CAPITOLO

# 9

# L'equilibrio dei fluidi

*«Noi viviamo sommersi nel fondo d'un pelago d'aria elementare.» — Evangelista Torricelli, lettera a Michelangelo Ricci, 1644*

**OBIETTIVI**

1. Definire la pressione e usarne le unità di misura: pascal, bar, atmosfera, millimetro di mercurio.
2. Enunciare il principio di Pascal e calcolare le forze in un torchio idraulico.
3. Ricavare la legge di Stevino dall'equilibrio di una colonna di liquido e applicarla ai vasi comunicanti e al tubo a U.
4. Spiegare l'esperienza di Torricelli e misurare la pressione atmosferica con il barometro.
5. Ricavare il principio di Archimede dalla legge di Stevino e prevedere se un corpo affonda o galleggia.

**INDICE DEL CAPITOLO**


9.1 I fluidi e la pressione ..... 2
9.2 Il principio di Pascal ..... 3
9.3 La legge di Stevino ..... 5
9.4 La pressione atmosferica ..... 9
9.5 Il principio di Archimede e il galleggiamento ..... 13

Fisica 3 · Parte III · L'equilibrio · versione 1.0
Capitolo 9: L'equilibrio dei fluidi · pagine 219–242 del volume completo · estratto per lo studio

Chi scende verso il fondo di una piscina sente una spinta fastidiosa sui timpani. Chi prova a tenere sott'acqua un pallone deve premere con tutte e due le mani. Chi beve con una cannuccia crede di «tirare su» la bibita, e invece, come vedremo, è l'aria della stanza a spingerla verso la bocca. Liquidi e gas esercitano forze su tutto ciò che toccano, e queste forze dipendono dalla profondità.

In questo capitolo, l'ultimo dedicato all'equilibrio, studiamo i fluidi in quiete: è l'idrostatica. Useremo la densità (capitolo 2), le forze (capitoli 5 e 6) e la condizione di equilibrio (capitolo 7), e vi aggiungeremo una sola grandezza nuova, la pressione. Con essa capiremo come un piccolo pistone solleva un'automobile, come Torricelli «pesò» l'aria e perché una nave d'acciaio galleggia, seguendo un filo che parte da Archimede.

## 9.1 I fluidi e la pressione

### 9.1.1 Che cos'è un fluido

Un solido ha una forma propria; un liquido prende la forma del recipiente, e un gas occupa tutto lo spazio disponibile. Liquidi e gas si chiamano insieme **fluidi**, dal latino *fluere*, «scorrere»: sostanze senza forma propria, le cui parti possono scorrere le une sulle altre. Un liquido è quasi incomprimibile; un gas si lascia comprimere con facilità.

Come per i solidi abbiamo usato il punto materiale e il corpo rigido, per i fluidi useremo il modello del fluido ideale (capitolo 1): incomprimibile, cioè con la stessa densità in ogni punto, e privo di attriti interni. Descrive bene i liquidi in quiete.

### 9.1.2 La pressione

Premi il palmo della mano contro un tavolo, poi premi con la stessa forza la punta di una matita: la matita lascia un segno, e la tua mano sente un dolore che prima non c'era. La forza è la stessa; è cambiata la superficie su cui si distribuisce. Questo effetto si descrive con la **pressione**, il rapporto fra il modulo della forza perpendicolare a una superficie, la forza premente $F_\perp$ del capitolo 6, e l'area $S$ della superficie:

$$p = \frac{F_\perp}{S}$$

La pressione è una grandezza **scalare**; la forza che ne deriva è sempre perpendicolare alla superficie considerata. Nel SI si misura in **pascal** (Pa): 1 Pa = 1 N/m$^2$, la pressione di un foglio di carta appoggiato su un tavolo. Le altre unità di uso comune sono nella Tabella 9.1: fra queste il

**bar**, esattamente $10^5$ Pa, e l'**atmosfera** (atm), 101 325 Pa, la pressione media dell'aria al livello del mare.

**Tabella 9.1** Le unità di pressione più usate e il loro valore in pascal.

| Unità | Simbolo | Valore in pascal | Dove si incontra |
|---|---|---|---|
| pascal | Pa | 1 | unità del SI |
| ettopascal | hPa | 100 | meteorologia |
| bar | bar | 100 000 | pneumatici, bombole |
| atmosfera | atm | 101 325 | pressione dell'aria al livello del mare |
| millimetro di mercurio | mmHg | circa 133,3 | barometri, pressione del sangue |

A parità di forza, la pressione è tanto più grande quanto più piccola è la superficie. Un coltello affilato concentra la forza della mano su una striscia sottilissima; le racchette da neve, al contrario, distribuiscono il peso su una superficie grande. Una ragazza di 55 kg, con un peso di 539 N, preme sulla neve con 539 N / 0,0300 $m^2$ ≈ 1,8 × $10^4$ Pa se calza scarpe con suole di 300 $cm^2$ in tutto, e con soli 539 N / 0,24 $m^2$ ≈ 2,2 × $10^3$ Pa con racchette da 0,24 $m^2$: otto volte meno, ed è per questo che non sprofonda.

### 9.1.3 La pressione nei fluidi

Un fluido in quiete preme su tutte le pareti del recipiente e su ogni corpo immerso, e la forza dovuta alla pressione è sempre perpendicolare alla superficie: se ci fosse una componente parallela, uno strato di fluido scivolerebbe lungo la parete, mentre il fluido è fermo. Inoltre un piccolo sensore immerso a una certa profondità segna lo stesso valore comunque lo si orienti: in un punto di un fluido in quiete la pressione ha **lo stesso valore in tutte le direzioni**.

## 9.2 Il principio di Pascal

### 9.2.1 La pressione si trasmette

Una pallina di gomma piena d'acqua e forata in più punti, premuta da un lato, lancia zampilli in tutte le direzioni, non solo in avanti: la spinta della mano si trasmette a tutto il liquido. Il fenomeno fu studiato da Blaise Pascal e porta il suo nome. Il **principio di Pascal** afferma che *una variazione di pressione prodotta in un punto di un liquido in quiete, chiuso in un recipiente, si trasmette con lo stesso valore a ogni punto del liquido e alle pareti*. Vale perché il liquido è praticamente incomprimibile: spingere da una parte non lo comprime, ma aumenta la pressione ovunque. Su di esso funzionano i freni delle automobili e i martinetti.

### 9.2.2 Il torchio idraulico

La sua applicazione più famosa è il **torchio idraulico** (Figura 9.1): due cilindri di sezione diversa, collegati alla base e pieni di liquido, chiusi da due pistoni. Una forza $F_1$ sul pistone piccolo, di area $S_1$, aumenta la pressione nel liquido di $F_1/S_1$; lo stesso aumento si trasmette al pistone grande, di area $S_2$, che riceve una forza $F_2 = pS_2$. Uguagliando le pressioni:

$$\frac{F_1}{S_1} = \frac{F_2}{S_2} \implies F_2 = F_1 \cdot \frac{S_2}{S_1}$$

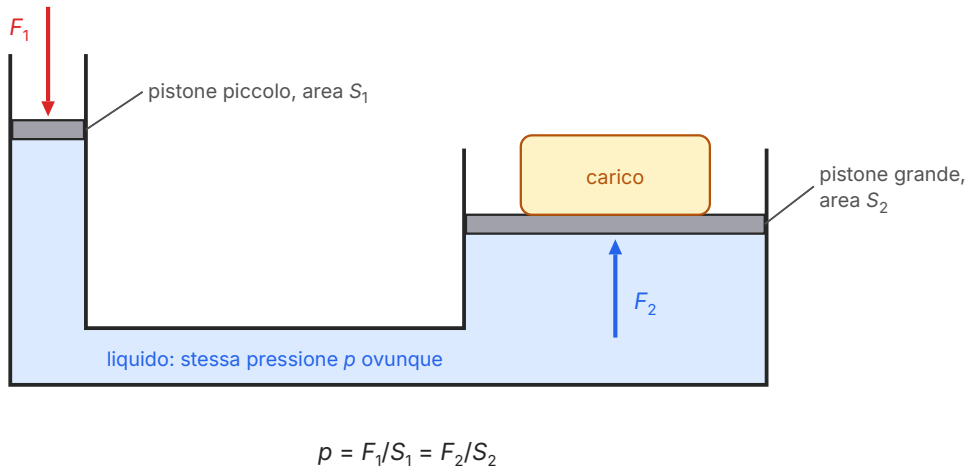



**Figura 9.1** Il torchio idraulico. La forza $F_1$ sul pistone piccolo aumenta la pressione in tutto il liquido; il pistone grande riceve una forza $F_2$ tante volte maggiore di $F_1$ quante volte la sua area è maggiore di quella del pistone piccolo.

La forza si moltiplica nel rapporto delle aree, ma non si ottiene qualcosa in cambio di nulla. Il liquido non si comprime: il volume che il pistone piccolo spinge fuori, $S_1 s_1$, è uguale a quello che entra sotto il pistone grande, $S_2 s_2$. Se l'area è 100 volte maggiore, la forza è 100 volte maggiore e lo spostamento 100 volte minore: lo stesso scambio delle leve (capitolo 8), che nel capitolo 15 diventerà un bilancio di lavoro.

