = 2\ \text{m/s}$. Per C, fra 0 s e 10 s la posizione passa da 54 m a 14 m: $v_C = -40\ \text{m}/10\ \text{s} = -4\ \text{m/s}$, una velocità negativa perché la retta scende.

Leggi orarie. Le ordinate all'origine sono le posizioni iniziali: $s_A = (5\ \text{m/s})\,t$; $s_B = 24\ \text{m} + (2\ \text{m/s})\,t$; $s_C = 54\ \text{m} - (4\ \text{m/s})\,t$.

Sorpasso. Le rette di A e di B si incontrano nel punto cerchiato: all'istante 8 s entrambi sono a 40 m. Il calcolo lo conferma: $(5\ \text{m/s})\,t = 24\ \text{m} + (2\ \text{m/s})\,t$ dà $(3\ \text{m/s})\,t = 24\ \text{m}$, $t = 8\ \text{s}$, e $s_A = 5\ \text{m/s} \times 8\ \text{s} = 40\ \text{m}$. Prima di quell'istante B è davanti, dopo è davanti A. Nel punto d'incontro i due corpi hanno la stessa *posizione*, non la stessa velocità: le rette hanno pendenze diverse.

10.4.4 Il grafico velocità-tempo

Si può rappresentare lo stesso moto anche con il **grafico velocità-tempo**, che riporta la velocità sull'asse verticale. Per un moto rettilineo uniforme è una retta orizzontale, all'altezza v, sopra

l'asse dei tempi se la velocità è positiva, sotto se è negativa.

Questo grafico nasconde un'informazione preziosa. Fra due istanti, la regione compresa tra la retta e l'asse dei tempi è un rettangolo di base Δt e altezza v; la sua area vale $v\,\Delta t$, cioè proprio lo spostamento Δs. Le unità tornano: (m/s) · s = m. Se la velocità è negativa il rettangolo sta sotto l'asse e la sua area si conta con il segno meno, come lo spostamento. Nella Figura 10.3 un corpo si muove per 6 s a 15 m/s e poi per 4 s a −5 m/s: lo spostamento complessivo è 90 m − 20 m = 70 m, la distanza percorsa 90 m + 20 m = 110 m. Che lo spostamento sia l'area sotto il grafico velocità-tempo vale per qualunque moto, anche quando la velocità cambia: sarà la chiave del capitolo 11.

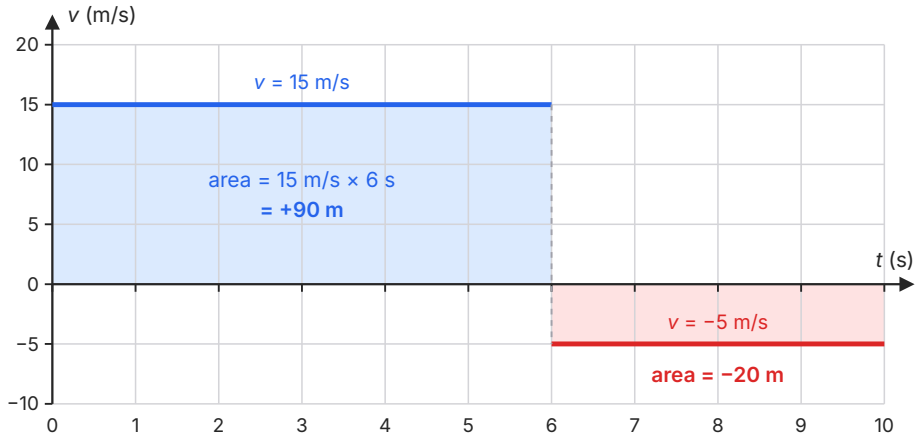


Figura 10.3 Grafico velocità-tempo di un corpo che si muove per 6 s a 15 m/s e poi per 4 s a −5 m/s. L'area del rettangolo azzurro, sopra l'asse, è lo spostamento in avanti (+90 m); quella del rettangolo rosa, sotto l'asse, lo spostamento all'indietro (−20 m). Lo spostamento complessivo è +70 m.

APPROFONDIMENTO

Che cosa vuol dire «più veloce»: da Aristotele a Galileo

Nel sesto libro della *Fisica* Aristotele confronta due corpi in moto con queste parole:

ἀνάγκη τὸ θᾶττον ἐν τῷ ἴσῳ χρόνῳ μεῖζον καὶ ἐν τῷ ἐλάττονι ἴσον καὶ ἐν τῷ ἐλάττονι πλεῖον κινεῖσθαι, καθάπερ ὁρίζονταί τινες τὸ θᾶττον.

«È necessario che il più veloce, in un tempo uguale, si muova per un tratto maggiore, in un tempo minore per un tratto uguale e in un tempo minore per un tratto maggiore, come alcuni definiscono il più veloce» (Aristotele, *Fisica* VI 2, 232a 25–27; traduzione della redazione).

Il criterio è giusto, ma è un confronto, non una misura: Aristotele non divide una distanza per un tempo: nella matematica greca, come negli *Elementi* di Euclide, un rapporto si forma soltanto tra grandezze dello stesso genere, una lunghezza con una lunghezza, un tempo con un tempo. Per questo, per molti secoli, la velocità non fu espressa come il rapporto fra una lunghezza e un tempo. Ancora Galileo, nei *Discorsi* del 1638, confronta spazi con spazi e tempi con tempi: nel moto uniforme, scrive, i tempi stanno tra loro come gli spazi percorsi.