ESEMPIO SVOLTO

### Il ponte sollevatore dell'officina

**Problema.** In un sollevatore idraulico il pistone piccolo ha un diametro di 2,0 cm e quello grande di 30 cm. Quale forza serve sul pistone piccolo per reggere un'automobile di 1200 kg? Di quanto sale l'auto se il pistone piccolo scende di 15 cm?

**Soluzione.** Le aree dei cerchi sono proporzionali ai quadrati dei diametri: $S_2/S_1 = (30\text{ cm} / 2{,}0\text{ cm})^2 = 225$. Il peso dell'auto è $F_2 = 1200\text{ kg} \times 9{,}8\text{ N/kg} = 11\,760\text{ N}$, quindi

$$F_1 = F_2 \cdot \frac{S_1}{S_2} = \frac{11\,760\text{ N}}{225} \approx 52\text{ N}$$

Lo spostamento del pistone grande è 225 volte minore: 15 cm / 225 ≈ 0,067 cm, cioè 0,67 mm. Per questo i sollevatori pompano olio di continuo sotto il pistone grande.

**Controllo.** Usando per errore il rapporto dei diametri (15) invece di quello delle aree (225) si otterrebbe 784 N, quindici volte troppo.

## 9.3 La legge di Stevino

### 9.3.1 La pressione cresce con la profondità

Scendendo sott'acqua la pressione aumenta perché ogni strato di liquido regge il peso degli strati sovrastanti. Rendiamo preciso il ragionamento con il metodo dell'equilibrio (capitolo 7). Nel liquido isoliamo con il pensiero una colonna verticale di base $S$ e altezza $h$, che parte dalla superficie libera (Figura 9.2). La colonna è ferma, quindi la risultante delle forze su di essa è nulla. Le forze verticali sono tre:

- in alto, l'aria preme sulla superficie libera con la pressione atmosferica $p_0$: la forza è $p_0 S$, verso il basso;
- il peso della colonna, verso il basso: la massa è $m = dV = dSh$, il peso $dShg$;
- in basso, il liquido sottostante spinge verso l'alto con la pressione $p$ che cerchiamo: la forza è $pS$.

Le forze sulle pareti laterali sono orizzontali e si annullano a due a due. L'equilibrio verticale dà

$$pS = p_0 S + dShg \implies \boldsymbol{p = p_0 + dgh}$$

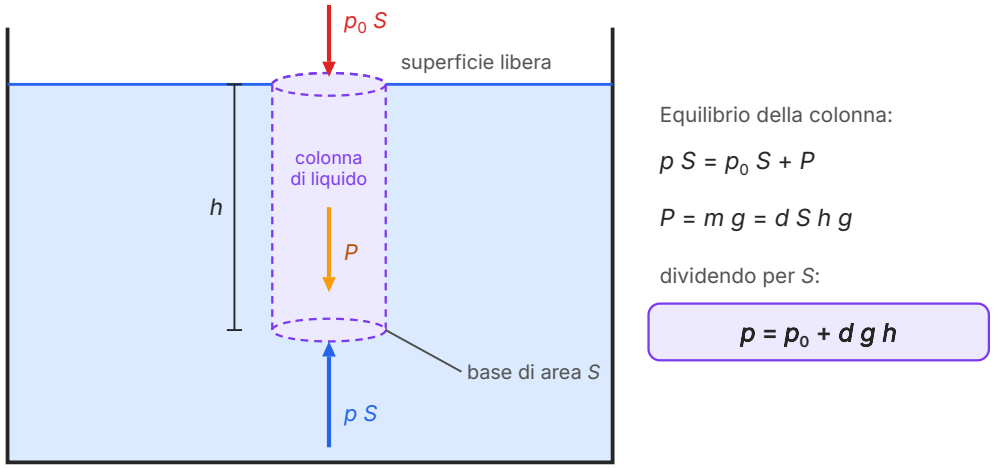



**Figura 9.2** Una colonna di liquido immaginaria, di base $S$ e altezza $h$, in equilibrio dentro il liquido. Dalla somma nulla delle tre forze verticali (la spinta dell'aria in alto, il peso della colonna, la spinta del liquido sottostante) si ricava la legge di Stevino.

È la **legge di Stevino**, dal nome dell'ingegnere fiammingo Simon Stevin, che studiò l'equilibrio dei liquidi alla fine del Cinquecento. Il termine $dgh$ si chiama **pressione idrostatica**: è la pressione dovuta al solo peso del liquido. La legge dice tre cose:

- la pressione cresce **linearmente** con la profondità: il grafico di $p$ in funzione di $h$ è una retta che parte da $p_0$, con pendenza $dg$ (capitolo 4);
- punti alla stessa profondità hanno la stessa pressione: in un liquido in quiete le superfici di uguale pressione sono orizzontali;
- nella formula non compaiono né l'area $S$ né la quantità di liquido: contano solo la profondità e la densità.

A 10 m di profondità in acqua dolce $dgh = 1000\ \text{kg/m}^3 \times 9{,}8\ \text{N/kg} \times 10\ \text{m} = 98\,000\ \text{Pa}$, quasi un'atmosfera: ogni 10 m d'acqua la pressione cresce di circa 1 atm, e un sub a 30 m sopporta circa 4 atm. La Figura 9.3 mostra la legge per l'acqua dolce e per l'acqua di mare, un po' più densa.

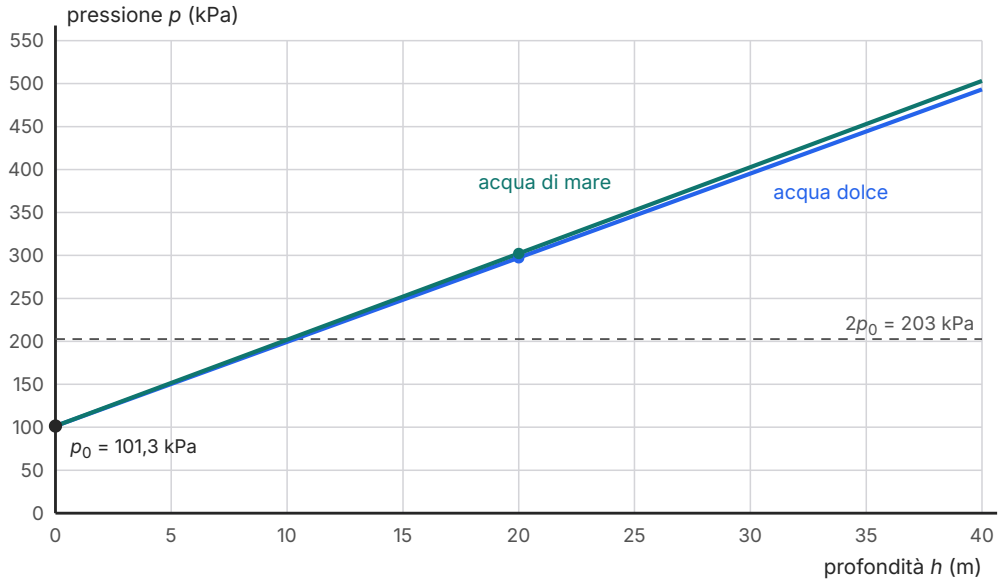



**Figura 9.3** La pressione assoluta in funzione della profondità, calcolata con la legge di Stevino ($p_0$ = 101,3 kPa, $g$ = 9,8 m/s$^2$), in acqua dolce (1000 kg/m$^3$) e in acqua di mare (1025 kg/m$^3$). Le due rette partono dallo stesso punto, con pendenze di 9,8 kPa/m e 10,0 kPa/m. I punti segnano la profondità di 20 m.

**ESEMPIO SVOLTO**

### Leggere il grafico della pressione

**Problema.** Dal grafico della Figura 9.3: a) leggi la pressione a 20 m in acqua di mare; b) ricava la densità dell'acqua di mare dalla pendenza; c) trova la profondità alla quale la pressione è il doppio di quella atmosferica.

**Soluzione.** a) Il punto dell'acqua di mare a 20 m sta poco sopra la linea dei 300 kPa: circa 302 kPa (il calcolo dà 101 325 Pa + 1025 × 9,8 × 20 Pa ≈ 302 kPa). b) Pendenza: (302 kPa − 101 kPa)/(20 m) ≈ 10,0 kPa/m; poiché vale $dg$, la densità è 10,0 × 10$^3$ Pa/m ÷ 9,8 N/kg ≈ 1,0 × 10$^3$ kg/m$^3$. c) La pressione raddoppia quando $dgh = p_0$: $h$ = 101 325 Pa / (1025 kg/m$^3$ × 9,8 N/kg) ≈ 10,1 m, dove la retta incontra la linea tratteggiata; in acqua dolce 10,3 m.

**Controllo.** Con le cifre che si leggono sul grafico l'acqua di mare non si distingue dall'acqua dolce: una differenza di densità del 2,5% si vede nei calcoli, ma quasi non si vede a occhio. È la sensibilità della lettura a limitare ciò che una misura può dire (capitolo 3).