La sua definizione di moto uniforme contiene però una parola nuova. «*Aequalem, seu uniformem, motum intelligo eum, cuius partes quibuscunque temporibus aequalibus a mobili peractae, sunt inter se aequales*»: «intendo per moto equabile, o uniforme, quello in cui gli spazi percorsi dal mobile in tempi uguali *qualsiasi* sono uguali tra loro» (*Discorsi*, Giornata terza, *De motu aequabili*; traduzione della redazione). Galileo spiega subito perché ha aggiunto *quibuscunque*, «qualsiasi», alla definizione tradizionale: un corpo potrebbe percorrere spazi uguali in certi tempi uguali, per esempio un metro in ogni secondo, e non percorrere spazi uguali nelle parti più piccole di quei tempi. Senza quella parola, il moto «uniforme» non sarebbe davvero uniforme.

10.5 Più corpi e più tratti

10.5.1 Incontri e sorpassi

Due corpi si muovono lungo la stessa retta: quando e dove si incontrano? Ciascuno ha la sua legge oraria, e incontrarsi significa trovarsi *nella stessa posizione nello stesso istante*. Scritte le due leggi orarie, si cerca la coppia di valori (t, s) che le soddisfa entrambe: è un sistema di due equazioni di primo grado in due incognite, che sai risolvere dalla matematica. Graficamente, la soluzione è il punto in cui si incontrano le due rette del grafico spazio-tempo.

Il metodo richiede una sola attenzione, ma decisiva: le due leggi orarie devono essere scritte **nello stesso sistema di riferimento**, con la stessa origine, lo stesso verso positivo e lo stesso orologio. Un corpo che va «all'indietro» rispetto all'asse ha velocità negativa; un corpo che parte più tardi ha la sua legge scritta con $(t - t_0)$.

ESEMPIO SVOLTO

Anna e Bruno

Dati. Due paesi A e B distano 18 km lungo una strada rettilinea. Alle 9:00 Anna parte in bicicletta da A verso B a 20 km/h. Bruno parte da B verso A alle 9:12, a 15 km/h. Quando e dove si incontrano?

Riferimento. Origine in A, asse orientato da A verso B, tempo in ore a partire dalle 9:00. Anna: $s_0 = 0$, $v = +20$ km/h. Bruno: parte da 18 km all'istante $t_0 = 12$ min $= 0{,}20$ h con $v = -15$ km/h, negativa perché va verso A.

Leggi orarie. $s_{\text{Anna}} = (20\ \text{km/h})\ t$; $s_{\text{Bruno}} = 18\ \text{km} - (15\ \text{km/h})(t - 0{,}20\ \text{h})$.

Soluzione. Poniamo le posizioni uguali: $20\ t = 18 - 15\ (t - 0{,}20) = 21 - 15\ t$, con t in ore e le posizioni in km. Quindi $35\ t = 21$ e $t = 0{,}60$ h $= 36$ min. La posizione è $s = 20\ \text{km/h} \times 0{,}60\ \text{h} = 12$ km.

Verifica. Bruno ha pedalato per $0{,}60\ \text{h} - 0{,}20\ \text{h} = 0{,}40$ h e ha percorso $15\ \text{km/h} \times 0{,}40\ \text{h} = 6{,}0$ km: partito da 18 km, è proprio a 12 km da A. I due si incontrano alle 9:36 a 12 km da A, come mostra la Figura 10.4.

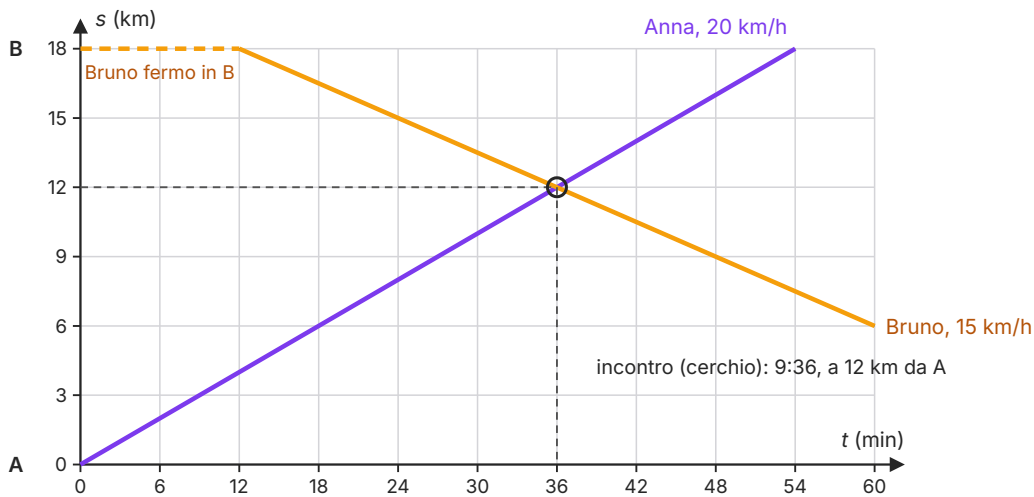


Figura 10.4 Il problema di Anna e Bruno nel grafico spazio-tempo (tempo in minuti dopo le 9:00, posizione in km da A). Fino alle 9:12 Bruno è fermo in B (tratto orizzontale), poi la sua retta scende con pendenza −15 km/h. Il punto d'incontro delle due rette è la soluzione del sistema: 9:36, a 12 km da A.

10.5.2 Moti a più tratti

Molti moti reali sono fatti di tratti uniformi diversi: si cammina, ci si ferma, si riparte più in fretta. Il grafico spazio-tempo diventa allora una spezzata, in cui ogni segmento ha la pendenza

della velocità di quel tratto e un segmento orizzontale indica una sosta. La Figura 10.5 descrive un ragazzo che va a scuola: cammina per 8 min a 1,25 m/s (600 m), si ferma 4 min in un forno, poi percorre in bicicletta, in 6 min, i 900 m che mancano, a 2,5 m/s.