## 9.3.2 Il paradosso idrostatico e i vasi comunicanti

Tre recipienti con il fondo della stessa area, uno cilindrico, uno che si allarga verso l'alto e uno che si restringe, sono riempiti d'acqua fino alla stessa altezza. Contengono quantità d'acqua

molto diverse, eppure la pressione sul fondo, e quindi la forza sul fondo, è la stessa nei tre. È il **paradosso idrostatico**, studiato da Stevin. L'acqua «in più» del recipiente che si allarga è sorretta dalle pareti inclinate.

**ERRORE FREQUENTE**

«Più acqua c'è, più pressione c'è sul fondo.» No: conta soltanto la profondità. Una diga deve resistere a una pressione che dipende dall'altezza del livello, non dall'estensione del lago: un lago lungo 10 km e uno lungo 100 m, profondi entrambi 30 m, premono sulla diga allo stesso modo.

Secondo errore: dimenticare l'aria. $p = p_0 + dgh$ è la pressione *assoluta*; $dgh$ è solo la parte dovuta al liquido.

Recipienti collegati alla base da un tubo formano un sistema di **vasi comunicanti** (Figura 9.4a): un liquido versato in uno qualunque di essi si dispone allo stesso livello in tutti, qualunque sia la loro forma. Nel tubo di collegamento, alla stessa profondità, la pressione deve essere la stessa, altrimenti il liquido si sposterebbe; e con superfici libere tutte alla pressione atmosferica, pressioni uguali richiedono colonne della stessa altezza.

Con due liquidi che non si mescolano i livelli non sono più uguali. In un tubo a U con acqua versiamo, in un ramo, olio, meno denso (Figura 9.4b). Al livello A della superficie di separazione la pressione è la stessa nei due rami; sopra A, da una parte c'è una colonna d'olio di altezza $h_1$, dall'altra una colonna d'acqua di altezza $h_2$. Da $p_0 + d_1 g h_1 = p_0 + d_2 g h_2$ si ottiene

$$d_1 h_1 = d_2 h_2$$

Le altezze sopra la superficie di separazione sono inversamente proporzionali alle densità: il liquido meno denso sale più in alto. Misurando le due altezze si ricava la densità di un liquido per confronto con l'acqua.

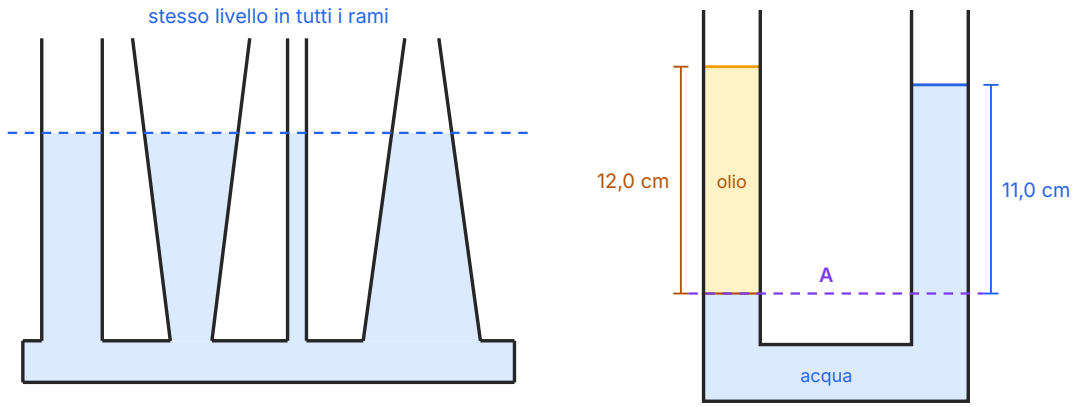



**Figura 9.4** a) Vasi comunicanti di forma diversa: il liquido raggiunge lo stesso livello in tutti. b) Tubo a U con acqua (1000 kg/m$^3$) e olio d'oliva (920 kg/m$^3$), in scala: sopra il livello A della superficie di separazione, 12,0 cm d'olio equilibrano 11,0 cm d'acqua (920 × 12,0 = 1000 × 11,0, con tre cifre significative).

**COLLEGAMENTI**

**Il «ventre» degli acquedotti romani**

Gli acquedotti romani portavano l'acqua per lo più in canali a pelo libero, con una leggera pendenza costante. Quando una valle era troppo profonda per le arcate, si usava un *sifone rovescio*, un'applicazione dei vasi comunicanti: l'acqua scendeva in tubi chiusi fino al fondo della valle e risaliva dall'altra parte, fino a una vasca un po' più bassa di quella di partenza. Ne restano esempi celebri negli acquedotti di Lugdunum, l'odierna Lione.

Vitruvio (*De architectura* VIII, 6, 5–6) chiama il tratto in piano sul fondo della valle «*venter, quod Graeci appellant coelian*», «ventre, che i Greci chiamano *coelia*» (traduzione della redazione), dal greco κοιλία, «ventre, cavità»; e avverte che una curva brusca, al posto di un ventre graduale, «romperà le giunture dei tubi». Con Stevino capisci perché: in un sifone profondo 60 m la pressione idrostatica è $1000 \times 9{,}8 \times 60$ Pa $\approx 5{,}9 \times 10^5$ Pa, quasi sei atmosfere.

## 9.4 La pressione atmosferica

### 9.4.1 Il vuoto e la natura

Anche l'aria è un fluido, e ha un peso: ma è stata una conquista lenta. Aristotele, nella *Fisica* (libro IV), aveva sostenuto che il vuoto non può esistere: nel vuoto, secondo la sua teoria del

moto, i corpi si muoverebbero con velocità infinita, e questo gli sembrava assurdo. Dai suoi commentatori nacque la formula secondo cui la natura ha «orrore del vuoto», *horror vacui*: per questo l'acqua seguirebbe lo stantuffo di una siringa.

Ma i fontanieri sapevano che le pompe aspiranti non sollevano l'acqua oltre una certa altezza. Nei *Discorsi* del 1638 di Galileo, Sagredo riferisce le parole di un artigiano: «né con trombe, né con altra machina che sollevi l'acqua per attrazzione, esser possibile farla montare un capello più di diciotto braccia», cioè circa 10 m. Se fosse la natura a rifiutare il vuoto, perché la sua ripugnanza dovrebbe fermarsi proprio lì?

### 9.4.2 L'esperienza di Torricelli

La risposta venne nel 1643 da Evangelista Torricelli, allievo di Galileo e suo successore come matematico del granduca di Toscana. Torricelli riempì di mercurio, il liquido più denso che conosceva, un tubo di vetro lungo poco più di un metro e chiuso a un'estremità; lo capovolse, tappato con un dito, in una bacinella di mercurio e tolse il dito. Il mercurio scese, ma non tutto: la colonna si fermò a circa tre quarti di metro sopra la superficie della bacinella (al livello del mare, 760 mm), lasciando in alto uno spazio vuoto (Figura 9.5).

Nella parte alta del tubo non c'è aria e la pressione è (quasi) nulla: è il **vuoto torricelliano**. Sulla bacinella preme invece l'aria, e al livello della bacinella la pressione dentro e fuori del tubo deve essere la stessa: la pressione dell'aria è uguale alla pressione idrostatica della colonna di mercurio. Con la legge di Stevino:

$$p_0 = d_{\mathrm{Hg}} g h = 13\,546\ \mathrm{kg/m^3} \times 9{,}8\ \mathrm{N/kg} \times 0{,}760\ \mathrm{m} \approx 1{,}01 \times 10^5\ \mathrm{Pa}$$

La **pressione atmosferica**, la pressione che l'aria esercita su ogni superficie a contatto con essa, vale dunque al livello del mare circa 101 kPa: il peso di circa 10 tonnellate su ogni metro quadrato. Da qui il millimetro di mercurio: 760 mmHg = 1 atm. L'altezza della colonna non dipende dalla sezione del tubo, ma solo dal dislivello verticale, come vuole Stevino. Con l'acqua al posto del mercurio la colonna sarebbe alta 101 325 Pa / (1000 kg/m$^3$ × 9,8 N/kg) ≈ 10,3 m: ecco le «diciotto braccia». Una pompa aspirante non «tira» l'acqua: toglie l'aria sopra di essa, ed è la pressione atmosferica a spingerla nel tubo, fino all'altezza che è capace di reggere.

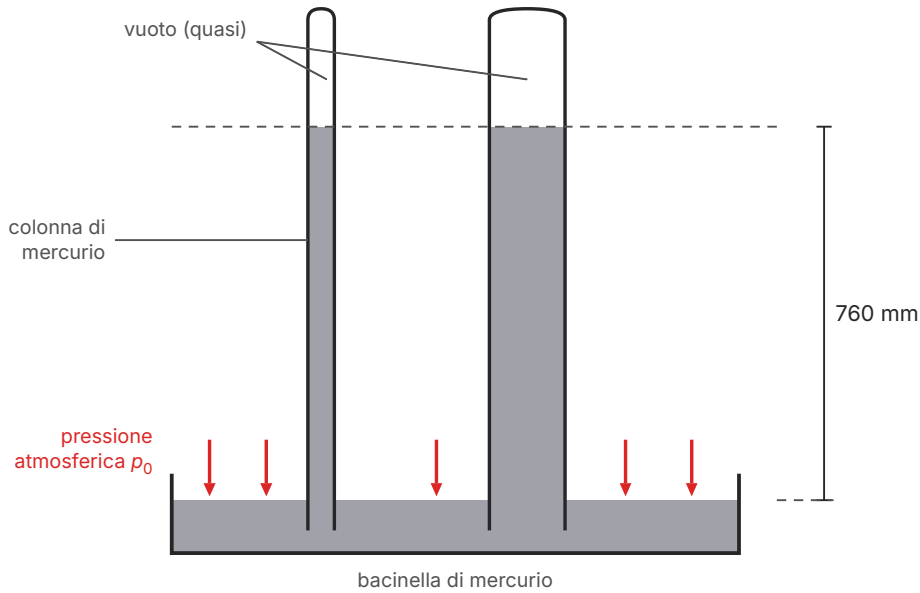



**Figura 9.5** L'esperienza di Torricelli, in scala (tubi lunghi 1 m). Al livello del mare il mercurio si ferma 760 mm sopra la superficie della bacinella, in un tubo stretto come in uno largo: la pressione dell'aria sulla bacinella equilibra la pressione della colonna. Sopra il mercurio resta il vuoto torricelliano.

L'11 giugno 1644 Torricelli descrisse l'esperienza all'amico Michelangelo Ricci, a Roma, con la frase più famosa dell'idrostatica: «Noi viviamo sommersi nel fondo d'un pelago d'aria elementare, la quale per esperienze indubitate si sa, che pesa». Nella stessa lettera Torricelli parla di «uno strumento che mostrasse le mutazioni dell'aria, ora più grave, e grossa, ora più leggiera e sottile»: il **barometro**, che misura la pressione atmosferica.

### 9.4.3 La pressione dell'aria cambia

La pressione atmosferica varia con il tempo meteorologico, di qualche decina di ettopascal, e soprattutto diminuisce con la quota, perché sopra di noi resta meno aria. Vicino al suolo l'aria ha densità di circa 1,2 kg/m$^3$: per Stevino, salendo di un metro la pressione cala di circa $dg \approx 12$ Pa, un ettopascal ogni 8–9 m. Ma l'aria si comprime e in alto è meno densa, quindi la pressione non cala in modo lineare, e Stevino si applica all'aria solo per piccoli dislivelli. In cima al Monte Bianco, a circa 4800 m, la pressione è poco più della metà di quella al livello del mare.

APPROFONDIMENTO

**Il Puy de Dôme: un esperimento con il controllo**

Se il mercurio è sostenuto dal peso dell'aria, in montagna la colonna dovrebbe essere più bassa. Blaise Pascal chiese di verificarlo al cognato Florin Périer, che viveva a Clermont, ai piedi del Puy de Dôme, e Périer ne riferì in una lettera del 22 settembre 1648.

Sabato 19 settembre, nel giardino del convento dei Minimi, «quasi il luogo più basso della città», Périer preparò due tubi uguali: in entrambi il mercurio stava a 26 pollici e 3 linee e mezza (circa 712 mm). Un tubo restò nel giardino, affidato a un religioso che lo osservò per tutto il giorno; con l'altro il gruppo salì in cima al monte, circa 500 tese (quasi 1000 m) più in alto. Lassù la colonna misurava 23 pollici e 2 linee (circa 627 mm): quasi 8,5 cm in meno. Il tubo rimasto a valle, invece, non cambiò.

Quel tubo era il *controllo* (capitolo 1): se anche la sua colonna si fosse abbassata, la causa sarebbe stata il tempo, non la quota. E i numeri tornano con Stevino: 85 mm di mercurio sono circa 11 kPa, e una colonna d'aria di 1000 m con densità di circa 1,2 kg/m$^3$ pesa, per metro quadrato di base, più o meno altrettanto.

### 9.4.4 Il manometro

La pressione di un gas chiuso in un recipiente si misura con un **manometro**. Il più semplice è un tubo a U con un liquido, un ramo collegato al recipiente e l'altro aperto all'aria: il dislivello $\Delta h$ fra i rami misura la differenza $p_{\text{gas}} - p_0 = dg\Delta h$. Molti manometri, come quello del gommista, indicano proprio questa differenza, la **pressione relativa**: una gomma «a 2,2 bar» contiene aria alla pressione assoluta di circa 3,2 bar.

COLLEGAMENTI

**Le parole della fisica**

**Idrostatica** unisce il greco ὕδωρ, «acqua», e *statica*, da στατικός, «che fa stare fermo» (da ἵστημι): la scienza dell'equilibrio dei liquidi. La radice di ὕδωρ è anche in *idraulica* e *idratare*.

**Barometro** viene da βάρος, «peso», e μέτρον, «misura»: lo strumento che misura il peso dell'aria, proprio come lo intendeva Torricelli. **Atmosfera** unisce ἀτμός, «vapore», e σφαῖρα, «sfera»: l'involucro d'aria intorno alla Terra, e poi l'unità di pressione che ne misura il peso.

**Pressione** viene dal latino *pressio*, da *premere*, «premere, spingere»: la famiglia di *premente*, *compressione*, *imprimere*.

## 9.5 Il principio di Archimede e il galleggiamento

### 9.5.1 Da dove viene la spinta

Un sasso immerso in acqua sembra più leggero: la Terra lo attira come prima, ma ora l'acqua lo spinge verso l'alto. La legge di Stevino spiega perché. Consideriamo un cilindro di base $S$ e altezza $l$, tutto immerso in un liquido di densità $d$, con l'asse verticale (Figura 9.6): la faccia superiore è alla profondità $h_1$, quella inferiore a $h_2 = h_1 + l$. Le forze sulla superficie laterale sono orizzontali e a ogni profondità si annullano a due a due. Sulla faccia superiore il liquido spinge verso il basso con $F_1 = p_1 S$; su quella inferiore, più profonda, spinge verso l'alto con $F_2 = p_2 S$, che è maggiore.

La risultante è verticale, verso l'alto, e vale $F_2 - F_1 = (p_2 - p_1)S = dg(h_2 - h_1)S = dglS = dgV$. Ma $V$ è anche il volume del liquido spostato dal corpo, e $dgV$ il suo peso. La pressione atmosferica, che si somma allo stesso modo su tutte le facce, non dà alcun contributo.

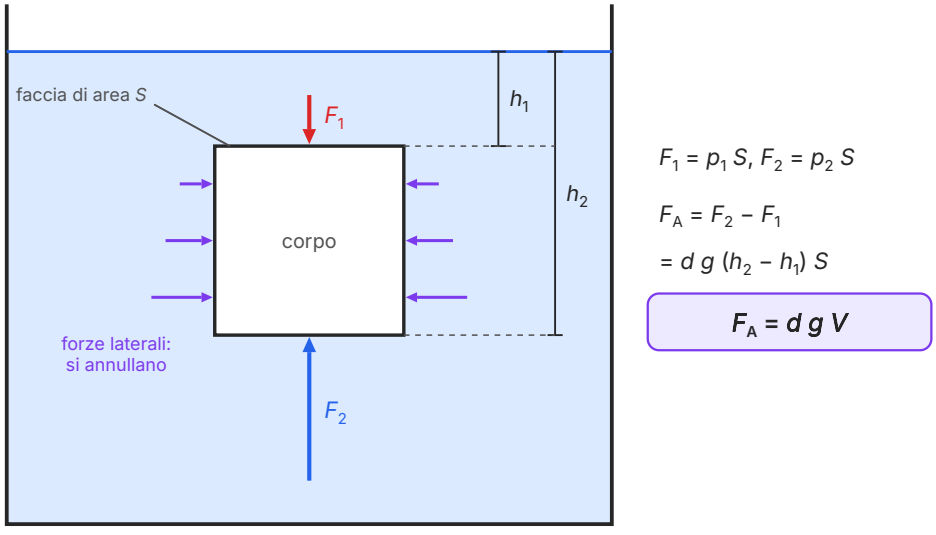



**Figura 9.6** Un cilindro immerso in un liquido. Le frecce rappresentano le forze dovute alla sola pressione del liquido, con lunghezze proporzionali alla profondità ($h_2 = 3h_1$, quindi $F_2 = 3F_1$): le forze laterali si annullano a coppie, e la differenza $F_2 - F_1$ è la spinta di Archimede.

### 9.5.2 Il principio di Archimede

Il risultato vale per un corpo di forma qualunque. Immagina di sostituire il corpo con il liquido stesso: quella porzione di liquido starebbe ferma, quindi le forze di pressione del liquido circo-

stante reggono esattamente il suo peso; e le forze di pressione dipendono solo dalla superficie, non da ciò che c'è dentro. È il **principio di Archimede**: *un corpo immerso, in tutto o in parte, in un fluido in quiete riceve una spinta verticale, diretta verso l'alto, uguale al peso del fluido spostato*. Questa forza è la **spinta di Archimede**:

$$F_A = d_{fl} g V_{imm}$$

$d_{fl}$ è la densità del **fluido**, $V_{imm}$ il volume della parte **immersa** del corpo. La spinta non dipende dalla massa del corpo né dal suo materiale, né, una volta che il corpo è tutto sommerso, dalla profondità.