La velocità media sull'intero tragitto è lo spostamento totale diviso il tempo totale: v_m = 1500 m/1080 s = 1,39 m/s, circa 1,4 m/s. Sul grafico è la pendenza del segmento tratteggiato che congiunge il primo e l'ultimo punto della spezzata.

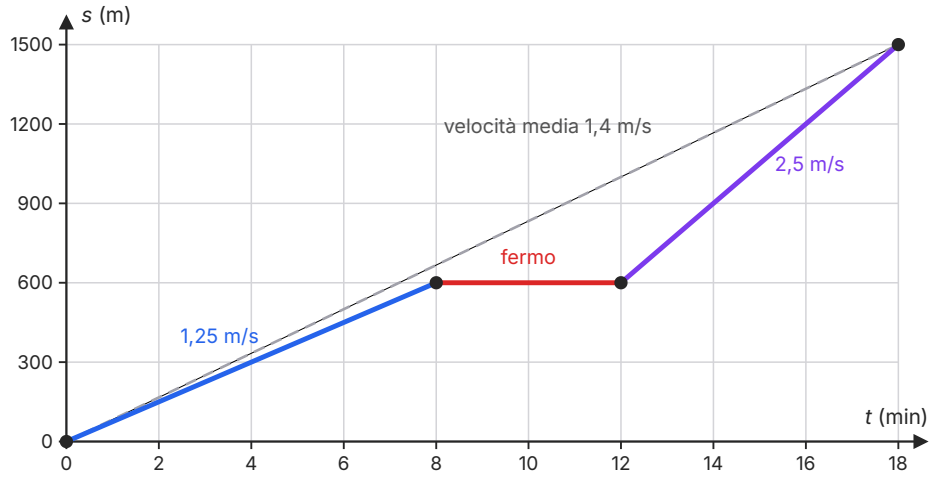


Figura 10.5 Grafico spazio-tempo di un tragitto a tre tratti: a piedi a 1,25 m/s, una sosta di 4 min, in bicicletta a 2,5 m/s. La pendenza del segmento tratteggiato, che unisce l'inizio e la fine, è la velocità media sull'intero tragitto, circa 1,4 m/s.

ERRORE FREQUENTE

«La velocità media è la media delle velocità.» Un'auto percorre 60 km a 60 km/h e poi altri 60 km a 120 km/h. La media aritmetica delle due velocità è 90 km/h, ma la velocità media è un'altra cosa. Il primo tratto dura 1 h, il secondo 0,5 h: in tutto 120 km in 1,5 h, cioè 80 km/h. L'auto passa più tempo alla velocità più bassa, e la media ne tiene conto. Per lo stesso motivo, nel tragitto della Figura 10.5 la velocità media non è (1,25 + 0 + 2,5)/3 m/s. La regola è una sola: **spostamento totale diviso tempo totale**. La media aritmetica delle velocità dà il risultato giusto solo se i tratti hanno la stessa *durata*.

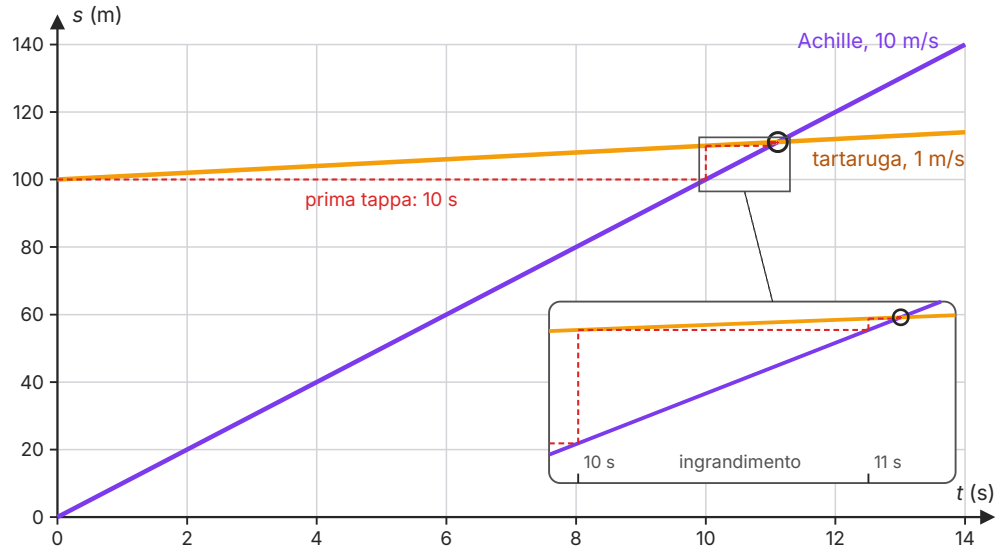


Figura 10.6 Achille e la tartaruga nel grafico spazio-tempo. La spezzata rossa segue le «tappe» di Zenone: Achille raggiunge la posizione appena lasciata dalla tartaruga, che intanto è andata un po' più avanti. Le tappe sono infinite, ma si accumulano prima dell'istante 100/9 s ≈ 11,1 s, in cui le due rette si incontrano (riquadro ingrandito).