Archimede di Siracusa (circa 287–212 a.C.) dimostrò questo risultato nel primo libro del trattato *Sui galleggianti*, partendo da un postulato sulla natura dei liquidi, come per la leva era partito da postulati sulle bilance (capitolo 8). La proposizione 7 afferma che i solidi più pesanti del liquido, lasciati nel liquido, scendono fino al fondo e nel liquido risultano più leggeri di tanto quanto pesa un volume di liquido uguale al loro (parafrasi della redazione; il testo greco del trattato ci è giunto solo in parte, ed è integrato dalla traduzione latina medievale). Nella nostra lingua: il **peso apparente** di un corpo immerso, cioè la forza necessaria per reggerlo, è

$$P_{app} = P - F_A$$

**ERRORE FREQUENTE**

In $F_A = d_{fl} g V_{imm}$ la densità è quella del fluido, non quella del corpo: con la densità del ferro si calcola il peso di un blocco di ferro, non la spinta che riceve.

E non è vero che «un corpo pesante riceve più spinta»: a parità di volume immerso e di fluido, una biglia di vetro e una di piombo ricevono la stessa spinta. Cambia il loro peso, e quindi l'esito del confronto fra le due forze.

COLLEGAMENTI

### In laboratorio: il peso dell'acqua spostata

**Materiali.** Un dinamometro con portata 5 N e sensibilità 0,02 N; un recipiente «a troppo pieno», con un beccuccio laterale; un bicchierino; una bilancia elettronica con sensibilità 0,1 g; filo sottile; un cilindro di alluminio, un bullone d'acciaio e un sasso.

**Procedimento.** Riempi il recipiente finché l'acqua comincia a uscire dal beccuccio e aspetta che smetta di gocciolare; metti sotto il beccuccio il bicchierino, già pesato. Appendi un oggetto al dinamometro e leggi il peso $P$; immergilo tutto, senza toccare il fondo, e leggi il peso apparente $P_{app}$. Pesa l'acqua uscita nel bicchierino (massa $m_{acqua}$) e calcola il suo peso $P_{acqua} = m_{acqua}g$.

**Tabella 9.2** Dati tipici. Incertezza di $P$ e di $P_{app}$: 0,02 N; di $F_A = P - P_{app}$: 0,04 N; di $P_{acqua}$: 0,001 N.

| Oggetto | $P$ (N) | $P_{app}$ (N) | $F_A$ (N) | $m_{acqua}$ (g) | $P_{acqua}$ (N) |
|---|---|---|---|---|---|
| cilindro di alluminio | 1,32 | 0,84 | 0,48 | 49,5 | 0,485 |
| bullone d'acciaio | 2,32 | 2,02 | 0,30 | 29,6 | 0,290 |
| sasso | 1,54 | 0,94 | 0,60 | 60,8 | 0,596 |

**Che cosa concludere.** Per l'alluminio la spinta è (0,48 ± 0,04) N, fra 0,44 N e 0,52 N, e il peso dell'acqua spostata, 0,485 N, cade nell'intervallo: le due misure sono compatibili. Lo stesso vale per il bullone (0,30 ± 0,04 N contro 0,290 N) e per il sasso (0,60 ± 0,04 N contro 0,596 N). Il bullone, il più pesante, riceve la spinta minore: ha il volume minore.

**Sicurezza.** Asciuga subito l'acqua versata, soprattutto vicino alla bilancia elettronica e alle prese.

**Per la relazione.** Segui lo schema del capitolo 4: tabella con incertezze, confronto fra spinta e peso dell'acqua spostata con la discussione della compatibilità, e una spiegazione del perché l'incertezza della spinta è molto maggiore di quella del peso dell'acqua. Fra gli errori sistematici considera le gocce rimaste sul beccuccio e le bolle d'aria attaccate agli oggetti: in che verso falsano i risultati?

## 9.5.3 Affondare, salire, galleggiare

Un corpo tutto immerso e lasciato libero subisce il peso $P = d_c g V$, verso il basso, e la spinta $F_A = d_{fl} g V$, verso l'alto, dove $d_c$ è la densità (media) del corpo. Il confronto si riduce a quello fra le densità:

- se $d_c > d_{fl}$, il corpo **affonda**: un sasso, una moneta;
- se $d_c = d_{fl}$, resta in equilibrio a qualunque profondità: un sommergibile in immersione;
- se $d_c < d_{fl}$, il corpo **sale**, finché emerge in parte e galleggia.

Nel **galleggiamento** il corpo è in equilibrio, quindi sposta una quantità di fluido che pesa quanto lui. Da $d_{\text{fl}} g V_{\text{imm}} = d_{\text{c}} g V$ si ricava la frazione immersa:

$$\frac{V_{\text{imm}}}{V} = \frac{d_{\text{c}}}{d_{\text{fl}}}$$

Il legno di abete (circa 450 kg/m$^3$) galleggia in acqua con il 45% del volume immerso. Una nave d'acciaio galleggia perché è cava: la sua densità media, che tiene conto dell'aria nello scafo, è minore di quella dell'acqua. Sullo stesso principio funziona il **densimetro**, un galleggiante di vetro appesantito in basso, con un'asta graduata: più il liquido è denso, meno il densimetro affonda, e la tacca che affiora indica la densità.

ESEMPIO SVOLTO

### Quanto emerge un iceberg?

**Problema.** Il ghiaccio compatto ha densità 917 kg/m$^3$. Quale frazione del volume di un blocco di ghiaccio emerge in acqua dolce? E in acqua di mare (1025 kg/m$^3$)?

**Soluzione.** In acqua dolce $V_{\text{imm}}/V = 917/1000 = 0{,}917$: è immerso il 91,7% del volume ed emerge l'8,3%. In acqua di mare $V_{\text{imm}}/V = 917/1025 \approx 0{,}895$: è immerso l'89,5% ed emerge il 10,5% (Figura 9.7).

**Controllo.** In mare il ghiaccio emerge un po' di più, perché l'acqua salata è più densa e basta un volume immerso minore per spostare un peso uguale a quello del blocco. «Nove decimi sott'acqua» è una buona approssimazione, non un valore esatto.

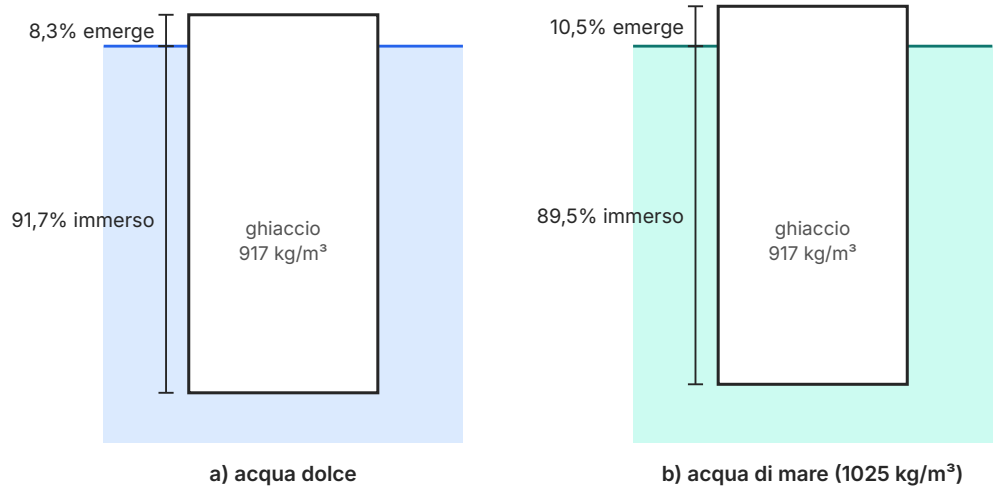



**Figura 9.7** Un blocco di ghiaccio compatto (917 kg/m$^3$) che galleggia, in scala. a) In acqua dolce emerge l'8,3% del volume; b) in acqua di mare il 10,5%. In entrambi i casi il blocco sposta un peso d'acqua uguale al proprio.

### 9.5.4 Archimede nell'aria

Il principio vale per tutti i fluidi, anche per l'aria. Per una persona di 70 L di volume la spinta dell'aria è 1,2 kg/m$^3$ × 9,8 N/kg × 0,070 m$^3$ ≈ 0,8 N, meno di un millesimo del peso: trascurabile. È invece decisiva per i corpi di densità media vicina a quella dell'aria. Una mongolfiera sale perché l'aria al suo interno, riscaldata, è meno densa di quella esterna, e la densità media del pallone con il carico scende sotto quella dell'aria circostante; salendo, l'aria esterna è sempre meno densa, e il pallone si ferma dove spinta e peso si equilibrano.

**IN SINTESI**

$p = F_\perp / S$: pressione, forza perpendicolare per unità di superficie. 1 Pa = 1 N/m$^2$; 1 bar = $10^5$ Pa; 1 atm = 101 325 Pa = 760 mmHg.

$F_1/S_1 = F_2/S_2$ (Pascal, torchio idraulico): la forza si moltiplica nel rapporto delle aree, lo spostamento si divide nello stesso rapporto.

$p = p_0 + dgh$ (Stevino): la pressione cresce linearmente con la profondità, non dipende dalla forma del recipiente; in acqua, circa 1 atm in più ogni 10 m.

$d_1 h_1 = d_2 h_2$: nel tubo a U le altezze sopra la superficie di separazione sono inversamente proporzionali alle densità.

$p_0 = d_{Hg} g h$ (Torricelli): l'aria regge circa 760 mm di mercurio, o 10,3 m d'acqua.

$F_A = d_{fl} g V_{imm}$ (Archimede): spinta verso l'alto uguale al peso del fluido spostato; $P_{app} = P - F_A$.

$V_{imm}/V = d_c/d_{fl}$: un corpo meno denso del fluido galleggia con questa frazione immersa.

## SINTESI

- Liquidi e gas sono fluidi: non hanno forma propria. I liquidi sono quasi incomprimibili, i gas no. Il modello del fluido ideale è incomprimibile e privo di attriti interni.
- La pressione è il rapporto fra la forza perpendicolare a una superficie e l'area della superficie; è uno scalare e si misura in pascal.
- In un fluido in quiete la forza dovuta alla pressione è perpendicolare a ogni superficie, e in un punto la pressione è la stessa in tutte le direzioni.
- Principio di Pascal: in un liquido chiuso una variazione di pressione si trasmette inalterata ovunque. Nel torchio idraulico la forza si moltiplica nel rapporto delle aree, a spese dello spostamento.
- Legge di Stevino: $p = p_0 + dgh$. La pressione cresce linearmente con la profondità e non dipende dalla forma del recipiente (paradosso idrostatico).
- Nei vasi comunicanti un liquido si dispone allo stesso livello; con due liquidi non miscibili le altezze sopra la superficie di separazione sono inversamente proporzionali alle densità.
- L'esperienza di Torricelli (1643) mostra che l'aria pesa: la pressione atmosferica regge 760 mm di mercurio, cioè circa 101 kPa, e spiega il limite di circa 10 m delle pompe aspiranti.
- La pressione atmosferica diminuisce con la quota (esperimento del Puy de Dôme, 1648) e varia con il tempo; si misura con il barometro. Il manometro misura la pressione di un gas, spesso come pressione relativa.
- Principio di Archimede: un corpo immerso in un fluido riceve una spinta verso l'alto uguale al peso del fluido spostato, $F_A = d_{fl} g V_{imm}$; la spinta nasce dalla differenza di pressione fra la parte bassa e la parte alta del corpo.
- Un corpo affonda, resta in equilibrio o sale a seconda che la sua densità media sia maggiore, uguale o minore di quella del fluido; se galleggia, la frazione immersa è $d_c/d_{fl}$.
- Il principio vale anche nell'aria: la spinta è trascurabile per i corpi densi, decisiva per palloni e mongolfiere.

## ESERCIZI

### Comprendere e ricordare

1. ● La pressione esercitata da una forza su una superficie è:
   - **A.** il prodotto della forza per l'area
   - **B.** il rapporto fra la componente della forza perpendicolare alla superficie e l'area
   - **C.** il rapporto fra la forza e il volume del corpo
   - **D.** la componente della forza parallela alla superficie

2. ● Un bar corrisponde a:
   - **A.** 101 325 Pa
   - **B.** 1000 Pa
   - **C.** 760 Pa
   - **D.** 100 000 Pa

3. ● In un punto di un liquido in quiete, la pressione:
   - **A.** ha lo stesso valore in tutte le direzioni
   - **B.** agisce soltanto verso il basso
   - **C.** è maggiore verso il basso che di lato
   - **D.** è nulla se il recipiente è aperto

4. ●● Tre recipienti di forma diversa, con il fondo della stessa area, contengono acqua fino alla stessa altezza. La pressione sul fondo:
   - **A.** è maggiore nel recipiente che contiene più acqua
   - **B.** è maggiore nel recipiente più stretto in alto
   - **C.** è la stessa nei tre recipienti
   - **D.** dipende dalla pressione atmosferica soltanto nel recipiente più largo

5. ●● In un torchio idraulico i diametri dei pistoni stanno nel rapporto $1 : 4$. Una forza di 50 N sul pistone piccolo produce sul pistone grande una forza di:
   - **A.** 200 N
   - **B.** 800 N
   - **C.** 12,5 N
   - **D.** 50 N

6. ● Al livello del mare, nell'esperienza di Torricelli, il mercurio si ferma a un'altezza di circa:
   - **A.** 76 mm
   - **B.** 10,3 m
   - **C.** 1 m
   - **D.** 760 mm

7. ● La spinta di Archimede su un corpo completamente immerso in un liquido dipende:
   - **A.** dalla densità del liquido e dal volume del corpo
   - **B.** dalla massa del corpo
   - **C.** dalla densità del corpo
   - **D.** dalla profondità a cui si trova il corpo

8. ●● Un cubo di legno di densità 600 kg/m$^3$ galleggia in acqua dolce. La parte del suo volume che resta immersa è:
   **A.** il 40%
   **B.** il 100%
   **C.** il 60%
   **D.** il 6%

### Vero o falso

9. ● Al livello del mare la pressione atmosferica è uguale a quella esercitata da una colonna d'acqua alta circa 10 m. V / F

10. ● Un corpo completamente immerso in acqua riceve una spinta tanto maggiore quanto più è profondo. V / F

11. ●● Nel torchio idraulico il pistone grande riceve una forza maggiore di quella applicata al pistone piccolo, ma si sposta di meno. V / F

12. ●● Un iceberg in acqua di mare emerge esattamente per un decimo del suo volume. V / F

### Applicare

13. ● Esprimi in pascal: a) 2,5 bar; b) 950 hPa; c) 750 mmHg. Esprimi poi 950 hPa in atmosfere.

14. ● Un mattone di 2,0 kg ha dimensioni 20 cm × 10 cm × 5,0 cm. Calcola la pressione che esercita su un tavolo quando è appoggiato sulla faccia più grande e quando è appoggiato sulla faccia più piccola.

15. ● Completa (acqua dolce, $p_0$ = 101,3 kPa). A 5,0 m di profondità la pressione idrostatica vale _____ kPa e la pressione assoluta vale _____ kPa.

16. ●● Usando il grafico della Figura 9.3, stima a quale profondità, in acqua di mare, la pressione assoluta vale 300 kPa. Controlla poi la tua lettura con la legge di Stevino.

17. ● Un sasso di volume 0,80 L è completamente immerso. Calcola la spinta di Archimede: a) in acqua dolce; b) in acqua di mare (1025 kg/m$^3$).

18. ●● Il pistone piccolo di un martinetto idraulico ha un'area di 4,0 cm$^2$, quello grande di 0,10 m$^2$. Quale forza bisogna applicare al pistone piccolo per sollevare un carico di 500 kg?

19. ●● Un blocco di legno di abete (450 kg/m$^3$) galleggia. Quale frazione del suo volume è immersa: a) in acqua dolce; b) nell'olio d'oliva (920 kg/m$^3$)?

### Problemi

20. ●●● Un subacqueo scende in mare (1025 kg/m$^3$). a) A quale profondità la pressione assoluta è di 3,0 atm? b) A quella profondità, quale forza esercita l'acqua sul vetro della sua maschera, di area $1{,}2 \times 10^{-2}$ m$^2$? c) Perché il vetro non si rompe e il subacqueo non sente la maschera schiacciarsi sul viso, se respira aria fornita dall'erogatore alla stessa pressione dell'acqua?

21. ●● In un tubo a U contenente acqua si versa in un ramo un liquido che non si mescola con l'acqua. Misurate a partire dalla superficie di separazione, la colonna del liquido è alta 15,0 cm, quella d'acqua nell'altro ramo 12,6 cm. a) Calcola la densità del liquido. b) Quanto vale il dislivello fra le due superfici libere? c) Quale delle due superfici libere è più alta?

22. ●●● Un orafo consegna un ciondolo dichiarato d'oro massiccio. Appeso a un dinamometro con sensibilità 0,02 N, il ciondolo segna 2,94 N nell'aria e 2,74 N quando è completamente immerso in acqua. a) Calcola la spinta, il volume e la massa del ciondolo. b) Calcola la sua densità. c) Valuta l'incertezza della densità con la propagazione delle incertezze (capitolo 3) e stabilisci se il risultato è compatibile con la densità dell'oro (19 300 kg/m$^3$).

23. ●● Una zattera è un parallelepipedo di legno di abete (450 kg/m$^3$) di 2,0 m × 1,5 m × 0,20 m. a) Quanto pesa? b) Quanto affonda in acqua dolce quando è scarica? c) Qual è il massimo carico, in kilogrammi, che può portare prima che il suo piano superiore arrivi a filo dell'acqua?