COLLEGAMENTI

Filosofia · Achille e la tartaruga

Fra gli argomenti di Zenone di Elea contro il movimento, il più celebre ci è noto da Aristotele, che lo riassume così:

δεύτερος δ' ὁ καλούμενος Ἀχιλλεύς· ἔστι δ' οὗτος, ὅτι τὸ βραδύτατον οὐδέποτε καταληφθήσεται θέον ὑπὸ τοῦ ταχίστου· ἔμπροσθεν γὰρ ἀναγκαῖον ἐλθεῖν τὸ διῶκον ὅθεν ὥρμησεν τὸ φεῦγον, ὥστε ἀεί τι προέχειν ἀναγκαῖον τὸ βραδύτερον.

«Il secondo è il cosiddetto Achille. Sostiene che il più lento, nella corsa, non sarà mai raggiunto dal più veloce: chi insegue, infatti, deve prima arrivare al punto da cui è partito chi fugge, cosicché il più lento avrà sempre necessariamente un certo vantaggio» (Aristotele, *Fisica* VI 9, 239b 14–18; traduzione della redazione).

Diamo dei numeri. Achille corre a 10 m/s, la tartaruga a 1 m/s con 100 m di vantaggio. Achille impiega 10 s a raggiungere il punto di partenza della tartaruga, che nel frattempo è avanzata di 10 m; 1 s per coprire quei 10 m, mentre lei avanza di 1 m; 0,1 s per quel metro; e così via, all'infinito. Il grafico spazio-tempo della Figura 10.6 mostra però le due rette che si incontrano: (10 m/s) t = 100 m + (1 m/s) t dà t = 100/9 s ≈ 11,1 s, a circa 111 m dalla partenza di Achille.

Zenone ha ragione su un punto: le tappe sono infinite. Ma le loro durate, 10 s + 1 s + 0,1 s + 0,01 s + …, formano una somma di infiniti termini che ha un valore finito, 11,111… s, cioè proprio 100/9 s. Questo i matematici lo hanno chiarito molti secoli dopo, e lo studierai negli ultimi anni del liceo. Aristotele rispondeva in un altro modo: anche il tempo, come la lunghezza, è divisibile all'infinito, e a infinite parti di cammino corrispondono infinite parti di un tempo finito (*Fisica* VI 2). Il grafico, che mette insieme spazio e tempo, rende visibile ciò che le parole spezzano in infiniti passi.

COLLEGAMENTI

In laboratorio: la bolla che sale nel tubo

Obiettivo. Verificare che una bolla d'aria in un tubo pieno d'acqua, leggermente inclinato, si muove di moto rettilineo uniforme, e misurarne la velocità.

Materiali. Un tubo trasparente lungo circa 1 m e largo circa 1 cm (si trova in ferramenta), due tappi, acqua con qualche goccia di colorante, un metro a nastro, nastro adesivo colorato, un cronometro (va bene quello del telefono), alcuni libri per inclinare il tubo.

Procedimento. 1) Riempi il tubo d'acqua lasciando una sola bolla di circa 1 cm e chiudilo bene. 2) Segna con il nastro adesivo uno zero vicino a un'estremità e poi una tacca ogni 10 cm, fino a 80 cm. 3) Appoggia un'estremità del tubo su due o tre libri, capovolgilo in modo che la bolla parta dal basso e lasciala salire per qualche centimetro prima dello zero. 4) Avvia il cronometro quando la bolla passa per lo zero e registra, con il tasto «giro», gli istanti in cui passa per le tacche successive. 5) Ripeti tre volte senza cambiare l'inclinazione.

Tabella 10.3 Istanti di passaggio della bolla per le tacche: tre prove, valore medio arrotondato al decimo di secondo. Incertezza sulle posizioni 0,2 cm; sugli istanti 0,2 s (la massima semidispersione delle serie).

s (cm)	t_1 (s)	t_2 (s)	t_3 (s)	$\bar{t}$ (s)
10	3,9	4,0	4,0	4,0
20	8,0	8,2	7,8	8,0
30	12,1	12,1	12,0	12,1
40	16,2	16,2	16,6	16,3
50	20,3	20,2	20,4	20,3
60	24,1	24,2	24,4	24,2
70	28,3	28,2	28,3	28,3
80	32,2	32,6	32,6	32,5

Che cosa concludere. Nel grafico spazio-tempo della Figura 10.7 i punti, con le loro barre d'errore, stanno su una retta che passa per l'origine: entro le incertezze il moto è rettilineo uniforme. La pendenza è la velocità. La retta di massima pendenza che attraversa tutte le barre ha pendenza 2,483 cm/s, quella di minima 2,451 cm/s; la loro media dà la migliore stima e la semidifferenza l'incertezza: $v = (2{,}467 \pm 0{,}016)$ cm/s, un'incertezza dello 0,6%. Che cosa cambia inclinando di più il tubo? È una buona domanda per una seconda serie di misure.

Sicurezza. Controlla che i tappi tengano prima di capovolgere il tubo e asciuga subito l'acqua versata, soprattutto vicino a prese elettriche.

Per la relazione. Segui lo schema del capitolo 4: tabella con unità e incertezze, grafico spazio-tempo con barre d'errore, rette di massima e minima pendenza, velocità con la sua incertezza. Discuti gli errori sistematici possibili: la reazione ritardata sempre nello stesso verso, le tacche non equidistanti, la parallasse nel guardare la bolla di sbieco. Confronta la velocità ottenuta in ciascuna delle tre prove: sono compatibili?