24. ●●● Una boa di volume 0,050 m$^3$ e massa 12 kg è tenuta completamente sott'acqua, in mare (1025 kg/m$^3$), da una fune verticale legata a un blocco sul fondo. a) Disegna il diagramma di corpo libero della boa (capitolo 7) e calcola la tensione della fune. b) Se la fune si spezza, la boa sale e galleggia: quale frazione del suo volume emerge allora?

25. ●● a) Se Torricelli avesse usato olio d'oliva (920 kg/m$^3$) invece del mercurio, quanto sarebbe stata alta la colonna al livello del mare (101 325 Pa)? b) In un rifugio di montagna un barometro segna 610 mmHg. Quanto vale la pressione in pascal e in atmosfere?

### Ragionare e argomentare

26. ●●● Commenta la fonte. Nella lettera del 1644 a Michelangelo Ricci, Torricelli scrive che l'aria vicino alla superficie terrestre «pesa circa una quattrocentesima parte del peso dell'acqua». Che cosa afferma esattamente questa frase, in termini di densità? Confrontala con il valore di oggi (aria circa 1,2 kg/m$^3$, acqua 1000 kg/m$^3$): la stima è giusta? Come si potrebbe misurare, con una bilancia, la densità dell'aria?

27. ●● Trova l'errore. Per calcolare la spinta su un blocco di ferro (7870 kg/m$^3$) di volume 200 cm$^3$ immerso in acqua, uno studente scrive: «$F_A = d\,g\,V = 7870$ kg/m$^3$ × 9,8 N/kg × $2{,}0 \times 10^{-4}$ m$^3$ ≈ 15 N». Che cosa ha sbagliato? Che cosa ha calcolato in realtà? Qual è il risultato corretto?

28. ●●● Stima. La pressione atmosferica preme sul piano di un banco di scuola di 60 cm × 50 cm. a) Stima la forza che l'aria esercita sul piano dall'alto. b) Perché il banco non crolla? c) Stima la massa dell'aria contenuta nella tua aula, supponendo dimensioni di 8 m × 6 m × 3 m.

29. ●●● Commenta la fonte. Nei *Discorsi* (1638) Galileo riferisce che nessuna pompa aspirante riesce a sollevare l'acqua «un capello più di diciotto braccia», e nel dialogo si propone di spiegarlo come la rottura di una corda troppo lunga, che si spezza sotto il proprio peso: la «corda d'acqua» sollevata nel tubo si spezzerebbe. Con le idee di questo capitolo spiega perché le pompe aspiranti hanno davvero un limite di circa 10 m (il braccio fiorentino misurava circa 58 cm). La spiegazione di Galileo è corretta? Quale previsione diversa farebbero le due spiegazioni per una pompa che aspira olio invece di acqua?

## PER APPROFONDIRE

- [ARC] Archimede, *Sui galleggianti*: dal postulato sulla natura dei liquidi alla spinta e alla stabilità dei corpi che galleggiano, con il metodo dimostrativo degli *Elementi* di Euclide.
- [GAL] Galileo Galilei, *Discorsi e dimostrazioni matematiche intorno a due nuove scienze*: nella Giornata prima, la discussione sul vuoto e sulle pompe che non sollevano l'acqua oltre diciotto braccia.
- [RUS] Lucio Russo, *La rivoluzione dimenticata*: l'idrostatica di Archimede e la tecnologia ellenistica dei fluidi, dalle pompe agli organi idraulici.
- [FEY] *La fisica di Feynman*, vol. I: il modo in cui un grande fisico ragiona sulle forze nei fluidi e sulla pressione.
- [HRW] Halliday, Resnick, Walker, *Fondamenti di fisica*: il capitolo sui fluidi, con molti esempi e problemi sulla pressione e sul galleggiamento.

# Glossario del capitolo

**Atmosfera**
Unità di pressione uguale a 101 325 Pa, pari a 760 mmHg: la pressione media dell'aria al livello del mare.

**Bar**
Unità di pressione uguale a $10^5$ Pa.

**Barometro**
Strumento che misura la pressione atmosferica.

**Fluido**
Sostanza senza forma propria, le cui parti possono scorrere le une sulle altre: i liquidi e i gas.

**Legge di Stevino**
In un liquido in quiete la pressione alla profondità $h$ è $p = p_0 + d\,g\,h$.

**Manometro**
Strumento che misura la pressione di un fluido chiuso in un recipiente.

**Paradosso idrostatico**
Il fatto che la pressione sul fondo di un recipiente dipenda solo dall'altezza del liquido, non dalla forma del recipiente né dalla quantità di liquido.

**Pascal**
Unità di misura della pressione nel SI: 1 Pa = 1 $N/m^2$.

**Peso apparente**
La forza necessaria per reggere un corpo immerso in un fluido: il peso meno la spinta di Archimede.

**Pressione**
Rapporto fra il modulo della forza perpendicolare a una superficie e l'area della superficie: $p = F_\perp/S$. È una grandezza scalare.

**Pressione atmosferica**
Pressione che l'aria esercita su ogni superficie a contatto con essa; al livello del mare vale in media 101 325 Pa.

**Pressione idrostatica**
La parte della pressione dovuta al peso del liquido sovrastante, $d\,g\,h$.

**Pressione relativa**
Differenza fra la pressione di un fluido e la pressione atmosferica; è ciò che indicano molti manometri.

**Principio di Archimede**
Un corpo immerso in un fluido in quiete riceve una spinta verticale verso l'alto uguale al peso del fluido spostato.

**Principio di Pascal**
In un liquido in quiete chiuso in un recipiente, una variazione di pressione prodotta in un punto si trasmette inalterata a ogni punto del liquido e alle pareti.

**Spinta di Archimede**
La forza verticale verso l'alto che un fluido esercita su un corpo immerso: $F_A = d_{fl} g V_{imm}$.

**Torchio idraulico**
Macchina formata da due cilindri comunicanti pieni di liquido, chiusi da pistoni di area diversa: moltiplica la forza nel rapporto delle aree.

**Vasi comunicanti**
Recipienti collegati alla base, nei quali un liquido in quiete si dispone allo stesso livello.

**Vuoto torricelliano**
Lo spazio (quasi) privo di materia che resta sopra il mercurio nel tubo di Torricelli.

# Soluzioni

**1.** B. $p = F_\perp/S$: conta solo la componente perpendicolare della forza.

**2.** D. 1 bar = $10^5$ Pa; 101 325 Pa è un'atmosfera.

**3.** A. In un fluido in quiete la pressione in un punto non dipende dall'orientazione della superficie considerata.

**4.** C. Per la legge di Stevino la pressione sul fondo dipende solo dalla profondità (e dalla densità): è il paradosso idrostatico.

**5.** B. Il rapporto delle aree è il quadrato del rapporto dei diametri, $4^2 = 16$: $F_2 = 50\ \text{N} \times 16 = 800\ \text{N}$.

**6.** D. 760 mm = 76 cm di mercurio; 10,3 m sarebbe l'altezza di una colonna d'acqua.

**7.** A. $F_A = d_{fl} g V_{imm}$: per un corpo tutto immerso contano solo la densità del liquido e il volume del corpo.

**8.** C. $V_{imm}/V = 600/1000 = 0{,}60$.

**9.** V. $h = p_0/(d\,g) = 101\,325\ \text{Pa} / (1000\ \text{kg/m}^3 \times 9{,}8\ \text{N/kg}) \approx 10{,}3\ \text{m}$.

**10.** F. In un liquido incomprimibile la spinta $d_{fl} g V$ non dipende dalla profondità: la pressione cresce allo stesso modo sulla faccia inferiore e su quella superiore, e la loro differenza resta la stessa.

**11.** V. Il volume di liquido spostato è lo stesso: $S_1 s_1 = S_2 s_2$, quindi lo spostamento si riduce nello stesso rapporto in cui la forza aumenta.

**12.** F. Emerge la frazione $1 - 917/1025 \approx 0{,}105$, cioè il 10,5%: «un decimo» è solo un'approssimazione, e in acqua dolce emerge l'8,3%.

**13.** a) $2{,}5 \times 10^5$ Pa; b) $950 \times 100\ \text{Pa} = 9{,}50 \times 10^4$ Pa; c) $750 \times 133{,}3\ \text{Pa} \approx 1{,}00 \times 10^5$ Pa. Infine $9{,}50 \times 10^4\ \text{Pa} / 101\,325\ \text{Pa} \approx 0{,}938$ atm.

**14.** Peso $P = 2{,}0\ \text{kg} \times 9{,}8\ \text{N/kg} = 19{,}6$ N. Faccia grande: $S = 0{,}20\ \text{m} \times 0{,}10\ \text{m} = 0{,}020\ \text{m}^2$, $p = 19{,}6\ \text{N} / 0{,}020\ \text{m}^2 \approx 9{,}8 \times 10^2$ Pa. Faccia piccola: $S = 0{,}10\ \text{m} \times 0{,}050\ \text{m} = 0{,}0050\ \text{m}^2$, $p = 19{,}6\ \text{N} / 0{,}0050\ \text{m}^2 \approx 3{,}9 \times 10^3$ Pa (quattro volte di più, perché l'area è quattro volte minore).

**15.** Pressione idrostatica $d\,g\,h = 1000 \times 9{,}8 \times 5{,}0\ \text{Pa} = 4{,}9 \times 10^4$ Pa = 49 kPa; pressione assoluta 101,3 kPa + 49 kPa ≈ 150 kPa.

**16.** Sul grafico la retta dell'acqua di mare raggiunge i 300 kPa a circa 20 m (un po' prima). Con Stevino: $h = (p - p_0)/(d\,g) = (300\,000 - 101\,325)\ \text{Pa} / (1025\ \text{kg/m}^3 \times 9{,}8\ \text{N/kg}) \approx 19{,}8\ \text{m}$.

**17.** $V = 0{,}80\ \text{L} = 8{,}0 \times 10^{-4}\ \text{m}^3$. a) $F_A = 1000 \times 9{,}8 \times 8{,}0 \times 10^{-4}\ \text{N} \approx 7{,}8$ N; b) $F_A = 1025 \times 9{,}8 \times 8{,}0 \times 10^{-4}\ \text{N} \approx 8{,}0$ N.

**18.** $F_2 = 500\ \text{kg} \times 9{,}8\ \text{N/kg} = 4900$ N; $S_2/S_1 = 0{,}10\ \text{m}^2 / 4{,}0 \times 10^{-4}\ \text{m}^2 = 250$; $F_1 = 4900\ \text{N} / 250 \approx 20$ N (19,6 N).

**19.** a) 450/1000 = 0,45, cioè il 45%; b) 450/920 ≈ 0,49, cioè il 49%: nell'olio, meno denso, il legno affonda un po' di più.

**20.** a) La pressione idrostatica deve essere 3,0 atm − 1,0 atm = 2,0 atm = 202 650 Pa; $h = 202\,650\ \text{Pa} / (1025\ \text{kg/m}^3 \times 9{,}8\ \text{N/kg}) \approx 20$ m. b) $F = p\,S = 3{,}0 \times 101\,325\ \text{Pa} \times 1{,}2 \times 10^{-2}\ \text{m}^2 \approx 3{,}6 \times 10^3$ N. c) Dentro la maschera c'è aria alla stessa pressione dell'acqua esterna: sul vetro agiscono due forze di pressione quasi uguali e opposte, e la risultante è quasi nulla. Lo stesso vale per i tessuti del corpo, che contengono soprattutto liquidi, quasi incomprimibili.

**21.** a) $d_1 h_1 = d_2 h_2 \Longrightarrow d = 1000\ \text{kg/m}^3 \times 12{,}6\ \text{cm} / 15{,}0\ \text{cm} = 840\ \text{kg/m}^3$. b) 15,0 cm − 12,6 cm = 2,4 cm. c) È più alta la superficie libera del liquido meno denso, quello versato.

**22.** a) $F_A = 2{,}94\ \text{N} - 2{,}74\ \text{N} = 0{,}20$ N; $V = F_A/(d_{acqua} g) = 0{,}20\ \text{N} / (1000\ \text{kg/m}^3 \times 9{,}8\ \text{N/kg}) \approx 2{,}0 \times 10^{-5}\ \text{m}^3 = 20\ \text{cm}^3$; $m = 2{,}94\ \text{N} / 9{,}8\ \text{N/kg} = 0{,}300$ kg. b) $d = d_{acqua} \cdot P/F_A = 1000\ \text{kg/m}^3 \times 2{,}94/0{,}20 = 14\,700\ \text{kg/m}^3$. c) Incertezze: $P = (2{,}94 \pm 0{,}02)$ N, $F_A = (0{,}20 \pm 0{,}04)$ N (somma delle incertezze delle due letture). Incertezza relativa del quoziente: $0{,}02/2{,}94 + 0{,}04/0{,}20 \approx 0{,}007 + 0{,}20 \approx 0{,}21$; incertezza assoluta $\approx 0{,}21 \times 14\,700$

$\approx 3 \times 10^3$ kg/m$^3$. Risultato: $d = (15 \pm 3) \times 10^3$ kg/m$^3$, cioè fra 12 e 18 $\times 10^3$ kg/m$^3$. Il valore dell'oro, 19,3 $\times$ $10^3$ kg/m$^3$, è fuori dall'intervallo: il ciondolo non è d'oro massiccio. Nota che quasi tutta l'incertezza viene dalla spinta, piccola rispetto al peso.

**23.** a) $V = 2{,}0 \times 1{,}5 \times 0{,}20$ m$^3$ = 0,60 m$^3$; $m = 450 \times 0{,}60$ kg = 270 kg; $P = 270 \times 9{,}8$ N $\approx 2{,}6 \times 10^3$ N. b) Frazione immersa 450/1000 = 0,45; pescaggio $0{,}45 \times 0{,}20$ m = 0,090 m = 9,0 cm. c) Tutta immersa, la zattera sposta 0,60 m$^3$ d'acqua, cioè 600 kg; il carico massimo è 600 kg − 270 kg = 330 kg.

**24.** a) Sulla boa agiscono il peso $P = 12$ kg $\times$ 9,8 N/kg $\approx$ 118 N verso il basso, la tensione $T$ della fune verso il basso e la spinta $F_A = 1025 \times 9{,}8 \times 0{,}050$ N $\approx$ 502 N verso l'alto. Equilibrio: $F_A - P - T = 0 \Longrightarrow T = 502$ N − 118 N $\approx 3{,}8 \times 10^2$ N. b) Densità media della boa: 12 kg / 0,050 m$^3$ = 240 kg/m$^3$; frazione immersa 240/1025 $\approx$ 0,23; emerge circa il 77% del volume.

**25.** a) $h = p_0/(d\,g) = 101\,325$ Pa / (920 kg/m$^3$ $\times$ 9,8 N/kg) $\approx$ 11 m (11,2 m). b) $p = 610 \times 133{,}3$ Pa $\approx 8{,}13 \times 10^4$ Pa; in atmosfere 610/760 $\approx$ 0,803 atm.

**26.** Traccia di risposta. La frase dice che un volume d'aria pesa 1/400 di un uguale volume d'acqua, cioè che la densità dell'aria è circa 1000/400 = 2,5 kg/m$^3$. Il valore di oggi è 1,2 kg/m$^3$, cioè circa 1/830 di quello dell'acqua: Torricelli, che riprendeva una stima di Galileo, sbagliava di un fattore 2, ma l'ordine di grandezza è giusto, e soprattutto è giusta l'idea che l'aria abbia un peso. Per misurarla: si pesa un recipiente rigido chiuso da un rubinetto, prima pieno d'aria e poi dopo averne tolta l'aria con una pompa a vuoto; la differenza delle masse, divisa per il volume del recipiente, è la densità dell'aria. Con 1 L d'aria la differenza è di circa 1,2 g: serve una bilancia sensibile almeno al decimo di grammo.

**27.** Ha usato la densità del ferro invece di quella dell'acqua: ha calcolato il peso del blocco, non la spinta. Corretto: $F_A = 1000$ kg/m$^3$ $\times$ 9,8 N/kg $\times$ 2,0 $\times$ $10^{-4}$ m$^3$ $\approx$ 2,0 N.

**28.** Traccia di risposta. a) $F = p_0 S \approx 1{,}0 \times 10^5$ Pa $\times$ 0,30 m$^2$ = $3 \times 10^4$ N, il peso di circa 3 tonnellate. b) L'aria preme anche sulla faccia inferiore del piano, con una forza praticamente uguale e opposta: la risultante delle forze di pressione è quasi nulla (la piccola differenza dovuta allo spessore del piano è trascurabile). c) Volume $8 \times 6 \times 3$ m$^3$ = 144 m$^3$; massa $\approx$ 1,2 kg/m$^3$ $\times$ 144 m$^3$ $\approx 1{,}7 \times 10^2$ kg: circa due quintali, ordine di grandezza $10^2$ kg.

**29.** Traccia di risposta. La pompa toglie l'aria sopra l'acqua nel tubo; è la pressione atmosferica sulla superficie libera del pozzo a spingere l'acqua in alto. L'acqua sale finché la pressione idrostatica della colonna eguaglia $p_0$: $h = p_0/(d\,g) \approx 10{,}3$ m, in buon accordo con 18 $\times$ 0,58 m $\approx$ 10,4 m. La spiegazione di Galileo è sbagliata: la colonna non si spezza per il proprio peso, ma non può salire oltre l'altezza che l'aria esterna riesce a reggere. Previsioni diverse: secondo Galileo il limite dipenderebbe dalla «resistenza» del liquido a spezzarsi; secondo Torricelli dipende solo dalla densità, e per l'olio (920 kg/m$^3$) sarebbe circa 11 m, cioè più alto dell'acqua nel rapporto inverso delle densità. Con il mercurio, 13,5 volte più denso dell'acqua, il limite scende a 76 cm: è proprio l'esperienza di Torricelli.