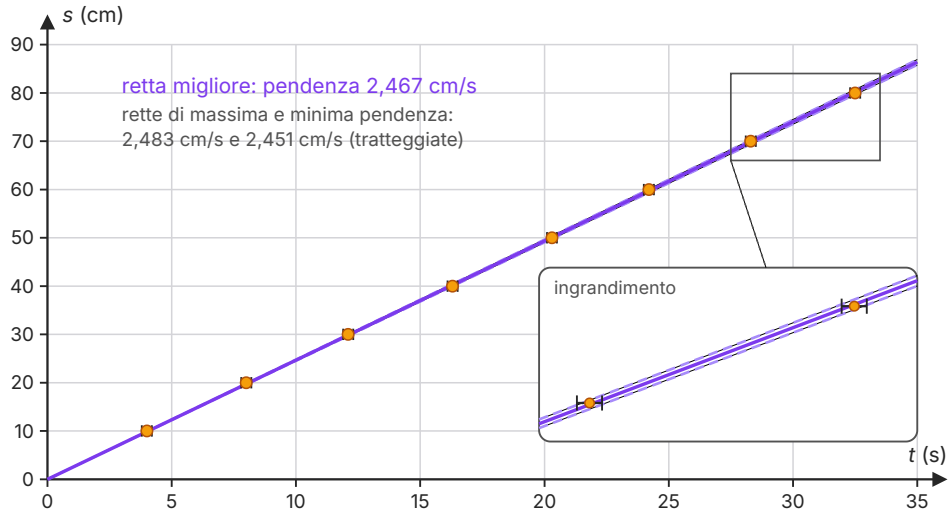


Figura 10.7 Dati tipici del laboratorio della bolla (Tabella 10.3): posizione in funzione del tempo, con le barre d'errore di 0,2 s e 0,2 cm, visibili nel riquadro ingrandito sugli ultimi due punti. La retta migliore e le rette di massima e minima pendenza passano per l'origine, perché il cronometro parte quando la bolla passa per lo zero.

IN SINTESI

Spostamento: $\Delta s = s_2 - s_1$ (m), con segno; la **distanza percorsa** è la lunghezza del cammino, sempre positiva, mai minore di $|\Delta s|$.

Velocità media: $v_m = \Delta s/\Delta t$ (m/s): lo spostamento diviso il tempo impiegato, con il segno dello spostamento. **Velocità scalare media:** distanza percorsa / Δt. Conversione: 1 m/s = 3,6 km/h.

Velocità istantanea v: la velocità media su un intervallo di tempo così breve che accorciarlo non cambia il risultato.

Moto rettilineo uniforme: $s = s_0 + v\,t$. La posizione è una funzione di primo grado del tempo; lo spostamento $v\,t$ è proporzionale al tempo. Grafico spazio-tempo: retta con pendenza v e ordinata all'origine s_0. Grafico velocità-tempo: retta orizzontale; l'area sotto di essa è lo spostamento.

Incontro di due corpi: stessa posizione nello stesso istante; si risolve il sistema delle due leggi orarie, scritte nello stesso riferimento.

SINTESI

- La cinematica descrive il moto senza occuparsi delle sue cause; spesso il corpo si può trattare come un punto materiale.
- Il moto è relativo: per descriverlo si fissa un sistema di riferimento (corpo di riferimento, origine, asse orientato con unità di misura, orologio).
- La traiettoria è la linea descritta dal corpo; nel moto rettilineo basta un asse, e la posizione è un numero con segno.
- Un istante è una lettura dell'orologio; un intervallo di tempo è la differenza fra due istanti, sempre positiva.
- Lo spostamento $\Delta s = s_2 - s_1$ ha segno e dipende solo dalla posizione iniziale e da quella finale; la distanza percorsa è sempre positiva e non è mai minore di $|\Delta s|$.
- La velocità media è $\Delta s/\Delta t$, in m/s, con il segno dello spostamento; 1 m/s = 3,6 km/h. La velocità scalare media è la distanza percorsa divisa per il tempo.
- La velocità istantanea è la velocità media su un intervallo brevissimo; è quella indicata dal tachimetro.
- Nel moto rettilineo uniforme la velocità è costante: spostamenti uguali in intervalli di tempo uguali, comunque scelti. La legge oraria è $s = s_0 + v\,t$.
- Il grafico spazio-tempo di un moto uniforme è una retta: la pendenza è la velocità, l'ordinata all'origine la posizione iniziale.
- Nel grafico velocità-tempo l'area compresa fra il grafico e l'asse dei tempi è lo spostamento (negativa sotto l'asse).
- Due corpi si incontrano quando hanno la stessa posizione nello stesso istante: si risolve il sistema delle loro leggi orarie, o si cerca l'intersezione delle rette.
- In un moto a più tratti la velocità media è lo spostamento totale diviso il tempo totale, non la media delle velocità.

ESERCIZI

Comprendere e ricordare

1. ● La cinematica è la parte della fisica che:
   - **A.** studia le cause del moto
   - **B.** descrive il moto senza occuparsi delle sue cause
   - **C.** studia soltanto il moto dei corpi celesti
   - **D.** studia le condizioni di equilibrio dei corpi

2. ●● Un'auto parte dal km 12 di una strada statale rettilinea, arriva al km 47 e poi torna indietro fino al km 40. Lo spostamento e la distanza percorsa sono rispettivamente:
   - **A.** 28 km e 28 km
   - **B.** 35 km e 42 km
   - **C.** 28 km e 42 km
   - **D.** 42 km e 28 km

3. ● Una velocità di 72 km/h corrisponde a:
   - **A.** 20 m/s
   - **B.** 259 m/s
   - **C.** 7,2 m/s
   - **D.** 2,0 m/s

4. ● Nel grafico spazio-tempo di un moto rettilineo uniforme, la velocità è rappresentata:
   - **A.** dall'ordinata all'origine della retta
   - **B.** dall'area compresa fra la retta e l'asse dei tempi
   - **C.** dall'ascissa del punto finale
   - **D.** dalla pendenza della retta

5. ● Il grafico velocità-tempo di un moto rettilineo uniforme è:
   - **A.** una retta passante per l'origine, la cui pendenza è lo spostamento
   - **B.** una retta inclinata, la cui ordinata all'origine è la posizione iniziale
   - **C.** una retta orizzontale, e l'area sotto di essa è lo spostamento
   - **D.** un ramo di parabola

6. ●● In un certo intervallo di tempo la velocità media di un corpo è negativa. Questo significa che:
   - **A.** il corpo sta rallentando
   - **B.** il corpo si è spostato nel verso opposto a quello dell'asse
   - **C.** il corpo è rimasto fermo
   - **D.** la posizione finale è negativa

7. ●● Nel grafico spazio-tempo, le leggi orarie di due auto sono due rette parallele distinte. Allora le due auto:
   - **A.** si incontrano una sola volta
   - **B.** hanno velocità opposte
   - **C.** partono dalla stessa posizione
   - **D.** hanno la stessa velocità e non si incontrano mai

Vero o falso

8. ● La distanza percorsa da un corpo non può mai essere minore del valore assoluto del suo spostamento. V / F

9. ● Se la velocità media di un'auto in un viaggio è zero, l'auto è rimasta ferma per tutto il viaggio. V / F

10. ● In un moto rettilineo uniforme il corpo compie spostamenti uguali in intervalli di tempo uguali, comunque piccoli. V / F

11. ●● Il tachimetro di un'auto indica la velocità media dall'inizio del viaggio. V / F

12. ●● Nel punto in cui si intersecano i grafici spazio-tempo di due corpi, i due corpi hanno la stessa velocità. V / F

Applicare

13. ● Converti: a) 90 km/h in m/s; b) 12 m/s in km/h; c) 340 m/s in km/h.

14. ● Nel 2009, a Berlino, Usain Bolt corse i 100 m in 9,58 s. Calcola la sua velocità media in m/s e in km/h.

15. ● Un ciclista si muove su una strada rettilinea con legge oraria $s = 120\ \text{m} + (6{,}0\ \text{m/s})\ t$. Dove si trova all'istante $t = 25$ s? In quale istante passa per la posizione 300 m?

16. ●● Nella Figura 10.2, quando e dove si incontrano B e C? E A e C? Rispondi leggendo il grafico e poi verifica con le leggi orarie.

17. ●● Un treno viaggia per 2,0 min a 30 m/s e poi per 1,5 min a 20 m/s. Disegna il grafico velocità-tempo e ricava dall'area lo spostamento complessivo; calcola poi la velocità media.

18. ● Completa. In un moto rettilineo uniforme la posizione è una funzione _____ del tempo; il grafico spazio-tempo è una _____ la cui pendenza è _____ e la cui ordinata all'origine è _____ .

19. ●● Vedi un lampo e senti il tuono 4,5 s dopo. Sapendo che il suono nell'aria viaggia a 343 m/s e considerando istantaneo l'arrivo della luce, a quale distanza è caduto il fulmine?

Problemi

20. ●● Un camion passa davanti a un casello a 72 km/h; 30 s dopo passa davanti allo stesso casello, nella stessa direzione, un'auto a 108 km/h. Entrambi si muovono di moto uniforme. Dopo quanto tempo dal passaggio dell'auto, e a quale distanza dal casello, l'auto raggiunge il camion? Rappresenta la situazione nel grafico spazio-tempo.

21. ●●● Due stazioni distano 39 km lungo una linea rettilinea a due binari. Un treno parte dalla prima verso la seconda a 120 km/h; 6,0 min dopo un altro treno parte dalla seconda verso la prima a 150 km/h. Considerando le velocità costanti fin dalla partenza, quando e dove si incrociano?

22. ●● Marta percorre 6,0 km in bicicletta a 18 km/h; poi, per una salita ripida, spinge la bicicletta a piedi per 2,0 km a 4,0 km/h. Calcola la durata del tragitto e la velocità media; confrontala con la media aritmetica delle due velocità e spiega la differenza.

23. ●●● Un'automobilista va da A a B, distanti 60 km, alla velocità media di 90 km/h. A quale velocità media deve tornare da B ad A perché la velocità scalare media sull'intero viaggio di andata e ritorno sia 100 km/h? Quanto vale, invece, la velocità media (vettoriale) sull'intero viaggio?

24. ●●● (Con il capitolo 3.) Un sistema di controllo misura il tempo che un'auto impiega a percorrere un tratto rettilineo lungo (500,0 ± 0,5) m e trova (18,0 ± 0,2) s. Calcola la velocità media con la sua incertezza, in m/s e in km/h. Si può affermare con certezza che l'auto ha superato il limite di 90 km/h?

25. ●● Un'automobilina giocattolo viene filmata mentre si muove su un pavimento lungo un metro a nastro. Dal video si ricavano le posizioni della tabella seguente. Il moto è uniforme? Ricava la velocità, scrivi la legge oraria e prevedi dove si troverà l'automobilina all'istante 6,0 s, se continua a muoversi allo stesso modo.
t (s): 0 · 1,0 · 2,0 · 3,0 · 4,0 — s (cm): 12 · 36 · 61 · 84 · 109

Ragionare e argomentare

26. ●●● Trova l'errore. Luca deve calcolare la velocità media di un'auto che percorre metà della strada a 40 km/h e l'altra metà a 60 km/h, e scrive: «(40 + 60)/2 = 50 km/h». Spiega perché sbaglia, calcola il valore giusto e indica in quale caso il suo calcolo sarebbe stato corretto.

27. ●●● Commenta la fonte. Galileo definisce così il moto uniforme: «intendo per moto equabile, o uniforme, quello in cui gli spazi percorsi dal mobile in tempi uguali *qualsiasi* sono uguali tra loro» (*Discorsi*, Giornata terza; traduzione della redazione). La parola «qualsiasi», *quibuscunque*, è una sua aggiunta alla definizione tradizionale. Un corridore percorre esattamente 3 m in ogni secondo: nella prima metà di ogni secondo percorre 2 m, nella seconda metà 1 m. Il suo moto è uniforme secondo la definizione «tradizionale» (spazi uguali in tempi uguali)? E secondo quella di Galileo? Spiega che cosa aggiunge la parola.

28. ●● Stima. Le unghie delle mani crescono di qualche millimetro al mese. Stima l'ordine di grandezza della loro velocità di crescita in m/s, spiegando le approssimazioni.

PER APPROFONDIRE

- [GAL] Galileo Galilei, *Discorsi e dimostrazioni matematiche intorno a due nuove scienze*: all'inizio della Giornata terza, il breve trattato *De motu aequabili*, con la definizione del moto uniforme e i teoremi che la seguono.
- [ARI] Aristotele, *Fisica*: il libro VI, sul continuo, sul più veloce e sul più lento, e sugli argomenti di Zenone contro il movimento.
- [FEY] R.P. Feynman, R.B. Leighton, M. Sands, *La fisica di Feynman*, vol. I: il capitolo sul moto, con una discussione limpida della velocità istantanea e dei paradossi di Zenone.
- [HRW] D. Halliday, R. Resnick, J. Walker, *Fondamenti di fisica*: il capitolo sul moto rettilineo, con molti esempi di grafici spazio-tempo.

Glossario del capitolo

Cinematica
Parte della fisica che descrive il moto dei corpi senza occuparsi delle sue cause.

Grafico spazio-tempo
Grafico della posizione in funzione del tempo (diagramma orario); per un moto uniforme è una retta di pendenza v.

Grafico velocità-tempo
Grafico della velocità in funzione del tempo; l'area compresa fra il grafico e l'asse dei tempi è lo spostamento.

Intervallo di tempo
La durata $\Delta t = t_2 - t_1$ compresa fra due istanti; è sempre positivo.

Istante
Una lettura dell'orologio, cioè il «quando» di un evento.

Legge oraria
Relazione che dà la posizione di un corpo in ogni istante; può essere una tabella, un grafico o una formula.

Moto rettilineo
Moto la cui traiettoria è una retta; si descrive con un solo asse.

Moto rettilineo uniforme
Moto lungo una retta con velocità costante: spostamenti uguali in intervalli di tempo uguali, comunque scelti; legge oraria $s = s_0 + v\,t$.

Moto vario
Moto in cui la velocità cambia nel tempo.

Posizione
Nel moto rettilineo, la coordinata s del corpo sull'asse: un numero con segno e unità di misura.

Sistema di riferimento
Insieme di un corpo di riferimento, un'origine, uno o più assi orientati con un'unità di lunghezza e un orologio, rispetto al quale si descrivono posizioni e moti.

Traiettoria
La linea descritta da un punto materiale durante il suo moto.

Velocità istantanea
La velocità media calcolata su un intervallo di tempo così breve che accorciarlo non ne cambia il valore; è quella indicata dal tachimetro.

Velocità media
Rapporto $\Delta s/\Delta t$ fra lo spostamento e l'intervallo di tempo in cui avviene; ha il segno dello spostamento; si misura in m/s.

Velocità scalare media
Rapporto fra la distanza percorsa e l'intervallo di tempo; è sempre positiva.

Soluzioni

1. B. A è la dinamica (parte V); D è la statica.

2. C. Spostamento: 40 km − 12 km = 28 km; distanza: (47 − 12) km + (47 − 40) km = 35 km + 7 km = 42 km.

3. A. 72 km/h ÷ 3,6 = 20 m/s.

4. D. La pendenza $\Delta s/\Delta t$ è la velocità; l'ordinata all'origine è la posizione iniziale.

5. C. La velocità è costante; l'area del rettangolo sotto la retta, $v\,\Delta t$, è lo spostamento.

6. B. La velocità media ha il segno dello spostamento; il segno non dice nulla sul rallentare (A) né sulla posizione finale (D).

7. D. Stessa pendenza, cioè stessa velocità; ordinate all'origine diverse: la distanza fra le auto resta costante.

8. V. La distanza somma le lunghezze di tutti i tratti; coincide con $|\Delta s|$ solo se il corpo non inverte il moto.

9. F. Velocità media nulla significa spostamento nullo: l'auto può essere tornata al punto di partenza.

10. V. È la definizione di Galileo, con il suo «qualsiasi».

11. F. Indica la velocità istantanea, misurata su intervalli brevissimi.

12. F. Hanno la stessa posizione nello stesso istante; le velocità (le pendenze) sono in generale diverse.

13. a) 90 ÷ 3,6 = 25 m/s; b) 12 × 3,6 = 43,2 km/h ≈ 43 km/h; c) 340 × 3,6 = 1224 km/h ≈ $1{,}22 \times 10^3$ km/h.

14. v_m = 100 m/9,58 s = 10,4 m/s; 10,44 × 3,6 = 37,6 km/h.

15. s = 120 m + 6,0 m/s × 25 s = 120 m + 150 m = 270 m. Per s = 300 m: t = (300 m − 120 m)/(6,0 m/s) = 30 s.

16. B e C: $24 + 2t = 54 - 4t \to 6t = 30 \to t$ = 5 s, s = 24 m + 2 m/s × 5 s = 34 m. A e C: $5t = 54 - 4t \to 9t = 54 \to t$ = 6 s, s = 30 m.

17. Due rettangoli: 30 m/s × 120 s = 3600 m e 20 m/s × 90 s = 1800 m; Δs = 5400 m = 5,4 km. v_m = 5400 m/210 s = 25,7 m/s ≈ 26 m/s (non 25 m/s: i due tratti hanno durate diverse).

18. Di primo grado (lineare); retta; la velocità; la posizione iniziale s_0.

19. d = 343 m/s × 4,5 s = 1543,5 m ≈ $1{,}5 \times 10^3$ m = 1,5 km (due cifre significative, come il tempo).

20. Riferimento: origine al casello, t = 0 al passaggio del camion; 72 km/h = 20 m/s, 108 km/h = 30 m/s. Camion: s = (20 m/s) t; auto: s = (30 m/s)(t − 30 s). Uguagliando: $20t = 30t - 900 \to t$ = 90 s, cioè 60 s dopo il passaggio dell'auto; s = 20 m/s × 90 s = 1800 m = 1,8 km dal casello. Nel grafico: due rette che partono da (0 s; 0 m) e (30 s; 0 m), la seconda più ripida, che si incontrano in (90 s; 1800 m).

21. Origine nella prima stazione, t in ore dalla partenza del primo treno. Primo: $s = 120t$; secondo: s = 39 − 150(t − 0,10) = 54 − 150t (km). $120t = 54 - 150t \to 270t = 54 \to t$ = 0,20 h = 12 min dopo la partenza del primo treno; s = 120 km/h × 0,20 h = 24 km dalla prima stazione (15 km dalla seconda: il secondo treno ha viaggiato 0,10 h a 150 km/h).

22. t_1 = 6,0 km/18 km/h = 0,333 h = 20 min; t_2 = 2,0 km/4,0 km/h = 0,50 h = 30 min; totale 0,833 h = 50 min. v_m = 8,0 km/0,833 h = 9,6 km/h. La media aritmetica (18 + 4,0)/2 = 11 km/h è maggiore: Marta passa più tempo (30 min contro 20) alla velocità bassa, e la velocità media ne tiene conto.

23. Tempo totale necessario: 120 km/100 km/h = 1,20 h. Andata: 60 km/90 km/h = 0,667 h. Ritorno: 1,20 h − 0,667 h = 0,533 h; velocità media al ritorno 60 km/0,533 h = 112,5 km/h ≈ 113 km/h. La velocità media vettoriale sull'intero viaggio è zero, perché lo spostamento complessivo è nullo.

24. v = 500,0 m/18,0 s = 27,78 m/s. e_r = 0,5/500,0 + 0,2/18,0 = 0,0010 + 0,0111 = 0,0121; e_a = 0,0121 × 27,78 = 0,34 m/s → 0,3 m/s; v = (27,8 ± 0,3) m/s. In km/h:

27,78 × 3,6 = 100,0 km/h, incertezza 0,0121 × 100,0 = 1,2 km/h: v = (100,0 ± 1,2) km/h. Anche il valore minimo, 98,8 km/h, supera 90 km/h: il superamento del limite è certo. Domina l'incertezza sul tempo.

25. Spostamenti in ogni secondo: 24, 25, 23, 25 cm, uguali entro un paio di centimetri: entro le incertezze di una lettura dal video il moto è uniforme. Velocità media su tutto l'intervallo: (109 cm − 12 cm)/4,0 s = 97 cm/4,0 s ≈ 24 cm/s. Legge oraria: s = 12 cm + (24 cm/s) t. A 6,0 s: s = 12 cm + 24 cm/s × 6,0 s ≈ $1{,}6 \times 10^2$ cm (con la pendenza non arrotondata, 24,25 cm/s, si ottengono 157,5 cm). La previsione è un'estrapolazione: vale solo se il moto continua uguale.

26. Traccia. Le due metà sono uguali in lunghezza, non in durata: con 60 km di strada, per esempio, 30 km a 40 km/h durano 0,75 h e 30 km a 60 km/h durano 0,50 h; in tutto 60 km in 1,25 h, cioè 48 km/h (lo stesso risultato per qualunque lunghezza della strada). L'auto passa più tempo alla velocità bassa. Il calcolo di Luca sarebbe corretto se l'auto viaggiasse a 40 km/h per metà del *tempo* e a 60 km/h per l'altra metà.

27. Traccia. Secondo la definizione tradizionale sì: in ogni secondo percorre 3 m, quindi in tempi uguali (di un secondo, o di più secondi interi) spazi uguali. Secondo Galileo no: prendendo intervalli uguali di mezzo secondo si trovano spazi diversi, 2 m e 1 m. La parola «qualsiasi» esclude proprio questi moti, uniformi solo «a grana grossa»: in un moto uniforme vero la velocità media è la stessa su ogni intervallo, anche brevissimo, e quindi coincide con la velocità istantanea in ogni istante.

28. Traccia. Con circa 3 mm al mese: 3×10^{-3} m in circa 30 giorni × 86 400 s ≈ $2{,}6 \times 10^6$ s; $v \approx 3 \times 10^{-3}$ m/$2{,}6 \times 10^6$ s ≈ 1×10^{-9} m/s. L'ordine di grandezza è 10^{-9} m/s; scegliendo 2 o 5 mm al mese non cambia. È un moto lentissimo, ma si misura senza difficoltà su tempi lunghi.